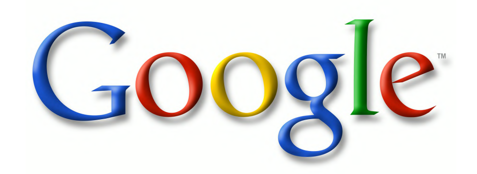



HARVARD ENGINEERING SCHOOL



HANDBUCH

FÜR

EISENBETONBAU

IN VIER BÄNDEN

HERAUSGEGEBEN VON

DR. INGENIEUR F. VON EMPERGER

K. K. BAURAT IN WIEN

ERSTER BAND

ENTWICKLUNGSGESCHICHTE UND THEORIE DES EISENBETONS



BERLIN 1908

VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

ENTWICKLUNGSGESCHICHTE
UND
THEORIE DES EISENBETONS

ERSTER BAND DES HANDBUCHES FÜR EISENBETONBAU

DIE GRUNDZÜGE DER GESCHICHTLICHEN ENTWICKLUNG DES EISENBETONS
:: THEORIE UND VERSUCHE ::

BEARBEITET VON

M. FOERSTER :: Dr. MAX R. von THULLIE :: K. WIENECKE :: PH. VÖLKER
J. A. SPITZER :: J. MELAN

MIT 564 TEXTABBILDUNGEN



BERLIN 1908
VERLAG VON WILHELM ERNST & SOHN

INHALTSVERZEICHNIS

I. Kapitel: Die Grundzüge der geschichtlichen Entwicklung des Eisenbetonbaues.

Seite

1. Geschichtliche Mitteilungen über Portland-Zement und Beton, als Vorläufer des Eisenbetonbaues . . . 1
2. Die ersten Anfänge des Eisenbetonbaues . . . 11
3. Die Grundzüge der Entwicklung des Eisenbetonbaues in Deutschland und Österreich . . . 17
4. Die Grundzüge der Entwicklung des Eisenbetonbaues in Frankreich, in den Niederlanden und in der Schweiz . . . 26
5. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwicklung des Eisenbetonbaues in den Vereinigten Staaten von Nordamerika und in England . . . 32
6. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwicklung des Eisenbetonbaues in den nordischen Ländern, im besondren in Dänemark und Rußland . . . 36
7. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwicklung der Theorie des Eisenbetonbaues und der Materialerforschung . . . 37
8. Die heutigen Anwendungsgebiete des Eisenbetonbaues und die wichtigsten Vorteile der neuen Bauweise . . . 47

II. Kapitel: Theorie und Versuche.

a) 1. Die Druckfestigkeit des reinen, armierten und umschnürten Betons . . . 53
   1. Allgemeines . . . 53
   2. Druckfestigkeit des reinen Betons . . . 54
   3. Druckversuche mit Eisenbetonwürfeln . . . 57

2. Versuche mit Säulen und ihre Berechnung . . . 61
   4. Druckfestigkeit der Eisenbetonsäulen mit Längsarmierung und Bügeln . . . 61
      A. Versuche von Lanza (Boston) . . . 61
      B. Versuche von Guidi (Turin) . . . 63
      C. Versuche von Bach (Stuttgart) . . . 63
      D. Meine eigenen Versuche (Lemberg) . . . 65
      E. Versuche von Howard (Watertown) . . . 69
      F. Versuche von Popplewell (Manchester) . . . 70
      G. Versuche von F. v. Emperger (Wien) . . . 71
      H. Versuche von Talbot (Urbana) . . . 73
   5. Druckfestigkeit des umschnürten Betons . . . 75
      A. Theoretische Untersuchungen . . . 75
      B. Die ersten Versuche von Considère (Paris) . . . 77
      C. Meine eigenen Versuche (Lemberg) . . . 78
      D. Versuche von Bach (Stuttgart) . . . 80
      E. Versuche von Wayss und Freytag (Neustadt a. d. Haardt) . . . 83
      F. Versuche der französischen Ministerialkommission (Paris) . . . 84
      G. Versuche von Talbot (Urbana) . . . 84
   6. Berechnung der Knickfestigkeit . . . 86
   7. Die exzentrische Belastung der Säulen . . . 87
   8. Berechnungsverfahren und Vorschriften . . . 88

Seite

b) Versuche mit Balken aus Eisenbeton 97

A. Überblick über die Entwicklung der Versuchsforschung 97

B. Versuche 98

I. Festigkeitsprüfungen 98

a) Platten 98

1. Einzelversuche 98
2. Versuchsreihen von Tutein Noltenius (Holland) 101
3. Versuchsreihen von Sanders (Holland) 103
4. Versuchsreihen der französischen Regierungskommission (Paris) 108
5. Versuchsreihen von Möller (Braunschweig) 112

b) Decken und Balken 119

1. Einzelversuche 119
2. Versuchsreihen von Feret (Boulogne sur mer): Aufbau des Balkenquerschnitts . 127
3. Die Wirkung der Schubspannungen 134
4. Versuchsreihen der französischen Regierungskommission (Paris) zu 3 136
5. Die Gleitsicherheit 143
6. Versuchsreihen von Probst (Zürich) zu 5 146
7. Versuchsreihen von v. Bach (Stuttgart) zu 5 149
8. Versuchsreihen von v. Emperger (Wien) zu 5 151
9. Versuchsreihen von Mörsch (Zürich) zu 3 und 5 159

II. Formänderungsuntersuchungen 164

a) Die Dehnungs- und Spannungsfähigkeit des eisenbewehrten Betons 164

1. Versuche von Considère (Paris) 164
2. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris) 169
3. Versuche von Schüle (Zürich) 173
4. Versuche von Rudeloff (Berlin) 176
5. Versuche von Kleinlogel (Stuttgart) 178
6. Versuche von Mörsch (Zürich) mit Wayss und Freytag (Neustadt a. d. H.) . . 181
7. Versuche von Feret (Boulogne sur mer) 182
8. Versuche von Talbot (Illinois) und Turneaure (Wisconsin) 183
9. Versuche von v. Bach (Stuttgart) 185
10. Versuche von Labes (Berlin) 195

b) Formänderungen unter Biegung im Balken als Ganzes in Richtung der Längsachse 196

1. Bedingungen für die Gestaltung der Querschnitte 196
2. Versuche von Schüle (Zürich) zu 1 197
3. Versuche von Talbot (Illinois) zu 1 198
4. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris) zu 1 198
5. Die Lage der Nullachse 199
6. Versuche von Talbot (Illinois) zu 5 199
7. Versuche von Mörsch (Zürich) zu 5 200
8. Versuche von v. Bach (Stuttgart) zu 5 201
9. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris) zu 5 201
10. Versuche von Schüle (Zürich) an Plattenbalken zu 5 201
11. Die bleibenden Formänderungen 204
12. Die Gleitung des Eisens 206

c) Formänderungen geneigter Strecken 207

C. Zusammenfassung 208

c) Theorie des Eisenbetonbalkens 214

A. Die für die Entwicklung der Biegungstheorie in Frage kommenden Eigenschaften des Betons und Eisenbetons 214

1. Einleitung 214
2. Vergleich der Grundlagen der Biegungstheorie des homogenen Balkens mit denen des Eisenbetonbalkens 215
3. Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen 217
4. Biegung beim reinen Betonbalken 222

Seite

5. Zusammenwirken von Beton und Eisen. Frage der Berücksichtigung der Zugspannungen . . . 224
6. Die statischen Verhältnisse beim Eisenbetonbalken . . . 227
7. Anfangs- und Nebenspannungen . . . 228
8. Die verschiedenen Vorschläge für die Berechnung . . . 231
9. Annahmen für die Entwicklung der Theorie . . . 233

B. Einfache Biegung (ohne Axialdruck) . . . 234
I. Rechteckiger Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen . . . 234
1. Das Biegungsmoment ist gegeben . . . 234
2. Das Biegungsmoment ist gesucht . . . 243
3. Berücksichtigung der Betonzugspannungen . . . 244
4. Überblick über andere Rechnungsarten . . . 244
a) Älteres Verfahren Koenen . . . 244
b) Verfahren nach Professor Ritter . . . 245
c) Verteilung der Spannungen nach einer Parabel (Ritter) . . . 245
5. Der Einfluß von n . . . 246
6. Schub- und Haftspannungen . . . 247
a) Schubspannungen . . . 247
b) Haftspannungen . . . 251
7. Berechnung des rechteckigen Querschnittes mit einfachen Eiseneinlagen mittels Tabellen und graphischer Tafeln . . . 252
8. Zahlenbeispiele 1 bis 11 zum rechteckigen Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen 253
9. Dimensionierung bei alleiniger Kenntnis der Nutzlast ohne Aufstellung des Biegungsmomentes . . . 259
Zahlenbeispiel 12 . . . 260
II. Rechteckiger Querschnitt mit doppelten Eiseneinlagen . . . 261
1. Allgemeines . . . 261
2. Bestimmung der Spannungen und Abmessungen . . . 262
3. Wirtschaftliche Dimensionierung des Rechteckquerschnittes mit einfachen und doppelten Eiseneinlagen . . . 270
4. Zahlenbeispiele 14 bis 19 zur doppelten Armierung . . . 271
III. Rechteckiger Querschnitt mit großprofiliger (steifer) Armierung . . . 274
Zahlenbeispiel 20 a und b . . . 276
IV. T-förmiger Querschnitt (Plattenbalken, Rippenplatten) mit einfachen und doppelten Eiseneinlagen . . . 277
1. Allgemeines . . . 277
2. Berechnung der Plattenbalken mit einfachen Eiseneinlagen . . . 278
3. Berechnung der Plattenbalken mit doppelten Eiseneinlagen . . . 280
4. Schubspannungen beim Plattenbalken . . . 281
5. Maßgebende Gesichtspunkte für die Dimensionierung der Plattenbalken . . . 282
6. Querrippen . . . 283
7. Zahlenbeispiel 21 . . . 284
V. T-förmiger Querschnitt (Plattenbalken) mit großprofiliger (steifer) Armierung . . . 286

C. Biegung mit Axialdruck . . . 286
1. Rechteckiger Querschnitt mit doppelten Eiseneinlagen . . . 286
a) Es treten nur Druckspannungen im Querschnitt auf . . . 287
b) Es treten Zugspannungen auf . . . 288
2. Rechteckiger Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen . . . 290
3. Zahlenbeispiele 22 . . . 290

D. Die am ganzen Umfang unterstützte Platte . . . 292
1. Die quadratische Platte mit vollkommen gleichmäßig verteilter Belastung . . . 292
2. Die rechteckige Platte mit vollkommen gleichmäßig verteilter Belastung . . . 293

E. Graphische Berechnung des Eisenbetonbalkens . . . 295
1. Biegung ohne Axialdruck . . . 296
2. Biegung mit Axialdruck . . . 298

F. Die Durchbiegungen . . . 299
Zahlenbeispiel 23 . . . 300

Seite
d) Versuche mit Gewölben 302
G. A. Wayss: Berliner Proben 303
Versuche in Wien mit Monierkonstruktionen 307
Versuche an Monierobjekten in Breslau 308
Professor Bauschinger: Versuche in München 309
Weitere Proben
I. Versuch in Matzleinsdorf (Moniergewölbe) 312
II. Versuch in Matzleinsdorf (Moniergewölbe) 316
Gewölbeproben des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins 320
I. Hochbauobjekte 321
II. Unterbauobjekte 324
III. Purkersdorfer Versuche 329
a) Beschreibung der Anlagen am Versuchsplatze 329
b) Die Durchführung der Versuche 329
Das Stampfbetongewölbe 333
Das Moniergewölbe 334
Tabelle 1. Stampfbetongewölbe 340
Tabelle 2. Stampfbetongewölbe 340
Tabelle 3. Moniergewölbe 342
Vergleich von Monier-, Stampfbeton- und Melangewölben 342
Tabelle 4 342
Tabelle 5 346
Gegenüberstellung der Versuche am Matzleinsdorfer Bahnhofe 347
Tabelle 6 348
Verwertung der Versuchsergebnisse mit den großen Gewölben 349
Schlußfolgerungen des Gewölbeberichtes 349
IV. Gewölbe-Ausschuß 371
A. Unterbau 372
B. Hochbaugewölbe 381
Tabelle der Ergebnisse bei den Moniergewölben 385
Tabelle der Ergebnisse bei den Stampfbetongewölben 386

e) Theorie des Gewölbes und des Eisenbetongewölbes im besonderen 387
1. Die angreifenden Kräfte an einem Gewölbebogen. Begriff der Stützlinie oder Drucklinie . 387
2. Die inneren Kräfte in einem Gewölbebogen 388
3. Das Gewölbe als Dreigelenkbogen 393
4. Das Gewölbe als gelenkloser Bogen 398
a) Analytisches Verfahren 399
b) Graphisches Verfahren 402
5. Wirkung von Temperaturänderungen oder einer Verschiebung der Widerlager 410
6. Wirkung wagerechter Lasten 412
7. Näherungsberechnung des eingespannten Gewölbes 413
8. Wirkung elastisch nachgiebiger Widerlager und Pfeiler 415
9. Das Gewölbe als Zwei- und Eingelenkbogen 417
10. Näherungsregeln für die Bestimmung der günstigsten Gewölbeform 419
11. Die Gewölbestärke 421
12. Näherungsregeln für die Stärke der Eisenbetonbogen und deren Armierung 426
13. Gewölbe, die im überwiegendem Maße durch Biegungsmomente und nur durch geringe Axialkräfte beansprucht werden 430
Beispiele.
Statische Untersuchung des Gewölbes einer Straßenbrücke aus Eisenbeton nach Bauweise Melan. (Eingespannter Bogen. Rechnerisches Verfahren) 433
Statische Berechnung des Gewölbes der Brücke Chauderon-Montbenon in Lausanne. (Eingespannter Bogen. Graphisches Verfahren) 443

I. Kapitel.

Die Grundzüge der geschichtlichen Entwickelung des Eisenbetonbaues.[1]

Bearbeitet von **M. Foerster**, ordentlicher Professor für Bauingenieur-Wissenschaften an der Kgl. Sächsischen Technischen Hochschule zu Dresden.

1. Geschichtliche Mitteilungen über Portland-Zement und Beton, als Vorläufer des Eisenbetonbaues.

Wenn auch vielfach in früheren Zeiten[2] aus Naturkalksteinen mit tonigen Beimengungen unter Wasser gut erhärtende Mörtel hergestellt wurden, so verbreiteten doch erst im Jahre 1756 die Untersuchungen des Engländers Smeaton einiges Licht über das Wesen der hydraulischen Bindemittel, und zwar infolge der Beobachtung, daß alle Kalke, welche nach dem Brennen hydraulischen Charakter zeigen, bei ihrer Auflösung in Salpetersäure stets einen Rückstand zurücklassen, der sich als Sand, namentlich aber als Ton zu erkennen gibt. Hierdurch wurde die erste Erkenntnis vermittelt, daß eine Tonbeimengung auf das hydraulische Verhalten von Kalken bestimmend einwirkt.

Im besonderen waren es englische, natürliche Wasserkalke, welche gegen Ende des 18. Jahrhunderts zu größerer Bedeutung gelangten und unter dem Namen „Roman-Zemente" Verwendung fanden. Mit dieser Namengebung wurde an das altrömische Bindemittel angeknüpft, welches vielfach aus Kalk und einem hydraulischen Zuschlage — der nahe dem Vesuv sich findenden Puzzolanerde[3] — bestand und somit hydraulischen Charakter besitzend, mit den englischen Naturzementen einige Verwandtschaft zeigte.

---

[1]) Verwendete Abkürzungen:

B. u. E.	Beton u. Eisen, internationales Organ für Betonbau, herausgegeben von Dr. Ingenieur F. v. Emperger, K. K. Baurat, Wien. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
Z. u. B.	Zement und Beton. Illustrierte Fachschrift für Zement- und Betonbau, Verlag der Tonindustrie-Zeitung, Berlin.
D. B. Z.	Deutsche Bauzeitung, Mitteilungen über Zement, Beton- und Eisenbetonbau, unter Mitwirkung des Vereins Deutscher Portland-Zementfabrikanten und des Deutschen Betonvereins.
Z. d. B.	Zentralblatt der Bauverwaltung, herausgegeben im Preußischen Ministerium der öffentlichen Arbeiten zu Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.
Forscherheft.	Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Die übrigen bei der Bearbeitung verwendeten Zeitschriften usw. sind mit ihrem vollen Titel angeführt.

[2]) Es sei hier nur an die Verwendung hydraulischer Bindemittel von seiten der alten Ägypter, der Karthager und der Römer erinnert. Der von ihnen an vielen Stellen verwendete, im Wasser erhärtende Mörtel war entweder aus Naturgesteinen gewonnen oder durch Zufügung hydraulischer Zuschläge hergestellt.

[3]) Pulvis Puteolanus von Puteoli, dem heutigen Puzzuoli.



Die ersten Versuche, ein künstliches, hydraulisches Bindemittel durch Zusammenschmelzen von kohlensaurem Kalk, Kreide und Ton zu gewinnen, dürften zu Anfang des 19. Jahrhunderts zunächst in Frankreich von Vicat in Angriff genommen worden, dann aber in England zur Durchführung gelangt sein. Hier war es — obwohl bereits 1816 ein derartiges – aber nicht von Erfolg gekröntes Verfahren durch Patent geschützt worden war — dem Bauunternehmer Joseph Aspdin in Leeds vorbehalten, das erste künstliche hydraulische Bindemittel zu erzeugen, allerdings erst nach jahrelangen, mühevollen und mit großen materiellen Opfern verknüpften Versuchen. Der Anspruch des am 21. Oktober 1824 erteilten, für die gesamte heutige Portland-Zementindustrie grundlegenden Patentes lautet:

„Der Schlamm oder Staub von mit Kalkstein gepflasterten Wegen, oder wenn dieses Material nicht in genügender Menge zu haben ist, Kalkstein, gebrannt und gelöscht, wird mit einer bestimmten Menge Ton mit Hilfe von Wasser durch Handarbeit oder irgend welche Maschinen zu einem unfühlbaren Brei vermischt, die plastische Masse wird getrocknet, dann in Stücke gebrochen und in einem Kalkofen gebrannt bis alle Kohlensäure entwichen ist; das gebrannte Produkt wird durch Mahlen, Kollern oder Stampfen in Pulver verwandelt und ist zum Gebrauche fertig."

Es ist also hier bereits der Gang des Herstellungsverfahrens angegeben, wie er noch heute — wenn auch hier und dort wenig oder mehr verändert — die Grundlage der gesamten Portland-Zement-Herstellung bildet; es gebührt mithin auch, wie nunmehr allseitig und allgemein anerkannt wird[1]), Aspdin fraglos der Ruhm, die künstliche Herstellung eines hydraulischen Mörtels erfunden zu haben. Aspdin nannte sein Erzeugnis **Portland-Zement**, und zwar wegen der Ähnlichkeit — im besonderen in bezug auf Farbe, Härte und Festigkeit — mit einem in England viel verwendeten Naturgesteine von der Halbinsel Portland in Dorsetshire.

Eine weitere Verbesserung erfuhr der Portland-Zement infolge von Versuchen des englischen Generals Pasley, welcher den gewöhnlichen Kalkstein durch die englische Kreide ersetzte und diese mit blauem Septarienton — von der Mündung des Medwayflusses in die Themse — vermischte. Die hervorragend guten Erfahrungen, welche mit dem so gewonnenen Zemente gemacht wurden, führten dann zunächst (am Ende der zwanziger Jahre des vergangenen Jahrhunderts) zur Gründung der ersten Portland-Zementfabriken in England, alsdann in weiterer Folge zu einer schnellen und umfassenden Entwickelung der englischen Portland-Zementindustrie und zu einer Beherrschung des Weltmarktes bis über die Mitte des 19. Jahrhunderts hinaus.

1840 entstand in Frankreich die erste Portland-Zementfabrik, und zwar in Boulogne-sur-Mer, 1855 die erste deutsche größere Anlage[2]) in Züllchow unweit Stettin; hier fanden — ähnlich wie in den englischen Betrieben — ein Septarienton und zwar von der Odermündung, sowie Kreide von der Pommerschen Küste — aus

---

[1]) Vgl. hierzu die Ausführungen in B. u. E. 1904, Heft I, S. 5 und in D. B. Z. 1905, Nr. 7, S. 28, ferner die Protokolle der Versammlung des Vereines Deutscher Portland-Zementfabrikanten 1904, S. 144 und 1905 S. 144/145. Hier hebt Dr. Michaelis im besonderen hervor, daß Aspdin seine Erzeugnisse bis zur Sinterung gebrannt habe und demgemäß als Erfinder des Portland-Zementes anzusehen sei; allerdings soll sein Zement, wie es bei der reinen Empirie seines Verfahrens auch kaum anders zu erwarten steht — von noch sehr wechselnden Eigenschaften gewesen sein.

[2]) Kleinere Versuchsanlagen befanden sich hierselbst schon von 1852 an, im besonderen hervorgerufen von Dr. Bleibtreu, der auch die Züllchower Anlage begründete.



Wollin — Verwendung. Über die Art und Weise, in welcher damals der Zement hergestellt wurde, geben die interessanten Mitteilungen in Anm.[1]) Aufschluß.

Da in Stettin ein Zement gewonnen wurde, welcher dem bisher fast ausschließlich verwendeten englischen Erzeugnisse durchaus gleich kam und auch in wirtschaftlicher Beziehung den Wettbewerb mit dem englischen Material aufnehmen konnte, entstanden in Deutschland bald eine Anzahl von Zementfabriken, so in Bonn, Obercassel, Lüneburg, Oppeln, auf der Insel Wollin, bei Mannheim, in Finkenwalde bei Berlin, in Amöneburg bei Biebrich, in Ulm usw.

Bis 1860 war die Erzeugung von Zement in Deutschland verhältnismäßig gering. Der Wettbewerb des Auslandes — im besonderen wirksam wegen der billigen Seefracht von England nach den deutschen Hafenplätzen — und die zu den Hauptverkehrsstraßen nicht immer günstige Lage der deutschen Fabriken, nicht zum mindesten auch das falsche Vorurteil, die ausländischen Erzeugnisse seien den einheimischen überlegen, hinderten zunächst die Entwickelung der deutschen Zementindustrie. Erst in jahrzehntelanger Arbeit gelang es der deutschen Forscherarbeit, gestützt auf ein einwandfreies, hervorragendes, auf wissenschaftlicher Grundlage hergestelltes Material, dem einheimischen Erzeugnis die ihm gebührende Stellung im Inlande wie auf dem Weltmarkte zu verschaffen.[2]) Im besonderen waren diese Erfolge dem Umstande zuzuschreiben, daß einerseits die deutschen Fabrikanten die reine Empirie der Zementherstellung verließen, ihre Fabrikation ausschließlich auf wissenschaftlichen Boden stellten, und andererseits scharfe Prüfungsvorschriften schufen, welche für eine gleichbleibende Güte des Materials Sicherheit boten. Da diese Vorschriften und überhaupt die in Deutschland eingeführte Art der Zementprüfung vorbildlich geworden sind für die in den meisten Kulturländern erlassenen, gleichartigen Bestimmungen, so sei auf die Entwickelung des Prüfungswesens in Deutschland genauer eingegangen und zwar durch Wiedergabe der Abhandlung, welche der gerade auf diesem Gebiete durch seine bahnbrechenden Arbeiten hochverdiente Dr. Ing. h. c. Rudolf Dyckerhoff dem Deutschen

---

[1]) Vgl. B. u. E. 1905, Heft IX, S. 209 und 210: „Das fünfzigjährige Jubiläum der deutschen Zementindustrie, sowie die aus Anlaß dieses Jubiläums von der jetzigen Stettiner Portland-Zementfabrik herausgegebene Festschrift.“ Die Fabrikation unter Dr. Bleibtreu war die folgende:

Die Wolliner Kreide wurde mit Hilfe eines Fahrstuhles auf den obersten Boden der Schlämmerei gehoben. Hier stürzte man sie in einen der sehr großen, gemauerten Schlämmbottiche und verwandelte sie in Schlamm. Nach anderthalb Tagen konnte das klare Wasser abgezogen werden, worauf man durch Analyse den Gehalt an kohlensaurem Kalk ermittelte. Ein Bagger brachte den Schlamm in den sogen. Schlämmsaal, wo die berechnete Menge trockenen Tones aufgestreut und durch mehrmaliges Umstechen dem Schlamm einverleibt wurde. Hierauf ging die Mischung zwei- bis dreimal durch einen Tonschneider und wurde dann zu Ziegeln gestrichen, die auf den Herden von Koksöfen zum Trocknen abgesetzt wurden. Bereits am nächsten Tage wurden die Ziegel schichtenweise mit Koks in einen der drei Zementöfen eingesetzt, von denen jeder 200 Faß Zement lieferte. Jeder Ofen konnte wöchentlich einmal benutzt werden, so daß in der Folge täglich 100 Faß erzeugt wurden. Die dem Ofen entnommenen Klinker wurden auf das oberste Stockwerk der Mühle gebracht und nach dem Zerschlagen der größten Stücke zwei Walzenpaaren zugeführt. Die Feinmahlung erfolgte auf sechs Mahlgängen. Das nach heutigen Begriffen sehr grobe Mehl war dabei so heiß geworden, daß es zunächst in eisernen Behältern abkühlen mußte, bevor man es in die hölzernen Fässer verpacken konnte. Man brauchte auf ein Faß Zement 60 kg Koks und 32 kg Steinkohlen.

[2]) Das Anwachsen der deutschen Portland-Zementindustrie — namentlich in der letzten Zeit — mögen die nachfolgenden Zahlen veranschaulichen. Die genannte Industrie bezahlte im Jahre 1886 8600000 Mk. an Löhnen, im Jahre 1900 aber bereits 23200000 Mk. für ein Jahr; die Anzahl der angestellten Arbeiter betrug in diesen Jahren 11800 bezw. 31400. Heute gibt es in Deutschland Werke mit einer Leistungsfähigkeit von mehr als einer Million Faß im Jahre.

Museum für Meisterwerke der Naturwissenschaft und Technik in München überreicht hat.[1])

„Die ältesten Prüfungen des Portland-Zementes beschränkten sich darauf, daß man Probegegenstände, die aus reinem Zement oder aus Zement-Sandmischungen bezw. aus Beton geformt waren, im Wasser und an der Luft erhärten ließ und beobachtete, ob sie ihre Form unverändert beibehielten und eine angemessene Härte annahmen. Aus einer Veröffentlichung des Hauptmanns im Kgl. dänischen Ingenieurkorps L. Madsen in Kopenhagen[2]) erfahren wir, daß in Dänemark, wo man schon frühzeitig Portlandzement zu Ufer- und Festungsbauten anwendete, solche Prüfungen vom General Ernst bereits im Jahre 1845 begonnen wurdeu. Die ersten Festigkeitsproben, die veröffentlicht worden sind, wurden von White & Sons im Jahre 1847 ausgeführt, und zwar wurde die Druckfestigkeit an reinem Zement und an Zementsandmörtel bestimmt.[3])

Vom April 1858 an wurden auch an den Festungswerken von Kopenhagen Festigkeitsproben ausgeführt. In dem Zeitraum von 1859 bis 1867 beschränkte man sich im wesentlichen auf die Feststellung der Zugfestigkeit. Doch wurden schon im Jahre 1860 Druckversuche mit Würfeln von 1 Zoll, d. h. rund 26 mm Seitenlänge angefangen und seit 1867 gleichzeitig mit den Zugproben ausgeführt. Daneben wurden auch die Bindezeit und Volumbeständigkeit des Zementes auf ähnliche Weise wie später bei den Normenproben bestimmt.

Im Jahre 1858 hatte auch John Grant, Chefingenieur der Londoner Kanalbauten, Versuche zur Prüfung des Portland-Zementes begonnen. Er erfand eine Zerreißmaschine für seine Versuche und ermittelte eine möglichst zweckmäßige Form für die Herstellung der Probekörper. Seine Versuche erstreckten sich indessen nur auf die Prüfung des reinen Zementes zur fortlaufenden Kontrolle der zu den Kanalbauten von ihm verwendeten Portland-Zemente.

Zu den ältesten Festigkeitsprüfungen des Portland-Zementes zählen auch die in Wien angestellten und von Prof. Rebhann veröffentlichten Versuche,[4]) bei denen mit Perlmooser Portland-Zement und mehreren englischen Portland-Zementen an reinem Material, sowie an Mischungen mit Sand oder Schotter die Biegungs- und Druckfestigkeit bestimmt wurde.

Seit 1867 hatte man sich unter Leitung des Oberingenieurs Lindley auch am Kanalbauamt in Frankfurt a. M. nach Grantschem Vorbild mit der Zementprüfung befaßt. Es wurden hier neben der Prüfung des reinen Zementes auf längere Zeit, der Praxis entsprechend, auch fortlaufend Mischungen von Zement mit 1 bis zu 4 Teilen Sand geprüft. Ebenso hatten damals auch deutsche Portland-Zement-Fabrikanten begonnen, ihr Erzeugnis auf Festigkeit zu prüfen. Anfangs geschah dies durch Ermittelung der Biegungsfestigkeit. Hierzu dienten Zement-Prismen mit rechteckigem Querschnitte (Länge: 130 mm, Breite: 65 mm, Dicke: 32,5 mm) und die folgende einfache Vorrichtung: Das Zement-Prisma wurde mit einer seiner flachen Seiten auf zwei Schneiden gelagert und von oben durch eine dritte Schneide, die an einem Hebel mit angehängter Wagschale befestigt war und ihren Angriffspunkt in der Mitte der beiden unteren

[1]) Vgl. auch den Abdruck in D. B. Z. 1906, Nr. 9, „Die Entwickelung des Prüfungsverfahrens für Portland-Zement, insbesondere in Deutschland", von Dr. Ing. Rudolf Dyckerhoff in Amöneburg bei Biebrich a. Rh.

[2]) Baumaterialienkunde 1905, S. 180.

[3]) Builder, 1848 Juli, London. Vergleiche auch Michaëlis: „Die hydraulischen Mörtel", Leipzig 1869, S. 241.

[4]) Försters Allgemeine Bauzeitung 1862, S. 261.



Schneiden hatte, durch Auflegen von Gewichten auf die Wagschale so lange belastet, bis der Bruch erfolgte. — Später bestimmte man in den Zementfabriken die Zugfestigkeit, wozu Einzelne den Apparat von Grant benutzten.

Zu Anfang der siebziger Jahre des vorigen Jahrhunderts beschäftigte sich die Firma Frühling, Michaëlis & Co. in Berlin vielfach mit der Prüfung des Portland-Zementes. Sie ließ einen Zerreißapparat mit 30facher Hebelübersetzung bauen und später einen Doppel-Hebelapparat mit 50facher Übersetzung. Letzterer ist der allgemein bekannte, noch jetzt übliche Frühling-Michaëlissche Zugfestigkeitsapparat. Ferner wurde von Dr. Michaëlis eine zweckmäßige Form für die Zugprobekörper, die sogenannte Acht- oder Geigenform, eingeführt, welche ebenfalls noch jetzt in der Zementprüfung üblich ist.

Im Jahre 1871 trat die erste preußische Prüfungsstation für Baumaterialien unter Leitung von Dr. Böhme an der Kgl. Gewerbeakademie in Berlin in Tätigkeit, und im Jahre 1872 wurde die erste staatliche Prüfungsanstalt in Bayern an der Kgl. Technischen Hochschule in München errichtet. Diese war von vornherein mit den besten, damals bekannten Hilfsmitteln ausgestattet und wurde das Vorbild für die später errichteten Prüfungsanstalten der verschiedenen deutschen Bundesstaaten. In München war es besonders Prof. J. Bauschinger, der sich um das Prüfungswesen der Bau- und Konstruktionsmaterialien in hervorragendem Maße verdient gemacht hat.

Bei allen bisherigen Versuchen zur Prüfung des Portland-Zementes fehlte indes die Einheitlichkeit in der Versuchsausführung. Wohl prüfte jede einzelne Versuchsstelle nach bestem Ermessen und Können, aber bei der Untersuchung desselben Zementes wurden an verschiedenen Stellen außerordentlich schwankende Ergebnisse erzielt. Diese Unterschiede in den Versuchsergebnissen machten sich in den Kreisen der Zementfabrikanten besonders fühlbar. Infolgedessen wurde auf der 11. Hauptversammlung des „Deutschen Vereins für Fabrikation von Ziegeln, Tonwaren, Kalk und Zement" im Januar 1875[1]) von der Portland-Zementfabrik Gebr. Heyn in Lüneburg beantragt: „einen Modus festzustellen, nach welchem die Zemente auf absolute und relative Festigkeit zu prüfen seien". Da jedoch die Ansichten über diesen Gegenstand noch sehr weit auseinander gingen, so einigte man sich schließlich dahin, den Zementtechniker Dr. Michaëlis in Berlin damit zu betrauen, eine Reihe von Fragen zu bearbeiten, die das, was man von einem guten Zement verlangen kann, berühren sollten. Dr. Michaëlis stellte hierauf in einer Abhandlung „Zur Beurteilung des Zements"[2]) am Schlusse eine Anzahl von Vorschriften auf, nach welchen Zement geprüft und auch beurteilt werden sollte. Diese Vorschriften erlangten jedoch auf der Hauptversammlung des „Deutschen Vereins für Fabrikation von Ziegeln usw." 1876 nicht sämtlich die Billigung der Zementfabrikanten. Insbesondere gab die Michaëlissche Festigkeitsprüfung des Zementes nach sieben Tagen, die Prüfung des reinen Zementes als entscheidende Probe und die Herstellung der Probekörper auf absaugenden Unterlagen (Gipsplatten) Veranlassung zu Entgegnungen, und namentlich sind hier zwei Abhandlungen von Rudolf Dyckerhoff zu erwähnen: „Zur Prüfung von Portland-Zement"[3]) und „Über Prüfungsmethoden von Portland-Zement"[4]), die schon den Weg wiesen, auf welchem man später zu dem gewünschten Ziele gelangen sollte. Man schritt nun zur Wahl eines Ausschusses, der aus Mitgliedern des „Deutschen Vereins für Fabri-

---

[1]) Notizblatt des „Deutschen Vereins für Fabrikation von Ziegeln usw." 1875, S. 85.

[2]) s. „Notizblatt" 1875, Heft 3.

[3]) s. „Notizblatt" 1876, S. 313.

[4]) Deutsche Bauzeitung 1877, Nr. 38.



kation von Ziegeln usw.", des „Berliner Architektenvereins" und des „Vereins Berliner Baumarkt" bestand. Dieser Ausschuß gelangte in mehreren, im Laufe des Jahres 1876 abgehaltenen Sitzungen zur Abfassung von „Beschlüssen über einheitliche Lieferung und Prüfung von Portland-Zement", welche in sechs Resolutionen mit begleitenden Erklärungen und Motiven zusammengefaßt waren.

Bei den Beratungen des Ausschusses lagen auch vorläufige Mitteilungen über Versuchsergebnisse von Prof. Bauschinger in München vor, welche dieser mit zehn Zementen erhalten hatte, die von mehreren Zementfabrikanten im Sommer 1876 eingesandt worden waren. Später sind die Ergebnisse dieser vielseitigen Versuche, bei welchen die Zemente auf Zug, Biegung, Schub und Druck und Volumbeständigkeit geprüft wurden, nach zweijähriger Versuchsdauer in den „Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der Kgl. Technischen Hochschule in München" von 1879, Heft 8 veröffentlicht worden. Außer der Volumbeständigkeit (Kuchenprobe im Wasser) wurde von Prof. Bauschinger auch die minimale Ausdehnung der Zemente während ihrer Erhärtung mittels eines von ihm konstruierten, sehr empfindlichen Meßapparates bestimmt.

In den Beschlüssen, die von den oben genannten Vereinen und dem inzwischen gegründeten „Verein deutscher Zement-Fabrikanten" mit einigen Änderungen angenommen wurden, war die Zugfestigkeitsprobe nach 28 Tagen mit 3 Teilen Sand auf 1 Teil Zement als maßgebend aufgestellt, während die siebentägige Probe, mit Sandbeimischung oder mit reinem Zement, nur als Vorprobe zur Kontrolle der abgelieferten Ware gelten sollte. Als entscheidende Probe auf Volumbeständigkeit war die Kuchenprobe aus reinem Zement bei Erhärtung im Wasser aufgenommen. Für Packung, Bindezeit und Siebfeinheit des Zementes sowie für die Herstellung der Probekörper nach dem Einschlagverfahren, ferner für die Herstellung des Normalsandes waren ebenfalls bestimmte Vorschriften gegeben.

Die Beschlüsse der vier Vereine wurden 1877 dem preußischen Ministerium für Handel, Gewerbe und öffentliche Arbeiten, sowie den Ministerien und Baubehörden anderer deutscher Staaten als „Normen für einheitliche Lieferung und Prüfung von Portland-Zement" vom „Verein deutscher Zement-Fabrikanten" zur Einführung empfohlen. Der Minister der öffentlichen Arbeiten ließ die „Beschlüsse" nochmals durch einen Ausschuß von Sachverständigen einer Prüfung unterziehen, und erst nachdem dieser die Beschlüsse mit einigen Änderungen gutgeheißen hatte, wurden die „Normen für einheitliche Lieferung und Prüfung von Portland-Zement" mittels Erlaß vom 10. November 1878 vom Minister der öffentlichen Arbeiten und später auch von den übrigen Ministerien des Königreichs Preußen eingeführt. Diese Normen haben bald nachher auch die Anerkennung der übrigen deutschen Staaten gefunden, so daß sie heute in ganz Deutschland in Geltung sind und auch für viele andere Staaten (Österreich, die Schweiz, Rußland usw.) als Vorbild gedient haben.

Im Laufe der Jahre wurden die ursprünglich nur für Portland-Zement aufgestellten Prüfungsvorschriften des öfteren ohne weiteres auch auf die Prüfung anderer hydraulischer Bindemittel wie Romanzement, Traß, Schlackenzemente übertragen, die andere, von Portland-Zement abweichende Eigenschaften haben. (Vgl. auch die Veröffentlichung des Ministeriums der öffentlichen Arbeiten in Preußen im Zentralblatt der Bauverwaltung 1890 Nr. 52.) Durch zahlreiche Versuche war jedoch bewiesen worden, daß die Prüfung anderer Bindemittel nach den für Portland-Zement aufgestellten Normen auch schon aus dem Grunde unzulässig ist, weil das Verhältnis zwischen Zug- und Druckfestigkeit bei den verschiedenen Bindemitteln ein wechselndes ist. Dies zeitigte

eine Revision der Normen, bei der die Druckfestigkeit, da die Mörtel in der Praxis in erster Linie auf Druckfestigkeit in Anspruch genommen werden, als maßgebende Festigkeitsprobe vorgesehen wurde. Das Erscheinen von Mischprodukten am Markt machte ferner die Aufstellung einer Begriffserklärung für Portland-Zement notwendig.

Im Jahre 1886 legte der „Verein deutscher Portland-Zement-Fabrikanten“ dem Ministerium der öffentlichen Arbeiten einen Entwurf der revidierten Normen zur Annahme vor. Nach dessen Begutachtung durch die Kgl. Prüfungsanstalt für Baumaterialien und die Kgl. Akademie des Bauwesens unter Zuziehung der beiden Vorsitzenden des Zementfabrikanten-Vereins wurden die Normen in der revidierten Fassung mittels Erlaß vom 28. Juli 1887 vom Ministerium der öffentlichen Arbeiten eingeführt.

Die revidierten Normen von 1887 unterscheiden sich von den bis dahin geltenden alten Normen außer durch die schon erwähnte Einführung einer Begriffserklärung und der Prüfung auf Druckfestigkeit noch weiter dadurch, daß genauere Vorschriften für die Packung, die Ausführung der verschiedenen Prüfungen, den Normalsand und a. m. aufgestellt waren. Insbesondere wurde für die Herstellung der Festigkeitsprobekörper statt der bisher üblichen Handarbeit der Böhmesche Hammerapparat eingeführt. Die Mindestdruckfestigkeit der Mischung 1 Zement : 3 Sand nach 28 Tagen wurde auf 160 kg für 1 cm^2 festgesetzt und die Zugfestigkeit (entsprechend den Fortschritten in der Fabrikation des Portland-Zementes) von 10 kg auf 16 kg/cm^2 erhöht. Ebenso wurde der höchste zulässige Siebrückstand auf dem 900 Maschensieb von 20% auf 10% herabgesetzt.

Die Herstellung des Normalsandes, der die Grundlage für die gesamten Festigkeitsprüfungen bildet, wurde in der Folge nach einheitlichem Verfahren durchgeführt und durch das Kgl. Materialprüfungsamt in Lichterfelde überwacht. Alle in den Handel kommenden Normalsandsäcke müssen die Plombe des Amtes tragen.

Um zu noch besserer Übereinstimmung bei den Festigkeitsprüfungen zu gelangen, erhielten die Normen, wiederum zufolge Antrages des „Vereins deutscher Portland-Zement-Fabrikanten“ und auf Befürwortung der Kgl. mechanisch-technischen Versuchsanstalt in Groß-Lichterfelde, mittels Erlaß des Ministeriums der öffentlichen Arbeiten vom 19. Februar 1902 eine Ergänzung in bezug auf den Wasserzusatz und die Mörtelbearbeitung. Für letztere wurde der Mörtelmischer von Steinbrück-Schmeltzer eingeführt.

Der „Verein deutscher Portland-Zement-Fabrikanten“ ist ferner tätig, noch weitere Verbesserungen der Normen für Portland-Zement einzuführen. So ist ein Ausschuß des Vereins bestrebt, eine Volumbeständigkeitsprobe aufzufinden, welche die Prüfung des Portland-Zementes zuverlässig und in kürzerer Zeit als die Normenprobe gestattet. Frühere, in Gemeinschaft mit der Kgl. preußischen mechanisch-technischen Versuchsanstalt ausgeführte Arbeiten ergaben nämlich, daß keine der bis jetzt bekannten sogenannten beschleunigten Volumbeständigkeitsproben (Kuchendarrprobe, Kochprobe usw.) geeignet ist, ein in allen Fällen zuverlässiges und schnelles Urteil über die Verwendbarkeit eines Zementes in der Praxis zu gestatten.[1]

Da ferner, wie schon früher, auch neuerdings wieder gewisse Zemente (Mischzemente und andere, dem Portland-Zement ähnliche Erzeugnisse), als Portland-Zement in den Handel gebracht und infolgedessen nach den speziell für Portland-Zement geltenden Normen geprüft und beurteilt werden, so ist der „Verein deutscher Portland-Zement-Fabrikanten“ damit beschäftigt, die frühere (1887) bei Revision der Normen

---

[1]) s. Mitteilungen aus den Kgl. technischen Versuchsanstalten zu Berlin 1899, S. 59 und 60.

aufgestellte Begriffserklärung für Portland-Zement dadurch zu ergänzen, daß ihr diejenigen Merkmale des Portland-Zementes hinzugefügt werden, die ihn in charakteristischer Weise von ähnlichen Bindemitteln unterscheiden.[1]) Diese Arbeiten sind indes bis jetzt noch nicht abgeschlossen.

Andere europäische und außereuropäische Staaten haben ebenfalls Normen für die Prüfung von Portland-Zement eingeführt, die indes in verschiedenen Punkten (nicht immer zum Vorteil der Prüfung sowohl, als des internationalen Handelsverkehres) von den deutschen Normen abweichen. Um nun zu einem einheitlichen Prüfungsverfahren zu gelangen, ist der internationale Kongreß für die Materialprüfungen der Technik bestrebt, möglichst ein internationales Prüfungsverfahren zu vereinbaren. Eine Einigung in allen abweichenden Punkten ist aber bis jetzt noch nicht erzielt worden." —

Neben Deutschland und England kommen heute als Portland-Zement erzeugende Länder im besonderen in Frage: Österreich-Ungarn, die Schweiz, Dänemark, Schweden, Rußland und die Vereinigten Staaten von Nordamerika; besonders in dem letzteren Lande vollzog sich die Entwickelung der Zementindustrie seit 1894 mit Riesenschritten; hier finden sich heute — was bei der Vorliebe des Amerikaners für das Gigantische nicht zu verwundern ist — die größten Portland-Zementfabriken der Welt.[2])

Die wissenschaftlich-chemische Erforschung des Portland-Zementes[3]), welche, wie vorerwähnt, den Unterbau für die heutige Zementtechnik bildet, knüpft an die schon auf S. 1 mitgeteilte Smeatonsche Beobachtung vom Jahre 1756 an; mit ihr war die Grundlage geschaffen für die künstliche Herstellung eines hydraulischen Bindemittels. Da jedoch die Smeatonsche Entdeckung zunächst wenig Beachtung fand und bald darauf der als Gelehrter in hohem Ansehen stehende Schwede Bergmann eine neue Theorie dahingehend aufstellte, daß die hydraulische Eigenschaft der Kalke auf einem Gehalte an Manganoxyd beruhe, so wurde den Smeatonschen Folgerungen von der Technik zunächst keine Bedeutung beigemessen; erst 80 Jahre später griff Pasley bei seinen Versuchen zur Zementherstellung auf sie zurück, nachdem inzwischen durch die Arbeit von Collet-Descotils (1813) und Vicat (1818) nachgewiesen, daß beim Brennen hydraulischer Kalke ein Silikat entsteht und sämtliche Kalksteine, die eine genügende Menge Ton enthalten, sich auch zur Fabrikation hydraulischer Kalke eignen, sowie daß künstliche Mischungen aus Kalk und Ton zu Zementen führen müssen und bei ihrer Erhärtung die Kieselsäure die wichtigste Rolle spiele.

Dem bereits vorerwähnten, praktischen und rein empirischen Vorgehen von Aspdin (1824) folgte kurze Zeit später (etwa 1836) ein ähnliches Verfahren des Generals Pasley, das jedoch nur im Schwachbrand gewonnenen Zement gelten ließ. Erst 1845 erkannte Johnson das Fehlerhafte dieses Verfahrens und die Überlegenheit des gesinterten Klinkers; auch ermittelte er das geeignete Mischungsverhältnis von Ton und Kalk. **Johnson** ist mithin als der **Vater** der neueren **auf wissenschaftlichen Grundlagen sich aufbauenden Zementindustrie** anzusehen.

---

[1]) s. Protokolle des Vereins Deutscher Portland-Zementfabrikanten 1905 und 1906.

[2]) Die größte dieser Unternehmungen dürfte das Atlas-Zementwerk zu Northumberland sein, mit einer jährlichen Leistungsfähigkeit von 5½ Millionen Faß Portland-Zement.

[3]) Vgl. hierzu u. a.: Der Portland-Zement auf Grund chemischer und petrographischer Forschung nebst einigen neuen Versuchen von Dr. Oskar Schmidt, Stuttgart 1906, Verlag von Konrad Wittwer. Diesem Werke sind ein Teil der nachfolgenden Angaben chemischer Natur entnommen, im besonderen dem Kapitel 1, „Historischer Überblick" S. 7 bis 30.



Von weiteren, im besondern chemischen Arbeiten, das Wesen des Zementes zu erforschen, seien neben weniger wichtigen, französischen Veröffentlichungen[1]) genannt die Untersuchungen von John[2]) aus dem Jahre 1819, darauf hinweisend, daß im erhärteten Wassermörtel der Kalk nur teilweise als Karbonat vorhanden, zum Teil hingegen mit Kieselsäure, Tonerde und Eisenoxyd chemisch verbunden sei, ferner von Fuchs (1829) und Pettenkofer (1849), die Einwirkung des Brennens erörternd, endlich die neueren Theorien von Winkler[3]) (1856), Zulkowsky[4]) (1863), Michaelis[5]) (1867), le Chatelier[6]) (1885), Törnebohm[7]) (1897), Rebuffat[8]) (1898), Rohland[9]) (1903) u. a. m.

Das hauptsächlichste Anwendungsgebiet des Portland-Zementes ist neben der Herstellung hydraulischen Mörtels die Erzeugung von **Beton** zu den verschiedensten Zwecken und in einer fast endlosen Reihe von Anwendungsformen.

Erklärt man Beton durch den Begriff Grobmörtel und versteht man unter diesem eine Vereinigung eines Bindemittels mit Sand, Kies oder Steinschlag nebst Wasser in verschiedenen Verhältnissen, so darf man sagen, daß die Anwendung des Betonbaues wahrscheinlich schon den älteren Kulturvölkern bekannt gewesen ist. Von den Römern wissen wir dies mit Bestimmtheit aus den Werken von Vitruv, Palladius und anderen; hier wird mitgeteilt, daß man schon damals Beton als Mauerwerk — unter Verwendung von Kästen aus Brettern bei der Herstellung — benutzte, überhaupt Beton in Form von Schüttungen wie als erhärteten Steinblock verwendete. Im besonderen wird eines Molenbaus, unfern von Neapel unter Caligula ausgeführt, als eines hervorragenden Bauwerkes aus Beton Erwähnung getan. Der Beton der Römer scheint zuerst unter Verwendung von Kalkmörtel hergestellt worden zu sein; erst später dürfte man die günstige Wirkung der hydraulischen Zuschläge, Puzzolan- und Santorinerde, erkannt und sie dem Kalkmörtel hinzugefügt haben.

Daß auch im Mittelalter Beton verwendet worden ist, zeigen die Überreste einer Anzahl von Bauwerken sowohl in Frankreich als auch in England; unter ihnen erscheinen als besonders bemerkenswert die Fundamentanlagen der Salisbury-Kathedrale aus dem 13. Jahrhundert.

Später scheint die Kunst des Betonbaus verloren gegangen zu sein; auch die Zeit der Renaissance und der hier neu beginnenden Studien klassischer Kunst und ihrer Errungenschaften hat hierin nichts zu ändern vermocht; denn erst zu Beginn des 19. Jahrhunderts finden sich, und zwar zunächst in Frankreich, alsdann in England und Deutschland die Anfänge eines wiedererwachenden Betonbaus.

Im Jahre 1816 wurde bereits in Frankreich eine größere Betonbrücke über die Dordogne bei Souillac aus Roman-Zement erbaut. Auch scheint man damals dem

---

[1]) Zu nennen wäre hier nur als wichtiger die Arbeit von Berthier (1823), welcher nachwies, daß die Verbindung: $2CaO \cdot 3SiO_2$ der aktive Bestandteil der Zemente, bezw. hydraulischen Kalke sei.

[2]) Über Kalk und Mörtel 1819.

[3]) Beim Brennen wird der Kalk vollständig gebunden, die gebildeten Silikate zerfallen bei der Erhärtung unter dem Einflusse des Wassers in einfachere Silikate, welche Wasser aufnehmen und in Kalkhydrat. Letzteres verwandelt sich später in Karbonat.

[4]) Durch Brennen wird Calciumsilikat erzeugt und ein Teil des Kalkes bleibt frei.

[5]) Der Kalk wird beim Brennen vollkommen gebunden. Die gebildeten Silikate werden bei der Erhärtung unter dem Einflusse des Wassers teilweise zersetzt unter Ausscheidung von $Ca(OH)_2$.

[6]) Beim Brennen entsteht unter Bindung allen Kalkes ein Tricalciumsilikat, welches durch Wassser im Erhärtungsprozesse wieder zersetzt wird.

[7]) Der erhärtete Zement enthält Kalkhydrat, kristallwasserhaltiges Dicalciumsilikat und Calciumaluminat.

[8]) Ähnlich wie in Anmerkung 7.

[9]) Der Zementklinker ist eine feste Lösung von Calciumoxyd in den übrigen Bestandteilen.



Blockbau erneut Aufmerksamkeit geschenkt zu haben. Es läßt sich dies wenigstens aus der umfassenden Verwendung schließen, welche Beton in Form großer, erhärteter Blöcke bei den Hafenbauten zu Algier seitens des leitenden Ingenieurs Poirel im Jahre 1834 fand; hier wurden schon mit Rücksicht auf den heftigen Wellenschlag Einzelblöcke von mehr als 10 cbm Größe verwendet; auch wurde hier bereits, zur besseren Ausfüllung der Herstellungsform, ein leichtes Stampfen des eingebrachten Betons zu Hilfe genommen.

In England wurde ebenfalls zunächst hydraulischer Kalk, demnächst Roman- und erst viel später (1865) Portland-Zement zur Betonherstellung herangezogen; aus jener Entwickelungszeit sind zu nennen: Betondecken zwischen gußeisernen Trägern, 1829 von dem Arzte Fox in Gloucestershire erfunden und 1844 durch Patent geschützt, weiter Betondecken auf Blechbögen zwischen Trägern sich stützend, alsdann die Trockendock- und Molenbauten in Woolwich (1835), endlich die für die Verwendung von Portland-Zement für Beton grundlegenden Erweiterungsbauten in den Kriegshäfen zu Chatham und Portsmouth (1865); namentlich an ersterem Orte wurde unter Leitung des Ingenieurs Berney Portland-Zement-Beton zu allen möglichen Zwecken — zu Kai- und Ufermauern, Trockendockbauten, Kanälen usw. — und zwar mit bestem Erfolge herangezogen; dabei war die benutzte Mischung eine verhältnismäßig sehr magere, aus einem Teile Portland-Zement und zwölf Teilen Flußgeschieben und Kies bestehend.

In Deutschland waren es zunächst einzelne Firmen, welche für den Betonbau eintraten; hier seien hervorgehoben die 1838 gegründete Roman-Zementfabrik von Leube in Ulm, welche schon von 1840 an Stampfbeton für Fußböden, von 1855 an für Fundamente, Treppen und Stützmauern, seit 1860 auch für Zwischendecken verwendete, ferner die Firmen A. Sattré in Düsseldorf und Dyckerhoff und Widmann in Karlsruhe, von denen im besonderen die letztere bald für eine ganz allgemeine Anwendung des Portland-Zement-Betons eintrat und durch eine große Reihe wohlgelungener Ausführungen dessen Gleichberechtigung mit den älteren Bauweisen darzulegen vermochte. Seit jener Zeit entwickelte sich der Betonbau, wenn auch zuerst mit ziemlichem Mißtrauen betrachtet, in stetiger Weise, gestützt auf die Güte und Gleichmäßigkeit des deutschen Portland-Zementes. Heute gibt es kaum ein Gebiet des Bauwesens, in welchem nicht der Beton sich eingebürgert hätte. Große Anwendungsgebiete erschließen sich ihm dauernd neu, so im besonderen in den letzten Jahrzehnten der Eisenbetonbau, von dessen Entwickelung in den nachfolgenden Abschnitten die Rede sein soll. Neben ihm sind als Hauptanwendungsgebiete des Portland-Zementbetons zu nennen: die allgemeine Benutzung im Hoch- und Tiefbau, zu Fundamenten, Mauern, Böden, Decken und Gewölben aller Art, die Herstellung von Kunststeinen in Block- und Hohlformen, in der verschiedensten Zusammensetzung und Ausgestaltung wie zu den mannigfaltigsten Zwecken, auch dem des Straßenbaues, ferner der Tunnelbau einschließlich der Untergrundbahnen, das Gebiet des Brückenbaues, hier zu weit gespannten Betongewölben und kühnen Pfeilerbauten führend, die Verwendung für Leitungsrohre aller Art, für Kanäle, Behälter usw., schließlich der Fluß-, See- und Hafenbau mit seiner endlosen Reihe wichtigster Anwendungen für Uferbekleidungen, Mauern, Talsperren, Schleusen, Wasserkraftanlagen, Wehre, Docks, Molen, Wellenbrecher, Leuchttürme usw.

Neben dem eigentlichen Portland-Zemente, dessen geschichtliche Entwickelung vorstehend in ihren Grundzügen behandelt wurde, kommen, abgesehen von Roman-Zementen und besonderen hydraulischen Zuschlägen, zur Zeit auch sogenannte

„Schlacken-Zemente“ und „Eisen-Portland-Zemente“ in den Handel. Während unter den ersteren hydraulisch wirkende Bindemittel verstanden werden, welche aus pulverförmigem Kalkhydrat und getrockneten, gemahlenen Schlacken erzeugt sind und durch ihre Namengebung charakterisiert werden, sind unter Eisen-Portland-Zementen Erzeugnisse einzubegreifen, welche durch Vermahlen von aus Hochofenschlacke und Kalkstein erbrannten Klinkern mit granulierter Hochofenschlacke gewonnen werden; nach den vom Vereine der Deutschen Eisen-Portland-Zementfabrikanten aufgestellten Normen darf den Klinkern nur bis 30 v. H. Hochofenschlackensand zugesetzt werden. Wie aus Arbeiten von R. Dyckerhoff und Versuchen des Lichterfelder Materialprüfungsamtes und der Versuchsanstalt zu Karlshorst[1]) hervorgeht, ist die Hinzufügung von Schlackensand jedoch nur als ein kaum hydraulisch wirkender Zusatz anzusehen; da auch die Eigenschaften dieses neuen Materials zum Teil erheblich von denen des Portland-Zementes abweichen, so scheint die Benennung Eisen-Portland-Zement nicht glücklich gewählt. Im Hinblick auf diese Verhältnisse ist demgemäß — wie schon auf S. 8 erwähnt — für „Portland-Zement“ die nachfolgende Begriffserklärung in neuester Zeit in Vorschlag gebracht worden[2]):

„Portland-Zement ist ein hydraulisches Bindemittel von nicht unter 3,1 spezifischem Gewichte (bezogen auf geglühten Zustand) und mit nicht weniger als 1,7 Gewichtsteilen Kalk auf 1 Gewichtsteil Kieselsäure, Tonerde und Eisenoxyd, hervorgegangen aus einer innigen Mischung der Rohstoffe durch Brennen bis mindestens zur Sinterung und darauffolgender Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit.“

2. Die ersten Anfänge des Eisenbetonbaues.

Die ersten Anfänge[3]) einer Vereinigung von Portland-Zement mit Eisen zu dem Zwecke, die Tragfähigkeit des Zementkörpers zu erhöhen, seinen Aufbau zu vereinfachen, oder seinen Zusammenhalt zu verbessern, finden wir bereits zum Beginne der zweiten Hälfte des vergangenen Jahrhunderts[4]). Mit der im Anschlusse an die Herstellung des ersten Portland-Zementes sich entwickelnden Kunststeinindustrie entstand auch die Notwendigkeit, besondere Formen der künstlichen Steine oder Platten durch in ihrem Innern liegende Drahtgerippe zu stützen. Es kann angenommen werden, daß die Kenntnis einer derartigen Bauweise im Jahre 1855 schon ziemlich verbreitet war, berichtet doch einerseits der Amerikaner Th. Hyatt in einem — allerdings erst 1877

---

[1]) Vgl. hierzu: Protokoll der Verhandlungen des Vereins Deutscher Portland-Zementfabrikanten 1905, 1906 u. 1907, sowie D. B. Z., 1905, Nr. 4, S. 15, und Mitteilungen des Materialprüfungsamtes zu Groß-Lichterfelde 1904, S. 123. — Von seiten der Eisen-Portland-Zementfabrikanten aus werden die Verhältnisse in dem Werke „Die Hochofenschlacke in der Zementindustrie“ (Würzburg 1908. Verlag von A. Struber) von Dr. Passow beleuchtet.

[2]) Vgl. u. a. D. B. Z. 1904, Nr. 6, S. 24. Bisher war es üblich, unter Portland-Zement ein Erzeugnis zu verstehen, „entstanden durch Brennen einer innigen Mischung von Kalk und tonhaltigen Materialien als wesentlichste Bestandteile und zwar bis zur Sinterung und darauffolgender Zerkleinerung bis zur Mehlfeinheit“.

[3]) Vgl. hierzu: B. u. E. 1903, S. 12, 82 und 141.

[4]) Vgl. hierzu auch das englische Patent des Architekten T. E. Tyerman vom Jahre 1854 (Nr. 2310) an improvement in „hoop-iron and such like metal surfaces, used for bonding in buildings and structures“. Schon hier findet sich ein Hinweis darauf, daß das Eisen in der Konstruktion festzulegen und sein Festhalten durch Aufrauhen, Verbiegen, Durchlochen usw. zu verbessern sei. Eine gewisse Art der Bewehrung von Ziegelmauerwerk durch Einfügung von Flacheisen zeigen Bauten des Engländers Brunel bereits um 1834.

in London erschienenen Werke[1]) — über Versuche mit Eisenbetonbalken, welche im Jahre 1855 zur Durchführung gekommen sind, wie andererseits aus dem gleichen Jahre ein erstes hierauf gerichtetes Patent des Franzosen Lambot vorliegt. Der Gedanke der Lambotschen Erfindung bezweckte, das Holz im Schiffbau durch armierte Betonplanken zu ersetzen, welche durch eine, auf ein Eisennetz als Seele aufgelegte Mörtelschicht hergestellt wurden.[2]) Daneben zeigt die Patentschrift auch bereits einen Betonträger mit Eiseneinlagen sowie eine mit vier Rundeisen armierte Säule, Konstruktionen, welche der Erfinder zu jener Zeit bereits nicht für patentfähig hielt; es ist mithin auch der Rückschluß gestattet, daß die Armierung derartiger Bauteile damals schon weiteren Kreisen bekannt war, und Lambot nur eine Sonderanwendung der in Frage stehenden Bauweise sich schützen ließ.[3])



Abb. 1. Das Lambotsche Eisenbetonboot aus dem Jahre 1854.

Es erhellt dies im besonderen auch aus Ausführungen in den Memoiren des französischen Ingeniers François Coignet (Abb. 2), welche 1861, also sechs Jahre eher erschienen, als Monier sein erstes Patent beantragte. Die nachstehend mitgeteilte Stelle aus diesen Erinnerungen möge als Beleg dafür dienen, daß ein großer Teil dessen, was eine spätere Generation neu erschaffen, damals schon erdacht, beschrieben und z. T. auch ausgeführt[4]) war.



Abb. 2. François Coignet.

„Des moyens certains se présentent qui peuvent donner au béton toute garantie de résistance suffisante, ces moyens consistent à introduire dans la pâte du béton même et pendant sa confection une toile métallique au travers des mailles de la quelle le béton pénétrerait. Cette toile métallique, repliée sur elle-même, pour avoir forme de tube, donnerait certainement une prodigieuse résistance à l'arrachement."

[1]) Portland-Cement-Concrete combined with iron. London 1877.

[2]) Es ist damals — obwohl Eisenbeton für den Schiffbau wenig geeignet erscheint — ganz ernstlich die Frage der Herstellung von Schiffen aus diesem Material in Erwägung gezogen worden; es geht dies u. a. daraus hervor, daß sich die Marineverwaltung von Toulon in einem vom 5. November 1858 datierten Gutachten gegen diese Absicht ausspricht. Vgl. B. u. E. 1902, S. 82 und le Béton armé 1902, Nr. 55.

[3]) Noch heute ist, wie le Béton armé vom August 1902 mitteilt, ein damals gefertigter, auf der Pariser Weltausstellung vom Jahre 1854 gezeigter Kahn auf einem Teiche in Miraval — der Besitzung Lambots — im Gebrauche, siehe Abb. 1.

[4]) Über die zahlreichen Ausführungen von Fr. Coignet in armierter Bauweise vgl. B. u. E. 1903. IV. S. 220, sowie die von E. Lacroix im Jahre 1861 in Paris herausgegebenen Memoiren.

Unter diesen Umständen muß es wundernehmen, daß dem Franzosen **Joseph Monier**[1]) (Abb. 3) unter dem 16. Juli 1867 ein Patent und zwar auf die Herstellung mit Eisen armierter Betonkübel erteilt wurde. Dies für die Folgezeit wichtige erste Monierpatent zeigt den, von den beigefügten Abb. 4 und 5 begleiteten Text:


Abb. 3. Joseph Monier.

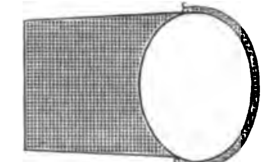
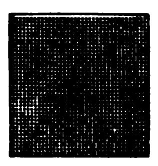
„**Brevet d'Invention**
de quinze année
en date du 16 juillet 1867, Nr. 77165 pour:
Système des caisses-bassins mobiles en fer et ciment, applicables à l'horticulture, par Joseph Monier.

Les caisses et bassins mobiles portatifs sont de toute grandeur, en tout genre, carrés, ronds, ovales, etc.

Elles sont à panneaux ouvrants ou non ouvrants; le système de fabrication est le même.

Pour les établir, **je fais leur forme en barre de fer rond ou carré et fil de fer formant grillage, représenté par les figures et enduits avec du ciment de toute espèce,** Portland, Vassy etc., d'une épaisseur d'un à quatre centimètres selon la grandeur."

Diesem ersten Stammpatente Moniers, welches im besondern in seinem letzten Absatze die gesamten Grundideen der praktischen Eisenbetonausführung enthält, folgten eine Anzahl Zusatzpatente, so 1868[2]) für Röhren und Behälter, 1869 für ebene Platten[3]), 1873 für Brücken[4]), vergl. Abb. 6, 1875 für Treppen[5]) usw.[6]).



Abb. 4 u. 5. Die Zeichnungen des ersten Monier-Patentes.

[1]) Joseph Monier, am 8. November 1823 in Saint-Quentin-la-Poterie geboren, war seinem Berufe nach Handelsgärtner. Wenn er in seinem Stammpatente auch eine nicht unwichtige Neuerung für sein Gewerbe schuf, so fehlte ihm doch, wie an anderer Stelle noch besonders hervorgehoben werden soll, die Erkenntnis von der allgemeinen Wichtigkeit seiner Erfindung für weite Gebiete der baulichen Tätigkeit. Monier starb im Alter von 83 Jahren am 13. März 1906 in Paris, leider ohne die Früchte seiner erfinderischen Tätigkeit geerntet zu haben.

[2]) Die Patentansprüche haben folgenden Wortlaut:

a) Certificat d'addition en date du 4 Juillet 1868.

Le procédé pour faire les tuyaux est le même que celui qu'on emploie pour faire les caisses et les bassins . . . Les tuyaux se font de toute grosseur et de toute longueur. —

b) Certificat d'addition en date du 19 Septembre 1868.

Le procédé pour faire les bassins fixes et mobiles est le même que celui employé pour les bassins portatifs, mobiles, carés ou ronds.

Pour les établir, je fais la forme en fer rond ou carré . . . . . Les bassins se font de toutes grandeurs et de toutes formes, qu'on désire; ils peuvent se placer où l'on veut dans la terre ou hors de terre. —

[3]) Vom 2. September 1869. Die dem Zusatzpatente beigefügten Abbildungen sind auch hier — wie bei den früheren Ansprüchen Moniers — durchaus schematisch gehalten und zeigen wenig technisches Verständnis; der Wortlaut des Patentantrages selbst ist dem in Anm. 2 angegebenen durchaus angepaßt; auch hier heißt es:

Les panneaux se font de toutes formes, de toutes grandeurs et épaisseurs, qu'on désire.

[4]) Der Patentanspruch lautet:

Certificat d'addition en date du 13 Août 1873.

Le système de construction en fer ciment qui fait l'objet de mon invention a été décrit dans mon Brevet principal et dans mes précédents certificats d'addition, comme s'appliquant aux caisses à fleurs,

Wie aus den unten mitgeteilten Patentansprüchen und den diesen beigefügten Abbildungen, im besonderen seiner Brückenzeichnung Abb. 6, ersichtlich ist, dient bei Monier das Eisen in erster Linie der Formgebung, obgleich nicht ausgeschlossen sein soll, daß der Erfinder auch eine Erhöhung der Festigkeit seiner Bauten durch die Eiseneinlagen bezweckte. In welcher Weise aber die Einlage statisch wirkte, an welche Stelle sie zum Zwecke einer Festigkeitsvermehrung zu legen war, das waren Fragen, an die Monier nicht gedacht hat, deren Beantwortung auch außerhalb seines Könnens und Wollens lag. Von älteren, wichtigeren Bauten Moniers, ausgeführt auf Grund seines Stammpatentes und dessen Zusätze seien erwähnt:

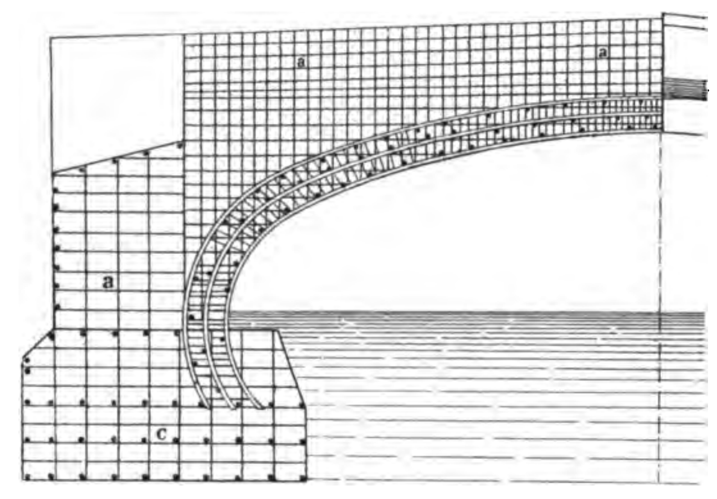


Abb. 6. Die Brückenzeichnung aus Moniers Zusatzpatente vom Jahre 1873.

1868/70 ein Behälter in Fontenaibles mit 25 000 l Fassungsvermögen, ein ähnliches Bauwerk — 1870/73 zu Fontenay-sur-Bois — mit 200 000 l Inhalt, ferner

aux bassins, réservoirs etc. ... Dans le présent certificat d'addition je viens spécifier l'application de ce système à la construction des ponts et passerelles de toutes dimensions. Les ponts établis en fer et cimet offrent un grand avantage comme solidité et économie; ils peuvent en outre être construits pour un sol peu solide, et comme mes piles et les culées se font de la même façon, on peut supprimer les pilonages.

Dans le dessin annexé à ce mémoire additionel j'ai représenté un specimen de l'application de mon système à la construction des ponts et des passerelles (Abb. 6, oben).

Le pont est formé en barres de fer rond ou carré, constituant un grillage qui est ensuite enduit de ciment ou de chaux hydrauliqne. Dans le cas des ponts à grande portée, ou destinés à supporter de fortes charges la carcasse du grillage est composé de trois ou quatre rangs de fers ....
Pour les petits ponts et passerelles le grillage peut être à deux rangs pour former la voûte.

Les coulées de ces ponts et passerelles sont établis selon le même principe, en fer et ciment.

Telles sont les dispositions de ponts et passerelles que je revendique comme annexe à mon Brevet principal avec toute faculté d'appliquer ce système de construction aux ponts et passerelles de toutes formes et dimensions.

[5]) Hier ist — unter dem 26. Juli 1875 — der Anspruch folgendermaßen gefaßt:

Dans le présent certificat d'addition je viens spécifier l'application de mon système à la construction d'escaliers de toutes formes et dimensions pour constructions intérieures ou extérieures.

L'escalier est établi en fer et ciment et offre un grand avantage à tout autre système comme solidité et durée. Il est garanti aussi contre l'incendie, n'ayant dans sa contruction aucune matière inflammable.

[6]) Weniger technisch interessant ist das Zusatzpatent vom 16. März 1875.

Hier heißt es nach einer dem Anspruch vom Jahre 1873 angepaßten Einleitung:

Dans le présent certificat d'addtion, je viens spécifier l'applicatien de ce système à la construction des caisses et cercueils (Särge) mobiles et immobiles de toutes formes ou dimensions applicables à la conservation des corps. Les cercueils établis en fer et en ciment d'après ce système offrent un grand avantage à tout autre système comme solidité et durée. L'air n'y peut pénétrer, une fois bien fermé, de sorte qu'il ne peut s'échapper aucune odeur, ce qui permet de transporter les corps d'un pays à un autre sans aucun danger ....

Der Anspruch des Monierschen Patentes erstreckte sich auf 15 Jahre, reichte also bis 1882.



gleichartige Bauten zu Paris, zu Sèvres-aux-Bruyères (2 000 000 l), zu Alençon (180 000 l), Nogent sur Marne usw.

Im Jahre 1875 wurde die erste nachweislich in Eisen und Beton erbaute Brücke von 16 m Länge und 4 m Breite, dem Fußgängerverkehr dienend, hergestellt, der bald vier weitere Stege und zwar in Verbindung mit dem Bau von Wasserkünsten in Parkanlagen folgten. Bald wandte sich auch die neue Bauweise dem Hochbau zu, hier im besonderen zur Konstruktion feuersicherer Decken führend.

1876 ließ Monier — die Gründe hiervon sind nicht bekannt geworden — sein Patent durch Nichtzahlung der Gebühren verfallen, um jedoch ein Jahr später bereits ein neues, gleichartiges wieder aufzunehmen; wenn auch zunächst nur auf Eisenbahnschwellen sich erstreckend [1]). Zu diesem wurden schließlich — im Jahre 1878 — Monier weitere Zusatzpatente erteilt [2]), welche der Welt als das **eigentliche Monier-Patent** bekannt werden sollten.

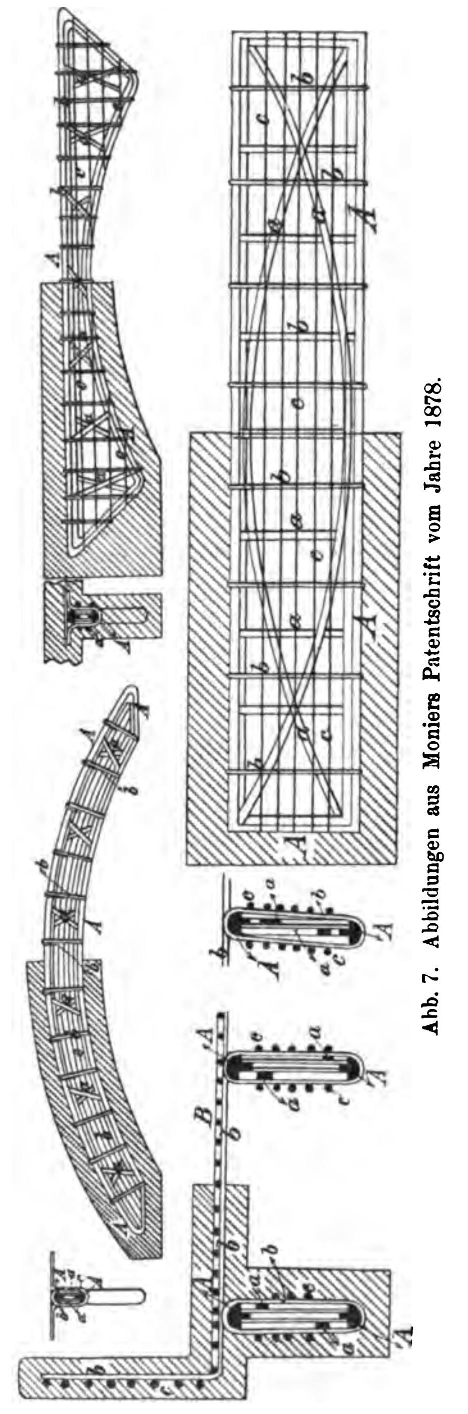


Abb. 7. Abbildungen aus Moniers Patentschrift vom Jahre 1878.

[1]) Das neue Patent ist auf den 3. November 1878 datiert, ging also bis zum Jahre 1892. Es wurde gegeben für: Un système de traverses et supports en ciment et fer applicables aux voies, chemins ferrés et non ferrés.

[2]) Das wichtigste Zusatzpatent trägt das Datum: 14.8.78. Die Begründung lautet, **ganz allgemein** von einer Beton-Eisenkonstruktion, die als Inhalt des Stammpatentes ausgegeben wird, ausgehend und z. T. auf den erloschenen früheren Zusatzpatenten fußend: **Le système de construction en fer et ciment qui fait l'objet de mon invention a été décrit dans mon Brevet principal et dans mes précédents certificats d'addition** comme s'appliquant aux traverses, supports pour voies, chemins ferrés et non ferrés, égouts, acqueducs.

Dans le présent certificat d'addition je viens spécifier l'application de ce système à la construction des poutres, poutrelles pour ponts, passerelles de toutes dimensions. Ces dites poutres et poutrelles sont d'une grande utilité et remplacent la pierre, le bois, le fer et toutes autres matières avec beaucoup d'avantages comme économie, solidité et durée.

Pour les établir j'en fais la carcasse en fers ronds, carrés, de toutes formes et dimensions selon la force que je veux leur donner. Les formes et grandeurs n'ont pas de limites; par ce moyen je puis faire de toutes les formes, grosseurs, grandeurs, largeurs etc. qu'on désire. Une fois la carcasse en fer terminée, je l'enduis de ciment de chaque côté de manière à ce que le fer soit complètement couvert de ciment, ce qui le **préserve de toute oxydation et lui donne une très grande résistance et solidité et une durée illimitée presque indéfinie** . . . .

Zusatzpatent vom 27. Juni 1878. „Dans le présent certificat d'addition je viens spécifier l'application du système à la construction d'égouts et acqueducs de toutes formes et dimensions."

Der weitere Wortlaut ist für den besonderen Fall zugeschnitten, sonst aber mit dem Zusatzpatente vom 14. 8. 1878 übereinstimmend.

Es ist mit Sicherheit anzunehmen, daß bei der Abfassung des letzteren Patentanspruches Monier von anderer Seite beraten wurde; zeigt doch, wie aus Abb. 7 ersichtlich, seine neue Patentschrift einen größeren Reichtum von Anwendungen seiner Bauweise wie früher und diese in Formen dargestellt, wie sie noch heute — wenn auch verbessert — als Konstruktionselemente für den Eisenbetonbau Verwendung finden.

Weitere Zusatzpatente von Monier vom 30. Januar 1880 und 2. Mai 1881 beziehen sich auf die Anordnung ebener und gewölbter Decken der verschiedensten Art.[1])

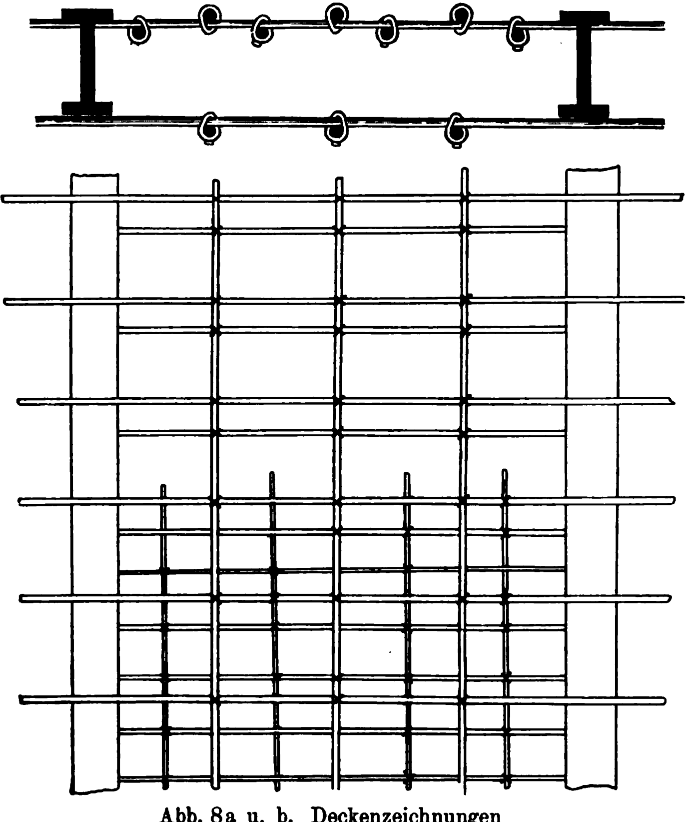


Abb. 8a u. b. Deckenzeichnungen aus der Monierschen Patentschrift vom Jahre 1881.

Das ziemlich allgemein gefaßte Patent vom Jahre 1878 bildete — wenn auch eigentlich nicht zu Recht bestehend — die Grundlage für die Verwertung der Monierschen Erfindung außerhalb von Frankreich, im besonderen in Deutschland, Österreich, England und Belgien durch Verkauf von Einzelpatenten. In welcher Weise sich auf ihnen dort die Entwickelung des Eisenbetonbaus aufbaute, soll an anderer Stelle ausführlich behandelt werden.

In Frankreich selbst vertrat Monier seine Bauweise. Während in der ersten Zeit dem Reservoirbau sein besonderes Interesse zugewendet war, tritt der Bau von Behältern nach 1878 allmählich mehr zurück, einerseits wegen der Schwierigkeit einer notwendigerweise sehr genauen Ausführung, andererseits wegen des demgemäß nicht im Verhältnisse hiermit stehenden Gewinnes. Dafür bevorzugt Monier jetzt den Deckenbau, im besonderen die Herstellung von Eisenbetonplatten und Verbundgewölben.

Es ist bezeichnend, daß, wie auch die Patentzeichnungen aus dem Jahre 1881 erkennen lassen, die Armierung dieser Platten sowohl nahe ihrer Oberfläche als auch an der Unterseite lag und bei sehr starken Platten durch mittlere, gewölbartig geführte Eisen verstärkt wurde — siehe die Abb. 8, 9 und 10 a u. b.

In der Folgezeit verlor sich Monier immer mehr in wenig praktischen, vielfach seiner Zeit vorauseilenden Ideen, die ihn um so weniger förderten, als ihm die Fähigkeit zu wirklich wirtschaftlicher Ausnutzung seiner Erfindung fehlte. So führte ihn z. B. die Erdbebenkatastrophe in den achtziger Jahren an der Riviera zur Erbauung erdbebensicherer Gebäude, ausschließlich aus Beton und Eiseu zusammengefügt, Abb. 11,

[1]) Später nahm Monier noch ein weniger wichtiges Patent auf die Herstellung von Schornsteinaufsätzen.

also zu einer Bauart, die — wenn auch in erheblich vollkommenerer Form — noch heute als die geeignetste gegenüber den Bewegungen der Erdrinde gilt.[1])

Wenn es somit Monier auch nicht gegeben war, den statischen und wirtschaftlichen Wert seiner Erfindung zu schätzen und auszunützen, so gebührt ihm doch der unbestrittene Ruhm, durch eine ungemeine Willensstärke und einen praktischen Blick alle die Vorbedingungen geschaffen zu haben, welche den späteren Siegeszug des Eisenbetonbaus vorbereiteten.

3. Die Grundzüge der Entwickelung des Eisenbetonbaues in Deutschland und Österreich.[2])

Die Entwickelung des Eisenbetons in Deutschland knüpft sich in erster Linie an die Firmen Freytag und Heidschuck in Neustadt a. d. H. und Martenstein und Josseaux in Offenbach a. M., welche im September 1884 gemeinschaftlich von Joseph Monier dessen deutsches Patent erwarben, und zwar erstere Firma für Süddeutschland, letztere für Frankfurt a. M. und dessen weitere Umgebung. Zugleich sicherten sich beide Firmen das Vorkaufsrecht des Patentes für das übrige Deutschland. Im Jahre 1886 traten sie dieses Recht an den am 16. Oktober 1851 zu Erbach geborenen Ingenieur Gustav Adolf Wayss[3]) ab, der seinerseits in Berlin eine Unternehmung für Beton- und Monierbauten gründete.[4])

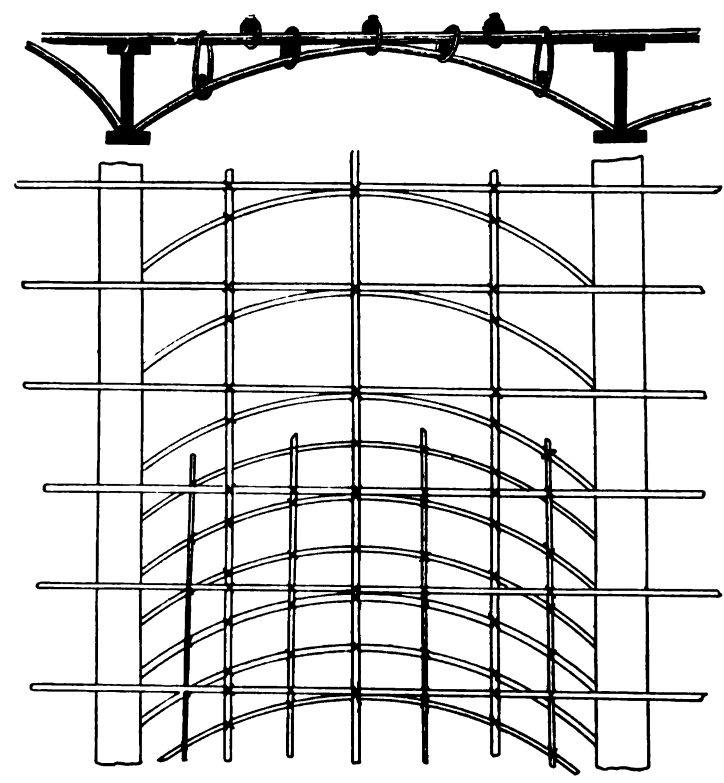


Abb. 9a u. b. Deckenzeichnungen aus der Monierschen Patentschrift vom Jahre 1881.

[1]) Vgl. die Erfahrungen, welche bei dem Erdbeben in St Francisco im Jahre 1905 gemacht wurden; hier hat sich gezeigt, daß solche Gebäude als erdbebensicher — soweit dies überhaupt erreichbar ist — angesehen werden können, welche, in sich vollkommen fest, auf einer durchgehenden Eisenbetonplatte fundiert sind. Genaueres siehe u. a. in B. u. E. 1906.

[2]) Vgl. u a. B. u. E. 1903, S. 141.

[3]) G. A. Wayss, an der Ingenieurabteilung der Technischen Hochschule zu Stuttgart ausgebildet, trat 1872 als Bauführer in den Eisenbahndienst und war als solcher zunächst in seiner Heimat, dann bei schweizerischen Bahnen beschäftigt. Hier lernte er die damals schon in der Schweiz zu einer gewissen Vollkommenheit gelangten Betonbauten kennen, erwarb bei ihnen eine ausreichende Praxis und gründete 1879 mit dem Unternehmer für Zementarbeiten Diß in Frankfurt a. M. die Firma Diß & Wayss, welche jedoch bald durch Austritt des Erstgenannten in „G. A. Wayss" umgewandelt wurde, deren alleiniger Inhaber Wayss war. Später kaufte dann, wie oben weiter ausgeführt wird, Wayss das Patent Monier für Norddeutschland.

[4]) Die Erfindung Moniers ist in Deutschland unter Nr. 14673, Klasse 80 (Ton- und Steinwarenindustrie) vom 22. Dezember 1880 ab patentiert, veröffentlicht am 4. August 1881.

In der Patentschrift heißt es:

Da der neuen Bauweise zuerst ein gewisses Mißtrauen entgegengebracht wurde, so ließ Wayss — gemeinsam mit den beiden vorgenannten Firmen — in größerem Maßstabe und unter Aufwendung erheblicher Mittel Versuchsobjekte herstellen, um durch Probebelastungen den wirtschaftlichen Wert der Anordnung von Eiseneinlagen im Beton zu zeigen. Zu diesen Probebelastungen wurden die Behörden und zahlreiche Interessenten eingeladen; der als Beauftragter des Ministeriums anwesende Regierungsbaumeister Mathias Koenen wies hierbei darauf hin[1]), daß das Eisen in erster Linie zur Aufnahme der Zugspannungen angewendet werden müsse und dem Beton allein nur Druckspannungen zugemutet werden dürften. Die französischen Ingenieure hatten zwar den Gedanken Moniers aufgenommen, waren aber über eine empirische Anwendung nicht hinausgekommen. Die nach Koenens Angaben hergestellten Platten und Gewölbe bewiesen die Richtigkeit seiner Behauptungen, und nachdem Koenen noch allgemeine Grundlagen für die

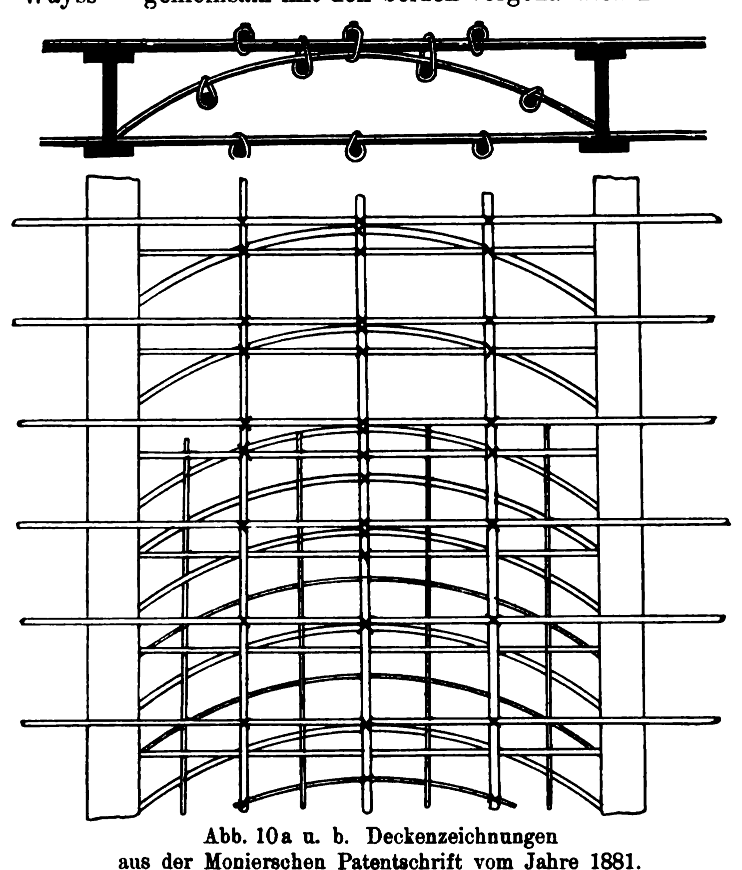


Abb. 10a u. b. Deckenzeichnungen aus der Monierschen Patentschrift vom Jahre 1881.

„Joseph Monier in Paris.

Verfahren zur Herstellung von Gegenständen verschiedener Art aus einer Verbindung von Metallgerippen mit Zement.

Nach diesem Verfahren werden Gefäße aller Art aus mit Zement umgossenen Metallgerippen hergestellt, wodurch größere Haltbarkeit, Ersparnis an Zement und Arbeit bezweckt wird.“

In den beigefügten Abbildungen sind dargestellt:

1. Eine armierte Eisenbahnschwelle eigenartiger Form. Bei dieser Zeichnung ist die sekundäre Armierung der Hauptstäbe sehr bemerkenswert, da sie — ähnlich wie dies heute beim Béton fretté erfolgt — in Form einer durchgehenden Spirale ausgebildet ist;
2. eine Eisenbahnschwelle mit stuhlförmigem Querschnitte;
3. ein Wasser- oder Futtertrog;
4. ein Blumen- usw. Kübel;
5. ein Bottich zur Aufbewahrung von Flüssigkeiten aller Art;
6. ein eiförmiges Kanalprofil;
7. eine gerade Platte.

Der Patentanspruch ist folgendermaßen zusammengefaßt:

Verfahren zur Herstellung von Gegenständen aller Art durch Umgießen eines den Wandungen des Gegenstandes entsprechenden Gerippes aus Eisen mit Zement und insbesondere die Herstellung von Eisenbahnschwellen nach diesem Verfahren.

Ein Jahr vor seinem Erlöschen (also 1894) wurde das Patent vom Reichsgericht zu Leipzig für nichtig erklärt.

[1]) Vgl. Zentralblatt für das Deutsche Baugewerbe 1907 Nr. 10. Aufsatz von Donath.



statischen Berechnungen geschaffen hatte, war dem sogenannten Moniersystem der Weg geebnet. Der Wortlaut der Monierpatente und deren Ausnutzung durch den Erfinder läßt deutlich erkennen, daß Monier das Eisengerippe — vgl. 2 — in allererster Linie als notwendig zur Formgebung betrachtete. Wenn Monier der Erste gewesen ist, der Eisen und Beton in gemeinsamer Konstruktion vereinigte und die Anwendungsmöglichkeit dieser Bauart an vielen Stellen mit Erfolg nachwies, so gebührt Wayss (Abb. 12) der Ruhm, durch eine rege geschäftliche Tätigkeit und mit nicht unbeträchtlichen Opfern die Bauweise in Deutschland eingeführt zu haben. Koenen[1]) hat die Theorie und die verschiedensten Konstruktionen geschaffen und auf seinen Anregungen und seiner Mitwirkung beruht die klassische Broschüre: „Das System Monier in seiner Anwendung auf das gesamte Bauwesen“ (unter Mitwirkung namhafter Architekten und Ingenieure herausgegeben von G. A. Wayss, Ingenieur, Inhaber des Patentes Monier). In dieser Broschüre[2]) sind auch die ausgezeichneten Ergebnisse der



Abb. 11. Gebäude aus Beton und Eisen.

[1]) M. Koenen, der Sohn eines Baumeisters der Rheinprovinz, legte im Jahre 1872 seine erste Staatsprüfung als Bauführer, sieben Jahre später nach einer praktischen Tätigkeit im Eisenbahnwesen (Danzig-Warschauer Eisenbahn) und Wasserbau (Sturmflutbauten der Vorpommerschen Küste) seine Prüfung als Reg.-Baumeister ab. Hieran schloß sich eine fünfjährige, außerordentlich fruchtbare Lehrtätigkeit, insbesondere auf dem Gebiete der Baumechanik für Baumeisterkandidaten und Zivilingenieure; gleichzeitig unterhielt Koenen ein technisches Bureau für schwierige Baukonstruktionen, welches von den verschiedensten Industriellen und Technikern stark in Anspruch genommen wurde, und verfaßte eine größere Anzahl wissenschaftlicher Aufsätze in technischen Zeitschriften — vorwiegend aus dem Gebiete der Statik der Baukonstruktionen. Seine bekannteste Arbeit bildet die erste Theorie der Eisenbetonbauten, die er später in der zurzeit in dritter Auflage erschienenen Broschüre: Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten, Berlin 1906, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, erweiterte (nach B. u. E 1903, V, S. 290).

[2]) Die „Monier-Broschüre“ muß deshalb ein klassisches Werk genannt werden, weil sie als erste Bearbeitung die Anwendungsgebiete des Eisenbetonbaues in umfassender Weise behandelt, die mit dieser Bauweise bisher gemachten Erfahrungen und Versuche bespricht, vor allem aber zum ersten Male eine von Regierungsbaumeister M. Koenen, dem heutigen ersten Direktor der Monier-Gesellschaft in Berlin, ausgearbeitete Theorie der neuen Bauart enthält, vgl. Abschnitt 7. Der Inhalt der Broschüre beschränkt sich auf:

I. Allgemeine Abhandlung über die Monierbauweise. — Geschichtliches. — Die Eigenschaften der Zement-Eisenkonstruktionen. — Die Theorie der Monierkonstruktionen. — Praktische Versuche. — Ableitungen aus der Theorie und den praktischen Versuchen.

II. Darstellung und Beschreibung der einzelnen Monierkonstruktionen und Beispiele aus der



Abb. 12. G. A. Wayss.

Versuche veröffentlicht; sie beziehen sich auf die Belastung von Gewölben verschiedener Armierung, von geraden, freiliegenden Platten, von zusammengesetzten Konstruktionen, Röhren, freitragenden Wänden, Unterstützungen von Treppen usw. Vielfach werden den Probeergebnissen mit der armierten Konstruktion diejenigen eines reinen Betonbaues gegenübergestellt, um einen guten Vergleich, der naturgemäß stets zugunsten des Monierbaues ausfällt, zu ermöglichen.

Gleichzeitig veranlaßte Wayss auch Versuche über das Haften des Eisens und das Rosten dieses im Beton. Die Haftversuche wurden schon damals in der Form ausgeführt, daß ein Eisenstab in den Betonblock eingelegt und nach Erhärtung des letzteren stark belastet wurde. Außer eigenen Arbeiten waren es hier vor allem Versuche von Bauschinger in München, welche über die einschlägigen Fragen Klarheit verschafften und jeden Zweifel an der Gefährdung einer gut ausgeführten Monierkonstruktion durch mangelnde Haftung oder Rosten des Eisens beseitigten. Auch wurde die Dauerhaftigkeit der neuen Bauweise durch Versuche in einwandfreier Weise dargelegt.

Nachdem alsdann weiter auf Anfordern der Baupolizeibehörde vom Regierungsbaumeister M. Koenen[1]) (Abb. 13) die in der Monier-Broschüre auf den Seiten 27 bis 34 mitgeteilte Theorie für die statische Berechnung[2]) aufgestellt worden, wurde der neuen Bauweise, wenn auch erst nach Überwindung mancher Schwierigkeiten, seitens der Berliner Baupolizei die Genehmigung allgemein erteilt und somit der Weg zu allseitiger Zulassung und Anwendung geebnet. Als dann in der Folgezeit die vorgenannte



Abb. 13. M. Koenen.

Praxis. — Hochbaugebiet. Ingenieurbaugebiet. Gewerbliche und landwirtschaftliche Einrichtungen. Anhang. — Vorführung von Bauausführungen.

[1]) Bei der Ausarbeitung der Broschüre war — soweit nicht Koenen als Verfasser der theoretischen Teile und Leiter des Ganzen auftritt — der Regierungsbauführer Salomon beteiligt. Das in 10000 Exemplaren gedruckte Werk wurde an alle Behörden und bekannteren Privattechniker versandt. Die Wayssschen Versuche fanden eine weitere Verbreitung durch die von Rud. Schuster in Wien im Januar 1887 veröffentlichte Broschüre: „Bauten und Konstruktionen aus Zement und Eisen nach dem patentierten System J. Monier" — siehe weiter unten.

[2]) Vgl. hierüber das Genauere in Abschnitt 7.

Monier-Broschüre von Wayss zum allgemeinen Bekanntwerden des Eisenbetonbaues beigetragen hatte und Wayss zudem gegenüber mehrfachen Nichtigkeitsklagen[1]), im be-

[1]) Über diese verschiedensten Streitigkeiten sagt die mehrfach erwähnte Monier-Broschüre S. 2 u. 3: „In Deutschland ist der Einbürgerung der Monierkonstruktionen die Ansicht entgegengetreten, daß Ausführungen dieser Art nicht viel Besseres seien, als einfache Nachahmungsversuche bereits bekannter und in Aufschwung gebrachter Methoden, die doch nur in ganz empirischer Weise sich den Gedanken nutzbar machen, daß Drahteinlagen oder eiserne Stabbänder, wie in den französischen Gipsdecken geeignetere Putzträger sind als Holzlatten oder mit Draht verflochtene Rohrstengel auf sehr veränderlicher und leicht zerstörbarer Holzschalung. Es sollen deshalb Auszüge aus den Sachverständigen-Gutachten des Wirkl. Admiralitätsrates Vogeler (a) und des Professors an der Kgl. Techn. Hochschule zu Berlin Fritz Wolff (b) hier Mitteilung finden, die zugleich in bündiger Weise das Prinzip der Monierschen Konstruktion erläutern:

a) Die Konstruktionen nach Monier setzen sich zusammen aus Eisenstäben von bestimmten, nach ihrer Inanspruchnahme wechselnden Querschnitten und Längen, eingelagert in Zementkörper, deren Dicke bestimmt wird durch die in jedem einzelnen Falle geforderten Widerstandskräfte, nach Maßgabe statischer Berechnungen.

Die Monierdecken bestehen aus geraden oder aus gewölbeartig gebogenen Platten oder aus einer Kombination beider. Sie haben den Zweck, das eigene Gewicht und die aufzunehmenden Nutzlasten frei zu tragen, wobei die eingelagerten Eisenstäbe die Zug- oder Druckspannungen übernehmen und der umhüllende, erhärtete Zement das Ausknicken der belasteten Stäbe verhindert, resp. dieselben zu einem einzigen System verbindet, in welchem keiner der Stäbe sich unabhängig von dem anderen bewegen oder durchbiegen kann.

Der fertige Konstruktionsteil überspannt, auf Endauflagern ruhend, frei eine gewisse lichte Weite und trägt nach Balken- oder Gewölbeart nicht allein sein eigenes Gewicht, sondern außerdem abnorm schwere, fremde Lasten.

Die Monierwände sind ebenfalls freitragende Konstruktionen, deren Zweck klar wird, wenn sie als sehr hohe, aber sehr schlanke Balken gedacht werden, welche an zwei Enden frei aufgelagert sind. Ihre erwiesene große Tragfähigkeit erklärt sich aus den Funktionen, welche in bereits vorhin erläuterter Art die Eisenstäbe und der erhärtete Zement übernehmen.

b) Jedes Element der Decken (oder richtiger gesagt „freitragenden Fußböden") und Wände ist bei der Monierkonstruktion an sich tragfähig. Dieselben setzen sich nämlich aus Elementen zusammen, von denen jedes einzeln einen Träger darstellt, welcher aus Zement und einem in diesen eingebetteten Eisenstab in der Weise gebildet ist, daß die große Druckfestigkeit des Zementes und die vortreffliche Zugfestigkeit des Eisens rationell ausgenutzt werden.

Ein so gebildeter Träger kann geradlinig oder gebogen sein, und kann je nach seiner Lage von oben oder seitlich auf Biegungsfestigkeit (wie ein Balken oder ein Gewölbe) in Anspruch genommen werden. Es kommt nur darauf an, daß der Eisenstab genau die Stelle im Querschnitte des Trägers einnimmt, wo sich Zugspannung bildet. Die Stärke des Eisenstabes hängt von der Größe der zu erwartenden Zugspannung ab. Bei geringen Spannungen genügt ein starker Draht, bei größeren tritt indessen ein Rund- oder Profileisen an dessen Stelle.

Von wesentlicher Bedeutung ist für die Haltbarkeit der so konstruierten Träger die erst von Monier entdeckte bezw. unanfechtbar nachgewiesene, innige, nahezu unlösliche Verbindung, welche die Berührungsflächen von Eisen und Zement eingehen. Also ist auch die Verwendung des Zementes für das Monierverfahren charakteristisch und nicht etwa als willkürlich gewählt zu betrachten.

Werden nun mehrere Monierträger durch quergelegte, schwache Drähte miteinander in einer Horizontalen verbunden, so entsteht eine tragfähige Platte, welche nicht nur sich selbst, sondern auch Nutzlast zu tragen vermag. Die Platte kann eben oder gewölbt sein, je nach der Form der zu ihr vereinigten Träger. Ebenso können mehrere Monierträger in einer Vertikalen kombiniert werden, dann entsteht eine tragfähige Wand".

„Es muß überhaupt hervorgehoben werden, daß durch das Moniersche Verfahren ein ganz neues Prinzip in die Technik eingeführt worden ist, welches vordem niemand gekannt oder angewendet hat.

Gegenüber den sonst patentierten Herstellungsmethoden äußerlich gleich gearteter Bauteile geht das Moniersystem von ganz anderen Grundsätzen aus und gelangt zu ganz anderen Ergebnissen".

Es ist nicht zu verkennen, daß das unter b) aufgeführte Gutachten den Sinn der Verbundbauweise in durchaus richtiger Weise wiedergibt, während bei Gutachten a) die statische Mitwirkung des Betons nicht in der genügenden Stärke betont sein dürfte.



Abb. 14. Rudolf Schuster.

sonderen gegenüber der Rabitzbauweise, die Patentfähigkeit seiner Konstruktionen behauptet hatte, verbreitete sich diese in ungeahnter Weise; die Aufträge mehrten sich in rascher Reihenfolge und Wayss konnte den Lohn für seine jahrelangen Bemühungen ernten.

Der Inhaber des Monierpatentes in Österreich war Rudolf Schuster (Abb. 14) zu Wien, welcher durch die unten wiedergegebene interessante Vereinbarung mit Monier vom 23. Oktober 1880 [1]) die

[1]) Die von Herrn R. Schuster in zuvorkommendster Weise dem Herausgeber dieses Handbuches zur Verfügung gestellte Urkunde hat den folgenden Wortlaut:

Entre les soussignés

Mr. Monier, cimentier rocailleur demeurant Rue de la Pompe No. 191 à Paris — d'une part

et Mr. Rudolf Schuster, demeurant à Vienne (Autriche) d'autre part

il a été arrêté et convenu ce qui suit:

À la date du 19. II. 1879. Mr. Monier a pris en Autriche-Hongrie un Brevet pour un système de construction en ciment et fer, applicable à tous genres d'industrie, Brevet qui lui a été délivré le 30. avril 1879. Pour l'exploitation de ce Brevet Mr. Monier s'est mis en rapport avec Mr. Schuster, qui accepte aux conditions suivantes:

1. Mr. Monier, titulaire propriétaire du Brevet, concède à Mr. Schuster l'exploitation du dit Brevet pour toute sa durée, dans toute l'étendue de l'Autriche et de la Hongrie.

Mr. Monier fournira tous les modèles nécessaires pour faire connaître l'invention, dont il s'agit, et il en payera le transport de Paris à Vienne; il enverra des ouvriers en Autriche-Hongrie pour initier à la confection des objets de sa fabrication les ouvriers du pays. S'il y a lieu de faire une exposition soit dans un local, maison ou jardin pour y faire voir les spécimens, la location et les frais de cet emplacement seront payés par Mr. Monier, ainsi que les prospectus et circulaires.

De son côté Mr. Schuster s'emploira en entier à la réussite de cette exploitation, il y consacrera son temps, conduira les ouvriers, tiendra les comptes.

2. Les bénéfices nets qui résulteront de l'exploitation du dit Brevet seront partagés par moitié entre Mr. Monier et Mr. Schuster.

3. Si dans le délai de 6 mois après la signature du présent traité, les bénéfices nets realisés n'atteignent par la somme de mille francs, Mr. Monier, aura le droit de récilier ce traité.

Il en sera de même si dans la première année ou dans chacune des années suivantes les bénéfices n'atteignent par deux mille francs.

4. Les annuités du Brevet seront acquittées par Mr. Monier. Les poursuites en contrefaçon, s'il y a lieu, seront dirigées aux frais de ce dernier.

5. Un inventaire détaillé des travaux exécutés et en cours sera adressé par Mr. Schuster à Mr. Monier à la fin de chaque sémestre.

6. Si la situation l'exige, les parties pourront d'un commun accord s'adjoindre une tierce personne qui travaillera de concert avec eux pour l'exploitation du Brevet; dans ce cas, les bénéfices nets seront partagés pas tiers.

7. Les clauses du présent acte seront applicables entre les hériteurs et ayants-droit des parties contractantes. —

Wie aus den obigen Darlegungen ersichtlich, datiert das österreichische, von Monier genommene Patent vom 19. Februar 1879 (Antrag) bezw. dem Erteilungstage 30. April 1879. Es ist bezeichnet als: „Konstruktionen aus Eisen und Zement für Schwellen, Kanäle, Brücken, Treppen und andere ähnliche Artikel.“ und enthält in den beigefügten 24 Einzelzeichnungen eine Darstellung aller möglichen Anwendungsformen der Monier-Bauweise.

Der Patentanspruch lautet:

Ich beanspruche demnach als meine Erfindung:



Berechtigung erwarb, die neue Bauweise für die gesamte Dauer des Patentes unbeschränkt in Österreich und Ungarn anzuwenden. Im Januar 1887 gab Schuster bereits eine kleine Schrift heraus, welche sich mit der Monier-Bauweise beschäftigt und vor allem die Ergebnisse der Wayss-Koenenschen Berliner Versuche vom Jahre 1886 wiedergibt; daneben wird einiger neuerer Ausführungen von Schuster[1]), sowie älterer französischer Bauten von Monier gedacht.

Von Schuster kaufte Wayss das österreichische Patent, in Wien eine weitere Firma unter seinem Namen begründend, deren Direktor Schuster wurde. Kurze Zeit darauf wandelte Wayss seine Berliner Firma in die Kommanditgesellschaft G. A. Wayss & Co. um. Im Jahre 1890 bildete sich aus dieser die heutige Aktiengesellschaft für Beton- und Monierbau, deren alleiniger Direktor Wayss noch zwei Jahre hindurch blieb, um alsdann durch den schon mehrfach genannten Regierungsbaumeister Koenen, der noch heute an der Spitze dieser bekannten Gesellschaft steht, ersetzt zu werden.

Koenen hatte schon seit Jahren sämtliche Berechnungen und Konstruktionsunterlagen der Firma G. A. Wayss & Co. — z. T. auch für die österreichische Tochtergründung[2]) — geliefert. Als in diesem Sinne von ihm geschaffene, geschichtlich besonders bemerkenswerte Bauten seien genannt:

a) Der bereits 1888 auf dem Grundstücke der Portland-Zementfabrik Stern in Stettin ausgeführte Monierbogen mit 1 m Breite, 40 m Weite und einem Pfeilverhältnisse von 1 : 10.

b) Die Aufsehen erregende Ausstellungsbrücke zu Bremen vom Jahre 1890; sie hatte bei 40 m Spannweite 4 m Pfeilhöhe, 0,25 m Stärke im Scheitel und 0,32 m Stärke am Kämpfer.

c) Die Brücke über die Wakenitz bei Lübeck vom Jahre 1891. Diese zeigt als Eiseneinlagen nach der Wölblinie gebogene I-Träger (Norm.-Prof. Nr. 24), wie sie der späteren Melan-Ausführung entsprechen.

d) Eine größere Anzahl gewölbter Dachbauten in Verbundbauweise aus den vorgenannten Jahren, bis zu 28 m Spannweite, desgl. verschiedene schwer belastete und weit gespannte Kuppeln, große Behälter mit sehr geringen Wandstärken usw. usw.

Nicht lange nach seinem Austritte aus der Leitung der Moniergesellschaft vereinigte sich Wayss (1892) mit dem Inhaber der süddeutschen Moniervertretung Freytag und Heidschuck, Freytag, zu der Firma: Wayss & Freytag zu Neustadt a. d. H., welche heute als Aktiengesellschaft ein hohes Ansehen genießt und im besonderen in dem letzten Jahrzehnte unter ihrem technischen Leiter E. Mörsch — jetzt Professor in Zürich — in uneigennützigster Weise zur wissenschaftlichen Erforschung des Eisenbetonbaues hervorragendes beigetragen hat (vgl. Abschnitt 7).

---

1. „Das oben beschriebene Konstruktionssystem, bestehend in der Herstellung eines eisernen Gerippes, welches die Form und die Dimensionen der zu erzeugenden Gegenstände hat und in der Ausfüllung dieses Gerippes mit Zement.

2. Die Fabrikation der oben beschriebenen und dargestellten Gegenstände nach meiner Methode mit Eisengerippe und Zement."

[1]) Hier kommen insbesondere in Frage Belastungsversuche des Probestollens für die Wiener-Neustädter Tiefquellen-Wasserleitung, vgl. S. 20f. des Heftes: Bauten und Konstruktionen aus Zement und Eisen nach dem patentierten System J. Monier. General-Unternehmer für Österreich-Ungarn Rud. Schuster . . . .

[2]) So erstreckte sich z. B. die — vorwiegend gutachtliche — Mitwirkung von Koenen auf das in Eisenbeton ausgeführte Versuchsgewölbe der Südbahn bei Matzleindorf, auf die Herstellung der großen Verbundgewölbe auf dem Wiener Viehhofe, in den Triester Lagerhäusern usw.



Ferner kaufte Wayss mit dem Leiter des österreichischen Geschäftes zusammen die Wiener Zweigniederlassung, hier die Firma G. A. Wayss & Co.-Wien gründend, deren Mitinhaber — bis 1905 — Rudolf Schuster wurde. Unter ihm hat der Verbundbau sich den ihm zukommenden Ehrenplatz auch in Österreich-Ungarn erworben.

Die in damaliger Zeit errichteten Eisenbetonbauten beschränkten sich fast ausschließlich auf die Anwendung des reinen Monierbaues in Form einfacher Platten, von Gewölben (die ersten von Koenen erbauten Brücken dieser Art — bis 40 m Spannweite — entstanden in Deutschland, wie oben erwähnt, 1888, in Österreich 1890)[1]), von Bogendächern, Treppen mit ihren Unterstützungen, von Zwischenwänden, Kellersohlen, von Hochbehältern, Gasbehältern, Rohr- sowie Kanalbauten und ähnlichen Ausführungen. Die Einlagen waren meist einfach, ihre vollkommene Ausnutzung noch nicht erreicht, die Form der Armierung noch wenig entwickelt. Balkenträger finden sich nur mit geringer Spannweite und in einfachster Ausgestaltung für Tür- und Fensterstürze, Rippenbalken sind unbekannt, Säulen aus Eisenbeton nur selten zu finden.

Eine zeitige Anwendung bezw. Beachtung fand die Monierbauweise auch im Festungsbau in Deutschland[2]) und Österreich.[3])

---

[1]) Es ist dies eine massive Brücke im Bezirke der k. k. priv. Südbahn, in der Station Mödling, mit 3 Moniergewölben von je 9,0 m Lichtweite und 1,11 m Pfeilhöhe. Die Ausführung der Brücke lag in den Händen der Wiener Filiale der Berliner Moniergesellschaft; sie schloß sich an eine Probeausführung an, welche im Jahre 1889 von dem Ingenieur der Südbahngesellschaft Ferdinand Holzer geplant und am Frachtenbahnhofe in Matzleindorf erbaut worden war, vgl. Anm. 2 auf S. 23 sowie Wochenschr. des österr. Ingen.- und Arch.-Vereins 1891 Nr. 13. In dieser, einen Vortrag von Holzer wiedergebenden Bearbeitung ist über diesen geschichtlich bemerkenswerten Versuchsbau das Folgende mitgeteilt:

„Der in einer Breite von 4 m angelegte Versuchsbogen besaß bei einer Lichtweite von 10 m eine Stichhöhe von 1,0 m, 15 cm Scheitel- und 20 cm Kämpferstärke. Derselbe wurde am 10. Dez. 1889 sowie am 16. und 17. Mai 1890 einer Reihe von Belastungsproben unterworfen . . . Ich möchte nur hervorheben, daß die Zerstörung des Gewölbes, durch das bei der einseitigen Belastung von rund 10000 kg/qm eingetretene Abschieben der Widerlager verursacht wurde, und daß der Bogen, als die Entlastung vorgenommen wurde, trotz des in der Nähe des Scheitels eingetretenen Risses sich daselbst wieder um 5 cm hob, und daß er noch anstandslos die permanente Last von 1500 kg/qm trug. Es dürfte ferner erwähnenswert sein, daß gelegentlich des nach einjährigem Bestande erfolgten Abtragens des Versuchsbogens die hierbei z. T. bloßgelegten Eisenstäbe sich als vollkommen blank und rostfrei erwiesen."

Allgemein wird in diesem Vortrage am Schlusse erwähnt, daß (1891) in Österreich schon ziemlich zahlreiche Anwendungen des Systems Monier vorlagen; als solche sind namentlich aufgeführt: Im Gebiete des Hochbaues die Werndlsche Waffenfabrik in Steyr, die Lagerhausbauten in Triest, Schlachthofbauten in St. Marx, der Bau der k. k. Hof- und Staatsdruckerei in Wien, im Gebiete des Brückenbaues eine Straßenbrücke in Steyr, Bahnüberfahrtsbrücken bei der ungarischen Nord-Ostbahn und einige Straßenbrücken in Ungarn, schließlich Moniergewölbe zur Stützung der Bahnsteige beim Personentunnel in der Station St. Pölten.

[2]) Vgl. hierzu die Broschüre: Das System Monier in seiner Anwendung auf das Kriegsbauwesen von Kretzschmer, Major a. D. des Kgl. Preußischen Ingenieurkorps, Separatabdruck aus den Mitteilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens. Wien 1889, Verlag des Techn. und Administrat. Militär-Comité. In dieser Bearbeitung wird auf die Vorzüge der Monierbauweise hingewiesen, welche diese im Festungsbau zur Folge haben dürfte und zwar zur Konstruktion bombensicherer Gewölbe, sowie für Unterstände, Magazine, Fußgängerpoternen, Munitionsgelasse, Abdeckungen aller Art usw. Hierbei ist namentlich auf die große Elastizität der Verbundbauweise Rücksicht genommen, welche durch den Stoß einer Explosion wohl deformiert aber nicht zerstört werden dürfte, besonders alsdann nicht, wenn der Bau vollkommen von einem, den Stoß verteilenden Sandbette umgeben ist. Auch ist in der Abhandlung auf praktische Versuche mit Monierbauten (S. 3) und der guten Bewährung gegenüber den Einwirkungen von Geschossen hingewiesen. Hierbei wird mitgeteilt, daß ein im Jahre 1888 erprobtes, von Koenen angegebenes Moniergewölbe mit Bogengitterträger-Einlagen (also annähernd wie bei den Melanbauten) armiert worden sei.

Eine Verfolgung der Entwickelung des Eisenbetonbaues im einzelnen im Rahmen des Festungsbaues ist bei der Geheimhaltung der hierselbst ausgeführten Bauten nicht angängig; es möge aber hervorgehoben



Es dürfte unbestritten sein, daß durch die Tätigkeit von Wayss, Koenen und Schuster die Eisenbeton-Bauweise eine weite Verbreitung gefunden und eine allgemeine Anerkennung sich erworben hat, so daß eine große Anzahl von Unternehmungen, sowohl in Deutschland, als auch in Österreich-Ungarn, auf den Fundamenten auf- und weiterbauen konnten, die jene Pioniere der Technik gelegt hatten. Es trat dies im besonderen ein, als das Monier-Patent erlosch, bezw. in Deutschland (1894) für rechtlich ungültig erklärt wurde, und die durch Hennebique und anderer Konstrukteure Erfindungen verbesserte Bauweise immer mehr und mehr Allgemeingut der Technik wurde.

Namentlich entwickelte sich in Deutschland und Österreich in den letzten Jahrzehnten der **Brückenbau** selbständig, dank der vorbildlichen Bauten von Koenen und der Erfindungen von Melan, Moeller, Visintini und anderen, daneben — vor allem wiederum durch Koenen gefördert — der **Bau von geraden und von voutenförmigen Decken** verschiedenster Art und Ausführung.

Melan[1]) — damals Professor an der Technischen Hochschule zu Brünn, jetzt zu Prag — nahm 1892 ein Patent auf die nach ihm benannten (Decken und) Brücken, bei denen das Eisen, in Form einzelner Eisenrippen vereinigt, nur an wenigen Stellen des Bauwerkes lag, zwischen sich eine Ausfüllung mit Beton erfordernd. Die Melansche Bauweise fand durch Vermittelung der Firma Pittel & Brausewetter zunächst in Österreich bei Zwischendecken in Fabriken, Lagerhäusern u. s. f., sowie für Dachbauten eine ausgebreitete Anwendung; dagegen hat die Zahl der nach diesem Systeme hergestellten Brücken in Österreich erst mit den letzten Jahren erheblicher zugenommen, im besonderen auch im Hinblicke auf die hervorragend guten Erfahrungen, welche man mit Melan-Brücken in Nordamerika gemacht hat. Die daselbst von v. Emperger begründete Melan Arch. Constr. Co. hat heute dort schon mehrere hundert wohlgelungener Brücken in allen Größen und von erheblichen Spannweiten (bis fast 40 m) erbaut.[2])

Heute hat dieses System fast in allen Ländern Eingang gefunden, im besonderen in der Schweiz, in Italien, in Rußland und in Spanien.[3]) In Italien befindet sich auch

---

werden, daß gegen die Anwendung des Verbundbaues sich hier auch Bedenken erhoben; vgl. z. B. die Ausführungen von Oberst z. D. Waelki in den „Neuen militärischen Blättern“ vom 22. 4. 1905 (Nr. 16, Band 66). Hier wird auf die nachteiligen Folgen verwiesen, welche der Eisenbeton durch Erschütterungen erleidet, da die Einlagen die mit der Sprengwirkung (Explosionen) verbundenen treibenden Kräfte allzugut weiter leiten.

[2]) Vgl.: „Die Zement-Eisenconstructionen des Systems Monier“, von Victor Petrin, k. k. Hauptmann des Geniestabes; Separatabdruck aus den „Mittheilungen über Gegenstände des Artillerie- und Geniewesens“, Wien 1889. — Verlag des Techn. und Administr. Militär-Comités. In dieser Abhandlung ist der damaligen Anwendung der Verbundbauweise im Hoch- und Tiefbau gedacht; auch wird neben den grundlegenden Versuchen die von Koenen 1886 im Zentralblatte der Bauverwaltung gegebene Berechnung wiedergegeben.

[1]) Joseph Melan, 1853 in Wien geboren, wendete sich nach Beendigung seines Studiums und kurzer praktischer Tätigkeit bald der akademischen Laufbahn zu, war erst bis 1902 ord. Prof. des Brückenbaues in Brünn und wirkt seitdem in gleicher Eigenschaft in Prag.

[2]) Vgl. an anderer Stelle — unter 5 — die betr. Entwickelung in Nordamerika.

[3]) Vgl. hierzu: Société des Ingénieurs civils de France, Bulletin vom März 1907: Le Béton armé en Espagne par M. J. E. Ribera. In dieser Abhandlung wird der hervorragend schnellen Entwickelung und der heutigen Stellung des Verbundbaues in Spanien gedacht, in erster Linie ein Werk Riberas selbst. Von seinen Bauten sind, als besonders bemerkenswert, behandelt: die Brücke zu Golbardo bei Santander aus dem Jahre 1902 mit 30 m Spannweite nach Melanschem Systeme, ferner die ähnliche Maria-Christinabrücke zu St. Sebastian, 20 m breit und drei, je 24 m weit gespannte Bögen zeigend, weiter die Eisenbahnbrücke zu Victoria mit einer Spannung von 8,70 m, endlich die in Verbundbau auf mehr als 1000 m Länge hergestellte Wasserleitung von Rihabona nach Monzon.

Überhaupt sind seit dem Jahre 1897 in Spanien an Verbundbauten hergestellt worden: 39 Behälter und Leitungen, 66 Brücken und Aquädukte, 90 größere Gebäude.



die zurzeit größte Melanbrücke, eine Straßenbrücke über den Tagliamento bei Pinzano mit drei Öffnungen von je 52 m Weite. — Möllersche[1]) Brücken sind seit 1893 — vornehmlich in Deutschland — in größerer Zahl ausgeführt. In ihrer konstruktiven Anordnung stellen sie sich als Plattenbalken mit nach unten durchhängenden Rippen dar. Die weitest gespannten Ausführungen aus den letzten Jahren sind die Ockerbrücke zu Braunschweig mit 23 m, die Elsterbrücke zu Plauen im Vogtlande mit 24 m, und eine Fußgängerbrücke über die Weißeritz zu Dresden mit 26 m Weite.

Das System Visintini, den letzten Jahren angehörend, erscheint als Nachahmung des eisernen Parallelfachwerkes in Form eines armierten Betonträgers. Zahlreiche Ausführungen von Brücken in Deutschland[1]) und Österreich-Ungarn (daneben auch in Dänemark und Nordamerika) bis zu 22 m Spannweite (Zschopautalbrücke bei Merzdorf in Sachsen), desgleichen vielfache Anwendung zu Unterzügen und Deckenausbildungen im Hochbau, sprechen für die Güte des Systems. Schließlich sei des von der Firma Luipold & Schneider in Stuttgart und Wayss & Co. in Wien vertretenen Systems Vierendeel gedacht, welches als Hauptträger in Viereckform durchbrochene Betoneisenbalken verwendet; hier verdienen aus den letzten Jahren besondere Erwähnung: die Straßenbrücken bei Kemmelbach in Oberösterreich, 27 m, zu Freudenstadt in Württemberg 17 m weit gespannt, endlich die Eisenbahnbrücke über den Wildwasserkanal zu Heidenheim a. Brenz mit 11,65 m Lichtweite.

Neben diesen Sondersystemen finden sich heute in beiden Ländern eine sehr erhebliche Anzahl hervorragender Bogen- und Balkenbrücken in Verbundkonstruktion, erstere bis zu 70 m Spannweite (Isarbrücke zu Grünwald) und meist mit monolithischem Gewölbe erbaut, letztere bald nach Form des Hennebiqueschen Plattenbalkens, bald unter Verwendung von besonderen rechteckigen Eisenbetonträgern und zwischen ihnen liegender Fahrbahn nach Art der Eisenbrücken konstruiert; auch hier ist eine Lichtweite von beinahe 30 m erreicht. Allein die Aktiengesellschaft für Beton- und Monierbau hat in den letzten zehn Jahren mehr als 500 Eisenbetonbrücken, darunter auch Eisenbahnbrücken für die schwersten Beanspruchungen, erbaut.

Bemerkenswert in geschichtlicher Beziehung scheint schließlich noch der Anteil Deutschlands an der Ausgestaltung der Gründungsarbeiten mit Hilfe von Eisenbetonpfählen; wenn auch die Anfänge derartiger Ausführungen auf Konstruktionen der Franzosen[2]) zurückzuführen sind, so ist doch gerade auf diesem Gebiete, im besonderen dank den Bemühungen der Firma Züblin & Co. zu Straßburg im Elsaß, Deutschland in den letzten Jahren führend hervorgetreten.

Jedenfalls haben Österreich-Ungarn und Deutschland ihre Stellung, welche sie in der Technik einnehmen, auch in derem Sondergebiete, dem Eisenbetonbau, sich zu wahren gewußt; neben Frankreich und Nordamerika gehören sie zu den bedeutungsvollsten Förderern und Mehrern der Verbundkonstruktion.

Inwieweit beide Länder in noch höherem Maße auf die Entwickelung der Theorie einerseits, auf die Erforschung der Materialeigenschaften andererseits eingewirkt haben, soll an anderer Stelle besprochen werden.

4. Die Grundzüge der Entwickelung des Eisenbetonbaues in Frankreich, in den Niederlanden und in der Schweiz.

Während der Eisenbeton, auf den späteren Monier-Patenten fußend, bereits gegen Ende der 80er und zu Anfang der 90er Jahre des letzten Jahrhunderts in

[1]) M. Möller ist Professor des Wasserbaues an der Technischen Hochschule zu Braunschweig.
[2]) Vgl. die diesbezüglichen Ausführungen unter 4.



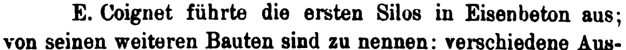
Deutschland und Österreich recht erhebliche Fortschritte machte, fand er in seinem Ursprungslande — Frankreich — zunächst keine besonders bemerkenswerte Förderung. Wenn sich auch hier eine Anzahl von Sondersystemen, so von E. Coignet[1]), Cottançin, Bordenave[2]), Bonna[3]) usw. ausbildeten, so fanden dieselben doch keine umfassende Anwendung und so mancher gute Erfindungs- und Konstruktionsgedanke blieb von der Allgemeinheit der Technik wenig beachtet. Erst die hervorragenden und genialen Bauausführungen von **François Hennebique**[4]) (Abb. 15) ver-



Abb. 15. François Hennebique.

---

[1]) M. Edmund Coignet, ein Sohn des auf S. 12 bereits erwähnten François Coignet, trat gegen Anfang der 90er Jahre als Unternehmer für Eisenbetonbauten in Paris auf, führte hierselbst sowie außerhalb verschiedene Bauten auf und reichte 1894 in Verbindung mit N. de Tedesco einen Bericht über die statische Berechnung der Eisenbetonbauten (Le calcul des ouvrages en ciment avec ossature métallique) an die Société des Ingénieurs Civils de France ein. Diese Abhandlung gehört zu den wichtigeren geschichtlichen Grundlagen der theoretischen Erkenntnis, vgl. u. a. B. u. E. 1903, S. 220.



E. Coignet führte die ersten Silos in Eisenbeton aus; von seinen weiteren Bauten sind zu nennen: verschiedene Ausstellungspaläste sowie das Wasserschloß auf der 1900er Pariser Weltausstellung, ferner die Banque spéciale des Valeurs Industrielles zu Paris usf. Auch soll er zuerst auf den Gedanken gekommen sein, Pfähle in Eisenbeton herzustellen. Hierüber sagt die vorerwähnte Mitteilung in B. u. E.: „Enfin pour terminer cette biographie, nous devons ajouter que M. Ed. Coignet a été le premier entrepreneur qui ait songé au ciment armé pour les pilots. Il a été suivi dans cette voie par d'autres constructeurs, qui n'ont pas toujours réussi, et se rendant compte des raisons d'insuccès, il a construit tout dernièrement pour la Société de Bruxelles Maritime une douzaine de pilots d'essaie qui ont donné d'excellents résultats.

(N. de Tedesco, ein Schüler Hennebiques und bei dessen Bauausführungen zuerst beschäftigt, übernahm 1896 die Leitung der Zeitschrift „Le Ciment", herausgegeben vom Verein der französischen Portland-Zement-Fabriken; vgl. B. u. E. 1904, S. 191.)

[2]) Bordenave, geboren 1845, gestorben 1905, hat sich besonders um die Ausgestaltung von Eisenbetonrohren und Kanalprofilen verdient gemacht. Zur Armierung dieser verwendete er I-förmige Sonderprofile aus Stahl; vgl. B. u. E. 1905, III, S. 71.

[3]) Bonna trat als Ingenieur in der Hauptentwickelungsperiode des Eisenbetons in Frankreich auf, also von 1892 bis 1898. Wenn er auch im besonderen die Durchbildung und Ausführung von Druckrohrleitungen als Sondergebiet pflegte, so führte er doch auch andere Hoch- und Ingenieursbauwerke aus; von letzteren seien namentlich Brücken in Bogenform erwähnt; vgl. B. u. E. 1903, Heft IV, S. 221. Seine Bauten zeichnen sich — ähnlich wie diejenigen Melans — durch Einlagen von im Verhältnisse zum Querschnitte beachtenswerten Walzprofilen aus, die in Berücksichtigung der Montage so bemessen werden, daß sie für sich allein stabil sind.

[4]) François Hennebique, 1843 zu Neville-St. Vast geboren, war zuerst Steinmetz, dann Bauunternehmer; als solcher wurde er 1884 von der Société internationale de construction de Braine-le-Comte beauftragt, das Gebäude der spanischen Kolonialausstellung zu Madrid zu entwerfen und auszuführen, sowie im Anschlusse hieran eine Anzahl größerer Eisenbauten herzustellen. Durch diese zum Teil sehr schwierige Praxis, sowie sich anschließende hervorragende Leistungen in Belgien zu einem bedeutenden Ingenieur geworden, übernahm er, nach Frankreich zurückgekehrt, die Ausführung staatlicher Bauten, bei denen er — wenn auch zunächst nur an untergeordneten Stellen — Eisenbeton zur Anwendung brachte, bis sich bei ihm im Hinblicke auf die hiermit gemachten guten Erfahrungen, der Entschluß befestigte, der neuen Bauweise eine beherrschende Stellung zu verschaffen und — im besonderen mit Rücksicht auf Feuersicherheit — die Bauten vollkommen monolithisch durchzubilden. Die 1900er Pariser Weltausstellung brachte ihm die Erfüllung dieser Pläne in einem über alles Erwarten großartigem Maße.

schafften in Frankreich dem Eisenbeton die ihm zukommende Stellung und wiesen diesem Lande in kurzer Zeitspanne wiederum einen ganz hervorragenden Anteil bei der weiteren Ausgestaltung der neuen Bauweise zu.

Der Hauptgedanke der Hennebiqueschen Erfindung ist das vollkommen Monolithische seiner Ausführungen, ersonnen zunächst mit Rücksicht auf die Feuersicherheit der Bauwerke, hierin die eisernen Träger und Säulen durch massive Eisenbetonkonstruktionen ersetzend.

Wenn auch der Gedanke, Träger in armierter Bauweise herzustellen, nicht neu ist, da die Zeichnungen der 1878er Monier-Patente, desgleichen die Monier-Broschüre (1887) solche Träger aufweisen, ferner die Firma Wayss & Co. zu Wien derartige Konstruktionen schon frühzeitig (1890) bei Fensterstürzen usw. verwendet hatte, schließlich Coignet[1] fast gleichzeitig wie Hennebique (1892) ein Patent auf die Herstellung betoneiserner Balken nahm, so liegt doch das große und unbestrittene Verdienst Hennebiques in der wirtschaftlich und statisch hervorragenden Gesamtanordnung seiner Bauten, im besonderen in der innigen Verbindung der Platten mit den Balken, in der Erfindung des Rippenbalkens, dann aber weiter in der Einzelausbildung seiner Bauteile. Es liegt auf der Hand, daß die Hennebiquesche Bauart nicht von Anfang an in der Vollkommenheit auftrat, welche sie heute zeigt, daß aus Erfahrung, praktischem Konstruktionsgefühle und theoretischer Überlegung heraus erst im Laufe der Zeit — wenn auch einer verhältnismäßig kurzen Spanne — sich die jetzige vollkommene Bauart entwickeln konnte; so zeigen die ersten Bauten, welche Hennebique im Norden Frankreichs sowie in Belgien errichtete, vielfach Flacheisen, z. T. mit Nieten versehen — als Einlagen, sowie Bügel in Form von durch diese hindurchgeführten Rundeisen oder über sie hinweg gebogenen Flacheisen; erst später zeigt sich die Anordnung von senkrechten Flacheisenbügeln (1892), sowie das Abbiegen eines Teils der im Untergurte liegenden Eisen nach oben (1893). In den Abb. 16a und b sind zwei, in letzterem Sinne geschichtlich bemerkenswerte Ausführungseinzelheiten dargestellt: Abb. 16a entlehnt den Wiederherstellungsbauten von Decken und Säulen in der Zuckerraffinerie von Gebrüder Bernard in Lilles von 1893, Abb. 16b die vollkommene Durchführung der gebogenen Einlagen aus dem Jahre 1894 zeigend. — Von nicht geringerer Bedeutung waren die Hennebiqueschen Bügel; wenn auch in neuester Zeit durch die bahnbrechenden Untersuchungen von Professor Mörsch-Zürich nachgewiesen worden ist, daß sie sich an der Übertragung der Schubspannungen nur in untergeordneter Weise beteiligten, so sei doch ihre große konstruktive Wichtigkeit als Verbindungsglieder zwischen dem Ober- und Untergurte der Balken wie zwischen den Einlagen von Pfeilern, Säulen, Wänden und Pfählen hervorgehoben. Dies zeigen u. a. auch Arbeiten von v. Emperger-Wien, welche die grundlegende Wichtigkeit der Bügel im Verbundbau beweisen.

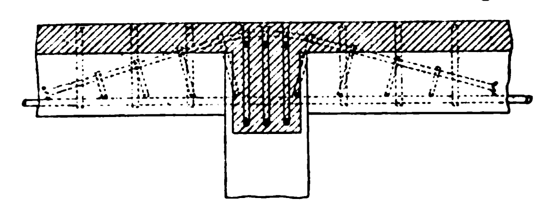


Abb. 16a. Hennebiquesche Ausführung aus dem Jahre 1893.

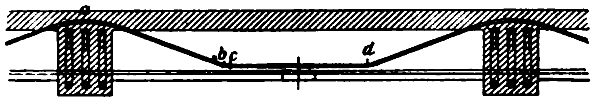


Abb. 16b. Hennebiquesche Ausführung aus dem Jahre 1894.

[1]) Die Eisenbetonbalken von Coignet zeigen in beiden Gurten Rundeiseneinlagen, welche durchgehend durch Flacheisen verbunden sind; diese, zwischen den Einlagen liegend und mit ihnen durch Draht gebündelt, sind in Form einer Zickzacklinie in senkrechten Ebenen geführt.

Die Eigenart der Hennebiqueschen Erfindung kann dadurch nicht beeinträchtigt werden, daß schon Monier zwischen den Haupteisennetzen an den Außenflächen seiner Platten und Träger senkrecht liegende Drahtverbindungen einfügte, und Wayss und Freytag sowie Koenen bei kontinuierlich durchgehenden Platten ihre Eiseneinlagen entsprechend den Vorzeichen der Momente und der Lage der Zugzone über den Stützen nahe der Plattenoberseite anordneten, sowie Rippenbalken mit I-Träger-Zuggurt schon seit 1892 vielfach ausführten; liegt doch bei der Hennebiqueschen Anordnung eine besondere Rücksichtnahme einerseits auf die Gleichartigkeit der ganzen Konstruktion, andererseits auf die Schubspannungen und die Verstärkung der Balkenquerschnitte ihnen gegenüber vor[1]).

Es kann nicht geleugnet werden, daß erst durch die mustergültigen Bauausführungen Hennebiques die Vorzüge der **Monolithät** der Eisenbetonbauten der Allgemeinheit vor Augen geführt wurden und zugleich die Vielseitigkeit seiner ebenso sinnreichen wie praktischen Ausführungen auf allen Sondergebieten des Hoch- und Ingenieurbaues der heute allgemeinen Anwendung des Verbundes — auch in anderen Ländern — die Wege geebnet hat; so beginnt denn mit Hennebiques Tätigkeit, welche durch seine geniale Mitarbeit an der 1900er Pariser Weltausstellung vor ein internationales Forum trat, eine neue Zeit für den Eisenbetonbau.

Von besonderen Konstruktionen Hennebiques seien noch genannt seine Rammpfähle[2]) und Spundbohlen aus Eisenbeton, welche im besonderen in Deutschland weiter entwickelt, heute eines der eigenartigsten und wertvollsten Anwendungsgebiete des Verbundes darstellen und die Möglichkeit geben, auch sehr tief liegende Fundamente mit ihrem Überbau in monolithischer Weise zu verbinden; zudem gestattet ihre Unangreifbarkeit im Vergleiche zu eisernen und hölzernen Pfählen eine Verwendung unter jeglichen baulichen Verhältnissen, namentlich im Seebau sowie allgemein unter Wasser, im Wechsel von Wasser und Luft, endlich im Trockenen.

Schließlich sei hervorgehoben, daß Hennebique auch die Fähigkeit besaß, seine von ihm als gut erprobten Ausführungen durch Vergebung von Lizenzen an geeignete und bewährte Ingenieure in anderen Ländern, im besondern in Belgien, Italien und der Schweiz, einzuführen; in seinem Heimatlande hingegen vertritt er, an der Spitze eines großen Baugeschäftes stehend, sein System selbst.

Von Hennebiques Bauten, welche sich — wie vorerwähnt — auf fast alle Gebiete des Bauwesens erstrecken, seien als besonders wichtig, namentlich in geschichtlicher Beziehung, genannt: Die Mühlenbauten zu Nantes und Brest, durch kühne Auskragungen bemerkenswert, eine Anzahl von Spinnereien im Norden und Osten von Frankreich, die Speicher zu Genua, die Silobauten zu Straßburg, die Mole zu Woolstone, Dockbauten in Southampton, der Kanal am Simplontunnel, eine große Anzahl von Brücken, unter ihnen, hervorragend durch die Schönheit ihrer Formen und die Weite ihrer Öffnungen (2 zu 40 und 1 zu 50 m), die Brücke über die Vienne zu Châtellerault, ferner das ägyptische Museum in Kairo, das Kaufhaus „Bon Marché“ in Paris, viele auf dem Grundsatze

[1]) Es muß allerdings bemerkt werden, daß dieser Meinung das französische Gericht nicht war, welches am 4. März 1903 das Hennebiquesche Patent vom 8. August 1892 und seinen Zusatz vom Jahre 1893 für ungültig erklärte und zwar auf Grund des Monier-Patentes vom Jahre 1878. „Quelque soit à cet égard le mérite de ces ingénieurs, on doit reconnaître que le mérite essentiel, tout le mérite de l'invention reviennent à l'ingenieur français Monier. Vgl. hierzu die Verhandlungen in „La Loi“, „Journal du Soir Judicaire Quotidien“ vom 20./21. März 1903.

[2]) Es soll hier nicht auf die z. Z. noch nicht entschiedene Frage eingegangen werden, ob Hennebique tatsächlich der Erfinder der Eisenbeton-Rammpfähle gewesen ist; als solcher wird neben ihm E. Coignet genannt, vgl. die Anm. 1 auf S. 27.



der Plattenbalken beruhenden Ufer- und Kaimauern, z. T. mit weit herausragenden Ladebühnen und i. d. R. durch Eisenbetonpfähle fundiert, ein Teil der Paläste der 1900er Pariser Weltausstellung u. s. f.

In ähnlicher Weise wie in Frankreich vollzog sich die Entwickelung des Eisenbetonbaus in Belgien und Holland sowie in der Schweiz. Hier ist der maßgebende Einfluß unverkennbar, welchen die Bauten Hennebiques ausübten.

Für die Niederlande — namentlich Belgien — gab die Weltausstellung zu Antwerpen vom Jahre 1879 den ersten Anstoß zur Einführung des Eisenbetonbaus, und zwar durch die von Monier bewirkte Vorführung seiner Erzeugnisse und Bauten. Jedoch beschränkten sich auch hier — ähnlich wie in Frankreich — die Ausführungen durch fast zwei Jahrzehnte vorwiegend auf Rohre, Kanalprofile und Behälter der verschiedensten Bauart und zu den mannigfaltigsten Zwecken. In Belgien stellte die Firma Picha zu Gent derartige Gebrauchsgegenstände fabrikmäßig her. Eine Verwendung des Eisenbetons im Bau selbst fand hier erst von 1892 an statt, nachdem Hennebique — und zwar einige Monate eher als in Frankreich — ein Patent auf seine Trägerform erhalten und den technisch-wissenschaftlich gebildeten Kreisen von Lüttich erfolgreiche Versuche mit seinen Verbundträgern vorgeführt hatte. Als erste Folgeerscheinungen sind die 1894 in Eisenbetonbau erfolgte Vergrößerung der Gendarmeriekaserne in Seraing sowie die weitgehende Verwendung des Verbundes beim Bau des Justizpalastes zu Verviers 1896 zu nennen, Ausführungen des Architekten Remonchamps zu Lüttich. Daneben schufen auch die Vertretung Hennebiques[1]) sowie das Haus Coignet in Paris[2]), die Firma Wayss & Freytag aus Neustadt a. d. H. und andere eine Anzahl bedeutsamer Eisenbetonbauten, die als wohlgelungene Vorbilder die heute allgemeine Anwendung des Verbundbaues in Belgien in die Wege leiteten.

Neben ihnen war es der Ingenieur Paul Christophe[3]), welcher eine weitere Verbreitung des Eisenbetons sowie die Kenntnis der Eigenschaften dieses und der wichtigeren Ausführungen — auch über die Grenzen Belgiens hinaus — durch sein in mehrere Sprachen übertragenes Werk: „Le béton armé et ses applications" förderte. Als Teilnehmer des belgischen Staates an einer im Jahre 1899 von Hennebique nach Paris einberufenen „Eisenbeton-Konferenz" führte Christophe zum ersten Male der Allgemeinheit der Technik in den Annales des travaux publics de Belgique (Jahrgang 1899) den gewaltigen Aufschwung vor Augen, welchen der Verbundbau in den letzten Jahren genommen und legte alle die Erfahrungen dar, welche mit dem neuen Material bisher gewonnen waren. Aus diesem Berichte entwickelte sich in der Folgezeit sein vorerwähntes Werk, das erste größere seiner Zeit.

In ähnlichen Bahnen wie in Belgien vollzog sich die Entwickelung in dem Nachbarstaate Holland. Da hierselbst kein Patentschutz vorhanden, gründete die Genter vorgenannte Monier-Vertretung — die Firma Picha — 1888 eine Zweigniederlassung in der Provinz Seeland, unweit der holländischen Grenze, und zwar im besonderen zu dem durch örtliche Verhältnisse bedingten Zwecke des Zisternenbaues in der seeländischen, an gutem Trinkwasser armen Ebene. Im Anschlusse hieran erfolgte

---

[1]) Hier sind besonders zu nennen: Lagerspeicher zu Antwerpen und Brüssel, der Anbau des Senatspalais zu Brüssel, der sehr bedeutende Viadukt von Merxem mit 44 m weiten Öffnungen auf der Strecke nach Antwerpen usw.

[2]) Als hervorragende Bauausführung sei auf die große Kuppel des Antwerper Bahnhofs hingewiesen.

[3]) Christophe, 1870 zu Verviers geboren, wurde seit 1892 als Beamter bei der belgischen Brücken- und Straßenbauverwaltung beschäftigt und 1898 zum Vizesekretär des Zentralausschusses für öffentliche Arbeiten in Brüssel ernannt.

1890 die Gründung einer Fabrik in Amsterdam, welche heute als die „Amsterdamsche Fabriek van Zement-Ijzer-Werke“ sich eines hervorragenden Rufes erfreut und seit 1895 unter der technischen Leitung des Ingenieurs L. A. Sanders[1]) steht. Sanders zählt heute zu den fruchtbarsten Forschern auf dem Gebiete des Eisenbetonbaus, dessen Eigenschaften und Verhalten er durch größere Versuchsreihen mit der Praxis entsprechend großen Balken — also nicht durch Laboratoriumsversuche — zu ergründen bestrebt war. Seine Erfahrungen legte er in einer ersten Arbeit — 1898 — in der holländischen Zeitschrift „Der Ingenieur“ nieder, ein Versuch, die statische Berechnung genau auf dem v. Bach-Schüleschen Gesetze aufzubauen, um alsdann mit Berücksichtigung seiner Versuchsergebnisse auf einen praktisch verwendbaren Näherungsweg zu gelangen; auch erschienen seine Untersuchungen in Buchform unter dem Titel: Het cement ijzer in Theorie en Praktyk (1898). Von seinen Ausführungen sind besonders bemerkenswert die ebenen Deckenplatten bis 8,5 m Spannweite und ohne Verstärkungsrippen im Gebäude der Postsparkasse zu Amsterdam. Hervorhebenswert erscheint, daß Sanders bei allen seinen Ausführungen fette Betonmischungen verwendete, da ihm auf dem Versuchswege bekannt geworden, daß sich die Dichtheit des Verbundes sowie die Haftung und die Rostsicherheit des Eisens mit der Güte der Mischung vergrößern.

Auf die Versuchsausführungen von Sanders im einzelnen und ihre Würdigung als z. T. grundlegende Arbeiten wird an anderer Stelle dieses Werkes eingegangen werden.

Gleich wie für Belgien, wurde auch in der Folgezeit für Holland die Einwirkung der Hennebiqueschen Bauten von maßgebender Bedeutung; im besonderen nahm auch hier der Eisenbetonbau unter der Einwirkung der 1900er Pariser Weltausstellung einen hohen Aufschwung.

Als eine unmittelbare Folgeerscheinung dieser Ausstellung ist die 1900 erfolgte Einsetzung eines staatlichen, aus drei Ingenieuren des Departements der Wasserstraßen gebildeten[2]) Ausschusses anzusehen, welcher die Frage zu erörtern hatte, ob der Eisenbeton als ein Baumaterial allgemeinerer Bedeutung für die Zukunft empfohlen werden könne; hierbei kam man zu der Überzeugung, „daß bei der Ausführung öffentlicher Bauten die Anwendung armierten Betons im allgemeinen den Vorzug gegenüber Holz, Stein und Eisen verdient“.

1902 wurde die „Hollandsche Maatschappy tot het uitvoeren van werken in gewapend beton“ unter der Leitung des Ingenieurs van Hemert gegründet[3]), die — gleich den Amsterdamer Zementeisen-Werken — durch eine große Reihe wohlgelungener Ausführungen auf allen Gebieten des öffentlichen Bauwesens dem Verbundbau in Holland eine hochbedeutsame Stellung zuwies. 1906 wurde eine staatliche Kommission eingesetzt, um Bestimmungen für die Berechnung und Ausführung von Eisenbetonbauten in Holland auszuarbeiten.

In der **Schweiz** wirkte — und zwar in Lausanne — seit 1892 ein Mitarbeiter Hennebiques, der Ingenieur S. de Mollins[4]), der hier als erster — 1893 — größere Ver-

[1]) L. A. Sanders — ein Holländer — wurde am 31. August 1867 zu Rotterdam geboren, er war zunächst im Kolonialdienst als Ingenieur praktisch tätig, um dann die obengenannte, verantwortungsvolle Stellung zu übernehmen.

[2]) Dem Ausschusse gehörten an: H. van Oord, H. F. Beyermann, C. W. van Panhuys.

[3]) Als eine der ersten Ausführungen sei der mehr als 2 km lange Eisenbahnviadukt bei Rotterdam mit Öffnungen bis zu 25 m Weite genannt.

[4]) De Mollins, geboren am 1. Nov. 1845 zu Paris, war in der ersten Zeit der Hennebiqueschen Bauausführungen in Nordfrankreich (bis 1892) dessen Mitarbeiter und übernahm alsdann die Generalvertretung Hennebiques in der Schweiz.

suchsreihen mit Hennebiqueschen Baukonstruktionen durchführte und diesen hierdurch allgemeine Anerkennung errang. Neben einer nicht geringen Reihe von Fabrikanlagen und kleineren Brückenbauten seien von größeren, in der Folgezeit für die Schweiz vorbildlichen Ausführungen de Mollins' genannt: das Hotel des Postes, die Kantonalbank, der Neubau der Universität in Lausanne, hervorragende Bauten in Bern und anderen Städten des Landes, der Kanal von Evilard unweit von Biel, der Simplontunnel-Kanal usw. Die weitere Entwickelung in neuester Zeit ist der in den vorgenannten Ländern durchaus entsprechend; sie wurde nicht unerheblich gefördert durch die theoretischen Arbeiten von Professor Ritter, die praktischen Untersuchungen von Professor Schüle in Zürich, und gekrönt durch die in gleicher Weise genialen wie kühnen Brückenbauten der jüngsten Zeit.

5. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwickelung des Eisenbetonbaues in den Vereinigten Staaten von Nordamerika und in England.[1])

Wenn sich die amerikanischen Ingenieure in den 80er Jahren des vergangenen Jahrhunderts zunächst schwer zur Einführung und Anwendung des Eisenbetonbaues verstanden haben, so dürfte dies seinen Grund zum Teil haben in der hohen Entwickelung der amerikanischen Stahlerzeugung und der allgemeinen, vom besten Erfolge gekrönten Verwendung dieses Materials im gesamten Bauwesen; zum andern dürfte dies aber auch durch die damals noch kleine und wenig leistungsfähige Portland-Zementindustrie der Vereinigten Staaten bedingt gewesen sein.

Einzelne, wenige Anwendungsgebiete der Vereinigung von Beton und Eisen waren allerdings in jener Zeit schon seit längerem bekannt und eingeführt, so im besonderen die Fundierung stark belasteter Pfeiler und Mauern durch Roste von eisernen Trägern in Beton gebettet, daneben die Einlage von Eisenprofilen bei Festungsbauten zur Stützung und zum Zusammenhalt großer Mauermassen, schließlich — wenn auch noch spärlich zu finden — die Vereinigung beider Baustoffe bei ebenen Deckenkonstruktionen und Dachbauten. In letzterem Sinne erscheint im besonderen eine Bauausführung von W. E. Ward zu Chester (N.Y.) — bereits aus dem Jahre 1875 — bemerkenswert, bei der alle Träger sowie das Dach aus armiertem Beton hergestellt waren.

Eine der frühesten und fruchtbarsten Anregungen zur Anwendung des Verbundbaues in den Vereinigten Staaten gab Thaddaeus Hyatt[2]) und zwar unter besonderer Betonung der Feuersicherheit der Konstruktion. Einerseits wirkte Hyatt vorbildlich durch eine größere Anzahl von feuersicheren Bauausführungen, deren Einrichtung vorwiegend in die Jahre 1876 bis 1887 fällt, andererseits legte er seine Erfahrungen und die Ergebnisse einer Anzahl mit Verbundkonstruktionen ausgeführter Versuche in einem 1877 erschienenen Werke nieder. Dieses mit dem Titel: „An account of some experiments with Portland-Cement-Concrete combined with iron, as a building material with reference to economy of metal in construction and for security against fire in the making of roofs, floors and walking surfaces" hat fraglos zur Verbreitung der neuen Bauweise nicht unerheblich beigetragen. In welch weitschauender Weise Hyatt das Verhältnis beider zur Verbundkonstruktion vereinigter Materialien zu beurteilen verstand, zeigt die Bemerkung in seinem Werke: „In combining concrete with iron for building purposes the two metals may be regarded as practically homogeneous".

---

[1]) Vgl. hierzu u. a. B. u. E. 1903, V, S. 298 (Hyatt), 1904, V, S. 259 (Thacher), 1905, II, S. 25 (England), 1905, II, S. 29, IV, S. 77 (Amerika) und 1906, I, S. 1 (Ransome).

[2]) Vgl. Thaddaeus Hyatt, an American pioneer of concrete and steel. B. u. E. 1903, II, S. 289.



Ein weiterer Anstoß zur Anwendung des Eisenbetons in größerem Stile ging zu Beginn der 90er Jahre von dem Ingenieur Ransome[1]), damals in Chicago wirkend, aus. Unabhängig von den französischen Erfindern konstruierte Ransome etwa zu gleicher Zeit mit Hennebique und Coignet um 1890 Eisenbetonbalken, und zwar gleich Hennebique in Rippenform. Als Einlagen benutzte er meist im kalten Zustande gedrehte Quadrateisen, deren hohe Haftung im Beton er durch größere Versuchsreihen nachwies, welche zugleich die hohe Tragfähigkeit seiner Bauten erkennen ließen. Bereits 1892 führte Ransome derartige Einlagen bei Tiefbauten in Chicago in der baulichen Praxis ein. Am 28. März 1893 nahm er ein Patent auf seine Eisenbetonbalken, am 6. November desselben Jahres ein solches auch auf die Form seiner Eiseneinlagen. Im Jahre 1894 veröffentlichte er seine Arbeiten in einer zusammenhängenden Broschüre, hierbei bereits in die Lage versetzt, zwei wichtige Anwendungen seines Systems, das sich als ein Vorläufer der heutigen monolithischen Bauweise darstellt, der Öffentlichkeit zu zeigen: das Museumsgebäude der Leland Standford-Universität zu Palo Alto in Kalifornien (hierbei den Eisenbeton schon zu Decken von 13,41 m Stützweite verwendend) und die ausgedehnten Bauten der Pacific-Borax-Gesellschaft.

1895 siedelte Ransome nach Newyork über, um sich hier im besonderen der Erbauung großer Industrieanlagen der verschiedensten Art in Eisenbeton zuzuwenden.[2])

Die Anwendung des Eisenbetons im Brückenbau der Vereinigten Staaten ist unmittelbar auf einen Vortrag zurückzuführen, welchen der Herausgeber dieses Werkes, der damalige Ingenieur, jetziger K. K. Baurat Dr. Ing. F. v. Emperger, am 4. April 1894 vor der Amerikanischen Gesellschaft der Zivilingenieure über: The development and recent improvement of concrete-steel-highway-bridges[3]) hielt, hierin im besonderen auf den Bau von Melanbrücken hinweisend. Auf welch fruchtbaren Boden diese Anregung gefallen, zeigt sich in dem gewaltigen Aufschwunge, welchen in den Folgejahren der Bau von Brücken in Eisenbeton nahm. Während bis 1894 kein nennenswertes Brückenbauwerk in Verbundkonstruktion in Nordamerika zu finden war, haben heute die Vereinigten Staaten auf diesem Sondergebiete alle anderen Länder bei weitem überflügelt; im besonderen ist dies dem tatkräftigen Eintreten v. Empergers selbst zu danken, der 1894 die Melan Arch. Constr. Company gründete und selbst eine größere Anzahl hervorragender Brückenbauten ausführte, oder auf deren Ausgestaltung maßgebenden Einfluß ausübte. Als die ersten seiner Ausführungen aus den Jahren 1894 bis 1896 seien genannt: Eine Straßenbrücke zu Iowa, die Edenparkbrücke zu Cincinnati und die Brücke zu Stockbridge-Mass.[4]) In gleicher Weise wie v. Emperger im Osten

[1]) Ransome, 1844 zu Ipswich in England (als Sohn des Erfinders des Zementdrehofens und anderer Verbesserungen auf dem Gebiete der Zementherstellung) geboren, trat zunächst in die Kunststeinfabrik des Vaters ein, folgte 1870 einem Rufe als Leiter der Concrete-Steel Co. nach San Francisco, und gründete 1886 mit T. M. Smith die Firma Ransome & Smith. Von hier ab beginnt seine obenstehend erläuterte Tätigkeit auf dem Gebiete des Eisenbetonbaues.

[2]) U. a. trat Ransome auch nach von ihm angegebenen Grundsätzen für den Bau von hohen Schornsteinen in Eisenbeton ein. Das größte Bauwerk in dieser Art, mit hohlen, in radialer und senkrechter Richtung durch Rippen versteiften Wandungen, dürfte der von Ransome für die „Pacific electr. Eisenb." in Los Angeles, Kalif. im Jahre 1902 erbaute Schornstein sein, der sich bei einem inneren unteren Durchmesser von 3,35 m 53 m über seinem Fundamente erhebt.

[3]) Vgl. u. a. Transact. Am. S. C. E. XXXI, S. 438.

[4]) Die bekannteren und wichtigeren der hierher gehörenden Brückenbauten sind in dem Vortrage aufgezählt, welchen Edwin Thacher auf dem Ingenieurkongresse zu St. Louis im Jahre 1904 hielt. Vgl. u. a. B. u. E. 1905, II, S. 29. Aus der großen Anzahl der dort genannten Brücken seien hier außer den obigen noch erwähnt: die Brücke über den Kansas zu Topeka, die dreiarmige Brücke über den Zusammenfluß des Muskingum und Licking in Jamesville (Ohio), der Viadukt von Utica, die Brücken

wirkte Edwin Thacher[1]) im Westen der Vereinigten Staaten, hier als Vertreter der vorgenannten Baugesellschaft den Bau der Melanbrücken, später ähnlicher Konstruktionen eines eigenen Patentes fördernd[2]). Auch ist Thacher der Erfinder eines besonders geformten, nach ihm benannten Knoteneisens, welches ohne erhebliche Veränderung des Querschnittes durch einen besonderen Walzprozeß mit Erhöhungen und Verbreiterungen versehen wird, um ein besseres Festsitzen in dem umgebenden Beton zu erreichen.

Heute hat in Nordamerika der Eisenbeton sich eine beherrschende Stellung erworben, vielleicht zu einem nicht geringen Teile auch auf den günstigen Erfahrungen und vorbildlichen Anwendungen in Deutschland fußend[3]); kaum gibt es jetzt in den Vereinigten Staaten ein Gebiet des Hoch- oder Ingenieurbaues, in das der Verbundbau nicht siegreich eingedrungen, auf dem er seine Überlegenheit gegen manche älteren Bauweisen nicht bewiesen hätte. Im besonderen verdient hier neben den oben bereits genannten Gebieten seine Anwendung im Wasserbau, seine Benutzung zu Wehr- und Schleusenanlagen, zu Sperrmauern, zu Buhnen, Uferdeckwerken usw., daneben zum Bau gewaltiger Siloanlagen und Behälter für Kohlen, Getreide, Zement u. s. f. besondere Beachtung.

Hand in Hand mit diesem Vorherrschen des Eisenbetons ist auch die Entwickelung der nordamerikanischen Zementindustrie (Roman- und Portland-Zement) gegangen; während diese im Jahre 1883 nur 4700000 Faß lieferte, war ihre Leistung zehn Jahre später schon auf 27000000 Faß gewachsen; während die Anzahl der Portland-Zementfabriken 1890 nur 16 betrug, sind heute mehr als 70 vorhanden, so daß sich zur Zeit die Vereinigten Staaten in ihrem Bedarf an Portland-Zement vom Auslande fast vollkommen unabhängig gemacht haben.

In einem sehr erheblich geringeren Grade hat bisher der Eisenbetonbau in **England** Fuß zu fassen vermocht. Dieses Land, in dem die Wiege der Portland-Zementindustrie stand, in dem auch die neuzeitige Eisen- und Stahlindustrie ihren Ursprung nahmen und große Erfolge erzielten, hat bisher verhältnismäßig wenig getan, der neuen Bauweise die ihr gebührende Stellung einzuräumen. Was bisher in England geschaffen worden ist, und zum Teil sind es recht bedeutende Bauten, ist vorwiegend auf den Einfluß ausländischer Firmen und ihrer englischen Vertretungen zurückzuführen. Im besonderen ist es das Haus Hennebique in Paris, welches durch seinen Vertreter L. G. Monchel, unterstützt durch den großen Erfolg des Eisenbetonbaues auf der 1900er Pariser Weltausstellung, in England eine Anzahl größerer Mühlenanlagen,

---

über die Stromschnellen des Niagara unterhalb des Falles, die Brücke über die Pettow Bay in New-York, schließlich die größte Ausführung ihrer Art in den Vereinigten Staaten — die Brücke im Branch-Brook-Park in Newark (N. Y.) mit 40,2 m Spannweite.

[1]) Edwin Thacher, geboren am 12. Okt. 1840 zu de Kalb in St. Lawrenze County, N. Y., war zunächst bei amerikanischen Eisenbahngesellschaften tätig und gründete 1894 selbst ein Baugeschäft; hier beschäftigte er sich vorwiegend mit dem Eisenbeton, um 1899 als Mitglied in die „Concrete-Steel Engineering Co. of New-York" einzutreten; heute nimmt Thacher eine führende Stelle im Eisenbetonbau der Vereinigten Staaten ein.

[2]) Zu nennen sind hier u. a. zwei in den Jahren 1900—1901 auf der Insel Portorico von Thacher erbaute Brücken, in der Militärstraße von San Juan nach Ponce liegend. Genaueres siehe in Christophe: Der Eisenbetonbau und seine Anwendung im Bauwesen, Berlin 1905, Verlag der Tonindustrie-Zeitung, S. 189 unter Nr. 284.

[3]) Vgl. hierzu: Concrete and reinforced concrete construction by Homer A Reid, New-York, The Myron and Clark Publishing Co. 1907, S. 6. „Gradually this form of construction came into popular favor throughout the German Empire and it may truthfully be said that to the Germans is largely due the successfull development of reinforced concrete."



Warenhäuser, Dock-, Werft- und Molenbauten, Kaimauern usw. ausgeführt hat. Daneben haben sich namentlich im Bau feuersicherer Decken die Systeme Koenen (Deutschland), Siegwart (Schweiz), Visintini (Österreich) in größerem oder geringerem Maße eingebürgert. Obwohl einerseits alle diese Eisenbetonausführungen durch Jahre hindurch bewährt, die Überzeugung von der Güte der neuen Bauart allgemein hätten verbreiten können, andererseits auch die englische Firma: New Expanded Metal Company durch schon vor 1890 angestellte umfangreiche Versuche[1]), desgleichen die Northern Architectural Association zu Newcastle die Überlegenheit der Verbundkonstruktion namentlich gegenüber dem reinen Betonbau nachgewiesen, so kann heute noch immer nicht von einer allgemeineren Anwendung des Eisenbetonbaues in England gesprochen werden; noch heute besteht hier — weniger allerdings unter den Architekten, mehr unter den Ingenieuren — ein gewisser Argwohn[2]) gegen die neue Bauweise. Es sei aber auch hervorgehoben, daß einer Einbürgerung derselben außerdem noch eine Anzahl baupolizeilicher einengender Bestimmungen entgegenstehen, welche im besonderen die Mindeststärken der einzelnen Bauteile genau bestimmen und somit dem Eisenbeton einen Wettbewerb im wirtschaftlichen Sinne erschweren, wenn nicht überhaupt verbieten. Da jedoch hierin in nächster Zeit Wandel geschaffen werden soll, so steht auch eine gedeihliche Entwickelung des Eisenbetonbaues in Zukunft zu erwarten. Das Interesse an dieser Bauweise in neuester Zeit in England belebt zu haben, ist das besondere Verdienst von Charles F. Marsh, welcher in seinem Werke „Reinforced Concrete[3])“ der theoretischen und praktischen Seite des Eisenbetonbaues gerecht wird; es kann als ein Zeichen des für letzteren erwachten Interesses gedeutet werden, daß dies Marshsche Werk innerhalb von sechs Monaten eine zweite Auflage erleben durfte.[4])

---

[1]) Ausgeführt von Fowler & J. B. Baker.

[2]) Vgl. hierzu die Ausführungen von B. u. E. 1905, Heft II, S. 26.

„Civil engineers appear to distrust the lightness of construction, advocated as one among the many advantages offered by concrete-steel, and they are inclined to doubt the permanency of structures, built by its aid.

While the professional societies of the Continent and the United States of America are doing much to obtain further data with the object of establishing a more satisfactory theory for the guidance of designers, the Institution of Civil Engineers in England has done nothing in the way of research, and only two papers on concrete-steel have been discussed at its meetings during the past seven years, one of these in fact being merely a student's contribution.“

In ähnlicher Weise spricht sich Marsh in der 2. Auflage seines Werkes aus:

„It is unfortunate that engineers and architects in England are so conservative, one might almost say prejudiced in their ideas, that many of them will not use thus form of constructive even though their Continental and American „confrères“ have proved to them so clearly its usefulness and economy, and above all its safety; having shown that it may be employed with perfect confidence and that by its use cheaper, lighter and more durable structures may be erected than those built employing the old methode .... Before reinforced concrete can come into general use, it will be necessary to amend our building laws and Local-Government-Board regulations, in order that structures of this material can be constructed with economy. Under the present Metropolitan-Building-Act it is impossible to construct with reinforced concrete so as to obtain the economy, which this class of material allows. The provincial bye-laws militate in a like manner against the use of this form of construction and until they are altered the employment of reinforced concrete must be limited to those structures, which fall outside the jurisdiction of the several authorities.“

[3]) Herausgegeben 1905 von Archibald Constable & Co. Ltd. London, mit 512 Abbildungen und 530 Seiten Text.

[4]) Vgl. auch: Characteristics of the chief-systems of reinforced concrete applied to building in Great-Britain in „Constructional and Engineering“ vom 1. Januar 1908. S. 427—444.

6. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwickelung des Eisenbetonbaues in den nordischen Ländern, im besondern in Dänemark und Rußland.[1])

Dänemark besitzt zwar keine Eisen-, dahingegen eine hochentwickelte Zementindustrie und erscheint somit — auch mit Rücksicht auf die großen Ablagerungen guten Bausandes — ein besonders geeigneter Boden für einen Wettbewerb des Eisenbetonbaus mit der reinen Eisenkonstruktion.

Nach Dänemark gelangte die Verbundbauweise von Deutschland aus und zwar durch Gründung einer Zweigniederlassung der Berliner Monier-Gesellschaft im Jahre 1891 zu Kopenhagen; zehn Jahre später wurde hier zu gleichen Zwecken die Firma Schöller & Rothe gegründet, welche in der Folgezeit vielfach Bauten in Eisenbeton mit der Monier-Filiale gemeinsam übernahm. Die Arbeiten beschränkten sich zunächst auf Wände, gewölbte Decken und Dächer (und zwar fast ausschließlich in Kopenhagen und dessen Umgebung), um erst später — von 1894 an — auf den Brücken- und Eisenbahnbau Ausdehnung zu finden, zum ersten Male in größerem Maßstabe beim Bau der Eisenbahn von Kopenhagen nach Helsinggör 1895—1897[2]). Alle jene Ausführungen waren fast ausschließlich nach dem System Monier ausgebildet; dieses behielt in Dänemark die alleinige Herrschaft, bis Hennebique im Jahre 1900 eine Zweigniederlassung seines Hauses unter der Leitung des Ingenieurkapitäns Grut gründete. Von hier an gestaltete sich die bauliche Entwickelung des Eisenbetons in Dänemark vollkommen entsprechend der in Deutschland.

In Rußland finden sich, wenn auch von noch untergeordneter Bedeutung, die ersten Anfänge des Eisenbetonbaus bereits um 1885. Im besonderen war es auch hier die Monierbauweise, welche durch die Berliner Monier-Gesellschaft eingeführt wurde und nach Erteilung des Patentschutzes zu Ende der achtziger Jahre[3]) die ersten Erfolge errang; noch heute steht diese Bauart, durch besondere Verhältnisse begünstigt, in Rußland an erster Stelle.

Um der neuen Bauweise die Anerkennung der Behörde zu sichern, führte die Monier-Gesellschaft zu Beginn der neunziger Jahre größere Probebelastungen aus. Diese Versuche erstreckten sich auf die Erprobung von Betonplatten mit und ohne Einlagen bis zu 2 m, sowie auf armierte Betongewölbe bis zu 4 m Stützweite, ferner auf die Untersuchung von Rohren, die Prüfung eines zylindrischen Behälters, eines Silos, schließlich auf die Probebelastung einer 17 m weit gespannten, gewölbten Straßenbrücke. Diesen ersten Versuchen schlossen sich noch weitere an, welche in den Jahren 1891—98 vom Laboratorium der Ingenieurakademie Kaiser Alexanders I. vorgenommen wurden[4]). Im Jahre 1894 ging die russische Filiale durch Kauf an die „A.-G. für Beton- und andere Bauten“ über.

---

[1]) Vgl. B. u. E. 1906, VI, S. 137 (Dänemark) und B. u. E. 1905, VII, S. 185 und X, S. 237 (Rußland).

[2]) Die erste Eisenbetonbrücke wurde im Herbst 1894 gebaut. Es war eine schiefe Fußwegbrücke in Kopenhagen mit rund 19 m Spannweite; ihr Moniergewölbe wurde von Professor Ostenfeld als elastischer Bogen berechnet. Die Ausführung geschah durch Schöller & Rothe.

[3]) Das Patent wurde damals an Monier selbst und zwar allgemein auf eine Metallarmatur mit Zementmörtel erteilt. Nach Ablauf dieses Patentes wurde einem gewissen A. Schiller ein neues Patent auf das gleichartige Verfahren nur unter Verwendung von „Stampfbeton“ gegeben; der Inhaber dieses Patentes versuchte in der Folgezeit gegen alle Unternehmer, welche das System Monier in Rußland ausfuhrten, wegen Patentverletzung vorzugehen, wurde aber schließlich — wenn auch erst im Jahre 1903 — mit seinen Ansprüchen dauernd abgewiesen. Es ist nicht zu leugnen, daß durch diese unklaren und hemmenden Verhältnisse die gesunde Entwickelung des Eisenbetons in Rußland aufgehalten wurde.

[4]) Vgl. hierzu: Bulletin du Congrès international des chemins de fer, Février 1905.



Da sämtliche Versuche günstige Ergebnisse aufwiesen, gestattete der technische Beirat des Ministeriums für Verkehrswesen und zwar auf Grund eines Gutachtens des Professors Belelubsky (des damaligen Direktors des Laboratoriums der vorgenannten Akademie) vom 23. Dezember 1898 die allgemeine Anwendung der Bauweise. Die für die weitere Entwickelung wichtige und im besonderen für die Anwendung des Moniersystems maßgebende Verfügung lautet:

„Mit Rücksicht auf die weite Verbreitung, die der Eisenbeton, System Monier, in der Fremde wie in Rußland im Hochbau sowie im Brückenbau gefunden hat, wird sein Gebrauch allgemein gestattet im Bereiche des Ministeriums für Eisenbahnen und Straßen und kann davon ohne weitere Erlaubnis Gebrauch gemacht werden, unter der Voraussetzung, daß die betreffenden Abmessungen rechnungsmäßig begründet sind."

Da hiernach für jedes andere System in jedem Einzelfalle eine Erlaubnis, wenigstens bei der Anwendung im Straßen- und Eisenbahnbau beizubringen war, so ist es hinreichend erklärt, daß die größere Mehrzahl aller Eisenbetonbauten in Rußland nach dem System Monier ausgeführt wurden, dies um so mehr, als auch schon vor Erlaß der vorstehend wiedergegebenen Verfügung mit dem System auf einer Anzahl Bahnlinien gute Erfahrungen gemacht worden waren. Die ersten hierher gehörenden Monierbauten fanden in Form von Durchlässen auf der Bahn von Moskau nach Kasan bereits 1892 Verwendung; 1901—1902 wurden bereits auf einer Bahnlinie (Vitebsk—Iloine) nicht weniger als 27 Durchlässe und Brücken in einer Gesamtlänge von 411,7 m in Eisenbeton erbaut — ein Beweis für die zunehmende Beliebtheit der neuen Bauweise. Hier finden sich auch bereits neben der vorherrschenden Monierbauart die Systeme Melan, Hennebique usw. in einzelnen Ausführungen vertreten. Es steht zu erwarten, daß auch diese in Zukunft eine zum mindesten gleichberechtigte Stellung wie das System Monier erlangen, um so mehr, als sie für manche Anwendungszwecke letzterem überlegen sind, und dieses zudem vielfach kaum in der Lage sein dürfte, erfolgreich an ihre Stelle zu treten!

7. Die Grundzüge der geschichtlichen Entwickelung der Theorie des Eisenbetonbaues und der Materialerforschung.

Wie schon in § 3 hervorgehoben, findet sich die erste Theorie des Eisenbetonbaues im Zentralblatte der Bauverwaltung vom Jahre 1886 und in der von G. A. Wayss 1887 herausgegebenen Monierbroschüre, und zwar herrührend von dem damaligen Reg.-Baumeister M. Koenen, dem jetzigen Direktor der Aktien-Gesellschaft für Beton- und Monierbau zu Berlin.[1]) Aus dem elastischen Verhalten der bei den Wayssschen Versuchen erprobten Platten und Gewölbe (vgl. S. 18—20) sowie aus den hierbei beobachteten Durchbiegungsgrößen zog Koenen den Schluß, daß die für elastische Körper gültigen Navierschen Biegungsgesetze, welche ein Ebenbleiben der Querschnitte bei der Biegung voraussetzen, auch bei Berechnung der Verbundquerschnitte zugrunde gelegt werden können. Bei seiner Theorie vernachlässigte Koenen bereits die Zugfestigkeit des Betons innerhalb der Zugzone und machte die der Wirklichkeit zwar nicht vollkommen entsprechende, aber die Rechnung zweckmäßig vereinfachende und dabei zu ausreichend genauen Ergebnissen führenden Annahme, daß die Nullinie mit der Mittelachse der Platte zusammenfalle. Vergleicht man hiermit die neuesten Forschungen von F. Schüle, Zürich[2])

---

[1]) Vgl. hierzu u. a. B. u. E. 1903, Heft V, S. 290, sowie § 3.

[2]) Vgl. Resultate der Untersuchung von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung unter Berücksichtigung der Vorgänge beim Entlasten, Zürich 1906, S. 141, Schlußfolgerungen.



und M. Möller-Braunschweig[1]) — 20 Jahre später — mit einer größeren Anzahl betoneiserner, auf Biegung beanspruchter Balken, welche nachzuweisen suchen, daß die üblichen Berechnungsarten der inneren Spannungen keinen richtigen Einblick in die Spannungsverhältnisse des armierten Betons gestatten und deshalb die Vereinfachungen im Sinne der Koenenschen Theorie zulassen, so wird man die Bedeutung und den praktischen Wert dieser anerkennen müssen.

Weitere für die Theorie des Eisenbetonbaues und die Erkenntnis seiner Wirkungsart grundlegende Arbeiten bilden der bereits auf S. 27 Anm. 1 erwähnte Bericht der Franzosen E. Coignet und de Tedesco an die Société des ingénieurs de France (1894), in der diese, gleich Koenen, den Zugquerschnitt des Betons vernachlässigend, eine der heute üblichen Theorie angenäherte Berechnungsart geben, ferner die Abhandlung von Melan über das Verhältnis der Druck- und Zugelastizität des Betons[2]); hierin wurde zum ersten Male die Meinung ausgesprochen, daß der Elastizitätskoeffizient des Betons auf Druck und Zug unmöglich die gleiche Zahl sein könne, eine Ansicht, welche heute durch eine Reihe von einwandfreien Untersuchungen als durchaus zu Recht bestehend allgemein anerkannt ist, die damals aber einen Sturm des Widerspruches hervorrief, dem leider mangels geeigneter Ingenieurlaboratorien nicht sogleich erfolgreich entgegengetreten werden konnte. — Eine weitergehende Entwickelung wurde durch die Arbeiten von Paul Neumann[3]) angebahnt, welcher als erster den Zusammenhang nachwies, der durch das Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten der beiden Materialien im Verbunde gegeben ist. Neumann stellte eine sich hierauf gründende, neue Theorie der Monierkonstruktion auf, welche unter Einrechnung der Zugwirkung des Betons die Abhängigkeit der Spannungen im Beton und Eisen in der Form einer Funktion der Elastizitätszahlen beider Materialien darstellt. Hieran schließt sich die den Bestimmungen des Preußischen Ministeriums zugrunde gelegte Abhandlung von Koenen, „Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- und Eisenbetonbauten“ vom März 1902.[4])

Weitere Erkenntnis brachten die Arbeiten von v. Thullie[5]) mit der Darlegung der einzelnen Bruchstadien bei Biegungsbelastung von Eisenbetonkörpern sowie über die Form der Druckkurve im Verbundbogen, ferner von Dr. Ing. v. Emperger über die Abhängigkeit der Bruchlast vom Querschnittsverhältnisse zwischen Beton und Eisen[6]), ferner über die Größe der Haftfestigkeit und Durchbiegung, weiter die schon auf S. 31 erwähnte Arbeit von L. A. Sanders aus dem Jahre 1898, die Ergebnisse seiner praktischen Versuche auf dem Bach-Schüleschen Potenzgesetze aufbauend, schließlich die von Dr. Ritter-Zürich[7]) 1899 entwickelte — heute noch vielfach angewendete — Theorie des Eisenbetonbaues, im besonderen unter Berücksichtigung der Hennebiqueschen Bauweise. Diese Abhandlung, angelehnt an die weiter unten besprochenen Considèreschen Forschungen von der hohen Zugfestigkeit des Betons in armierten Querschnitten,

[1]) Vgl. Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton. Bericht von Professor Möller-Braunschweig. Berlin, Verlag von Leonh. Simion Nachf., 1907.

[2]) Vgl. Zeitschr. des österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1890, Nr. 24, Über die Berechnungen der Beton- und Monierkonstruktion.

[3]) Vgl. Zeitschr. des österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1890, sowie B. u. E. 1903, Heft V, S. 291. Paul Neumann, 1858 in Wien geboren, ist zurzeit ord. Professor für Brückenbau an der Techn. Hochschule zu Brünn.

[4]) Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn; die zweite Auflage erschien 1905, die dritte 1906.

[5]) Vgl. die Zeitschr. des österr. Ing.- und Arch.-Vereins 1896; hierin ist auch eine Arbeit von A. Spitzer über den gleichen Gegenstand veröffentlicht.

[6]) Zeitschrift des Österr. Ing.- und Arch.-Vereins, 1897.

[7]) Vgl. Schweizer Bauzeitung 1899; auch als Sonderabdruck erschienen.



erstreckt sich sowohl auf eine Ermittelung der inneren Spannungen unter der Voraussetzung einer Vernachlässigung der Zugwirkung im Beton als auch unter Berücksichtigung dieser; hierbei wird im besonderen darüber ein Aufschluß gesucht, ob das Auftreten von Rissen in Betonzuggurten bei normaler Belastung zu erwarten steht.

Ferner sei auch der allgemeineren Verbreitung und des Ausbaues gedacht, welche die Theorie der Eisenbetonbauten durch die ersten wertvolleren Lehrbücher auf diesem Gebiete erfuhr; hier seien zunächst die Abhandlungen von E. Mörsch — jetzt Professor am Züricher Polytechnikum — erwähnt, welche dieser in dem von der Firma Wayss & Freytag herausgegebenen Werke: „Der Betoneisenbau, seine Anwendung und Theorie“ veröffentlichte, in erster Auflage 1902, in zweiter 1906, in dritter 1908. Die hier gegebene theoretische Behandlung erstreckt sich, in dauernder Fühlung mit den Ergebnissen von Probebelastungen und den hierbei erworbenen Erfahrungen stehend, auf die Berechnung der Verbundpfeiler auf Druck und Knickung, auf Biegungsbelastung von Platten und Balken der verschiedensten Art, auf die Beanspruchung der Querschnitte durch eine Axialkraft und ein Biegungsmoment zu gleicher Zeit, auf die Ermittelung der Schubspannungen bei den vorgenannten Belastungsfällen, schließlich auf schiefe Hauptspannungen, also auf alle statischen Fragen, welche in Rechnung zu ziehen sind. In ähnlicher Weise ausführlich ist auch in dem auf S. 30 bereits erwähnten Christopheschen Werke die Theorie der Eisenbetonbauten behandelt; hier ist zugleich auch auf die annähernden Berechnungsmethoden eingegangen, welche die einzelnen Konstrukteure bei der Bemessung ihrer Sondersysteme zugrunde legen.

Schließlich sei noch die Zeitschrift „Beton u. Eisen“[1]) als einer der hervorragendsten Förderer der theoretischen Erkenntnis des Verbundes genannt, herausgegeben seit 1901 von dem K. K. Baurat Dr. Ing. F. v. Emperger-Wien, seit 1905 im Verlage von Wilh. Ernst & Sohn-Berlin erscheinend. Neben der Zeitschrift Zement und Beton[2]) und einer seit 1904 veröffentlichten, ausschließlich dem Beton und Eisenbeton gewidmeten Beilage zur Deutschen Bauzeitung, sowie ihren ausländischen Schwesterzeitschriften: Le Béton armé (Système Hennebique, Paris), Le Ciment (Paris), Cement and Engineering News (Chicago), Cement (New York), Il Cemento (Mailand), Concrete and Constructional Engineering (London), Hornigon armado (Bilbao) usw., vertritt „Beton u. Eisen“ in vorbildlicher und hervorragender Weise das gesamte Fach des Eisenbetonbaues, alles neue, was hier bei baulichen Ausführungen in dauernd wechselndem Werdegang geschaffen wird, vorführend, neue Bahnen ebnend oder weisend, die theoretische Erkenntnis erweiternd und fördernd; in letzterem Sinne erscheinen auch besonders wertvoll die in Verbindung mit der Zeitschrift „Beton u. Eisen“ herausgegebenen „Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons“, deren Aufgabe es namentlich ist, ausschließlich größere, in sich abgeschlossene und völlig neue Arbeiten aus den genannten Gebieten der Allgemeinheit bekannt zu geben.

Ein gleich wichtiges, mit der theoretischen Behandlung des Verbundbaues aufs innigste zusammenhängendes Arbeitsgebiet ist das der **Materialienerforschung,** und zwar sowohl in bezug auf die Eigenschaften, welche ein jeder der zum Verbunde vereinigten Baustoffe für sich besitzt, als auch vornehmlich in Berücksichtigung der

[1]) Die Zeitschrift erschien zunächst unter dem Titel: Neuere Bauweisen und Bauwerke aus Beton und Eisen im Verlage von Lehmann & Wentzel (Wien), herausgegeben und ins Leben gerufen von v. Emperger. Der erste, über die Zeit 1901 bis 1902 sich erstreckende Jahrgang enthält eine Anzahl z. T. grundlegender größerer Arbeiten aus der Feder des Herausgebers.

[2]) Als Anlage zu dieser Zeitschrift erschien s. Z. die deutsche Übersetzung von Christophe's Le béton armé et ses applications.



Verhältnisse, welche die Verbindung beider Stoffe für den Gesamtkörper zur Folge hat. Die hier in Frage kommenden Forscherarbeiten erstrecken sich demgemäß: auf das elastische Verhalten des Zementbetonmörtels, auf die Normal-, Biegungs- und Schubfestigkeit des Betons und des Eisenbetons, auf die Festigkeitsverhältnisse des Eisens und die Bewährung der verschiedensten Querschnittsformen desselben, ferner auf die Haftung des Eisens im umgebenden Beton und die Größe dieser Haftfestigkeit, auf Anfangs- und Temperaturspannungen, endlich auf das Verhalten der Verbundkonstruktion gegenüber der Rost- und Feuersgefahr.

Die Aufgabe, das elastische Verhalten des Betons zu ergründen, ist von einer größeren Anzahl von Forschern, im besonderen in den letzten zwanzig Jahren, bearbeitet worden; vor allem war es hier die Ermittelung der Elastizitätszahl des Betons, und zwar sowohl für Druck- wie für Zugbeanspruchung, sowie die Auffindung eines Gesetzes, in welchem Maße jene Größe mit der Spannung veränderlich sei, welche den Gegenstand vieler Untersuchungen und Forschungen bildete. Neben den Arbeiten von Durand-Claye, Hartig, Bauschinger, Tetmajer, vom österreichischen Gewölbeausschusse, von de Tedesco, Considère u. a., welche für bestimmte Belastungsfälle die betreffenden Größenwerte bestimmten, sind hier in erster Linie Arbeiten des Baudirektors Professor C. v. Bach in Stuttgart bemerkenswert; diese unterscheiden sich von früheren ähnlichen Arbeiten dadurch, daß sie sich einerseits auf der Praxis entsprechend große Probekörper erstrecken, andererseits eine getrennte Beobachtung der dauernden und der elastischen Formänderung bei wiederholt vorgenommener Belastung durchführen.

Aus den Ergebnissen der Versuche wird gefolgert, daß eine Proportionalität zwischen Spannung und Formänderung nicht besteht, daß also auch keine Proportionalitätsgrenze vorhanden ist. Die durch Schüle-Zürich vorgenommene Auswertung der Versuchsergebnisse führte dann weiter zu dem v. Bach-Schüleschen Potenzgesetze[1]), welches heute eine der wichtigsten Grundlagen für die Kenntnis des Zusammenhanges zwischen Formänderung und Spannung beim Beton bildet und somit auch zur Bestimmung der Elastizitätszahl führt. Anschließend sei bemerkt, daß zu demselben Zwecke auch das zu gleicher Zeit von Lang gefundene Hyperbelgesetz Verwendung findet.[2])

Weitere Forschungen v. Bachs beziehen sich auf die Größe der Elastizitätszahl für die verschiedenen üblichen Betonmischungen, auf die Abhängigkeit dieser Zahl vom Gehalte des Betons an Wasser[3]), endlich auf den Einfluß der Erhärtungszeit.

In gleicher Weise erforschte auch Mörsch[4]), und zwar im besonderen für die bei Eisenbetonbauten üblichen Mischungen, die Zahlenwerte der Elastizitätsgröße des Betons. Während die v. Bachschen Untersuchungen sich vorwiegend nur auf die Elastizitätszahl des Betons bei Druckwirkung erstrecken, dehnte Mörsch seine Arbeit auch auf Zugversuche aus. Die von ihm gefundenen Zahlen zeigen, wie schon Melan (vgl. S. 38) angegeben, die große Verschiedenheit der Elastizitätszahl für Druck und Zug beim Beton; zugleich erstrecken sich auch die Mörschschen Versuche auf den Einfluß des Wassergehaltes (8 bezw. 14 %) und der Abbindungszeit.

---

[1]) Vgl. u. a. Zeitschr. des Vereins Deutscher Ingenieure 1895 und 1897, sowie Abhandlungen und Berichte von C. v. Bach, Stuttgart 1897. Verlag A. Bergsträßer.

[2]) Vgl. in B. u. E. 1903, III, S. 109 die Ausführungen von A. Francke über diesen Punkt, sowie die Abhandlung von Dr. Jng. P. Weiske in der Zeitschrift für Architektur- und Ingenieurwesen, Jahrgang 1907, Heft 6, mit einer Einleitung von G. Lang.

[3]) Vgl. Mitteilungen über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz, sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben von C. v. Bach, Stuttgart, Carl Grüninger, I. Teil 1903, II. Teil 1906.

[4]) Vgl. Der Eisenbetonbau v. E. Mörsch, 2. Aufl., Stuttgart 1906. K. Wittwer, S. 25ff.



Weitere Versuche auf diesem Gebiete führten aus: Probst[1]), Woolson[2]) (Einfluß der Erwärmung), Grut und Nielsen[3]), Joly[4]) u. a. m.

Jedenfalls ist durch alle diese Arbeiten heute das in Frage stehende Gebiet in einer, wenigstens für die Praxis ausreichenden, Weise geklärt.

Bezüglich des elastischen Verhaltens der auf Zug beanspruchten Betonfasern bei Verbundkörpern machten Versuche des französischen Ingenieurs Armand Considère (inspecteur général d. p. e. ch.) Aufsehen, welche im Genie civil 1899 (Nr. 14—17)[5]) veröffentlicht wurden und darlegten, daß der Beton durch seine Vereinigung mit Eisen besondere elastische Eigenschaften erhielte, im besonderen sehr erheblich höhere Dehnungen auszuhalten vermöge als ohne Armierung. Aus den zahlreichen, mit dieser Frage in der Folgezeit sich beschäftigenden Arbeiten seien besonders hervorgehoben, einerseits die Untersuchungen von Kleinlogel[6]), Rudeloff[7]) und von v. Bach[8]), andererseits diejenigen von Mesnager[9]) von der Firma Wayss & Freytag[10]), von Schüle-Zürich[11]), sowie endlich Ergänzungsarbeiten von Considère[12]) selbst. Während die letzteren Untersuchungen die Ergebnisse der Considèrschen Theorie mehr oder weniger zu bestätigen scheinen, zeigen die erstgenannten Arbeiten, daß zum mindesten das Gesetz Considères keinerlei allgemeine Gültigkeit besitzt; führen doch die Untersuchungen von Kleinlogel und v. Bach sowie von Rudeloff, auf ganz verschiedenem Wege durchgeführt, zu dem gleichen und auch sehr wahrscheinlichen Schlußergebnisse, daß der Beton durch seine nur mechanische Vereinigung mit Eisen keine nennenswert größere Dehnungsfähigkeit erlangt, als er sie ohne Armierung aufweist.

---

[1]) Vgl. Forscherheft VI, E Probst: Das Zusammenwirken von Beton und Eisen (S. 10), Berlin 1906. Wilh. Ernst & Sohn.

[2]) Vgl. Eng. News vom 13. Juli 1905 und D. B. Z. 1905, Nr. 17, S. 67.

[3]) Vgl. Ingenioren 1896.

[4]) Vgl. Le Cément 1899, S. 5.

[5]) Vgl. ferner die von Considère verfaßte Schrift: Etude expérimentale des propriétes du beton armé und deren Übersetzung von J. Blodnig, Wien 1902. Verlag von Lehmann & Wenzel, Wien. Vgl. hierzu auch: Fortschrittsheft aus dem Gebiete des Ingenieurwesens, II. Nr. 13. W. Engelmann, Leipzig 1907, und Stahl und Eisen, 1907, vom 15. Dezember.

[6]) Vgl. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons Heft I. Untersuchungen über die Dehnungsfähigkeit nicht armierten und armierten Betons bei Biegungsbeanspruchung von A. Kleinlogel, Berlin 1904, Wilh. Ernst & Sohn.

[7]) Vgl. Mitteil. der Berliner Mat.-Prüfungsanstalt 1904, Heft I, Z. d. B. 1905, Nr. 62, B. u. E. 1905, Heft XI, S. 277 usw.

[8]) Vgl. v. Bach: Versuche mit Eisenbetonbalken, erster und zweiter Teil, Berlin 1907, Jul. Springer, sowie die Ausführungen von v. Bach über die Frage der Dehnungsfähigkeit des armierten Betons in der Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1907, Nr. 26, S. 1030. Aus den letzteren Ausführungen geht hervor, daß v. Bach sich zu der Ansicht hinneigt, daß dort, woselbst größere Dehnungen beobachtet sind, entweder die feinen Haarrisse übersehen wurden oder durch die Vorbehandlung des Probekörpers kein spannungsloser Stab von vornherein zugrunde lag; vgl. über diesen letzten Punkt auch die Ausführungen des Verfassers dieses Kapitels in: Fortschritte der Ingenieurwissenschaften II, Heft 13, Leipzig 1907, Wilhelm Engelmann, S. 20 u. 21, sowie in der Betonzeitung 1907 und in Stahl und Eisen 1907. Vgl. weiter Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure, Heft 45 bis 47 (der oben genannte zweite Teil der v. Bachschen Untersuchungen), wo die größere Dehnungsfähigkeit des armierten Betons als die Folge einer Lockerung des Gefüges erklärt wird.

[9]) Vgl. u. a. B. u. E. 1903, Heft V, S. 291.

[10]) Die Versuche fanden im Frühjahr 1903 statt; vgl. Fortschritte der Ing.-Wiss., Gruppe II, Heft 13, S. 16.

[11]) Vgl. Mitt. der Eidgenössischen Material-Prüfungsanstalt zu Zürich, 10. Heft von F. Schüle.

[12]) Vgl. u. a. B. u. E. 1905, Heft III, S. 58 und Heft V, S. 124.



Eine vollkommene Klärung der verschiedenen Ergebnisse ist zurzeit noch nicht vollkommen geglückt[1]); durchaus wahrscheinlich erscheint es, daß einerseits hier ein Einfluß der durch die erste Belastung bedingten dauernden Formänderung mitsprechen kann und andererseits Anfangsspannungen eine Verschiebung des Formänderungsbildes zu bewirken vermögen, schließlich die ersten, schwer erkennbaren Risse bei den Versuchen nicht zeitig genug erkannt wurden (vgl. Anm. 8 S. 41).

Versuche zur Ermittelung der Normalfestigkeit des Betons und des Eisenbetons liegen ebenfalls in größerer Anzahl vor, auch dieses Gebiet des Verbundbaues klärend. Im besonderen seien als Arbeiten zur Erforschung der Druckfestigkeit des nicht armierten Betons genannt: die Untersuchungen von Sanders[2]), von B. A. Kimball[3]), von Leibbrand[4]), von der Berliner Materialien-Prüfungsanstalt[5]), von v. Bach — im besonderen auch über den Einfluß verschiedenen Wasserzusatzes zum Beton[6]), von Burchartz[7]) usw.

Verhältnismäßig wenige Versuche geben über die Druckfestigkeit von Eisenbetonkörpern Auskunft, an Würfeln oder kurzen Prismen i. d. R. bestimmt. Hier seien als grundlegend erwähnt die Untersuchungen des österreichischen Gewölbeausschusses[8]), Arbeiten von Gary-Berlin, vor allem aber auch hier Versuche von v. Bach.[9]) Die letzteren erstrecken sich im besonderen auf die Frage der Einwirkung einer senkrecht zur Haupteinlage gerichteten Querarmierung auf die Festigkeit des Verbundes und lösen diese Frage in umfassender Weise; auch erforschte v. Bach weiter die schon 1892 von Koenen vorgeschlagene[10]) und von Considère wieder aufgenommene und ihm im Jahre 1902 patentamtlich geschützte Querarmierung von Verbundsäulen mit Hilfe spiralförmiger, die Haupteinlagen umziehender Drähte (béton fretté); hierbei fand er die Angaben Koenens und Considères über die erhebliche Vergrößerung der Druckfestigkeit durch eine derartige Querarmierung durchaus bestätigt.[11])

Da die Zugfestigkeit des Betons, wie schon an anderer Stelle mehrfach betont wurde, bei der theoretischen Behandlung des Verbundes i. d. R. vernachlässigt zu werden pflegt, so haben sich mit der Erforschung der hier maßgebenden Verhältnisse

---

[1]) Vgl. hierzu die Ausführungen von E. Probst-Berlin in Dinglers polytechn. Journal, Bd. 322, Heft 22 u. 23.

[2]) Vgl. B. u. E. 1902, Heft IV.

[3]) Vgl. die Broschüre: Thachereisen der Concrete-Steel Co. in New-York.

[4]) Ausgeführt beim Bau der Munderkinger Betonbrücke.

[5]) Vgl.: Die Druckfestigkeit des Betons und der Einfluß der Körpergröße auf die Erhärtung und Festigkeit von Zementmörtel und Beton. Mitteilungen der Berliner Mat.-Prüfungsanstalt 1903, Heft III, S. 111 von H. Burchartz, sowie B. u. E. 1906, Heft IV, S. 102.

[6]) Vgl. Anm. 3 auf S. 40, ferner B. u. E. 1903, Heft IV, S. 224, sowie Mitteilungen über Forschungsarbeiten herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure, Heft 29, Abhandlg. V, S. 27 u. 28.

[7]) Vgl. Z. d. B. 1902, Nr. 98; Z. u. B. 1904, S. 115. Die dort gegebenen Zahlen haben im besonderen für den Eisenbeton Bedeutung.

[8]) Vgl. Zeitschrift des Österreich. Ingenieur- und Architekten-Vereins 1901, Nr. 25.

[9]) Mitteilungen über Forschungsarbeiten aus dem Gebiete des Ingenieurwesens, herausgegeben vom Verein Deutscher Ingenieure, Heft 29, Abhandlg. 1, sowie D. B. Z., 1905, Nr. 17, S. 68ff.

[10]) Koenen suchte im Jahre 1892 in Deutschland ein allgemeines Patent für die Querarmierung nach; in der Schweiz wurde es erteilt. Während Koenen einzelne Ringe vorschlug, wendet Considère die fortlaufende Spirale an.

[11]) Vgl. u. a.: Génie civil 1903, Nr. 3 bis 6; B. u. E. 1902, Heft V, S. 2; 1903, Heft I, S. 49 und Heft II, S. 101; 1904, Heft III, S. 157; 1906, Heft I, S. 14; Heft II, S. 38. — Vgl. auch bezügl. der v. Bachschen Ermittelungen das vorstehend angeführte Forschungsheft Nr. 29, sowie die betr. Ausführungen in dem Mörschschen Werke 3. Aufl. und im Fortschrittshefte für Ingenieurwissenschaft II, Nr. 13, S. 32ff. Vgl. auch den Aufsatz von Koenen im Zentralblatt 1907, S. 109. Querarmierung gedrückter Eisenbetonkörper und ihre wissenschaftliche Begründung.

nur wenige Autoren befaßt; es seien im besonderen genannt Arbeiten von der Berliner Material-Prüfungsanstalt[1]), Versuche der Firma Wayss & Freytag, auch hier den Einfluß des Wasserzusatzes und der Erhärtungszeit verfolgend[2]), schließlich Untersuchungen von v. Bach.[3])

Über die Biegungsfestigkeit des Betons und des Eisenbetons sowie über die Frage der Anwendbarkeit der Navierschen Biegungsformeln auf die Verbundkonstruktion haben im besonderen, zum Teil in großem Maßstabe und mit umfassenden Bruchversuchen, gearbeitet: v. Emperger[4]), Schüle[5]), Sanders[6]) und Möller.[7]) Aus den meisten Versuchen zeigt sich, daß einerseits die Naviersche Gleichung eigentlich keine Anwendung finden darf, und daß sowohl die Druckspannung als auch die Zugspannung bei Biegungsbelastung rechnerisch auf Grund der üblichen Methoden ermittelt, erheblich andere Ergebnisse liefert, als sie tatsächlich in den äußersten Fasern auftreten. Inwieweit diesen Verhältnissen durch Bemessung der zulässigen Spannungsgröße Rechnung zu tragen ist, wird in dem, der theoretischen Behandlung des Verbundes gewidmeten Abschnitte besprochen werden.[8])

Von Wichtigkeit für die Berechnung der Verbundbauten ist die Kenntnis der Scherfestigkeit des Betons mit und ohne Einlagen. Es nimmt demgemäß nicht wunder, daß gerade diese Frage im letzten Jahrzehnte eine umfassende Bearbeitung gefunden hat. Zu nennen sind hier besonders die Versuche von Mörsch[9]) mit nicht armierten und armierten Betonbalken, wie mit einfachen Betonzylindern, auf Torsion beansprucht (z. T. auch auf die Einwirkung verschieden großen Wassergehaltes ausgedehnt), ferner die Arbeiten von S. Zipkes-Stuttgart[10]) namentlich deshalb bemerkenswert, weil der Verfasser in ihnen eine von anderen Autoren nicht beobachtete und auch wenig wahrscheinliche, gemeinsame Wirkung beider Materialien in der Art nachzuweisen versucht, daß durch die Eiseneinlage auch die Schubfestigkeit des umgebenden Betons eine Vergrößerung erfahre.[11])

Das Material der Eiseneinlagen betreffend sind nur wenige neuere Untersuchungen ausgeführt worden, um die bekannten Eigenschaften der gewöhnlichen Handelsware zu bestätigen.[12]) Daneben liegen Arbeiten über die Wirkung besonderer

[1]) B. u. E. 1906, Heft IV, S. 102.

[2]) Der Eisenbetonbau von Mörsch, 2. Auflage, S. 26, 28 u. 29, desgl. 3. Auflage.

[3]) v. Bach bestimmte einige Einzelwerte für die bei Eisenbetonbauten üblichen Mischungen anläßlich seiner vorerwähnten Druckversuche mit Eisenbetonkörpern.

[4]) Vgl. u. a. B. u. E. 1903, I, S. 23ff.

[5]) Vgl. B. u. E. 1903, I, Abhandl. von Schüle und die Besprechung dieser in Heft III u. IV, ferner: Resultate der Untersuchung von armiertem Beton auf reine Zugfestigkeit und auf Biegung unter Berücksichtigung der Vorgänge beim Entlasten. Zürich 1906. Mitteil. der Eidgen. Material-Prüfungsanstalt Heft 10.

[6]) Vgl. B. u. E. 1902, Heft IV, S. 28.

[7]) Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton. Bericht von Prof. Möller-Braunschweig, 1907, Berlin, Leonhard Simion.

[8]) Vgl. hierzu auch: Der Eisenbetonbau von Mörsch, 2. u. 3. Auflage.

[9]) Vgl. hierzu die Ausführungen von Mörsch in seinem Werke, sowie Schweizer Bauzeitung Bd. XLIV, Nr. 26, bezw. den Sonderabdruck: Schub- und Scherfestigkeit des Betons; siehe auch B. u. E. 1902, V, S. 11; 1903, IV, S. 331; 1905, III, S. 74 usw.

[10]) Vgl. Die Scher- und Schubfestigkeit des Eisenbetons von S. Zipkes, Berlin 1906, Wilh. Ernst & Sohn, erweiterter Sonderdruck aus B. u. E. 1906, I, S. 15; II, S. 40; III, S. 70; IV, S. 96; siehe auch die interessante und gerechtfertigt erscheinende Kritik von Mörsch in B. u. E. 1906, Heft XI, S. 289/290.

[11]) Auf einen ähnlichen Standpunkt stellt sich in neuester Zeit E. Brik in seinem Aufsatze: Ergebnisse einiger neuen Versuche über den Scherwiderstand reiner und armierter Betonprismen. Österr. Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst 1907, Heft 36.

[12]) Vgl. z. B. Mörsch, Der Eisenbetonbau, 2. Aufl., S. 19.



Formeisen vor[1]), welche — weniger in Europa, vorwiegend in Nordamerika — zum Eisenbeton Verwendung finden und entweder durch Einschnürungen und Ausbauchungen der Querschnitte[2]) (Thacher-, Johnson-, Mueser-Eisen u. dergl.) oder durch Drehen des Profiles (Ransome-Eisen u. a.) eine größere Haftung der Einlagen in dem umschließenden Beton bewirken, oder durch Einschnitte (Golding-Eisen[3]) ein Festhalten der Querarmierung sichern sollen oder endlich wie die Kahn-Eisen[4]) durch Abbiegung einzelner Teile zur gleichzeitigen Aufnahme von Schub- und schiefen Hauptspannungen zu dienen haben — vgl. die Abb. 18 bis 25.

Untersuchungen in erheblich größerer Vielseitigkeit liegen über die **Haftfestigkeit** des Eisens im Beton vor, gehört doch gerade diese Frage bereits von der ersten Zeit der Einführung des Eisenbetons an zu den umstrittensten der neuen Bauweise. Hier seien zunächst genannt: die Arbeiten und Untersuchungen von Bauschinger[5]), bereits aus dem Jahre 1887, sowie diejenigen von v. Bach, die Frage außerordentlich umfassend behandelnd, aus den Jahren 1904 und 1905.[6]) In dieser Arbeit wird zum ersten Male der Unterschied ermittelt, der sich für die Haftgröße bei Herausziehen oder Herausdrücken der Einlagen aus dem Beton ergiebt, ferner den Einflüssen verschiedenen Wassergehaltes Rechnung getragen, und die zweckmäßige Größe dieses für die bauliche Praxis festgelegt; weiter wird bewiesen, daß die Haftungsgröße abhängig ist nicht nur von der Querschnittsform, sondern auch von der Länge des einbetonierten Eisens, und zwar derart, daß sie mit der Vergrößerung dieser und der Verringerung des Querschnittes abnimmt.

Weitere zur Klärung der Frage dienende Untersuchungen liegen vor von Rudeloff[7]) von der Firma Wayss & Freytag bezw. von Mörsch[8]), von Möller[9]), endlich von Kleinlogel. Diese letzte vorwiegend den Considèreschen Untersuchungen gewidmete Arbeit ist deshalb für die Frage der Haftfestigkeit von besonderer Bedeutung geworden, weil es sich bei den hier in großem Maßstabe durchgeführten Versuchen um Biegungsbelastungen handelt und gerade für solche Fälle die Ermittelung der Haftfestigkeit von ausschlaggebender praktischer Bedeutung ist.[10])

---

[1]) Vgl. im besonderen die Untersuchungen von v. Bach über die am wichtigsten erscheinenden Thachereisen, erschienen bei Springer-Berlin 1907, sowie die durchaus richtig erscheinende Beurteilung der amerikanischen Sonderprofile durch Mörsch in seinem Werke (2. Aufl., S. 20): „Die Knoten können wohl die erhoffte Wirkung haben, wenn die Eisen in größeren Betonmassen verankert sind, sie werden aber das Gegenteil bewirken in den schmalen Rippen der Plattenbalken, indem sie auf den Beton namentlich an der Trägerunterseite eine sprengende Wirkung ausüben, so daß ein vorzeitiges Aufhören der Adhäsion eintreten kann. Auch reicht die Adhäsion der gewöhnlichen Rundeisen mit umgebogenen Enden vollständig hin, die auftretenden Kräfte mit Sicherheit zu übertragen, so daß keine Veranlassung besteht, sie durch die teureren Knoteneisen zu ersetzen."

[2]) Vgl. D. B. Z. 1904, Nr. 5, S. 18 (Thachereisen), Z. u. B. 1904, S. 156. (Johnson-Eisen), Broschüre der Firma Schüchtermann & Kremer, Dortmund (Streckmetall).

[3]) Vgl. u. a. Z. u. B. 1904, Nr. 15, S. 250 und 251. B. u. E. 1906, Heft VII, S. 173.

[4]) Siehe Z. u. B. 1905, S. 287 und B. u. E. 1903, S. 329.

[5]) Vgl. B. u. E. 1905, IV, S. 93 und VI, S. 149 sowie Tonindustriezeitung 1905, S. 833.

[6]) C. v. Bach, Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens, Berlin 1905. A. W. Schade; siehe auch D. B. Z. 1905, Heft 8, S. 31 usw.

[7]) Diese Arbeit wurde im Zusammenhange mit der auf S. 41 in Anm. 5 bereits erwähnten Untersuchung über das Considèresche Dehnungsgesetz durchgeführt.

[8]) Vgl. dessen Werk Der Eisenbetonbau, 2. Aufl., S. 49.

[9]) Vgl. die in Anm. 7 auf S. 43 bereits aufgeführte Abhandlung.

[10]) Vgl. die Anm. 6 auf S. 41, sowie D. B. Z. 1904, Nr. 12, S. 46 und Nr. 13, S. 49; B. u. E. 1904, IV, S. 257. Von weiteren Untersuchungen, aus denen die Haftfestigkeit, bei Biegung abzuleiten



Schließlich seien genannt die Untersuchungen der Franzosen Coignet und de Tedesco[1]), Ferret[2]), die Arbeiten vom Service français des phares et ballises[3]), von der Réunion des membres français et belges de l'association internationale pour l'essai des matériaux de construction[4]), weiter die Abhandlungen des Amerikaners Ch. W. Shofforde[5]) und des dänischen Forschers Sanders.[6]) Trotz aller dieser Arbeiten ist die Frage der Haftung heute noch nicht als vollkommen geklärt anzusehen.[7])

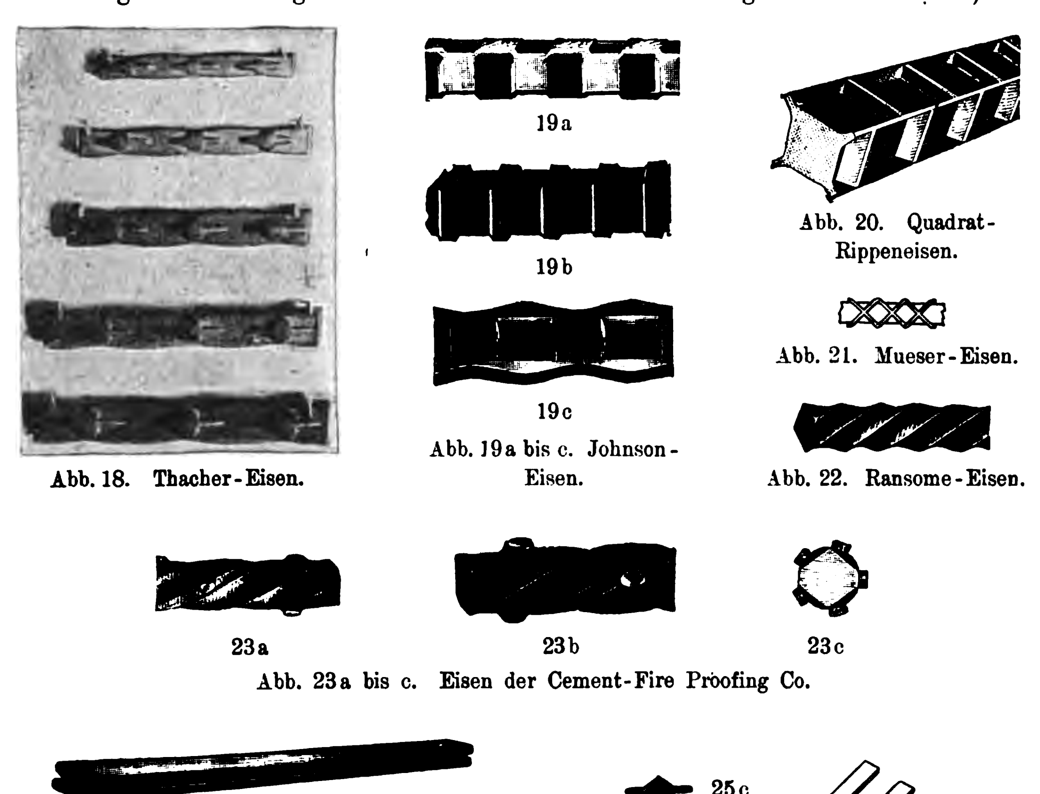


Abb. 18. Thacher-Eisen.

Abb. 19a bis c. Johnson-Eisen.

Abb. 20. Quadrat-Rippeneisen.

Abb. 21. Mueser-Eisen.

Abb. 22. Ransome-Eisen.

Abb. 23a bis c. Eisen der Cement-Fire Proofing Co.

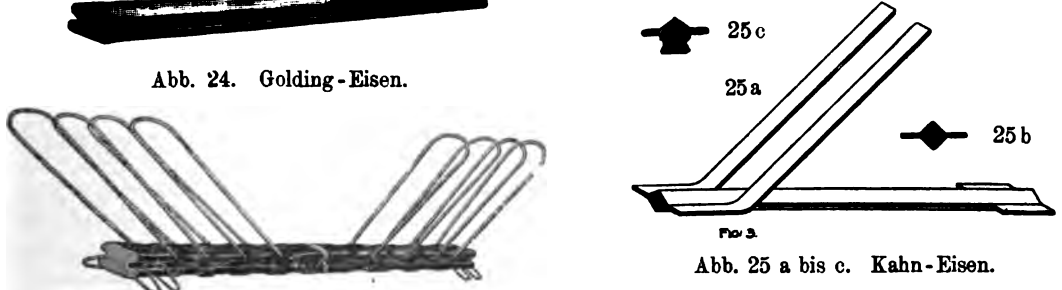


Abb. 24. Golding-Eisen.

Abb. 25 a bis c. Kahn-Eisen.

---

ist, seien noch erwähnt: die Arbeiten von v. Bach, Versuche mit Eisenbetonbalken, Teil I u. II, 1907, und von Mörsch in B. u. E. 1903, IV, S. 273.

[1]) Vgl. Du calcul des ouvrages en ciment avec assature métallique par E. Coignet et N. de Tedesco, Paris 1904, sowie Mémoires de la Société des Ingénieurs civils 1894, B. u. E. 1903, V, S. 328.

[2]) Vgl. Christophe, Der Eisenbeton usw., Berlin 1905, S. 351.

[3]) Vgl. Annales des ponts et chaussées 1898, III.

[4]) Vgl. B. u. E. 1905, VI, S. 150.

[5]) Vgl. Tests upon the band of union between concrete and steel. Forscherarbeit vom Boston-Institute of technology; siehe auch B. u. E. 1903, III, S. 201.

[6]) Vgl. B. u. E. 1905, IX, S. 227.

[7]) Vgl. Forscherheft VI. Das Zusammenwirken von Beton und Eisen, von E. Probst, Berlin 1906, Wilh. Ernst & Sohn; hierin vertritt der Verfasser die Meinung, daß es eine Haftfestigkeit nicht

Im innigen Zusammenhange mit den vorgenannten Untersuchungen steht auch die Frage der Ausnutzung und Vergrößerung der Haftfestigkeit durch geeignete Führung der Eiseneinlagen oder Hinzufügung besonderer Konstruktionsteile. Hier Klarheit durch theoretische Überlegungen, wie vor allem durch praktische Versuche geschaffen zu haben, ist das Verdienst von v. Emperger und Mörsch. Während der erstere in den Forscherheften aus dem Gebiete des Eisenbetons, III und IV (aus den Jahren 1905 und 1906), die Rolle der Haftfestigkeit im Verbundbalken klargelegt und die Abhängigkeit der Bruchlast von der Art der Armierung bestimmt, weist Mörsch den Bügeln die ihnen bei Aufnahme der Schubkräfte zufallende Rolle an, und bestimmt das Abbiegen der geraden Stäbe infolge der in den Querschnitten auftretenden schiefen Haupt-Zugspannungen.[1])

Über die Berechnung der Haftspannung schließlich haben gearbeitet Koenen[2]), Ramisch[3]), Mörsch, Christophe, v. Emperger, Thumb u. a. Von dem letztgenannten wurden sehr einfache, für die Praxis wohl geeignete Beziehungen[4]) zwischen dem Querschnitte der Eiseneinlage, der Länge des Stabes und der zu erwartenden Haftfestigkeit aufgestellt; endlich sei noch der Untersuchungen von Koenen über die gefährlichsten Fugen bei dem Herausreißen von gezogenen Einlagen und die hierdurch bedingten, geringsten Abstände derselben — gegeneinander und vom Rande — gedacht.[5])

Der Ermittelung der beim Abbinden und Erhärten unter dem Einflusse von Luft oder Wasser in der Verbundkonstruktion auftretenden Anfangsspannungen, desgleichen der durch Abkühlung und Erwärmung bedingten Temperaturspannungen, ist in der ersten Zeit wenig Bedeutung beigelegt worden, und wohl nicht mit Unrecht, weil der Konstrukteur in der Lage ist, eine schädliche Einwirkung jener inneren Kräfte durch zweckentsprechende Ausführung und geeignete Vorsichtsmaßregeln in sehr erheblichem Maße herabzumindern.[6]) Umfassendere theoretische Untersuchungen auf diesem Gebiete rühren von Haberkalt aus dem Jahre 1903 her, während praktische Erfahrungen über die Größe der zu erwartenden Anfangsspannungen und Formänderungen im besonderen durch die Versuche Considères vermittelt wurden.[7]) Die Temperaturausdehnungs-

---

gibt und es nicht angängig sei, hierfür eine bestimmte Zahl festsetzen zu wollen, da der Zusammenhang zwischen beiden im Verbunde vereinigten Materialien nur auf einem rein mechanischen Nebeneinanderwirken beider Stoffe beruhe (?).

[1]) Vgl. u. a.: „Versuche über die Schubwirkung bei Eisenbetonträgern", Vortrag, gehalten in der X. Versammlung des Deutschen Beton-Vereins 1907, veröffentlicht in der „Deutschen Bauzeitung" 1907 Nr. 30 S. 207, Nr. 32 S. 223, Nr. 35 S. 241. Es wurden zwölf Probebalken zur Untersuchung herangezogen, deren jeder aus zwei nebeneinander liegenden, eine einheitliche Konstruktion bildenden Rippenbalken bestand. Ein Teil derselben wurde durch eine gleichmäßig verteilte Belastung, ein anderer Teil durch symmetrisch gelegene konzentrierte Lasten, der Rest durch eine Einzellast in Trägermitte bis zum Bruche beansprucht. Die Querschnitte, im besonderen die Armierungsart und Größe, waren verschieden, jedoch so gewählt, daß entweder eine Überwindung der Schub- oder der Haftfestigkeit zum Bruche führen mußte.

[2]) Vgl. den Aufsatz von Koenen „Regeln für die Anordnung der Eiseneinlagen in Betoneisenbauten" in Beton u. Eisen 1903, Heft V, S. 327 und D. B. Z. 1903.

[3]) Vgl. Z. u. B. 1904, S. 148 u. fg.: Bestimmung der Haftungsspannungen bei Eisenbeton.

[4]) Vgl. B. u. E. 1905, II, S. 42.

[5]) Vgl. B. u. E. 1905, VI, S. 148, M. Koenen: Über die gefährlichen Abscherflächen in Beton eingebetteter Eisenstäbe.

[6]) Vgl. Haberkalt, Die Anfangsspannungen in Betoneisenträgern, B. u. E. 1903, II, S. 11; auch verdient hier die Arbeit von M. Koenen, Über Rissebildung bei Betonplatten, aus dem Jahre 1902 Erwähnung; vgl. B. u. E. 1902, V, S. 28.

[7]) Vgl. Génie civil 1898/99, I, Nr. 14/17, Z. D. B. 1900, Nr. 14, sowie die Mitteilungen der franz. Akademie der Wissenschaften 1898/1902.

zahlen für Beton, welche schon weit früher bekannt waren, gefunden zu haben, ist das Verdienst von Buniceau[1]), Hyatt[2]), Meier[2]), Wm. D. Pence[3]) und anderer.

Eine große Anzahl, beste Ergebnisse liefernder Versuche, unterstützt durch die Erfahrungen der Praxis, liegen betreffs der Rost- und Feuersicherheit der Verbundkonstruktionen vor; sie führen zurück in die erste Zeit der Entwickelung des Eisenbetonbaues und haben diese in ihrem wechselreichen Werdegange dauernd begleitet. An anderer Stelle dieses Werkes wird der sich gerade hier sehr deutlich zeigenden Bewährung des Verbundbaues besonders Erwähnung geschehen.

Wie aus den vorstehenden Ausführungen ersichtlich, ist der Entwickelung der Theorie des Eisenbetonbaues, desgleichen der Erforschung seiner Materialeigenschaften von vornherein die größte Beachtung gezollt worden. Hervorragende Forscher und Praktiker des Ingenieurwesens aller Länder haben sich in den Dienst der Sache gestellt, und mit Genugtuung können wir heute auf das in mühevoller Arbeit Errungene zurückblicken. Wenn auch die Erforschung einzelner Gebiete noch übrig bleibt, die Klärung so mancher, heute noch schwer lösbar erscheinender Abweichungen in Theorie und Praxis der Zukunft überlassen werden muß, so darf doch ausgesprochen werden, daß schon heute ein auf wissenschaftlicher Grundlage ruhendes Fundament für den Eisenbetonbau geschaffen ist und einer weiteren gedeihlichen Entwickelung der Erkenntnis die Wege geebnet wurden. Hierzu — in Deutschland — erheblich beigetragen zu haben, ist auch das Verdienst des Eisenbetonausschusses der Jubiläumsstiftung der Deutschen Industrie, welcher mit den von letzterer gewährten sehr erheblichen Mitteln einen beträchtlichen Teil der vorgenannten Untersuchungen durchzuführen in der Lage war. Neben der verdienstvollen Tätigkeit dieses Ausschusses wird in Zukunft in gleichem Sinne, nur mit bedeutend größeren, von seiten des Staates und der Industrie zur Verfügung gestellten Summen der Deutsche Eisenbetonausschuß einer weitgehenden systematischen Erforschung des Verbundes sich widmen.

8. Die heutigen Anwendungsgebiete des Eisenbetonbaues und die wichtigsten Vorteile der neuen Bauweise.

Wie bereits aus den geschichtlichen Darlegungen hervorgehen dürfte, gibt es heute kaum ein Gebiet des Hoch- und des Bauingenieurwesens, in welches der Eisenbetonbau nicht eingedrungen, für das er nicht eine meist große Anzahl wirtschaftlich und technisch bedeutsamer Anwendungen gezeitigt hätte.

Im **Hochbauwesen** sind an erster Stelle Ausführungen ganzer Gebäude in Eisenbeton zu nennen; neben vorwiegend reinen Nutzbauten, wie Fabrikgebäuden der verschiedensten Art und Ausstattung, Wassertürmen, Schornsteinen, Speichern, Warenhäuser und Siloanlagen, hat sich hier die Verbundbauweise auch auf den Monumentalbau erstreckt; Aussichtstürme, Ausstellungsgebäude an den verschiedensten Orten, Bankhäuser, amerikanische Turmgebäude, Konzerthallen, Theater, überhaupt öffentliche Bauten, bei denen ein besonderes Gewicht auf eine vollkommene Feuersicherheit zu legen ist, geben hierfür ein beredtes Zeugnis.

Daneben sind es einzelne Teilgebiete des Hochbaues, in denen der Eisenbeton heute kaum noch entbehrlich erscheint. In erster Linie seien hier die Zwischen-

[1]) Vgl. Annales des ponts et chaussées 1867, S. 178.

[2]) Vgl. hierzu: Schumann und Büsing, Der Portland-Zement und seine Anwendung im Bauwesen, 3. Aufl., S. 122f.

[3]) Vgl. Transactions of the Western Society of Civil Engineers 1901, S. 549, sowie B. u. E. 1902, II, S. 18.



decken genannt, deren mannigfache Systeme Hunderte verschiedener Ausführungsarten umfassen, und eine wie die andere, wenn auch mit verschiedenem Erfolge, bemüht sind, mit geringer Konstruktionshöhe hohe Festigkeit, vollkommene Sicherheit, geringe Unterhaltungskosten und möglichste Schallabdämpfung zu vereinigen; neben ihnen sind zu erwähnen die verschiedensten Dachbauten und Gewölbe in Eisenbeton, verhältnismäßig selten eine Fachwerksform zeigend, sehr oft aber zu Bogendächern mit Zugstange, auch für Kuppeln, verwickeltere Gewölbekonstruktionen (z. B. in Kirchen), weit gespannten Tonnengewölben usw. benutzt.

Auch zur ausschließlichen Bildung der Dachhaut wird der Eisenbetonbau herangezogen, sei es daß das Dach nach Art einer monolithischen, vielfach alsdann wagerechten Decke gebaut wird oder zwischen eisernen Bindern, Pfetten oder dergleichen sich Eisenbetonplatten meist mit voutenförmigem Anschlusse einfügen, alsdann i. d. R. zur Gewichtsersparnis in Bimskies, Schlackenbeton oder einem gleichartigen, leichteren Baustoffe ausgebildet.

Ferner kommt in Frage der Bau von Säulen in normaler Armierung mit senkrecht zu den Längseinlagen verlaufenden Querverbindungen oder mit Spiralarmierung nach dem Considèreschen Systeme, weiter die Erbauung freitragender, auch gerader und gewendelter, wie allseitig unterstützter Treppen der verschiedensten Art, alsdann der Bau einzelner Tragmauern oder Zwischenwände[1]), Auskragungen zu den verschiedensten Zwecken (zur Stützung seitlich überragender Stockwerke, für Balkone aller Art, weit ausladende Brüstungsmauern u. s. f.), schließlich Gründungsarbeiten. Hier handelt es sich entweder um plattenförmige, unter dem ganzen Bauwerke zusammenhängend konstruierte, oder nur die Mauern und Pfeiler im einzelnen stützende Fundamentplatten, mit Eisen an all den Stellen bewährt, wo, sei es durch den Auftrieb des Grundwassers, die Reaktion der Fundierungssohle, oder die Last der aufzuführenden Gebäudeteile, ein Eintreten von Rissen zu befürchten, ein gefahrbringendes Anwachsen der Zugspannungen zu erwarten steht; daneben kommen in Frage: Fundierung auf Brunnen, aus Eisenbeton gefertigt, sowie auf Pfählen. Diese letzteren, in ihrem Querschnitte viereckig oder nach Form eines Drei- oder Fünfeckes geformt, auch vielfach mit einem inneren Hohlkanal zur Einführung von Druckwasser während der Rammarbeit versehen, und besonders kräftig in der Querrichtung armiert, haben sich bisher bei richtiger Behandlung — trotz der Erschütterung während des Rammens — durchaus bewährt und bilden jetzt eine hochbedeutsame Anwendung des Eisenbetonbaues, sowohl im Hochbau als auch vor allem im Bauingenieurwesen; hierbei spricht mit, daß die Pfähle an jeder Stelle und in beliebiger Länge verwendet werden können, und daß ohne erhebliche Schwierigkeit die Verlängerung eines Pfahles durch Anbetonieren eines neuen möglich ist. Bedenkt man, wie hoch im Preise heute Holzpfähle stehen und wie schwierig nicht selten sich ihre Beschaffung bei großem Durchmesser und erheblicher Länge gestaltet, wie schnell schließlich sie an manchen Verwendungsstellen dem Verderben oder der Zerstörung (z. B. im Seewasser durch Bohrwürmer, im Wechsel von Luft und Wasser durch ihr Verfaulen) ausgesetzt sind, so zeigt sich die besondere wirtschaftliche und technische Wichtigkeit der Verwendung von Eisenbetonpfählen.

In gleicher Weise umfassend wie im Hochbau ist zur Zeit die Anwendung des Verbundbaues im **Bauingenieurwesen.** Für Gründungsarbeiten kommen hier neben den vorgenannten Pfahlfundierungen mit von ihnen gestützten, meist nach Art

[1]) Hier gelangen namentlich die Systeme Monier und Hennebique sowie Streckmetall zur Anwendung.



der Balkendecken ausgebildeten Rostplatten Brunnengründung, dann aber auch der Bau von Caissons zum Zwecke der Luftdruckgründung in Frage; gerade dem letzteren Anwendungsgebiete, welches schon eine nicht unerhebliche Anzahl wohlgelungener Ausführungen aufweist, dürfte in der Zukunft noch eine bedeutsame Entwickelung bevorstehen, und zwar um so mehr, als der Caisson als Teil des Fundamentkörpers unmittelbar Verwendung finden kann.

Von Anwendungen im Wasserbau kommen in Frage zunächst Kai- und Ufermauern, vielfach den hervorragend praktischen Ausführungen von Hennebique nachgebildet, also auf dem Grundzuge der einfachen Platte bezw. des Plattenbalkens beruhend und nach hinten zu mit einer wagerechten, mit der Mauer innigst verbundenen Platte versehen; die auf letzterer ruhende Erdlast bildet alsdann durch ihr Gewicht ein Gegenmoment gegen das Kippen der Mauern infolge des aktiven, auf sie wirkenden Erddruckes und führt somit zu — im besonderen im wirtschaftlichen Sinne — hervorragenden Konstruktionen. Ferner findet der Eisenbeton zur Errichtung fester Wehrkörper Verwendung, meist aus einzelnen, tief fundierten Eisenbetonpfeilern und zwischen sie eingespannten Verbundplatten bestehend — also verhältnismäßig leicht gebaut, weiter zu Buhnenbauten (in Amerika) aus einzelnen, sich kreuzenden Lagen von Eisenbetonbalken hergestellt, zu Dockbauten, Molen, Leuchttürmen, Ladebühnen, zu Uferbefestigungen (Monier- und Streckmetallplatten), zu Sperrmauern und Talsperren, weiter zu den verschiedenartigsten Behältern, endlich für Leitungen mit rechteckigen, runden und eiförmigen, wie breit gedrückten Querschnitten. Wie dies letztere Gebiet eines der ersten war, dem die neue Bauweise sich zuwendete, so ist es auch in dauernder Fortbildung und Entwickelung geblieben, so daß es heute wohl kaum ein anderes Gebiet des Eisenbetonbaues gibt, bei dem die Anwendung des Verbundes derart im einzelnen durchgebildet und in so hohem Maße Allgemeingut geworden ist wie gerade der Bau von Leitungen und Kanälen.

Ein weiteres hochwichtiges Anwendungsgebiet ist der **Brückenbau**. Hier finden sich Balkenbrücken mit zusammenhängenden Trägern und in Fachwerkform, sowie Bogenbrücken der verschiedensten Durchbildung. Die einfachen **Balkenbrücken** mit massiver Tragkonstruktion sind meist durch Rippenbalken gebildet; daneben finden sich — wenn auch seltener — Ausführungen, deren Gesamtanordnung durch Verwendung zweier im Querschnitte rechtwinkeliger Hauptträger, durch Anordnung von Quer- und Längsträgern sowie schließlich zwischen diesen sich spannenden Fahrbahnplatten an die Konstruktion eiserner Balkenbrücken erinnert. Von Fachwerkbalkenbrücken kommen im besonderen die Systeme Visintini und Vierendeel in Frage, deren letzteres wiederum in der Gesamtanordnung der Brücke an Eisenausbildungen mahnt.

Auch für Pfeilerbauten ist hier der Eisenbeton schon vielfach verwendet. Neben Mittelpfeilern, die auch in Form von Pfahljochen aus einzelnen Eisenbetonpfählen errichtet werden, kommen hier im besonderen die Widerlagsmauern in Frage; für sie ist vielfach eine Anordnung, den Hennebiqueschen Stützmauern nachgebildet, also aus einzelnen Pfosten und Zwischenplatten bestehend, üblich.

Bei den **Bogenbrücken**, die heute schon bis zu 70 m Weite in Eisenbeton ausgeführt sind, ist das Gewölbe entweder mit rechteckigem Querschnitte und gleichmäßig verteilten (Monier) bezw. an einigen Stellen in Form von Trägern vereinigten Eiseneinlagen (Melan) ausgeführt, oder ähnlich den einfachen Balkenbrücken, durch Rippenbögen gebildet (Hennebique); im letzteren Falle besteht also das Gewölbe aus einzelnen Verbundrippen und im Obergurte dieser angeschlossenen Eisenbetonplatten.

Die Fahrbahn ruht entweder unter Verwendung von Stirnmauern auf einer Überschüttung des Gewölbes oder sie wird, dem Eisenbetonbau gut angepaßt, durch einzelne, auf dem Gewölbe stehende Pfeiler oder kleinere Spargewölbe getragen; bei Anordnung solcher Pfeiler wird schließlich die Fahrbahn wiederum nach Art einfacher Balkenbrücken, also unter Verwendung von Rippenbalken ausgeführt. Auch bei den Bogenbrücken erstreckt sich die Anwendung des Verbundes vielfach zugleich auf die Mittel- und Endpfeiler, auf letztere besonders gern, wenn sie als verlorene Widerlager in der Verlängerung des Hauptgewölbes ausgeführt werden.

Meist dienen die Brücken in Eisenbeton der Überführung des Straßenbahnverkehrs; im Zuge von Eisenbahnen sind, abgesehen von kleineren Bauten bis zu kaum 16 m Stützweite und ganz wenigen größeren Bauwerken, nur wenig bedeutende Eisenbetonbrücken bisher zur Ausführung gelangt. Von letzteren verdienen drei 1907 durch die Berliner Monier-Gesellschaft ausgeführte, sehr flache Dreigelenkbogenbrücken mit 30 m Spannweite und 2,5 m Stich und nur 15 cm Sandbettung unter der Bahnschwelle, welche die Prinz-Regentenstraße zu Wilmersdorf übersetzen, besondere Erwähnung.[1]) Es darf jedoch nicht verkannt werden, daß bei vielen Verwaltungen noch heute ein gewisser Argwohn über die Bewährung des Verbundes mit Rücksicht auf die dauernde, starke Erschütterung der Brücken durch den Übergang der Eisenbahnfahrzeuge vorherrscht, ein Argwohn, der besonders im Hinblicke auf die Erfahrung mit dem Verbundmaterial bei Rammarbeiten nicht berechtigt erscheint und auch in Zukunft verschwinden dürfte. Hierzu werden auch in gewissem Grade die Beschlüsse beitragen, welche auf dem siebenten Eisenbahnkongresse zu Washington im Jahre 1905 im Sinne einer weitergehenden Einführung des Verbundes im Eisenbahnbau gefaßt wurden und u. a. das Folgende besagen:

> Auch hier kann der Verbundbau mit Erfolg den Wettbewerb mit Mauerwerk und den Konstruktionen in Holz und Eisen aushalten.
>
> Die Bewährung des armierten Betons, die theoretischen Untersuchungen und die Erweise der Praxis gestatten den Schluß, daß die Verbundbauten keinem Argwohn zu begegnen brauchen und ihre Anwendung den Eisenbahnverwaltungen durchaus empfohlen werden kann. Die Erfahrungen — auch im Eisenbahnbau — zeigen, daß die Verbundausführungen, sorgfältig ausgeführt, ausgezeichnet ihren Dienst erfüllen und kaum einer Unterhaltung bedürfen. Deshalb kann auch die Anwendung des armierten Betons selbst dann empfohlen werden, wenn — ausnahmsweise — die Baukosten höher sind als die eines anderen Systems.
>
> Der Verbund gestattet eine schnelle Ausführung, um so mehr als bei ihm Materialien Verwendung finden, die überall zu haben sind.

Ferner kommen im Gebiete des **Eisenbahn- und Straßenbaues** als Sonderanwendungen in Frage: Hochbauten, Lokomotiv- und Güterschuppen, Wasserstationen, Reparaturwerkstätten und ähnliche Baulichkeiten, alsdann freistehende Bahnsteigdächer, im besonderen solche mit nur einer Säule und seitlich von dieser auskragenden Armen, weiter Bahnsteigbauten, Querschwellen verschiedenster Systeme, Ladebühnen, Licht- und Signalmasten, Stütz- und Futtermauern, Tunnelausbildungen aller Art, Einfriedigungen usw.

Die Gründe für diese umfassende Verwendung, welche der Eisenbeton in einer verhältnismäßig kurzen Entwickelungszeit im gesamten Bauwesen gefunden hat,

---

[1]) Siehe Zeitschrift für Bauwesen 1908, Heft I—III.

liegen sowohl in den hervorragenden technischen Eigenschaften des Verbundmaterials, als auch in seiner Wohlfeilheit im Vergleiche zu anderen Baustoffen begründet.

Von den technischen Eigenschaften der Verbundbauweise kommen im Wettbewerbe im besonderen mit Eisen und Stein sowie unarmiertem Beton in Frage: die große Sicherheit des Verbundes gegenüber der Gefährdung durch Rost und Feuer, der, im Verhältnisse zum reinen Massivbau, geringere Rauminhalt der Konstruktion, die Möglichkeit, den Eisenbeton in jede beliebige Form zu bringen, die ohne besondere Schwierigkeiten zu bewirkende Zusammenfügung der einzelnen Bauteile zu einem vollkommen monolithischen festgefügten Ganzen. In wirtschaftlicher Beziehung sprechen zudem zugunsten des Verbundes: die vielfach geringeren Anlagekosten — gegenüber reinen Beton-, Stein- und Eisenkonstruktionen, der kaum nennenswerte Unterhaltungsaufwand, endlich die naturgemäße Vergrößerung der Festigkeit im Laufe der Zeit.

Wie Erfahrungen bei Schadenfeuern und besonders veranstalteten Brandproben in beredter Weise zeigen, ist das Eisen — sowohl das schmiedbare als das Gußmaterial — kein feuersicherer Baustoff; geht doch seine Festigkeit bei hohen Temperaturen sehr erheblich zurück, findet doch durch den Aufprall des Strahles der Feuerspritze ein Springen oder Einknicken der glühenden Konstruktion statt; auch bedingt hier der Rost eine wachsende Gefährdung des Bauwerkes, wenn nicht einer Erneuerung bezw. Erhaltung des schützenden Anstrichs dauernde Aufmerksamkeit gezollt wird. Wenn auch Beton ohne Einlagen, desgleichen das in natürlichem oder gutem künstlichem Steine aufgeführte Mauerwerk als feuersicher angesehen werden kann, so erfordert es doch, bei der verhältnismäßig geringen Spannung, die man hier zu gestatten in der Lage ist, einen erheblichen Raum; auch können hier keinerlei bemerkenswerte Zugspannungen von der Konstruktion aufgenommen werden. Alle diese dem einzelnen Baustoffe anhaftenden Nachteile vermeidet der Verbundbau durch die Vereinigung von Eisen und Beton; durch die gemeinsame statische Arbeit beider wird die Abmessung der Konstruktionsglieder im Vergleiche zum reinen Stein- und Betonbau verringert, das vom Beton umschlossene Eisen vor Rost geschützt und dem unmittelbaren Angriffe eines Schadenfeuers entzogen; auch verstärkt hier das Eisen den Betonquerschnitt in der Art, daß neben der vorwiegend vom Beton aufzunehmenden Druckspannung sehr erhebliche Zugkräfte übertragen werden können.

Diese feste Verbindung beider Stoffe, welche sogar, wie bei Erwähnung der Eisenbetonrammpfähle ausgeführt wurde, selbst durch starke Erschütterungen keine — wenigstens nennenswerte — Einbuße erleidet, läßt auch den Eisenbeton für jene Gegenden besonders vorteilhaft erscheinen, in denen des öfteren Erdbeben zu befürchten stehen; während bei einem Massivbau oder einer durch Steinbau verblendeten bezw. umhüllten Eisenkonstruktion, wie die Erdbebenkatastrophe zu St. Francisco nur allzudeutlich gezeigt, bei erheblicher Erschütterung des Gebäudes der Zusammenhang der Steine (insbesondere bei Verwendung von Kalkmörtel) sich lockert, die Steine hinabstürzen und schließlich die freistehenden Eisenkonstruktionen gefahrbringende Formänderungen erfahren, so haben gut ausgeführte Eisenbetonbauten hinreichenden Widerstand geleistet, sich den anderen verschiedenartigen Bauweisen überlegen gezeigt; hier genügte bereits eine ausreichend starke, zur Gründung benutzte zusammenhängende Eisenbetonplatte, den Einsturz des Gebäudes aufzuhalten. Es sei daran erinnert, daß Monier schon in den 80er Jahren, wie auf S. 16 erwähnt wurde, seine Bauweise als besonders widerstandsfähig gegenüber Erdbeben bezeichnete und an gefährdeten Stellen der Riviera schon damals „erdbebensichere" Gebäude in Eisenbeton aufführte.



Im Vergleiche zu einem gemischten Bau aus eisernen Tragteilen (Säulen, Trägern), massiven Fundamenten, Mauern, Decken usf. ist der Eisenbetonbau ferner durch die Abkürzung der Ausführungszeit im Vorteile, werden doch hier zu gleicher Zeit Beton und Eisen verbaut, während dort zunächst das Fundament, die stützende Mauer genügend erhärtet sein muß, ehe die Säule zur Aufstellung gelangt, der Träger aufgelagert wird, der nun erst wieder die weitere Deckenausbildung gestattet.

Einen Nachteil gegenüber dem Massivbau, insbesondere wenn es sich um weitgespannte Gewölbebauten handelt, zeigt der Eisenbetonbau infolge der verhältnismäßig geringen Stärke seines Querschnittes, der hierdurch verbleibenden großen Elastizität und der somit bei Temperaturschwankungen eintretenden, nicht zu unterschätzenden Formänderung. Es ist dies im besonderen von Bedeutung für den Brückenbau, um so mehr als im Vergleiche zu einem Stein- oder Betongewölbe man sich hier der großen Sicherheit im Betriebe begibt, welche durch die überwiegende Einwirkung des Eigengewichts des Gewölbes im Verhältnisse zur Größe der Verkehrsbelastung gewährt wird.

Bei der Beurteilung der wirtschaftlichen Fragen im Wettbewerb der verschiedenartigen, älteren Baumaterialien mit der Verbundbauweise ist daran zu denken, daß dasjenige Bauwerk in dem wirtschaftlichen Sinne als das geeignetste erscheint, bei welchem die Summe

1. aus den jährlichen Zinsen des Anlagekapitals,
2. aus den jährlichen Unterhaltungskosten,
3. aus der jährlichen Zusteuer zu einem später den Neubau liefernden Erneuerungsfond,

ein Minimum ausmacht. Während man bei einer derartigen Vergleichung im Einzelfalle leicht in der Lage sein wird, unter Zugrundelegung der jeweiligen Materialpreise und Herstellungskosten die Bausummen an der Hand von vorläufigen Entwürfen zu vergleichen, ist die Frage der jährlichen Unterhaltungskosten und der Beisteuer zum ideellen Erneuerungsfond eine nicht ohne weiteres zu beantwortende; im besonderen kommt für die letztgenannten Kosten auch das wahrscheinliche Alter in Frage, welches die Konstruktion in Eisenbeton zu erlangen vermag. Es liegt auf der Hand, daß die erst wenige Jahrzehnte alte Verbundbauweise hier zurzeit noch keinerlei ausreichende Erfahrungszahlen zu liefern vermag, daß man also auf Schätzungen angewiesen sein wird. Hierbei wird man der Wahrscheinlichkeit nahe kommen, wenn man rechnet, daß zum mindesten in den ersten Jahrzehnten die Unterhaltungskosten außerordentlich gering werden, das zu erwartende Alter des Bauwerks aber dem eines guten Massivbaues, unter den gleichen Bedingungen und Verhältnissen errichtet, zum mindesten gleich zu erachten ist.

Eine allgemeinere Vergleichung der Baukosten ist ohne Aufstellung besonderer Entwürfe nur in dem einfachsten Falle der Belastung: bei auf Druck beanspruchten Pfeilern, möglich. Hier lassen sich im Vergleiche von Eisenbeton mit Eisen aus dem Prozentgehalte des Verbunds an Eisen, den Gesamtkosten für eine Tonne verbauten Eisens und für 1 m³ eingebauten Betons (einschließlich der notwendigen Verschalung), ferner aus dem Verhältnisse der Elastizitätskoeffizienten beider Baustoffe und der gegebenen oder verlangten Tragfähigkeit Schlüsse allgemeinerer Gültigkeit ziehen.[1])

Es sei jedoch hervorzuheben, daß in sehr vielen praktischen Fällen die technischen Vorteile sich als so überwiegend herausstellen, daß die wirtschaftlichen Fragen erst in zweiter Stelle mitsprechen, die ersteren also den Ausschlag geben.

[1]) Vgl. u. a.: Fortschritte der Ingenieur-Wissenschaften II. Heft, Nr. 13, § 11, S. 92.



II. Kapitel.

Theorie und Versuche.

a) 1. Die Druckfestigkeit des reinen, armierten und umschnürten Betons.

Bearbeitet von Dr. **Max Ritter von Thullie**, Professor a. d. Technischen Hochschule in Lemberg.

I. Allgemeines.

Die Zerstörung des gedrückten Betons geschieht auch bei Würfelform gewöhnlich durch die Überwindung der Scherfestigkeit. Es bilden sich Kegel oder Pyramiden, die sich gegenseitig verschieben. Bei höheren Säulen entsteht eine geneigte Fläche, in welcher die Scherfestigkeit überwunden wird. Behufs Vergrößerung der Tragkraft kann der Beton daher durch Eiseneinlagen, welche die Abscherung verhindern, oder doch erschweren, verstärkt werden.

Diese Eiseneinlagen bestehen gewöhnlich aus Längsstäben in der Richtung des Druckes. Wenn die Kraft zentral wirkt, so kann man annehmen, daß sie sich gleichmäßig auf den Querschnitt verteilt. Wenn das Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten des Eisens und Betons $n = \frac{E_e}{E_b}$ ist, so wissen wir, daß n für die kleinen Spannungen ungefähr gleich 10 angenommen werden kann, daß aber bei größeren Spannungen n immer größer wird, sogar bis 20 steigt. Um diese Veränderlichkeit der Verhältniszahl n zu berücksichtigen, nehmen wir einen Durchschnittswert $n = 15$, wie bei der Biegung, an, dann ist

$$P = \sigma_b \,(F_b + 15\, F_e) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Die Längseisen müssen symmetrisch angebracht werden, d. h. es müssen die Schwerpunkte der Beton- und Eisenflächen zusammenfallen, um die gleichmäßige Kraftverteilung zu erzielen. Bei exzentrisch wirkender Kraft werden auch die Eiseneinlagen rationell exzentrisch angeordnet. Wenn es sich um höhere Säulen handelt, so müssen die Längseisen am weitesten von der Axe entfernt und nahe an den Außenflächen angeordnet werden, um die allfälligen Biegungsspannungen besser aufzunehmen. Sie müssen aber auch in der richtigen Entfernung durch horizontale Bänder, Bügel oder durch Umschnürung erhalten und zusammengehalten werden, um deren Ausknickung zu verhindern.

Da die Konstruktion der Säulen im IV. Band nochmals behandelt ist, so erwähne ich hier nur kurz, daß gewöhnlich als Längseisen Rundeisen angewendet werden, es können aber auch steife Eiseneinlagen, L-, C- und I-Eisen als Längseisen dienen.

Die Bügel bestehen gewöhnlich aus 7 mm-Draht, welcher um die Rundstäbe geflochten wird. Die Enden werden zusammengedreht. Bisweilen werden statt Draht auch hochkantige Flacheisen (System Dègon) angewendet. Der Draht ist aber billiger und handlicher und genügt vollkommen.

Die Entfernung der Bügel läßt sich theoretisch noch nicht gut bestimmen. Gewöhnlich wurden sie bis jetzt, gleich der Querabmessung der Stütze, also etwa 20 bis höchstens 35 cm angenommen. Kleinere Entfernungen vergrößern die Tragkraft und wären zu empfehlen.

Der Fuß der Säule wird gewöhnlich verbreitert, bisweilen sogar als Eisenbetonplatte ausgebildet, und die Eiseneinlagen werden auf einen Rost von Flacheisen gestützt, um die gleichmäßige Kraftverteilung zu ermöglichen. (Siehe Abb. 20 im III. Bande, 1. Teil S. 16.)

Wenn auf der Säule Eisenbetonträger ruhen, so werden gewöhnlich die Längseisen in den Träger hinaufgeführt und so starr mit ihm verbunden. Dies sollte jedoch bei der Berechnung berücksichtigt werden.

Abb. 1.

Statt in bestimmten Abständen horizontale Bügel anzuwenden, hat Considère die Längseisen und den Beton mit Draht spiralförmig umschnürt, wobei der Draht eine kontinuierliche Schraubenlinie bildet. Die Versuche haben bewiesen, daß hierdurch eine bedeutend größere Druckfestigkeit erzielt werden kann, wie das weiter unten ausführlich dargetan wird.

Sanders[1]) hat eine wesentlich andere Armierung vorgeschlagen, nämlich eine Querarmierung (Abb. 1). Sie besteht aus Netzen dünner Rundeisenstäbe, die in Abständen, welche die kleinste Querabmessung des Prismas nicht überschreiten, senkrecht zur Längsachse im Beton angeordnet sind. Das Haftvermögen der Einlagen und die Reibung hemmen die Querdeformation des Betons und steigern bedeutend die Tragkraft. In der Praxis wurde jedoch diese Art von Armatur bisher nicht angewendet.

II. Druckfestigkeit des reinen Betons.

Die Druckfestigkeit oder der Widerstand, den der Beton dem Zerdrücken entgegensetzt, ist weit größer, als die Zugfestigkeit. Sie ist veränderlich mit dem Mischungsverhältnisse der Bestandteile, mit den Eigenschaften dieser Materialien, mit dem Zusatz von Wasser, mit der Ausführungsart, namentlich mit dem Stampfen, endlich mit dem Alter.

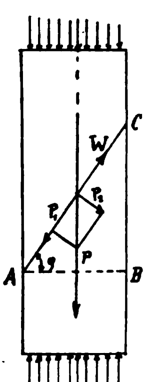


Abb. 2.

Auch ist die Druckfestigkeit größer bei kleineren Querschnitten als bei größeren.

Den Einfluß aller dieser Umstände auf die Druckfestigkeit zahlenmäßig festzustellen, ist noch nicht gelungen. Die kleinere Festigkeit bei größerer Höhe kann jedoch nach Saliger, wie folgt, erklärt werden.

Es sei P (Abb. 2) die in der Richtung der Achse wirkende Belastung der Säule. Denken wir uns einen schiefen Schnitt der Säule nach AC unter dem Winkel φ gegen AB, so wird der Widerstand in der Ebene AC für das Gleichgewicht

$$W = S + P_2 \varrho = P_1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

wobei $P_1 = P \sin \varphi$, $P_2 = P \cos \varphi$ und S die Scherkraft ist. Nennen wir f die Fläche des Normalschnittes AB, in welcher die Druckspannung σ herrscht, so ist $f \cos \varphi$ die Fläche des schiefen Schnittes und σ_1 die Schubspannung in dieser Ebene. Die Gleichung 2) können wir dann schreiben

$$f\sigma \sin \varphi - f\sigma \cos \varphi \, \varrho - \frac{f}{\cos \varphi} \sigma_1 = 0,$$

[1]) Siehe Beton u. Eisen 1903, S. 108 und 1907, Heft VI und VII eine Studie von Schinke u. Löser.

somit $\sigma_s = (\frac{1}{2} \sin 2\varphi - \varrho \cos^2\varphi) \cdot \sigma$ . . . . (3)

oder wenn $\frac{1}{2} \sin 2\varphi - \varrho \cos^2\varphi = a$

$$\sigma_s = a\,\sigma \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (4)$$

Die Schubspannung hängt also von φ und σ ab. Die Gleitfläche wird am leichtesten dort entstehen, wo σ_s seinen größten Wert erreicht, also wenn

$$\frac{d\sigma_s}{d\varphi} = 0 = \sigma\,(\cos 2\varphi + \varrho \sin 2\varphi), \text{ woraus}$$

$$\operatorname{ctg} 2\varphi = -\varrho \quad . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \ . \quad (5)$$

Wenn z. B. $\varrho = 0{,}7$, so ist $\varphi = 62^1/_2{}^0$, $a = \frac{1}{4}$, $\sigma_s = \frac{\sigma}{4}$. Die Normalfestigkeit eines Betonprismas von solcher Länge, daß die Bildung einer vollständigen Bruchfläche möglich ist, kann daher nur $\sigma = 4\sigma_b$ betragen. Dann muß $h > AB \operatorname{tg} \varphi$, also für $\varphi = 62^1/_2{}^0$, $h > 1{,}43\, AB$. Wenn sich eine so lange Gleitfläche nicht ausbilden kann, wie z. B. beim Würfel, dann ist die Festigkeit größer. Die Würfelfestigkeit ist daher größer als diejenige der Säulen, wo $h > b$ ist. Feret hat die Ergebnisse seiner Versuche in folgender Tabelle I zusammengestellt:

Tabelle I.

Druckfestigkeit in kg/cm².

	Prismen mit quadratischem Querschnitt von 2 cm Seite					Walzen mit 3 cm Durchmesser		
Höhe in cm	2	4	6	8	10	3	6	9
Portlandzement 9 Tage . . .	—	—	—	—	—	45,7	37,3	37,8
Rasch bindender Zement 6 „	126	104	107	103,5	104	117	115	—
Zementmörtel 1:1 13 „	121	115,5	112,5	111,5	111	104	104	117

Wir sehen, daß die Würfelfestigkeit überall größer ist als die der Säulen, mit Ausnahme nur der letzten Zeile rechts. Bei verschiedener Höhe, wenn $h > b$, ist sie dann fast gleich, wenn nur keine Knickerscheinungen vorkommen. Meine Säulenversuche haben das bestätigt.

Zur Schätzung der übrigen Einflüsse seien einige Versuchsergebnisse angeführt.

Den Einfluß des Alters und des Mischungsverhältnisses veranschaulicht die folgende Tabelle II über die amerikanischen Versuche:

Tabelle II.

Druckfestigkeit in kg/cm² nach

Mischung	7 Tagen	1 Monat	3 Monaten	6 Monaten
1 : 1 : 3	112	193	235	301
1 : 2 : 4	98	168	203	259
1 : 2¹/₂ : 5	91	155	187	238
1 : 3 : 6	84	144	171	217
1 : 3¹/₂ : 7	77	132	154	196
1 : 4 : 8	70	119	140	175
1 : 5 : 10	56	94	105	133
1 : 6 : 12	42	70	74	91

Die Versuche Kaufmanns[1]) mit Schlackenbeton ergaben für Würfel von 30 cm Seitenlänge nach 28 Tagen, wobei Neißekies und Koksasche verwendet wurden:

Mittlere Druckfestigkeit in kg/cm².

Mischung	Zement *P*	Zement *R*
1:6	143	138
1:2:4	176	150
1:3:4	177	139

Beim Bau der Donaubrücke in Munderkingen wurden auch Versuche über die Druckfestigkeit eines Betons 1 : 2,5 : 5 gemacht und zwar zeigten die Probewürfel von 20 cm Seitenlänge

nach	7 Tagen	28 Tagen	5 Monaten	2 Jahren 8 Monaten	9 Jahren	
die Druckfestigkeit	202	254	332	520	570	kg/cm².

Considère gibt folgende Verhältnisse der Druckfestigkeit an

nach	7 Tagen	28 Tagen	6 Wochen	1 Jahr
	0,33	0,66	1	1,5

Über den Einfluß des Wasserzusatzes wurden umfangreiche Versuche von Bach veröffentlicht unter dem Titel „Mitteilung über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz, sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben.“ Stuttgart 1903.

Es handelte sich um die Entscheidung über die Frage, ob der erdfeuchte Beton oder der plastische Beton, welcher etwa 50% mehr Wasser enthält, größere Festigkeit besitzt.

Das kurzgefaßte Ergebnis dieser Versuche ist, daß der erdfeuchte Beton nach 28 Tagen eine größere Festigkeit besitzt als der plastische, daß aber der Unterschied immer kleiner wird und bei drei Monaten schon sehr gering ist. Bei Eisenbetonbauten kommt aber gewöhnlich nur der plastische Beton in Betracht, welcher die genaue Umhüllung des Eisens und Betons gestattet.

Daß die Druckfestigkeit auch mit dem Stampfen zunimmt, zeigen die Versuche von Bach mit den Würfeln. Wenn die Stampfung eine solche war, wie bei den Säulen, so erhielt er als Mittel von fünf Versuchen die Druckfestigkeit 159 kg/cm² und bei kräftigerer Stampfung 175 kg/cm².

Bei meinen Versuchen in Lemberg erhielt ich als Würfelfestigkeit mit Normalsand und maschineller Rammung im Mittel aus drei Versuchen 397 kg/cm², bei der Handrammung nur 174,1 kg/cm². Weil die Würfel in den Versuchsanstalten gewöhnlich maschinell gerammt werden, so weisen sie natürlich eine größere Druckfestigkeit auf, als die mit der Hand mäßig gestampften Säulen.

Für die Druckfestigkeit einer Eisenbetonstütze bekommt Saliger in gleicher Weise, wie bei reinem Beton:

$$\sigma = \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{1+\beta\mu}{1+\alpha\mu} \cdot \sigma_s \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (6)$$

hierin ist $\beta = \frac{\sigma_{se}}{\sigma_s}$ Verhältnis der Schubspannung des Eisens und des Betons, $\alpha = \frac{\sigma_e}{\sigma}$, also z. B. $= 15$, $\mu = \frac{f}{f_e}$ das Verhältnis des Betons zur Eisenfläche.

σ_s max erhielt er, wie früher, für ctg $2\varphi = -\varrho$.

---

[1]) Beton u. Eisen 1907, S. 226.



Die Schubspannung des Betons im armierten Prisma hängt wesentlich vom α und β ab, α wächst etwa von 10 bis 20 bis zur Fließgrenze des Eisens. β ist auch anfangs gleich 10, dann wächst es aber viel rascher als α.

Der Vorteil der Armierung in gedrückten Betonsäulen besteht daher weniger in der rechnungsmäßigen Entlastung des Betons, als in dem indirekten Einflusse, den sie der Bruchgefahr entgegenstellt.

Die Entwickelung von Saliger ist aber nicht richtig, weil die Eisenteile nicht abgeschert, sondern verbogen wurden.

Wir müssen uns daher den Versuchen zuwenden und fangen mit Eisenbetonwürfeln an.

III. Druckversuche mit Eisenbetonwürfeln.

Versuche mit Eisenbetonwürfeln wurden im Jahre 1903 von Dr. Ing. F. v. Emperger vorgenommen (B. u. E. 1903, S. 268). Hierbei war die Betonmischung 1 : 2 : 3, das Alter 6 Wochen bezw. 3 Monate.

Es wurden Würfel aus reinem Beton, dann armierte Würfel untersucht, und zwar in zwei Anordnungen (Abb. 3).

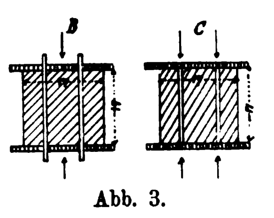


Abb. 3.

Bei der Anordnung C muß beim Zerdrücken die Knickfestigkeit der Eiseneinlage überwunden werden. Um dies auszuschalten, wurde die Anordnung B getroffen, wo die Eiseneinlagen hervorstehen und nur durch die Adhäsion zur Verstärkung des Betons beitragen.

Die betreffenden Ergebnisse sind in der Tabelle III zusammengestellt.

Tabelle III.

Abmessungen.	6 Wochen alt.	3 Monate alt.
A. Reiner Beton.		
hoch 34 cm	26 t bis 28 t	49,5 t
	(95 kg/cm^2)	(171 kg/cm^2)
B. Armierter Beton ohne Einbeziehung des Eisens.		
hoch 17 cm	31,5 t	49,0 t
Armatur 4 × 8 mm	(109 kg/cm^2)	(149 kg/cm^2)
$x = 0{,}35\,\%$		
hoch 34 cm		
Armatur desgl.	30,7 bis 32,8 t	46,1 t
hoch 17 cm	(110 kg/cm^2)	(159 kg/cm^2)
Armatur 4 × 16 mm	34,0 t	55,1 t
$x = 1{,}4\,\%$	(117 kg/cm^2)	(190 kg/cm^2)
hoch 34 cm	32,5 t	46,0 t
Armatur desgl.	(112 kg/cm^2)	(159 kg/cm^2)
C. Armierter Beton mit Einbeziehung des Eisens.		
hoch 17 cm	36,2 t	54,2 t
Armatur 4 × 4 mm	(125 kg/cm^2)	(188 kg/cm^2)

Durch die Ausschaltung der Haftfestigkeit der Eiseneinlagen ist die Tragkraft kleiner um 4,7 t bezw. 5,2 t. Die Knicktragkraft der 4 bis 8 mm dicken Stäbe beträgt rd. 2 t, der Rest, 2,7 t, stammt wahrscheinlich davon, daß bei B. die Druckkraft

im Eisen nur durch die Adhäsion entstehen konnte,' daher wahrscheinlich bei *B* kleiner war als bei *C*.

Dr. Ing. F. v. Emperger meint, diese Differenz 4,7 bezw. 5,2 t sei im Vergleich mit anderen Einflüssen, welche die Druckfestigkeit des Betons schwankend machen, z. B. dem Alter, als viel zu klein anzusehen, um als nachweisbar zu gelten. Man tue also besser, sie als nicht vorhanden zu betrachten und der Berechnung die Würfelfestigkeit des reinen Betons zugrunde zu legen.

Ich kann diesem Satze nicht beipflichten. Die Würfelfestigkeit ist eine künstliche Größe. Sie ist größer als die wahre Druckfestigkeit infolge großer Einflüsse der Verhinderung der Querausdehnung an den Stirnflächen und, wie beim reinen Beton dargetan wurde, der Unmöglichkeit der Ausbildung der Gleitfläche, in welcher der geringste Widerstand herrscht. Ob die Verstärkung der Säule durch Eiseneinlagen kleiner oder größer wird als die genannten Einflüsse bei den Würfeln, kann man im allgemeinen nicht sagen, ob daher die sogenannte Würfelfestigkeit durch die Armierung erlangt wird, oder sogar überschritten wird, hängt von der Art der Armierung ab. Wir werden später sehen, daß beim umschnürten Beton die Würfelfestigkeit bedeutend überschritten werden kann.

Dr. M. Marcichowski hat in Lemberg einige Versuche mit 10 cm-Würfeln gemacht (B. u. E. 1906, Heft V).

Die Probekörper waren 421 Tage alt und es ergaben die Versuche mit Würfeln ohne Eiseneinlage im Mittel $\mu = 167{,}2$ kg/cm².

Bei der Armierung mit 4 · 12 mm RE, also 4,5 %, erhielt er $\frac{P}{F_b} = 184{,}1$ kg/cm², also die Spannung wurde zwar größer, aber sie war weit entfernt von der in der Gleichung (1) angegebenen. Nach dieser Gleichung müßte nämlich $\frac{P}{F_b} = 253$ kg/cm² sein. Wir werden später bei Säulen sehen, daß bei so großem Armierungsprozent die Gleichung 1 überhaupt nicht gilt.

Marcichowski hat auch weitere Versuche mit Säulen desselben Querschnittes gemacht, wobei $h = 2b$ war.

Er erhielt für Würfel ohne Einlage $\mu = \frac{P}{F_b} = 120$ kg/cm²,

„ „ mit „ $\mu = \frac{P}{F_b} = 169$ kg/cm².

Gleichung (1) gilt auch hier nicht und wir sehen wiederum, daß die Bruchspannung kleiner als die Würfelfestigkeit ist.

Die neuesten Versuche sind die der französischen Ministerialkommission (veröffentlicht im Jahre 1907). Wir stellen die Ergebnisse in Tabelle IV (Seite 59) zusammen.

Wir sehen, daß die Formel (1) hier sowohl für Guß- wie für den gestampften Beton genügend übereinstimmende Resultate gibt.

In „Beton u. Eisen" (1907, VI, S. 152) wurden die Versuche von Schinke und Löser dargestellt. Hier wurden Quereinlagen aus gelochtem Blech von nebenstehender Form benutzt, welche sich als die wirksamsten erwiesen.

Tabelle V (Seite 59) umfaßt 10 Würfel, sie zeigt den großen Einfluß des Abstandes dieser Blecheinlagen.

Tabelle IV.

Nr.	Querschnitt	Höhe	F_b	Längseisen		F_e	Eisenprozent	Alter Monate	Zement	Bügelentfernung	Bruchlast P	$\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_b+15F_e}$	Anmerkung
				Anzahl	d									
		cm	cm²	n	mm	cm²	$100\,x$		kg/m³	e	t			
1	20/20	100	400	—	—	—	—	4	300	—	36,4	91	—	Gußbeton
2	„	„	„	—	—	—	—	4	„	—	38,9	97	—	„
3	„	„	„	4	18	10,2	2,54	4	„	33	48,8	122	88	„
4	„	„	„	4	18	10,2	2,54	4	„	33	50,5	126	91	„
5	„	„	„	—	—	—	—	4	—	—	60,1	150	—	gestampft
6	„	„	„	—	—	—	—	4	—	—	66,6	166	—	„
7	„	„	„	4	18	10,2	2,54	4	300	33	93,0	233	168	„
8	„	„	„	4	18	10,2	2,54	4	„	„	94,7	237	171	„

Tabelle V.

Nr.	Formen	Alter Tage	Blecheinlagen		σ_b	Bruchlast P	σ_v	$\frac{b}{e}$	$\left(\frac{b}{e}\right)^{\frac{1}{2}}$	$\sigma_b \frac{b}{e}$	$\sigma \left(\frac{b}{e}\right)^{\frac{1}{2}}$
			Dicke	Abstand							
	cm		mm	cm	kg/cm²	kg	kg/cm²			kg/cm²	kg/cm²
1	14·14·14	70	2,0	3,7	120	45 800	234	3,78	1,94	454	233
1a	„	70	„	1,9	120	134 000	682	7,37	2,71	880	325
2	14·14·14	61	1,0	3,7	103	44 400	225	3,78	1,94	389	200
2a	„	61	„	1,9	103	120 000	612	7,37	2,71	760	280
3	14·14·14	61	0,5	3,7	116	41 700	213	3,78	1.94	438	225
3a	„	61	„	1,9	116	75 000	383	7,37	2,71	855	314
4	15·15·15	68	1,5	5,0	90	38 800	172	3,0	1,73	270	156
5	„	63	„	3,0	80	52 800	235	5,0	2,24	400	179
6	19·19·19	58	1,0	5,0	80	56 200	156	3,8	1,95	304	156
7	24·24·24	58	„	5,0	75	97 000	169	4,8	2,19	360	164

Die Verfasser versuchten ein Gesetz der Vergrößerung der Druckfestigkeit zu finden und multiplizierten σ_b mit $\frac{b}{e}$ und $\sqrt{\frac{b}{e}}$. Wir sehen, daß die wirkliche Bruchspannung σ_v zwischen diesen beiden Grenzen liegt und $\sigma_b \sqrt{\frac{b}{e}}$ die untere Grenze bildet. Wir sehen auch, daß hier der Abstand e der Blecheinlagen bedeutend kleiner als die kleinste Querabmessung b ist, und zwar ist $\frac{b}{e} = 3$ bis 7,37. Bei kleineren $\frac{b}{e} = 3$ bis 5 ist σ_v sehr wenig von $\sigma_b \sqrt{\frac{b}{e}}$ verschieden, bei größeren $\frac{b}{e}$ jedoch bedeutend größer.

Daß auch anders geformte Quereinlagen die Würfelfestigkeit des Betons vergrößern, beweisen Versuche von Sanders, mit Beton und Querarmatur (Tabelle V[a] Seite 60), veröffentlicht in „Beton u. Eisen“ 1903 (S. 108).

Außerdem wurden erprobt 5 Stück Betonwürfel, 1 Zement auf 4 Sand, von 50 cm² Querschnitt, welche eine mittlere Würfelfestigkeit von 56 kg/cm² ergaben nach 35 Tagen, und 6 Stück Betonwürfel, 1 Zement, 2 Sand, 3 Kies, bei welchen eine mittlere Würfelfestigkeit von 190,3 kg/cm² festgestellt wurde. Alle Blöcke sind in trockener Luft erhärtet. Der Abstand der Querarmaturen wurde nicht angegeben.

Tabelle V[a].
Druckproben mit Betonkörpern und Betonkörpern mit Querarmatur.

Reihe Nummer	Nummer des Probekörpers	Abmessungen der Blöcke cm	Armierung: Zahl der Stäbchen	Armierung: Durchmesser der Stäbchen mm	Armierung: Proz. d. ganzen Volum. d. Körp.	Zusammensetzung des Betons in Volum-Teile	Alter bei der Erprobung Tage	Bruchlast der Blöcke einzeln kg/cm²	Bruchlast der Blöcke durchschnittlich kg/cm²	Risse entstehen bei einer Belastung kg/cm²	Bemerkungen
	1		—	—	—		34	84,5	95,5		
	2		—	—	—		34	107,0			
	3		4	8	0,7		34	97,5	100,0		
	4		4	8	0,7	1 Zement	34	102,5		nicht	
1.	5	17×17×17	8	8	1,4	2 Sand	34	116,0	122,0	aufge-	Abnormal
	6		8	8	1,4	2 Kies	34	128,0		zeichnet	
	7		16	8	2,8		34	107,0	109,5		
	8		16	8	2,8		34	112,0			
	9		24	8	4,2		34	132,0	135,5		
	10		24	8	4,2		34	139,0			
	11		—	—	—		30	87,8	90	—	
	12		—	—	—		30	92,3		—	
	13		4	8	0,7		30	97,9		80	
	14		4	8	0,7		30	100,0	99	80	
	15		8	8	1,4	1 Zement	30	109,0		76	
2.	16	17×17×17	8	8	1,4	2 Sand	30	125,0	117	86,5	Nicht angeführt, da
	17		16	8	2,8	3 Kies	30	118,0	118	107	vor der Belastung
	18		16	8	2,8		60	180,0	180	93	beschädigt.
	19		24	8	4,2		30	150,0	157	110	
	20		24	8	4,2		30	164,0			
	21		—	—	—		35	118,0	118,5	95,2	
	22		—	—	—		35	119,0		111,0	
	23		4	8	0,7		35	140,7	143,1	105,8	
	24		4	8	0,7		35	145,5		111,0	
	25		8	8	1,4	1 Zement	35	164,0	167,0	95,0	
3.	26	17×17×17	8	8	1,4	3 Sand	35	170,0		115,0	
	27		16	8	2,8	3 Kies	35	94,2	96,0	—	Vor der Belastung
	28		16	8	2,8		35	97,2		—	beschädigt.
	29		24	8	4,2		35	126,0	126.5	111,0	Abnormal
	30		24	8	4,2		35	127,0		100,5	
	31	17×17×17	—	—	—		35	48,4	49,45	38,0	
	32		—	—	—		35	50,5		48,4	
	33		152	4	3,74		35	88,2		79,5	
	34		152	4	3,74	1 Zement	35	95,2	94,7	72,6	
4.	35	17×17×30	152	4	3,74	4 Sand	35	100,6		89,9	Verkürzung 9,7 mm
	36		152	6	8,42		35	144,6		58,6	
	37		152	6	8,42		35	150,5	149,1	93,4	Verkürzung 9,8 mm
	38		152	6	8,42		35	152,2		72,6	Verkürzung 15 mm
	39		—	—	—		35	76,1	76,45	72,6	
	40		—	—	—		35	76,8		72,6	
	41	17×17×17	48	4	2,1		35	108,6	132,8	100,3	
	42		48	4	2,1	1 Zement	35	159,1		138,4	
5.	43		48	6	4,7	2 Sand	35	144,6	155,6	114,1	
	44		48	6	4,7	3 Kies	35	165,7		131,4	
	45	17×17×30	80	4	2,0		35	78,5?	82,1?	76,1	Verkürzung 12,6 mm
	46		80	4	2,0		35	85,8?		83,0	Verkürzung 11,6 mm

Wir sehen aus dieser Tabelle, daß durch die Querarmatur die Druckfestigkeit bedeutend steigt, z. B. von 90 bei Nr. 11 und 12 bis sogar auf 180 bei Nr. 18 mit 2,8 mm Querarmatur.

Die vorhandenen Versuche sind jedoch noch nicht zahlreich genug, um Formeln aufstellen zu können. Sonderbar ist, daß die höchsten Festigkeiten nicht bei 4,2 %, sondern bei 2,8 % Armierung vorhanden sind. Vielleicht ist der Beton schon zu oft durchbrochen. Wir werden dieselbe Tatsache bei den Säulen sehen, auch dort ist nur ein gewisses Armierungsmaximum angezeigt.

2. Versuche mit Säulen und ihre Berechnung.

IV. Druckfestigkeit der Eisenbetonsäulen mit Längsarmierung und Bügeln.

Die ersten Versuche mit Eisenbetonsäulen waren die des II. Gewölbeausschusses, welche in der Zeitschrift des Österr. Ing.- u. Arch.-Vereines 1901, Nr. 25 veröffentlicht wurden. Sie waren jedoch nicht so methodisch durchgeführt, um die verschiedenen Einflüsse auf die Druckfestigkeit der Säulen erkennen zu lassen. Bei 1 % Armierung zeigten die Eisenbetonsäulen 277 kg/cm² Druckfestigkeit, während die nicht armierten Säulen 125 kg/cm² Druckfestigkeit zeigten. Die Steigerung der Festigkeit ist hier sehr groß und vielleicht dem Umstande zu verdanken, daß die Bügel in Entfernungen von 10 cm angeordnet wurden, also, da $b = 50$ cm, $\frac{b}{e} = 5$ war.

An der technischen Hochschule in Charlottenburg wurde eine Säule mit $4\frac{1}{2}$ % Eisenarmierung untersucht. Die Säule war 3,22 m hoch, $b = 25$ cm, also $\frac{b}{h} = \frac{1}{13}$.

Die Säule ist nicht ausgeknickt, sondern wurde zerdrückt, wobei die Längseisen zwischen zwei Querverbindungen ausknickten.

A. Versuche von Lanza in Boston.

Professor Lanza war der erste, der eine größere Reihe von Versuchen mit Eisenbetonsäulen ausführte.[1])

Die Versuche umfassen 21 Säulen mit verschiedener Länge. Lanza hatte auch 7 Betonsäulen versucht und hierbei $\mu = \frac{P}{F_b} = 123$ kg/cm² erhalten. Die Betonmischung war 1 : 3 : 6. In Tabelle VI (Seite 62) sind die Ergebnisse zusammengestellt.

Aus der Zusammenstellung sehen wir, daß sehr viele Säulen an den Enden zerdrückt wurden, wahrscheinlich infolge nicht ebener Oberfläche und gleichmäßiger Kraftverteilung oder anderer Gebrechen. Diese zufälligen Erscheinungen vermindern sehr den Wert der Versuche. Es sollten daher beide Köpfe erweitert werden, um so den Zufälligkeiten an dieser Stelle entgegenzutreten.

Nur in zwei Fällen wurde größere Ausbiegung beobachtet, der Bruch erfolgte aber nicht durch Knickung, sondern durch Zerdrücken der Säulenenden.

Indem wir die Ergebnisse nach Eisenprozenten zusammenfassen, erhalten wir:

für	1,0 %	1,55 %	1,57 %	2,27 %	2,45 %	3,57 %		6,3 %
	1 Stab	1 Stab	1 Stab	4 Stäbe	1 Stab	4 Stäbe		4 Stäbe
$\frac{P}{F_b} =$	150,7	187,5	133,8	201,3	157,3	178,1	$>$	208,9
$\frac{P}{F_b + 15 F_e} =$	131,1	147,8	108,4	150,7	113,9	116,5	$>$	107,7.

[1]) Beton u. Eisen 1903, S. 326.



Tabelle VI.

Nr.	Zeichen	Tage alt	Querschnitt F_b cm²	Höhe l m	Anzahl der Stäbe	G. glatt, D. mit Drall	Querschnitt der Eisenstäbe cm²	$F_b + 15\,F_e$ cm²	x Eisen %	Die Bruchlast in kg	$\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_b + 15\,F_e}$	Anmerkungen
1	1	30	413	5,18	1	G.	6,45	509,75	1,57	48 535	117,5	95,2	Zerdrückt am Ende.
2	2	30	413	5,18	1	D.	6,45	509,75	1,57	57 607	139,5	113,0	Zuerst ausgeknickt, dann zerdrückt am Ende.
3	7	29	413	3,66	1	G.	6,45	509,75	1,57	45 360	109,8	89,0	Wie vor.
4	8	28	413	3,66	1	D.	6,45	509,75	1,57	57 154	138,4	112,5	Zerdrückt am Ende.
5	9	32	413	1,83	1	G.	6,45	509,75	1,57	62 597	151,6	122,8	Zerdrückt in der Mitte, dann abgeschert längs des Eisens.
6	10	31	413	1,83	1	D.	6,45	509,75	1.57	60 329	146,1	118,3	Zerdrückt am Ende.
7	3	31	413	5,18	1	G.	10,1	568,5	2,45	61 690	149,4	108,5	Zerdrückt in der Mitte, dann abgeschert längs des Eisens.
8	4	35	413	5,18	1	D.	10,1	568,5	2,45	67 854	164,3	119,4	Zerdrückt am Ende, gebrochen in Entfernung von 0,95 cm.
9	5	35	413	5,18	4	G.	14,6	632	3,57	82 555	199,9	130,6	Zerdrückt am Ende.
10	6	34	413	5,18	4	D.	14,6	632	3,57	75 751	180,3	120,0	Wie vor.
11	17	31	413	3,66	4	D.	14,6	632	3,57	66 679	161,5	105,5	Zerdrückt am Ende und auseinandergebrochen.
12	18	32	413	3,66	4	G.	14,6	632	3,57	69 401	160,8	109,8	}
13	15	29	413	1,83	4	D.	25,8	800	6,3	71 669	173,5	89,6	} Wie vor.
14	16	31	413	1,83	4	G.	25,8	800	6,3	100 678	243,3	125.8	}
15	25	35	645	5,18	1	G.	6,45	741,75	1.0	97 524	151,2	131,5	Abgebrochen in Entfernung von 0,95 bis 1,26 cm.
16	26	35	645	1,83	1	G.	6,45	741,75	1,0	90 720	140,7	122,3	Schief abgeschert am Ende.
17	42	45	645	1,83	1	D.	6,45	741,75	1,0	103 421	160,3	139,4	Wie vor und in der Mitte gebrochen.
18	35	31	645	3,66	1	D.	10,1	796.5	1,55	118 873	184,3	149,2	Schief abgeschert am Ende.
19	36	29	645	3,66	1	G.	10,1	796,5	1,55	116 575	180,7	146,3	Am Ende zerdrückt.
20	33	28	645	3,66	4	D.	14,6	864	2,27	136 080	211,0	157,5	Wurde nicht gebrochen, übertraf die Kraft der Maschine.
21	34	29	645	3,66	4	G.	14,6	864	2,27	124 286	191,7	143,9	Zerdrückt am Ende, die Schneide drang zwischen die Eisen.

Für die Säulen mit Eisenprozenten bis 2,27 erhalten wir $\frac{P}{F_b + 15\,F_e} = 108{,}4$ bis 150,7 und zwar sind die kleineren Zahlen 128,4 bis 113,9 für größere $\frac{l}{b}$ bis $\frac{l}{b} = 24$, die Werte 131, 147,8 und 150,7 sind für $\frac{l}{b} = 7$ bis 14.

Für größere Eisenprozente sind die Spannungen etwa um 25% kleiner, ein Beweis, daß die Formel (1) für größere Eisenprozente als 2,27 nicht direkt anzuwenden ist. Das Verhältnis $\frac{l}{b}$ hat im allgemeinen einen großen Einfluß auf die Tragkraft, aber nicht immer.

Bei Reihe $x = 1{,}57\,\%$ ist:

für $h =$	5,18	3,66	1,83	
$\frac{P}{F_b + 15\,F_e} =$	104,1	101,2	120,5	kg/cm²
für $x = 3{,}57$ $\frac{P}{F_b + 15\,F_e} =$	125,3	107,8	—	
für $x = 1{,}0$ $\frac{P}{F_b + 15\,F_e} =$	131,5	—	130,0	kg/cm²

Also innerhalb einer Reihe sehen wir bei kleinerer Höhe, bei $x = 1{,}57$ die Spannung größer, bei $x = 1{,}0$ gleich, bei $x = 3{,}57$ die Spannung kleiner.

Der Einfluß von $\frac{l}{b}$ auf die Tragkraft ist daher durch diese Versuche nicht erwiesen worden.

B. Versuche von Guidi in Turin.

Ingenieur Camil Guidi, Professor in Turin, hat im Jahre 1905 die Ergebnisse der Versuche mit Eisenbetonsäulen (Tabelle VII Seite 64) veröffentlicht.[1])

Alle Säulen waren 1,25 m hoch, die Bügel aus Draht 2,5 cm dick.

Aus diesem Versuchsergebnisse sehen wir, daß die nach der Formel (1) ausgerechneten Spannungen langsam mit x steigen. Es würde dies daher einem höheren Koeffizienten als 15 entsprechen. Jedoch bei 3 % fallen die Spannungen beträchtlich. Reihe 22 bis 24 gilt als Ausnahme mit ihren übermäßig kleinen Spannungen. Der Einfluß der Entfernung der Bügel auf die Bruchlast ist in den vorliegenden Grenzen nicht zu ersehen.

Bei größerer Bügelentfernung ist bei Reihe 4 bis 6 eine kleine Vergrößerung, bei Reihe 13 bis 15 eine kleine Verminderung der Bruchspannung eingetreten.

C. Versuche von Bach in Stuttgart.

Professor C. Bach hat im Jahre 1905 die Ergebnisse der Druckversuche mit Eisenbetonkörpern veröffentlicht.

Die Säulen waren alle 1 m hoch und besaßen quadratischen Querschnitt von 0,25 m Seite. Es war hier also $\frac{l}{b} = 4$. Die Prismen waren in der ersten Versuchsreihe ohne Eiseneinlagen, in den folgenden mit vier eisernen Längsstangen versehen, die durch Bügel von 7 mm Rundeisen verbunden wurden.

Überdies wurden auch Würfel von 30 cm Seitenlänge geprüft. Die Betonmischung war 1 : 3 : 2.

Die Ergebnisse siehe Tabelle VIII, Seite 65.

Wir sehen also, daß bei demselben Eisenprozent 1,15 % die Spannung für kleinere Bügelentfernung in den Grenzen $e = b$ bis $e = \frac{1}{4}\,b$ größer wird. Wenn wir $\frac{e}{b} = m$ nennen, so können wir schreiben in den Grenzen $m = 1$ bis 4

$$\sigma = 0{,}94\,\sigma_0 (1 + 0{,}076 \cdot m) \;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;.\;. \quad (7)$$

wenn σ_0 die Bruchspannung für Betonsäulen und σ die reduzierte Spannung für Eisenbeton bedeuten.

---

[1]) „Risultati specimentali su conglomerati di cemento semplici e armati."



Tabelle VII.

Nr.		x Prozent des Eisens	Tage alt	Querschnitte in cm² Wirkl. F_b	$F_b + 15 F_e$	Spannung $\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$
1	Bügel in Entfernung von 10 cm	0,94	73	500	571	120	105
2			74			134	118
3			76			144	126
1—3						133	118
4	Bügel je 20 cm	0,94	73	500	571	156	136
5			73			144	126
6			74			144	126
4—6						148	129
10	Bügel je 15 cm	1,06	76	1000	1160	180	160
11			77			157	136
12			81			139	120
10—12						159	139
13	Bügel je 25 cm	1,06	73	1000	1160	139	120
14			75			179	154
15			74			143	123
13—15						154	132
16	Bügel je 25 cm	2,0	70	1000	1305	200	154
17			70			175	135
18			72			186	144
16—18						187	144
19	Bügel je 25 cm	3,0	73	1000	1456	175	121
20			73			175	121
21			72			211	146
19—21						154	129
22	Bügel je 25 cm	1,35	75	1580	1898	140	97
23			75			134	92
24			75			144	100
22—24						139	96

Tabelle VIII.

Nr.	Tage alt	F_b	F_e	x	e	P	$\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$
1	92	618	0	0	"	90,1	146	"
2	92	616	"	"	"	84,7	138	"
3	91	615,5	"	"	"	85,7	139	"
1—3							141	—
4	102	617	7,1	1,15	0,25	105,6	171	145
5	97	620	"	"	"	100,2	161	138
6	101	619	"	"	"	106,3	172	146
4—6							168	143
7	97	618	7,1	1,15	0,125	104,0	168	144
8	97	621	"	"	"	116,2	187	160
9	99	618	"	"	"	108,1	175	149
7—9							177	151
10	92	617	7,1	1,15	0,0625	131,0	212	181
11	96	619	"	"	"	123,8	200	171
12	93	618	"	"	"	125,0	201	173
10—12							205	175
13	94	618	12,6	2,04	0,25	104,5	169	130
14	94	620	"	"	"	104,7	169	129
15	94	618	"	"	"	106,3	172	132
13—15							170	130
16	94	615	28,3	4,6	0,25	106,8	174	102
17	95	615	"	"	"	122,3	199	117
18	93	617	"	"	"	121,6	197	117
16—18							190	112

Bei derselben Bügelentfernung 0,25 m, also $m = 1$ erhalten, wir:

für $x = 0 \quad 1,15 \quad 2,04 \quad 4,6$

$$\frac{P}{F_b + 15 F_e} = 141 \quad 143 \quad 130 \quad 112$$

Somit ist die Gleichung (1) bis 1,15 genau gültig, bei $x = 2,04$ fällt schon die Spannung um 8%, bei 4,6 um 20%. Deshalb ist die Gleichung bei größeren Eisenprozenten als 2% nicht mehr ohne weiteres zu gebrauchen.

Die Druckfestigkeit der Würfel ergab sich als Mittel von fünf Versuchen wie folgt,

bei solcher Stampfung wie bei den Säulen 159 kg/cm²

" kräftiger " 175 "

D. Meine eigenen Versuche in Lemberg.

Im Jahre 1906 habe ich viele Eisenbetonsäulen auf Druckfestigkeit untersucht.

Die Hälfte der Säulen war 1,0 (gerade Ordnungszahlen), die andere Hälfte 1,5 m hoch (ungerade Ordnungszahlen). Da die Querschnittsform quadratisch und die Seitenlänge $b = 8$ cm war, so war $\frac{l}{b} = \frac{100}{8} = 12,5$ und $\frac{150}{8} = 18,75$. Nur bei einer Säule unter 88 Stück wurde die Ausknickung beobachtet, sonst erfolgte der Bruch durch Abscherung, wobei die Längseisen sich nach einer Seite verbogen, oder es bildeten sich zwei Pyramiden bei der Abscherung, wobei die Eiseneinlagen nach allen vier Seiten sich verbogen. Aus der folgenden Zusammenstellung sehen wir, daß die Höhe der Säulen auf die Tragkraft nicht von Belang war, wir erhalten nämlich vielfach für die höheren Säulen größere Zahlen.

Tabelle IX.

Zusammenstellung der Ergebnisse.

Nr.	Tage alt	F_b Säulenquerschnitt cm²	Längsarmierung			Bruchlast P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$ kg/cm²	e Entfernung der Bügel cm
			Anzahl und Dicke der Stäbe	F_e Eisenquerschnitt cm²	x Eisenprozent				
1a	30	64	4 R.E. 5 mm	0,786	1,23	20,3			8
1b	34	"		"	"	13,0			"
2a	30	"		"	"	18,83			"
2b	34	"		"	"	10,0			"
1 bis 2a						19,565	305,7	259	
1 bis 2b						11,500	180	152	
3a	30	64	4 R.E. 5 mm	0,786	1,23	13,35			12
3b	34	"		"	"	8,17			"
4a	30	"		"	"	15,25			"
4b	34	"		"	"	12,5			"
3 bis 4a						14,315	223,7	190	
3 bis 4b						10,085	155	133	
5a	31	64	4 R.E. 5 mm	0,786	1,23	19,0			16
5b	33					12,5			"
6a	31					17,0			"
6b	35					10,0			"
5 bis 6a						18,0	281	251	
5 bis 6b						11,25	176	157	
1 bis 6a						17,293	270	229	
1 bis 6b						10,444	170	145	
7a	31	64	8 R.E. 5 mm	1,572	2,46	15,0			8
7b	30					9,75			"
8a	31					13,4			"
8b	31					14,2			"
7 bis 8a						14,2	222	162	
7 bis 8b						11,975	187	137	
9a	30	64	8 R.E. 5 mm	1,572	2,46	18,0			12
9b	32					14,0			"
10a	30					14,05			"
10b	31					12,65			"
9 bis 10a						16,025	250	183	
9 bis 10b						13,325	208	167	
11a	31	64	8 R.E. 5 mm	1,572	2,46	18,3			16
11b	31					16,0			
12a	31					20,0			
12b	31					19,0			
11 bis 12a						19,15	299	219	
11 bis 12b						17,5	273	200	
7 bis 12a						16,458	257	188	
7 bis 12b						14,267	223	163	

Tabelle IX (Fortsetzung).

Nr.	Tage alt	F_b Säulen-querschnitt cm²	Längsarmierung: Anzahl und Dicke der Stäbe	Längsarmierung: F_e Eisen-querschnitt cm²	Längsarmierung: x Eisen-prozent	Bruch-last P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e}$ kg/cm²	e Ent-fernung der Bügel cm
13a	31	64	8 R.E. 4 mm	1,006	1,56	16,0			8
13b	37					15,5			
14a	31					17,0			
14b	37					11,0			
13 bis 14a						16,5	258	209	
13 bis 14b						13,25	207	167	
15a	32	64	8 R.E. 4 mm	1,006	1,56	13,95			12
15b	35					16,00			
16a	32					16,10			
16b	35					11,8			
15 bis 16a						15,025	238	190	
15 bis 16b						13,5	210	171	
17a	31	64	8 R.E. 4 mm	1,006	1,56	15,7			16
17b	34					12,7			
18a	31					16,0			
18b	34					13,0			
17 bis 18a						15,85	248	201	
17 bis 18b						12,85	201	163	
13 bis 18a						15,792	248	200	
13 bis 18b						13,2	206	167	
19a	30	64	4 R.E. 4 mm	0,503	0,78	15,2			8
19b′	30					16,1			
20a	30					13,0			
20b′	30					14,1			
19 bis 20a						14,1	220	197	
19 bis 20b′						15,1	236	211	
21a	30	64	4 R.E. 4 mm	0,503	0,78	11,5			12
21b′	30					15,1			
22a	30					10,0			
22b′	30					14,0			
21 bis 22a						10,75	168	150	
21 bis 22b						14,55	227	203	
23a	30	64	4 R.E. 4 mm	0,503	0,78	9,5			16
23b′	30					13,0			
24a	30					9,5			
24b′	30					10,0			
23 bis 24a						9,5	148	133	
23 bis 24b′						11,5	180	161	
19 bis 24a						11,45	179	160	
19 bis 24b′						13,717	217	192	

Tabelle IX (Fortsetzung).

Nr.	Tage alt	F_b Säulen-quer-schnitt cm²	Längsarmierung: Anzahl und Dicke der Stäbe	Längsarmierung: F_e Eisen-quer-schnitt cm²	Längsarmierung: x Eisen-prozent	Bruch-last P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e}$ kg/cm²	e Ent-fernung der Bügel cm
37a	32	64	4 R. E. 8 mm	2,01	3,13	13,0			8
37b	35					7,0			
38a	32					11,1			
38b	36					13,8			
37 bis 38a						12,0	188	128	
37 bis 38b						10,4	162	110	
39a	31	64	4 R. E. 8 mm	2,01	3,13	12,0			12
39b	35					13,75			
40a	31					11,6			
40b	35					16,0			
39 bis 40a						11,8	184	125	
39 bis 40b						14.875	232	158	
41a	30	64	4 R. E. 8 mm	2,01	3,13	20,0			16
41b	35					9,6			
42a	30					9,5			
42b	35					17,0			
41 bis 42a						14,75	235	157	
41 bis 42b						13.3	208	140	
37 bis 42a						12,868	201	137	
37 bis 42b						12,857	201	137	
43a	30	64	—	—	—	12			—
43b′	30					10,2			
44a	30					11,5			
44b′	30					10.6			
43 bis 44a						11,75	184		
43 bis 44b′						10,4	162.5		

Die Hälfte der Säulen wurde in der Fabrik einer Lemberger Betonfirma, die andere Hälfte durch dieselben Arbeiter in der Prüfungsstation unter Aufsicht des dortigen Personals hergestellt. Die ersten Säulen wurden mit „b“, die zweiten mit „a“ bezeichnet. Wir sehen aus der Zusammenstellung, daß die in der Fabrik angefertigten Säulen fast immer bedeutend kleinere Tragkraft haben. Nur die zuletzt angefertigten Säulen (mit „b'“ bezeichnet), welche mit besonderer Sorgfalt angefertigt wurden, haben dieselbe Tragkraft wie die Säulen „a“, manchmal noch eine größere.

Wir sehen zuerst, daß der Einfluß von e in den Grenzen $e = b$ und $e = 2b$ nicht festzustellen ist. Wenn nämlich bei 19 bis 24 a und b' für kleinere e größere Bruchspannungen vorkommen, so sehen wir andererseits bei der Reihe 7 bis 12 a und b das Umgekehrte, während bei den Reihen 1 bis 6, 13 bis 18 und 37 bis 42 die Spannungen schwanken. Wenn Bach den günstigen Einfluß der kleinen e gefunden hat, so war dies in den Grenzen $e = b$ und $c = \frac{1}{4} b$, oberhalb $e = b$ ist aber dieser Einfluß nicht festzustellen.



Wenden wir uns jetzt dem Einflusse der Längsarmierung zu, so haben wir hierzu folgende Tabelle zusammengestellt.

		für $x =$ 0	0,78	1,23	1,56	2,46	3,13
$\frac{P}{F_b}$	Reihe a	184	179	270	248	257	201
	„ b	162	214	170	206	223	201
	Mittel	173	196	220	227	240	201
$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$	Reihe a	184	160	229	200	188	137
	„ b	162	192	145	167	163	137
	Mittel	173	176	187	183	175	137

Wir sehen, daß die Formel (1) bis 2,5 % hinlänglich genau ist, später aber schon nicht mehr gilt. Das Interessante ist, daß die Spannung $\frac{P}{F_b}$ bei $x = 3,13$ kleiner wird, als bei $x = 1,23$ und nicht viel größer als bei $x = 0,78$. Als die günstigsten Prozente können 1 bis 2 % nach dieser Tabelle betrachtet werden.

E. Versuche von Howard in Watertown.

James Howard hat zahlreiche Versuche mit Eisenbetonsäulen in „The Engineering Record" (1906, vol. 54, S. 54) veröffentlicht, welche im Watertowner Arsenal, Mass., ausgeführt wurden. 99 Säulen wurden schon untersucht, andere wurden angefertigt und harren noch der Untersuchung. Es wurden verschiedene Mischungsverhältnisse angewendet, reine Betonsäulen, sowie Eisenbeton- und umschnürte Säulen untersucht.

Die Höhe der Säulen war 2,44 m und der Durchmesser 25,4 bis 30,5 cm.

Die Ergebnisse sind in nachstehenden Diagrammen dargestellt.

Abb. 4 veranschaulicht die Druckfestigkeit verschiedener Betonmörtelsäulen. Man sieht, wie mit der größeren Menge von Sand die Tragkraft sich verringert. Auf der rechten Seite der Figur sind Eisenbetonsäulen mit Längsarmierung, aber ohne Bügel eingezeichnet mit 2,86 %, die letzte mit 4,63 %. Wir sehen, daß namentlich bei magerem Beton die Wirkung der Armierung am größten ist.

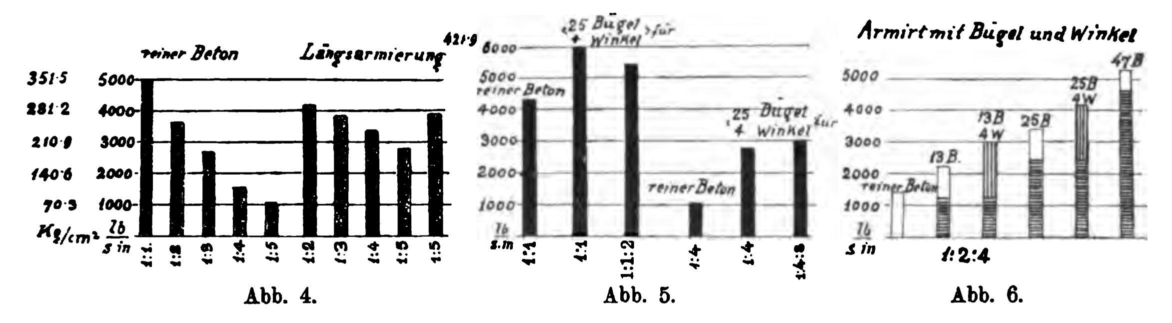


Abb. 4. Abb. 5. Abb. 6.

In der Abb. 5 sehen wir, wie durch die Beigabe von zwei Teilen Schotter bei der Mischung 1 : 1 die Tragkraft verringert wurde. Umgekehrt wurde beim mageren Beton die Tragkraft durch Beigabe von Schotter von 194 kg/cm² auf 211 kg/cm² vergrößert. Die Entfernung der Bügel war aber 6,35 cm.

Abb. 6 stellt die Tragspannungen der Eisenbetonsäulen bei der Betonmischung 1 : 2 : 4 dar.

Es trug die Säule von reinem Beton . . . 99 kg/cm²
mit 13 Bügeln . . . . 157 „
„ 13 „ und 4 Winkeln 213 „
„ 25 „ . . . . 241 „
„ 25 „ und 4 Winkeln 294 „
„ 47 „ . . . . 372 „

Wir sehen, daß nicht nur durch Vermehrung von Längseisen, sondern auch von Bügeln die Tragkraft gesteigert wird.

Die nächste Abb. 7 zeigt die Tragspannung verschieden armierter Säulen. Es ist:

Betonmischung	Armierung	$\frac{P}{F_b}$
1:1	reiner Betonmörtel	352 kg/cm²
1:1:2	reiner Beton	274 „
1:2	8 Durchm. 1,9 mit Drall	295 „
1:5	13 „ 1,9 „ „	275 „
1:2:4	25 Bügel, 4 Winkel	295 „
1:3:6	„ „ „ „	272 „
1:4:8	„ „ „ „	211 „

Abb. 7.

Die Verkürzungen hängen hauptsächlich von der Betonmischung ab. Durch die Beigabe von Längseisen werden sie nicht verringert, in einigen Fällen sogar vergrößert. Am größten ist die Verkürzung bei Anwendung der Umschnürung. Die Erhöhung der Tragkraft kann nach diesen Versuchen durch drei Mittel erreicht werden, durch Anwendung fetter Betonmischungen, durch Längs- und durch Seitenarmierung.

F. Versuche von Popplewell in Manchester.

Die sehr umfangreichen Versuche von Popplewell in Manchester[1]) erstreckten sich auf Ziegelpfeiler und Betonpfeiler. Hier werde ich nur die letzteren besprechen. Die Betonmischung war 1:5.

Tabelle X.

Nr.	Querschnitt m²	Höhe m	Armierung	F_e	x	Alter Wochen	Proportionalitätsgrenze kg/cm²	Risse bei Spannung kg/cm²	Tragspannung kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e}$ kg/cm²
17	0,3 × 0,3	0,3				13	71,2	200,8	217,3	—
18	0,3 × 0,3	0,3				34	104,2	215	246,8	—
19	0,25 × 0,3	0,91				15	43,9	76,9	76,9	—
20	0,25 × 0,3	0,91				27	43,9	110,7	110,7	—
21	0,25 × 0,3	0,91				53	82,3	154	154	—
22	0,25 × 0,3	0,91	4 Durchmesser 4,44	0,616	0,8	15	153,6	131,6	230,3	205
23	0,25 × 0,3	0,91	4 Durchmesser 4,44	„	„	27	109,5	217,3	258,9	230,4
24	0,25 × 0,3	0,91	4 Durchmesser 4,44	„	„	53	208,4	217,3	375,8	334,5
			Bügel gedrallt							

Wir erhalten sonach die Würfelfestigkeit . . . . 227 kg/cm²
die Druckfestigkeit der Betonsäulen . . . . 114 „
„ „ Eisenbetonsäulen Nr. 22 und 23 217,7 „
„ „ „ Nr. 24 . . . 334,5 „

[1]) Popplewell, „Some experiments on the strength of brickworth piers and pillars of concrete.“ Engin. News. 1906, S. 9.

Der Verfasser bemerkt hierzu, daß bei 22 und 23 Bügel in kleinen Abständen angebracht wurden.

Die größere Tragkraft der Säule 24 ist durch noch kleinere Abstände der Bügel und sichere Verbindung durch Schnallen verursacht.

Schade, daß der Verfasser keine Angaben über die Entfernungen der Bügel macht.

G. Versuche von Dr. Ing. F. v. Emperger in Wien.

Dr. F. v. Emperger hat auch Versuche mit Säulen im großen Maßstabe veranstaltet. Diese sind noch nicht veröffentlicht. Ich verdanke jedoch der besonderen

Tabelle XI.

Reihe	Nr.	Betonmischung	Querschnittfläche F_b cm²	Schlankheit $\frac{l}{b}$	Armierung: Anzahl und Durchmesser	Armierung: F_e cm²	Armierung: Prozent $x = \frac{100 F_e}{F_b}$	Bügelentfernung e cm	Bruchlast P kg	$\sigma = \frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$	σ nach Gleichung 8
1a	1	1 : 4	328,5	1,77	4 ø 28	24,63	7,5	13	155 000	472	222	
	2		331,2	1,76	4 ø 28	„	7,45	13	104 000	314	149	
	3		326,7	1,78	4 ø 22	15,21	4,66	13,1	121 000	370	185	
	4		324,0	1,78	4 ø 22	„	4,7	13,1	80 000	247	143	
	5		324,0	1,66	4 ø 16	8,04	2,47	13	130 000	401	292	
	6		325,8	1,68	4 ø 16	„	2,47	13	57 000	175	128	
	7		328,7	1,16	4 ø 28	24,63	7,5	13,1	125 000	380	179	
	9		325,8	1,16	4 ø 22	15,21	4,65	13	128 000	394	231	
	10		328,7	1,16	4 ø 22	„	4,63	13	119 000	362	210	
	11		334,9	1,14	4 ø 16	8,04	2,40	13,1	141 500	411	310	
	12		325,8	1,17	4 ø 16	„	2,47	13,1	120 500	370	210	
1b	13	1 : 4	329,8	5,50	4 ø 28,2	24,99	7,57	46	148 000	449	210	415
	14		336,0	5,44	4 ø 28	24,63	7,53	46	141 400	421	200	414
	15		329,2	5,48	4 ø 22	15,21	4,63	35,5	142 300	432	258	368
	16		330,7	5,42	4 ø 22	15,21	4,60	35,5	102 500	310	185	368
	17		333,4	5,51	4 ø 12	4,52	1,36	29,5	106 400	319	262	316
	18		342,4	5,41	4 ø 12	4,52	1,32	29,5	93 400	273	225	315
	19		330,8	4,15	— —	—	—	—	97 300	294	—	294
	20		327,1	2,13	— —	—	—	—	90 900	278	—	294
	21		328,7	2,04	— —	—	—	—	120 600	367	—	—
	22		332,9	2,07	— —	—	—	—	102 500	308	—	—
	23		402,6	1,56	— —	—	—	—	125 200	311	—	—
2a	1		327,6	17,95	4 ø 23	16,62	5,07	11,2	98 000	299	170	
	2		325,8	11,84	4 ø 32	32,17	9,87	10,5	116 500	357	144	
	3		323,2	11,81	4 ø 23	16,62	5,14	10,0	106 000	328	185	
	4		323,1	11,85	4 ø 23	„	5,14	11,1	112 000	346	196	
	5		324,0	11,87	4 ø 16	8,04	2,48	12,9	81 000	250	182	
2b	6		291,8	5,70	4 ø 23	16,62	5,7	35	94 700	325	215	
	7		293,4	2,07	— —	—	—		81 800	270	—	
3a	1		317,8	25,82	2 I N. 14	41,08	13,15		147 000	462	157	
	2		319,2	15,09	2 I N. 14	41,08	13,11		161 500	506	172	
	3		406,0	10,52	4 L $\frac{60 \cdot 60}{6}$	27,60	6,8		165 500	407	325	
	4		326,7	11,86	4 ø 23	16,62	5,07	10,7	101 000	309	175	
3b	5	1 : 6	336,9	5,67	4 T $\frac{70 \cdot 54}{8}$	37,52	11,7	26	158 600	498	176	
	6		342,8	5,49	—	—	—	—	106 400	310	—	
	7		324,2	2,01	—	—	—	—	123 200	380	—	
	8		325,1	1,99	—	—	—	—	115 400	355	—	

Freundlichkeit Dr. F. v. Empergers die Erlaubnis, die Ergebnisse der bisherigen Versuche in Kürze zu veröffentlichen und zu besprechen. Die eingehende Beschreibung der Versuche von Dr. F. v. Emperger wird in geeigneter Form demnächst als Heft 8 der „Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons“ erscheinen.

Vorstehende Zusammenstellung liefert den Beweis, daß die Berechnung der Bruchlast mittels Formel 1) bei höheren Eisenprozenten unzulässig ist. Die mittlere Bruchspannung der Betonsäulen der Reihe 1b ist 327 kg/cm². Jedoch ist diese Bruchspannung bei niedrigen Säulen $\left(\frac{l}{b} = 1 \text{ oder } 2\right)$ größer, weil sich die Abscherungsflächen nicht voll ausbilden können. Wenn wir daher als die Bruchspannung der reinen Betonsäulen 294 kg/cm² (Säule 19) annehmen, so könnte man für die Bruchspannung die Formel

$$\sigma = \sigma_s + 16\,x = 294 + 16\,x = 294\left(1 + 5{,}5\frac{x}{100}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

aufstellen. In der vorletzten Spalte wurden für Reihe 1b die Spannungen σ darnach berechnet und eingetragen und wir sehen, daß die beobachteten Spannungen σ von den berechneten nicht zu viel abweichen. Die Entfernung der horizontalen Bügel war hier überall groß, im Mittel $\frac{e}{b} = 2$.

Wir haben die Ergebnisse der Versuche v. Empergers in einer graphischen Tafel (Abb. 8) zusammengestellt und für verschiedene Reihen die Gleichungen aufgezeichnet.

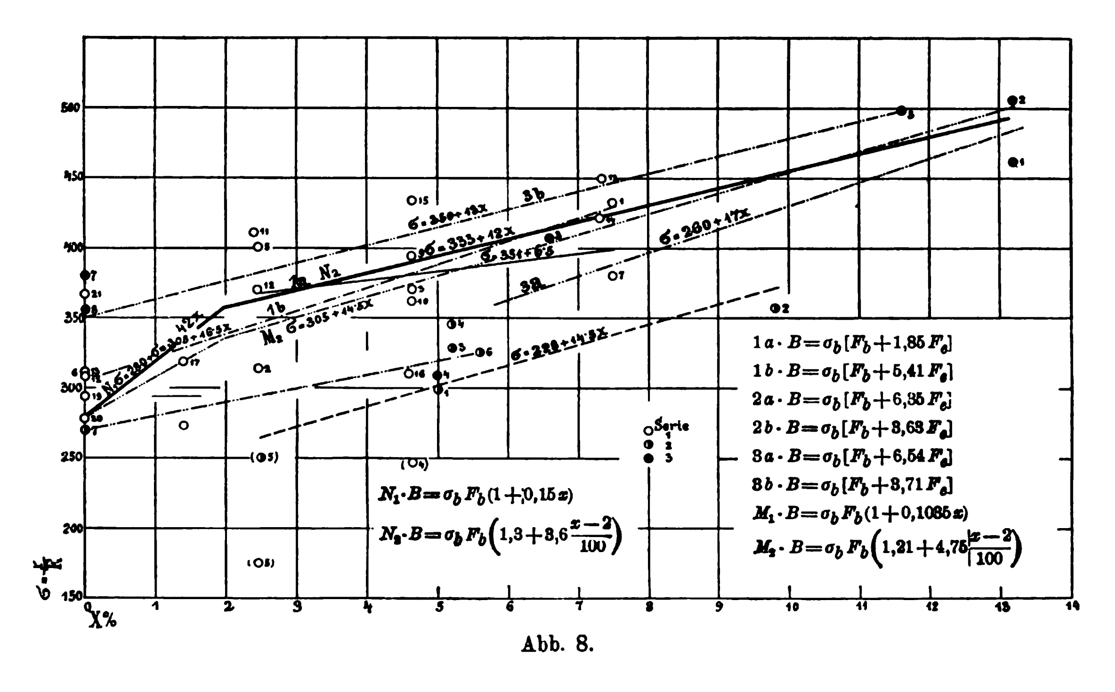


Abb. 8.

Wenn wir für die Prozente 0 bis 2 % die Gleichung der Geraden N, $B = \sigma_b F_b\,(1 + 0{,}15x)$ als aus anderen Versuchen feststehend betrachten, so erhalten wir für größere Prozente die Gerade N_2 die Gleichung

$$B = \sigma_b F_b \left(1{,}3 + 3{,}6\frac{x - 2}{100}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8\text{a})$$

H. Versuche von Talbot in Urbana.

Professor Art. Talbot an der Illinois-Universität in Urbana hat in der dortigen Prüfungsanstalt zahlreiche Versuche mit Säulen durchgeführt[1]), die wir noch kurz erwähnen wollen.

Es wurden 18 Säulen geprüft. Zum Vergleich wurden aber von derselben Mischung wie die Säulen immer noch Würfel und kleine Zylinder angefertigt. Die Würfel waren 30,5 cm hoch, die Zylinder hatten 20,3 cm Durchmesser und 40,6 cm Höhe; die Säulen waren verschieden, und zwar reine Betonsäulen, Säulen mit vier Längseisen ohne Bügel und mit vier Längseisen mit 6,4 mm dicken Bügeln in Abständen von 30,5 cm. Die Höhen waren 1,83 m, 2,74 m und 3,66 m. Der Querschnitt war 22,9/22,9 cm und 30,5/30,5 cm. Die Betonmischung war $1:2:3^3/_4$. — Die Säulen blieben 14 Tage in den Formen.

Die Ergebnisse der Versuche geben kein klares Bild, denn obgleich die Mischung dieselbe war, waren die Würfelfestigkeiten dennoch sehr verschieden. Dieselben betragen von 104 bis 173 kg/cm².

Bei reinen Betonsäulen wurden folgende Bruchfestigkeiten festgestellt:

Nr.	5	8	9	12	15	18	
$\frac{F}{F_b}=$	120	141	113	120	84	76	109 kg/cm² im Mittel

Bei der Armierung 1,21 v. H. erhalten wir:

Nr.	1	2	7	11	
$\frac{F}{F_b}=$	112	131	124	136	126 kg/cm² im Mittel
$\frac{P}{F_b+15\,F_e}=$	95	111	110	115	108 „

was sehr genau mit der mittleren Festigkeit 109 kg/cm² übereinstimmt.

Dagegen ist bei der Armierung 1,52 v. H.:

Nr.	2	6	10	12	14	16	17	
$\frac{F}{F_b}=$	111	112	90	164	96	113	155	120 kg/cm² im Mittel
$\frac{P}{F_b+15\,F_e}=$	90	99	64	116	68	80	110	90 „

Die stärker armierten Säulen erwiesen sich daher im Mittel schwächer als die mit 1,21 v. H. armierten. Den Grund hierzu könnte man vielleicht im schlechteren Beton finden. Für die Betonsäule Nr. 15 ist $\frac{P}{F_b}=84$ kg/cm², die Würfelfestigkeit $W=138$ kg/cm². Für die Säule Nr. 2 ist auch $W=138$ kg/cm² und $\frac{P}{F_b+15\,F_e}=$ 90 kg/cm², also nicht sehr verschieden. Für die Säule Nr. 10 ist aber $W=148$ kg/cm² und $\frac{P}{F_b+15\,F_e}=64$ kg/cm², also bedeutend weniger. Diese Widersprüche hat Talbot nicht erläutert.

Talbot hat bei diesen Versuchen die Zusammendrückung der Säulen sehr genau gemessen. Er hat nun in die Formänderungsdiagramme auch die zugehörigen Form-

[1]) Siehe Beton u. Eisen, 1907, Heft VIII und Bulletin der Universität von Illinois Nr. 11, I, Vol. IV, vom 1. Februar 1907.

änderungen der Eiseneinlagen eingezeichnet und hieraus auf die Verteilung der Spannungen im Beton und Eisen geschlossen.

Der Verfasser zieht folgende Schlüsse aus seinen Versuchen:

1. Die Versuchssäulen wurden mit Sorgfalt angefertigt, um die Gleichförmigkeit des Betons zu sichern, sie zeigen aber sehr große Unterschiede in der Tragkraft. In der Praxis ist naturgemäß ein noch größerer Unterschied möglich.

2. Die Würfelfestigkeit ist größer als die Festigkeit des Betons in den Säulen. Es ist z. B.

Nr.	7	11	2	10	16	5	15	18	
v. H. =	1,21	1,21	1,5	1,5	1,5	0	0	0	
$W =$	156	171	138	148	158	172	138	106	kg/cm²
$\frac{P}{F_e} =$	124	136	111	90	113	120	84	76	„
$\frac{P}{F_b + 15 F_e} =$	110	115	90	64	80	—	—	—	„
Zylinder .	—	—	—	81	96	124	—	85	„

Der Verfasser rechnet aus den Verkürzungsdiagrammen, daß die Betonfestigkeit in den armierten Säulen etwa 15 v. H. kleiner ist als in den Betonsäulen. Nach meiner Zusammenstellung ist die Festigkeit bei 1,21 v. H. fast gleich, bei 1,5 v. H. jedoch 18 v. H. kleiner. Der Verfasser kann aber die Ergebnisse nicht als endgültig annehmen, was ich um so mehr tun muß, da sie mit anderen bisherigen Resultaten nicht gut übereinstimmen.

4. Die Formänderungskurve der Säulen ist einer Parabel ähnlich. Beim Nachlassen der Belastung verläßt die Kurve die Parabel und nähert sich mehr einer Geraden, beim Erreichen der ursprünglichen Belastung ist die Formänderung wieder dieselbe und die Fortsetzung der Kurve ist wieder dieselbe Parabel.

Die Versuche von Talbot haben nichts wesentlich Neues geliefert. Sie haben nur bewiesen, daß die Bügel, wenn deren Entfernung zu groß ($e > b$) ist, nichts mehr nutzen und ohne Änderung der Tragkraft sogar weggelassen werden können. Es wäre daher wünschenswert, umgekehrt behufs Vergrößerung der Tragkraft diese Entfernung kleiner als $e = b$ anzunehmen.

Die neuesten Versuche Talbots, welche im Jahre 1907 durchgeführt wurden, kennen wir nur aus einem in Engineering Record (1907, II, S. 145) veröffentlichten Artikel. Talbot hat die Verkürzung des Betons und der Eiseneinlage sehr genau gemessen und erhielt das Verhältnis der Eisenspannung zur Betonspannung anfangs 13, für $^3/_4$ der Bruchbelastung 14 und bei der Bruchbelastung 26. Die Formänderungslinie für den Beton allein erhielt Talbot durch die Subtraktion der Ordinaten der Formänderungslinie für Eisen allein von den Ordinaten der Formänderungslinie der Eisenbetonsäule. Sie stimmte genug genau mit der Formänderungslinie der Betonsäulen. Talbot hat auch die Querformänderung der Säulen genau gemessen und erhielt die Poissonsche Konstante für kleine Spannungen 10 oder etwas weniger, für die größten Spannungen 4, sogar 3,3.

Bezüglich Berechnung der nötigen Erweiterung der Säulenfüße behufs Erlangung eines genügend geringen Bodendruckes verweise ich auf den Artikel von E. Godfrey: „The design of reinforced concrete columns and footings“ (Engin. News 1906, II, Seite 30).

V. Druckfestigkeit des umschnürten Betons.

A. Theoretische Untersuchungen.

Die Theorie des umschnürten Betons werden wir hier nach Dr. Saliger besprechen.[1])

Wir wissen, daß die Zerstörung eines Betonprismas durch Druck gewöhnlich in der Weise entsteht, daß sich Gleitflächen bilden, in welchen die Schubfestigkeit überwunden wird. — Die Umwickelung eines Betonprismas mit Eisen verhindert oder erschwert die Bildung von Gleitflächen, die Druckfestigkeit wird daher gesteigert. Es tritt hier ein neuer Faktor vor, die Zugfestigkeit der Umschnürung, welche auf den Betonzylinder einen horizontalen Druck ausübt.

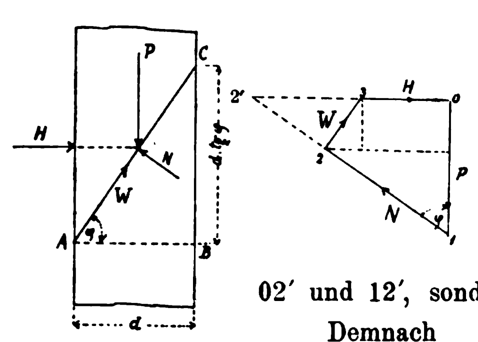


Abb. 9.

Die Kraft $P = 01$ wird zerlegt nicht in $02'$ und $12'$, sondern in 3 Seitenkräfte 03, 32, 21.

Demnach
$$P = N \cos\varphi + W \sin\varphi \quad \ldots \quad (9)$$
$$H = N \sin\varphi - W \cos\varphi \quad \ldots \quad (10)$$
$$W = S + N\varrho,$$
wenn S der Scherwiderstand, ϱ der Reibungswinkel ist, dann ist
$$H = N \sin\varrho - S\cos\varphi - N\varrho\cos\varphi$$
also
$$N = \frac{H + S\cos\varphi}{\sin\varphi - \varrho\cos\varphi}.$$

Dies in (9) eingesetzt, erhalten wir
$$P = \frac{H + S\cos\varphi}{\sin\varphi - \varrho\cos\varphi}\cos\varphi + S\sin\varphi + \frac{H + S\cos\varphi}{\sin\varphi - \varrho\cos\varphi}\cdot\varrho\sin\varphi,$$
$$P = \frac{S}{\sin\varphi - \varrho\cos\varphi} + H\frac{\cos\varphi + \varrho\sin\varphi}{\sin\varphi - \varrho\cos\varphi}.$$

Es sei k_u die ideelle Druckspannung im umschnürten Beton, so daß $P = f\cdot k_u$, wobei f Querschnitt AB ist, so ist
$$S = \frac{f}{\cos\varphi}\sigma_s + \frac{f_e}{\cos\varphi}\sigma_{se} = \frac{f}{\cos\varphi}(1 + \beta\mu)\,\sigma_s,$$
wenn
$$\mu = \frac{f_e}{f},\ \beta = \frac{\sigma_{se}}{\sigma}.$$

H hängt wesentlich von der Stärke der Ummantelung ab. Wenn f_u den Querschnitt der Umschnürung auf die Längeneinheit berechnet bedeutet, so ist $F_u = f_u\,BC = f_u\,d\,\mathrm{tg}\,\varrho$.

Wenn die Säule Kreiszylinder ist, so ist die Fläche, auf die sich H gleichmäßig verteilt, eine Ellipse mit den Achsen d und d tg φ.

Wir sehen, daß hier Dr. Saliger die Abscherung des Eisens einführt, weshalb die Ergebnisse nicht ganz einwandfrei sind.

Immerhin sind sie interessant. Wir verzichten auf den weiteren Beweis und führen hier das Schlußresultat Saligers an. Er erhält, wenn der Raumanteil des Umschnürungseisens μ_u ist, die Bruchfestigkeit
$$\sigma = 2\,\mathrm{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)(1 + \beta\mu)\,\sigma_s + \mathrm{tg}^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)\frac{\mu_u}{2}\sigma_u \quad \ldots \quad (11)$$

---

[1]) „Über den Einfluß der Schubfestigkeit und der Armierung auf die Bruchgefahr in gedrückten Steinprismen." Zeitschr. f. Arch. u. Ing. 1905, S. 66 und: Die Druckfestigkeit des umschnürten Betons. Deutsche Bauzeitung, Mitteilungen 1907, S. 63.

Der erste Summand stellt die Eigenfestigkeit des armierten Betonzylinders, der zweite die Vermehrung der Festigkeit durch die Umschnürung fest.

Wenn wir $\varphi = 41^0$ annehmen, so ist

$$2 \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \cong \operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) \cong 4{,}5,$$

also

$$\sigma = 4{,}5\, \sigma_s \left[1 + \beta\left(\mu + \frac{\mu_u}{2}\right)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Wenn wir die Eigenfestigkeit des armierten Betons

$$K = 2 \operatorname{tg}\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right)(1 + \beta\mu)\, \sigma_1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

nennen, so eliminieren wir die Unsicherheit wegen der Längsarmierung und können dann schreiben $\sigma = K + 2{,}25\, \mu_u\, \sigma_u$.

Saliger nimmt später $\varphi = 37^0$ an, dann ist $\operatorname{tg}^2\left(45 + \frac{\varphi}{2}\right) = 4$. Wir erhalten somit

$$\sigma = K + 2\, \mu_u \cdot \sigma_u \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Dieselbe Gleichung, die mit den Versuchen gut übereinstimmt, hat Saliger auch auf eine andere Art erhalten, nämlich durch die Betrachtung der Querdehnung ähnlich wie bei der folgenden Theorie von Considère[1]), welche wir jetzt in Kürze vorführen werden.

Wenn der Druck auf 1 cm² σ ist, so muß der Seitendruck $\sigma \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}$ gleich sein. Um die Zerdrückung zu verhindern, genügt es, einen Seitendruck von der Größe $\sigma \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}$ auszuüben.

Hat die Umschnürung einen Gesamtquerschnitt S, also auf die Höheneinheit $\frac{S}{e}$, wenn e die Ganghöhe bedeutet, wenn die Eigenspannung in der Umschnürung σ_u ist, so ist $\sigma_u \frac{S}{e}$ die Zugkraft auf die Höheneinheit. Der Seitendruck ist daher dem $\sigma \frac{S}{re}$ proportional, wenn r der Durchmesser der Säule ist. Es ist also σ der Größe $\frac{S}{re \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}}$ proportional.

Wenn wir jetzt die Wirkung der Längsarmierung und Umschnürung vergleichen, so wissen wir, daß die umschnürte Säule $r^2 \pi \sigma = \frac{a \pi S r}{e \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}}$ trägt, und es wird hierbei $2 \pi r S$ Eisen verwendet, also auf die Volumeneinheit $\frac{a}{2e \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}}$.

Längsarmierung trägt $\frac{a_1 \cdot 2 \pi r s}{e}$, also auf die Volumeneinheit $\frac{a_1}{e}$. Daher trägt in der Umschnürung das Metall $\frac{2 a_1}{a} \operatorname{tg}^2 \frac{\varrho}{2}$ mehr.

Diesen Wert hat Considère experimentell mit 2,4 bestimmt. Er war aber, wie dies die letzten Versuche beweisen, etwas zu hoch gegriffen und wäre besser gleich 2

---

[1]) Beton u. Eisen, 1902 und 1903, auch 1904, Seite 17. Influence des pressions latérales sur la résistance des solides à l'écrasement.

anzunehmen. — Nach dieser theoretischen Erörterung wenden wir uns jetzt der Beschreibung der Versuche zu.

B. Die ersten Versuche von Considère in Paris.

Diese Versuche wurden im Jahre 1902 in Beton u. Eisen (1902, S. 6) und Génie civil veröffentlicht.

Es wurden 38 Prismen von achteckigem Querschnitt mit $d = 15$ cm untersucht. Die einen waren 0,5 m, die anderen 1,3 m hoch; der Durchmesser der Umschnürung war 14 cm.

Tabelle XII.

Nr.	Bezeichnung	Längsarmierung	x	Umschnürung d mm	Umschnürung e cm	x_u	F_b	P Bruchlast beobachtet	P nach Considère berechnet	Anmerkungen
1	A.	—	—	—	—	—	154,2	74	—	—
2	B.	—	—	6,27	3,0	3,15	„	360	228	—
3	C.	—	—	4,27	1,5	2,9	„	380	263	nicht gebrochen
4	D.	8 ø 6,27 = 2,47	1,6	6,27	3,0	3,15	„	320	316	ausgeknickt
5	E.	8 ø 6,27 = 2,47	1,6	4,27	1,5	2,9	„	330	301	„
6	F.	8 ø 9 = 5,75	4,0	—	—	—	„	170	186	mit Bügeln

Wir sehen, daß, wenn $e < d/5$, die Ganghöhe fast ohne Einfluß auf die Bruchlast ist. Considère empfiehlt $e = \frac{d}{7}$ bis $\frac{d}{10}$. Aus diesem und vielen anderen Versuchen hat er den Satz aufgestellt:

„Die Druckfestigkeit des umschnürten Eisenbetons ist größer als die Summe von drei nachstehenden Zahlen:

1. Die anderthalbfache Druckfestigkeit des Betonkerns,
2. die Druckkraft der Längseisen bei der Elastizitätsgrenze,
3. die Druckkraft, welche in den Längseisen entstanden wäre, wenn hierfür 2,4 mal das für die Umschnürung gebrauchte Eisen verwendet würde.

Es lautet demnach die Formel Considères:

Bruchlast $$B = 1{,}5\,\sigma_s'\,F_{bk} + \sigma_e\,(F_{e1} + 2{,}4\,F_{es}) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

wenn F_{bk} den Querschnitt des Betonkerns zwischen der Umschnürung, σ_e die Spannung des Eisens bei der Elastizitätsgrenze, F_{e1} und F_{es} die Querschnitte der Längseisen und des imaginären Längseisens im gleichen Gewichte mit der Umschnürung bedeuten. Koeffizient 1,5 wurde für den größten Druck P bestimmt. Die Wirkung der Umschnürung tritt nämlich erst ein, wenn durch genügend großen Druck P die Querdeformation des Betons entstanden ist.

Wenn z. B. wie bei den Lemberger Versuchen

$$\sigma_b = 184 \text{ kg/cm}^2,\ \sigma_e = 2400 \text{ kg/cm}^2,\ F_b = 64 \text{ cm}^2 \text{ ist, so ist}$$

$$\left.\begin{aligned} B &= 9936 + 2400\,(F_e + 2{,}4\,F_{es}) \\ \text{oder} \quad \sigma_{eb} &= \frac{B}{F_b} = 156 + 24\,(x_l + 57{,}6\,x_s) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

hierbei bedeuten x_l und x_s die Eisenprozente der Längsarmierung und der Spiralen.

Spätere Versuche von Considère (Beton u. Eisen 1903) betreffen mehrere Prismen und zwar: ein Prisma 50 cm hoch, Querschnitt achteckig, $d = 11$ cm, 600 kg Zement auf 0,9 m³ Schotter und 0,3 m³ Sand. Durchmesser der Umschnürung 9,5.

Tabelle XIII.

		x	d	e	x_u	F_b	F_k	$\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_k}$	P' erste Risse
7.	8 ø 4,3 mm	1,614	4,3	1,8	1,35	100	72	642,6	892,5	240
7a.	0	—	0	0	—	100	—	157,5		

Säule 7 ausgeknickt.

Prisma $d=0{,}32$ cm. Umschnürungsdurchmesser 270 mm.

		F_e	x	d	e	x_u	F_b	F_k	$\frac{P}{F_b}$	$\frac{P}{F_k}$	P'
8.	8 ø 15 mm	14,06	1,67	10	3,7	2,05	845	572	442	652	200

Umschnürungsdraht zerrissen.

Nach Considère ist, wenn für die Versuche 1 bis 6 $\sigma_b = 74$ kg/cm², $F_{bk}= 135{,}6$ cm, $\sigma_e = 2400$ angenommen wird,

$$B = 1{,}5 \cdot 135{,}6 \cdot 74 + 2400\,(Fe_l + 2{,}4\,Fe_s)$$

$$\sigma_{cb} = \frac{15055}{154{,}2} + \frac{2400}{154{,}2}(Fe_l + 2{,}4\,Fe_s) = 97{,}2 + 15{,}5\,(Fe_s + 2{,}4\,Fe_s)$$

Hiernach wurden die Werte σ_{cb} ausgerechnet und in die Tabelle XII eingestellt.

Für (7.) ist $\sigma_{cb} = \frac{1{,}5 \cdot 72 \cdot 157{,}5}{100} + 24x_1 + 57{,}6x_s = 170 + 28 + 77 = 285.$

Wir sehen also, daß in diesem Falle die Formel Considères viel zu kleine Werte gibt, Versuch 7 hat eine außergewöhnliche Festigkeit gezeigt.

In der Abhandlung vom Jahre 1904 formuliert Considère die Ergebnisse seiner Versuche wie folgt:

Die Druckfestigkeit eines Betonprismas mit der eigenen Druckfestigkeit C, welches man einem Seitendrucke P auf der ganzen Seitenfläche aussetzt, ist gleich $AC + 4{,}8\,P$. Der Koeffizient A ist gleich 1, wenn $P=0$, er wächst mit P und erreicht bei dem Drucke 40 bis 50 kg/cm² den Wert 1,5, welchen er auch für größere Pressungen beibehält.

C. Meine eigenen Versuche in Lemberg.

Die Ergebnisse der Versuche des Verfassers[1]) in Lemberg (1906) sind in der nebenstehenden Tabelle XIV zusammengestellt.

Nun haben wir, da der Draht 2 mm dick war,

bei der Ganghöhe 4,5 cm, Inhalt des Drahtes 0,750, $F_{e_s} = \frac{0{,}75}{4{,}5} = 0{,}17$ $x_s = \frac{0{,}17 \cdot 100}{64} = 0{,}26$

„ „ „ 8 „ „ „ „ 0,763, $F_{e_s} = 0{,}093$ $x_s = 0{,}15$

„ „ „ 12 „ „ „ „ 0,787, $F_{e_s} = 0{,}066$ $x_s = 0{,}10$

Dann ist für die Reihe 25 bis 30a $x_s = 0{,}78$, also nach Gleichung 15

		Versuchswert
für 25 bis 26a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 0{,}78 + 57{,}6 \cdot 0{,}26 = 156 + 18{,}7 + 14{,}8 = 190$	219
„ 27 „ 28a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 0{,}78 + 57{,}6 \cdot 0{,}15 = 156 + 18{,}7 + 8{,}7 = 183$	235
„ 29 „ 30a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 0{,}78 + 57{,}6 \cdot 0{,}10 = 156 + 18{,}7 + 5{,}8 = 180$	271
„ 31 „ 32a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 3{,}1 + 57{,}6 \cdot 0{,}26 = 156 + 74{,}4 + 14{,}8 = 245$	316
„ 33 „ 34a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 3{,}1 + 57{,}6 \cdot 0{,}15 = 156 + 74{,}4 + 8{,}7 = 239$	308
„ 35 „ 36a	$\sigma_{cb} = 156 + 24 \cdot 3{,}1 + 57{,}6 \cdot 0{,}1 = 156 + 74{,}4 + 5{,}8 = 236$	275

[1]) Siehe: Thullie, Neue Versuche mit Eisenbetonsäulen in Lemberg. Beton u. Eisen 1906 u. 1907.

Tabelle XIV.

Nr.	Tage alt	F_b Säulen-querschnitt cm²	Längsarmierung			Bruchlast P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b + 15 F_e}$ kg/cm²	e Entfernung der Bügel cm
				Fe Eisenquerschnitt cm²	x Eisen %				
25a	30	6,4	4 R. E. 4 mm	0,503	0,78	18,9			4,5
25b	30	„		„	„	13,85			„
26a	30	„		„	„	12,3			„
26b	30	„		„	„	12,5			„
25 bis 26a						15,65	245	219	
25 bis 26b						13,175	206	184	
27a	32	6,4	4 R. E. 4 mm	0,803	0,78	16,8			8
27b	37	„		„	„	13,95			„
28a	32	„		„	„	13,0*)			„
28b	37	„		„	„	15,8			„
27 bis 28a						16,8	262	235	
27 bis 28b						14,875	232	208	
29a	33	6,4	4 R. E. 4 mm	0,503	0,78	19,4			12
29b	31	„		„	„	14,9			„
30a	33	„		„	„	19,35			„
30b	31	„		„	„	14,9			„
29 bis 30a						19,375	303	271	
29 bis 30b						14,9	233	208	
25 bis 30a						17,275	270	243	
25 bis 30b						14,317	224	200	
31a	30	6,4	4 R. E. 8 mm	2,011	3,13	21,7			4,6
31b	32	„		„	„	14,5			„
32a	30	„		„	„	18,75			„
32b	32	„		„	„	16,95			„
31 bis 32a						20,225	316	215	
31 bis 32b						15,725	246	167	
33a	30	6,4	4 R. E. 8 mm	2,011	3,13	19,0			8
33b	32	„		„	„	16,0			„
34a	30	„		„	„	20,4			„
34b	32	„		„	„	19,2			„
33 bis 34a						19,7	308	210	
33 bis 34b						17,8	278	190	
35a	31	6,4	4 R. E. 8 mm	2,011	3,13	17,0			12
35b	31	„		„	„	18,15			„
36a	31	„		„	„	18,2			„
36b	31	„		„	„	17,2			„
35 bis 36a						17,6	275	187	
35 bis 36b						17,675	276	188	
31 bis 36a						19,175	300	204	
31 bis 36b						17,067	267	182	

*) Beschädigt, eliminiert.

H. Heintel hat in Beton u. Eisen 1906 einige Versuche veröffentlicht, die wir später besprechen werden, und eine neue Formel aufgestellt.

Nach der Formel von Heintel, welche entsprechend abgeändert wurde, erhalten wir:

$$\sigma_{cb} = 135 + 60\,x_e + 40\,x_s, \text{ also in unserem Falle}$$

für 25 bis 26a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 0{,}78 + 40 \cdot 0{,}26 = 135 + 46{,}8 + 10{,}4 = 192$

„ 27 „ 28a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 0{,}78 + 40 \cdot 0{,}15 = 135 + 46{,}8 + 6 = 188$

„ 29 „ 30a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 0{,}78 + 40 \cdot 0{,}1 = 135 + 46{,}8 + 4 = 184$

„ 31 „ 32a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 3{,}1 + 40 \cdot 0{,}26 = 135 + 186 + 10{,}4 = 331$

„ 33 „ 34a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 3{,}1 + 40 \cdot 0{,}15 = 135 + 186 + 6 = 327$

„ 35 „ 36a $\sigma_{cb} = 135 + 60 \cdot 3{,}1 + 40 \cdot 0{,}1 = 135 + 186 + 4 = 325$

Wir sehen, daß keine dieser Formeln genügend genaue Werte gibt, beide jedoch den großen Einfluß der Umschnürung angenähert zum Ausdruck bringen.

Der Unterschied zwischen der Reihe 25 bis 30a und 31 bis 36a ist 300 — 248 = 52. Nach Considère ist der Unterschied 240 — 184 = 56 kg/cm²; nach Heintel 328 — 188 = 140. Wir sehen also, daß der Einfluß der Längseisen in der Formel von Considère besser ausgedrückt wird, als in der von Heintel.

D. Versuche von Professor C. v. Bach in Stuttgart.

Jetzt wenden wir uns den Versuchen Bachs, welche er im Jahre 1905 veröffentlicht hat (Druckversuche mit Eisenbetonkörpern — Versuche B.). Der Querschnitt war achteckig von 27,5 cm Durchmesser, die Höhe 1 m, das Mischungsverhältnis 1 : 4, Alter 5 bis 6 Monate. Die Anordnung der Armierung und der Umschnürung ist aus den Abb. 10, 11, 12, 13 ersichtlich.

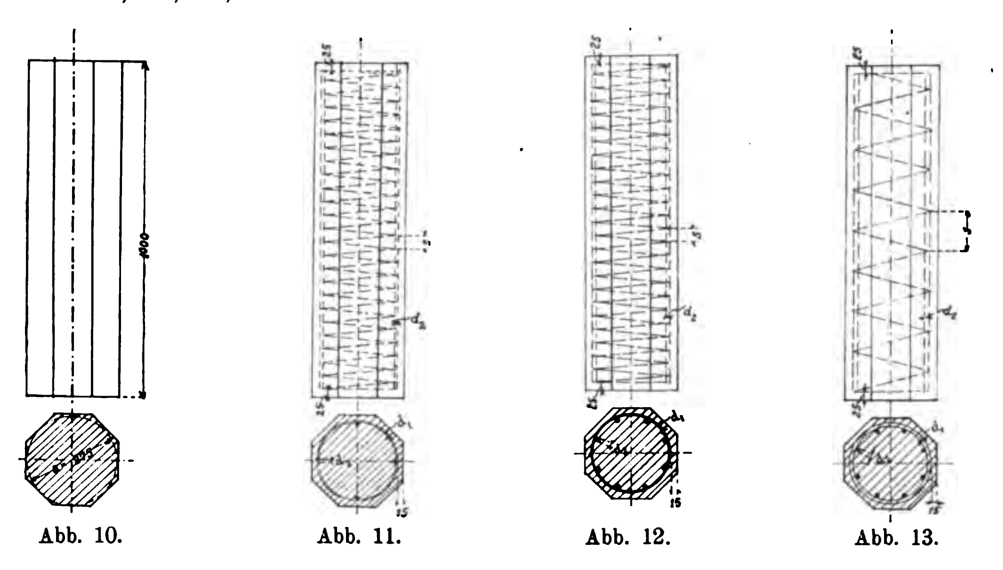


Abb. 10. Abb. 11. Abb. 12. Abb. 13.

Nach der Considèreschen Gleichung würden wir erhalten für $\sigma_b = 133$ $F_k = 452$

$$B = 1{,}5 \cdot 133 \cdot F_k + 2400\,(F_{el} + 2 \cdot 4\,F_{es}) \quad \ldots\ldots \quad (17)$$

Darnach wurden die Werte σ_b in der Tabelle XVI berechnet.

Aus dieser Zusammenstellung ersehen wir, daß die nach Considère berechnete Tragfähigkeit im allgemeinen bedeutend größer ist, als die beobachtete. Nur Reihe V bis VII stimmt genügend genau für $x_l = 1{,}2$ und $x_s = 1{,}5$, 3 und 5,2.

Considère erklärt die niedrigeren Tragkräfte der Versuche damit, daß die Ganghöhe der Spiralen sehr unregelmäßig, die Längsstangen ungleichmäßig verteilt waren.

Tabelle XV.

Bauart des Körpers Abbildung	Bezeichnung	Spirale: Ganghöhe s mm	Spirale: Stärke d_1 mm	Längsstäbe: Anzahl	Längsstäbe: Stärke d_2 mm	Durchschnittliche Belastung auf 1 cm² bei Beginn der Rißbildung σ_1 kg/cm²	Durchschnittliche Höchstbelastung auf 1 cm² σ_2 kg/cm²	Widerstandsfähigkeit bezogen auf den umschnürten Kern kg/cm²
10	I	—	—	—	—	133	133	rd.
11	II	38	5	4	7	159	159	230
	III	37	7	4	7	161	178	257
	IV	42	10	4	7	170	240	347
12	V	38	5	8	11	224	226	327
	VI	37	7	8	11	230	230	332
	VII	43	10	8	11	243	281	406
10	VIII	31	7	4	7	196	200	289
	IX	40	10	4	7	170	211	305
	X	41	12	4	7	180	256	370
	XI	37	14	4	7	158	246	355
11	XII[I]	40	7	8	5	163	163	236
	XII[II]	40	10	8	7	164	230	332
	XII[III]	40	14	8	10	184	302	436
13	XIII[I]	80	7	8	7	162	162	234
	XIII[II]	80	10	8	10	179	181	261
	XIII[III]	80	14	8	12	186	199	298
„	XIV[I]	120	7	8	10	155	155	224
	XIV[II]	120	10	8	12	183	183	264
	XIV[III]	120	14	8	14	207	207	299

Tabelle XVI.

Nr.	Kernquerschnitte F_k cm²	$1{,}5 \cdot 133\, F_k$ t	Querschnitt in Prozenten: Längsstangen F_{el}	Längsstangen x_l	gedachte Längsstangen F_{es}	gedachte Längsstangen x_s	Festigkeit des Gesamteisens $2{,}4(F_{el}+2{,}4F_{es})$ t	Gesamtbelastung berechnet t	Gesamtbelastung berechnet kg/cm²	Gesamtbelastung beobachtet kg/cm²
II	452	90,1	1,54	0,24	9,36	1,5	26,2	116,3	187	159
III	442	88,2	1,54	0,24	19,0	3,1	49,2	137,4	221	178
V	432	86,2	1,54	0,24	33,1	5,3	81,7	167,9	270	240
V	452	90,1	7,6	1,2	9,36	1,5	40,7	130,8	209	226
VI	442	88,2	7,6	1,2	18,5	2,96	62,4	160,6	257	230
VII	432	86,2	7,6	1,2	32,4	5,2	96,0	182,2	292	281
VIII	442	88,2	1,54	0,24	22,3	3,6	57,2	145,4	233	200
IX	432	86,2	1,54	0,24	34,8	5,6	87,2	173,4	278	211
X	426	85,1	1,54	0,24	48,5	7,8	120,0	205,1	329	256
XI	425	84,8	1,54	0,24	77,3	12,3	189,2	274,0	438	246
XII[1]	442	88,2	1,57	0,25	17,4	2,8	45,6	133,8	212	163
XII[2]	432	86,2	3,08	0,5	34,8	5,5	90,9	177,1	283	230
XII[3]	425	85,8	6,28	1,0	49,7	7,9	134,4	220,2	350	302
XIII[1]	442	88,2	3,08	0,5	3,66	0,58	16,2	104,4	166	162
XIII[2]	432	86,2	6,28	1,0	17,4	2,8	57,8	144,0	230	161
XIII[3]	425	85,8	9,05	1,45	35,7	5,7	107,4	193,2	308	199
XIV[1]	442	88,2	6,28	1,0	5,8	0,3	29,1	117,3	188	155
XIV[2]	432	86,2	9,05	1,45	11,6	0,6	49,5	135,7	217	183
XIV[3]	425	85,8	12,32	2,0	23,3	1,3	85,4	171,2	272	207

Bei einem Körper schwankte ihr Abstand von Achse zu Achse zwischen 3,5 und 12,5 cm. Die Spiralen waren weder konzentrisch noch parallel zu den Mantelflächen der Versuchskörper angeordnet.

Da in den Laboratoriumsversuchen derartige Unregelmäßigkeiten vorkommen, so muß man mit ihnen desto eher in der Praxis rechnen. Wir sehen also, daß wir die Formel Considères nicht unmittelbar in der Praxis anwenden können.

Wir sehen zunächst, daß in den Versuchen I bis IV und VIII bis XII_2 $x_l = 0{,}24$ bis 0,5 war. Derartig schwach armierte Säulen sind überhaupt nicht zu gebrauchen. In diesen Säulen sind die größten Unterschiede zwischen Berechnung und Versuch in den Säulen mit größerem x_s, z. B.

			Spannung berechnet	Spannung beobachtet
XI.	$x_l = 0{,}24$	$x_s = 12{,}3$	438	246

Wir sehen also, daß für schwach armierte Säulen ($x_l < 0{,}8$) durch die Umschnürung die Tragfähigkeit in bedeutend kleinerem Maße vergrößert werden kann, als dies aus der Formel Considères hervorgeht.

Bei stärker armierten Säulen (1,0, 1,45, 2,2 %) sind die Unterschiede klein nur für kleines x_s. Bei großem $x_s = 2{,}8$, 5,4 (XIII_2, XIII_3) sehen wir größere Unterschiede 69 209 kg/cm².

Daß die Formel Considères mit den Versuchsergebnissen nur unter gewissen Voraussetzungen und gewissen Verhältnissen $\frac{x_l}{x_s}$ übereinstimmt, ist begreiflich.

Die Formel (15) lautet:

$$B = 1{,}5\,\sigma_b F_k + 2400\,(F_{el} + 2{,}4\,F_{es}) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (18)$$

Sie setzt also voraus, daß der Beton, die Längseisen und die Umschnürung völlig ausgenützt sind. Nun kann dies nur bei bestimmten Prozenten x_l und x_s geschehen. Wenn wir z. B. $\sigma_b = 150$ kg/cm² haben, so herrscht die Spannung in den Längseisen nur $15 \cdot 150 = 2250$ kg/cm², nicht 2400; bei $\sigma_b = 130$, $\sigma_1 = 15 \cdot 130 = 1950$.

Ebenso besteht ein Verhältnis $\frac{F_{el}}{F_{es}}$, bei welchem diese Formel gilt; wird F_{es} weiter vergrößert, so wird hierdurch die Tragfähigkeit nicht oder sehr wenig vergrößert, nicht aber nach der Formel Considères.

Dieses Verhältnis zu bestimmen, wäre der Zweck späterer Versuche. Vorderhand könnten wir vielleicht $\frac{F_{es}}{F_{el}} = 1$ bis 3 annehmen.

Unter dieser Voraussetzung könnte die Formel lauten:

$$B = [F_b + 15\,(Fe_s + 2{,}4\,Fe_s)]\,\sigma_b \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Wenn wir den Einfluß der Ganghöhe auf die Tragfähigkeit betrachten, so sehen wir dann bei gleichen Ausnahmen für $d_1 = 7$ mm bei

	XII_1	XIII_1	XIV_1
und der Ganghöhe	$s = 4$ cm	8 cm	12 cm
die beobachtete Bruchspannung	163	162	155

Desgleichen für $d_1 = 10$ mm

	XII_2	XIII_2	XIV_2
	$\sigma = 230$	161	183

und bei $d_1 = 14$ mm

	XII_3	XIII_3	XIV_3
	$\sigma = 302$	199	207.

Wir sehen also, daß die Bruchspannung bei $d_1 = 7$ mm fast gleich ist, bei stärkerem Draht sinkt die Bruchspannung bei $s = 8$ cm, hebt sich aber bei $s = 12$ cm. Man sieht also, daß hier wieder die Erhöhung von s über 8 cm ziemlich belanglos ist. Ich habe dies bei meinen Versuchen auch festgestellt.

E. Versuche von Wayss und Freytag in Neustadt a. d. Haardt.

Die Ergebnisse dieser Versuche wurden in „Beton u. Eisen" (1906, S. 232) von Baumeister K. Heintel veröffentlicht.

Die folgende Tabelle XVII stellt sie in geeigneter Form dar.

Tabelle XVII.

	Bezogen auf den Gesamtquerschnitt								Berechnet nach Formel I	Umschnürter Kern			berechnet nach Considère
	Spirale		Längsstange		Spirale	Längsstange	berechnet nach Considère	beobachtete Drucklast		Spirale	Längsstange	beobachtete Bruchlast	
	Ganghöhe mm	Stärke d_1 mm	Anzahl	Stärke d_1 mm	v. H.	v. H.	kg/cm²	kg/cm²	kg/cm²	v. H.	v. H.	kg/cm²	kg/cm²
I	nicht armiert							133	nicht armiert				
II	38	5	4	7	0,63	0,25	186	159	160	0,87	0,36	230	231
III	37	7	4	7	1,25	0,25	217	178	185	1,78	0,36	257	267
IV	42	10	4	7	2,20	0,25	270	240	223	3,18	0,36	347	323
V	38	5	8	11	0,63	1,22	210	226	218	0,85	1,78	327	315
VI	37	7	8	11	1,25	1,22	240	230	243	1,78	1,78	332	353
VII	43	10	8	11	2,20	1,22	245	281	281	3,18	1,78	406	402
VIII	31	7	4	7	1,54	0,25	234	200	196	2,15	0,36	289	283
IX	40	10	4	7	2,32	0.25	275	211	228	3,35	0,36	305	330
X	41	12	4	7	3,23	0,25	328	256	265	4,75	0,36	370	387
XI	37	14	4	7	4,88	0,25	415	246	306	7,25	0,36	355	487
XII_1	40	7	8	5	1,15	0,25	212	163	191	1,64	0,36	206	252
XII_2	40	10	8	7	2,30	0,49	282	230	242	3,34	0.71	332	351
XII_3	40	14	8	10	4,48	1,00	415	302	350	6,65	1,48	436	530

Die Formel nach Considère lautet hier:

$$\sigma_{s_b} = 133 + 24\, x_l + 57{,}6\, x_s \quad \ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

Die nach dieser Formel ausgerechneten Werte sind in der Spalte 8 eingeschrieben. Wir sehen, daß die beobachteten Werte nur bei V bis VII mit jenen übereinstimmen, bei anderen Versuchen aber bedeutend kleiner sind als die ausgerechneten. Wir machen darauf aufmerksam, daß die Übereinstimmung für die übliche Annahme $x_l = 1{,}22$ erfolgte, die Nichtübereinstimmung für die zu kleinen Prozente 0,25 und 0,49.

Heintel stellt nun zwei empirische Formeln auf, die den Versuchen entsprechen:

$$\text{I. } \sigma_{s_b} = 120 + 60\, x_l + 40\, x_s \quad \ldots\ldots\ldots \quad (21)$$

$$\text{und II. } \sigma_{s_k} = 175 + 60\, x_l + 40\, x_s \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

Die danach berechneten Werte finden wir in der Tabelle. Jedoch für meine Versuche stimmen wiederum die Formeln nicht, wie wir dies gesehen haben.

Considère folgert daraus, daß seine Formeln nur in dem Falle anwendbar sind, wenn die Konstruktion der Säule entsprechend ist und zwar muß das Verhältnis von x_l und x_s entsprechend sein, und auf Grund von mehr als 200 Versuchen gibt er folgende abgeänderte Formel an.

„Die Druckfestigkeit des Betons wird um 40 bis 60 % durch die entsprechende Umschnürung erhöht. Die Längsarmierung hat die Druckfestigkeit von 2500 bis 3500 kg/cm², die Umschnürung 5000 bis 6000 kg/cm² einer ideellen Längsstange desselben Gewichtes.“ Somit hat schon Considère die Zahl 2,4 verlassen und gibt statt dieser die Zahl 2 an.

F. Versuche der französischen Ministerialkommission in Paris.

Diese Zeilen waren schon zum Druck vorbereitet, als die Versuche der französischen Eisenbetonkommission unter dem Titel: „Expériences, rapports et propositions“ im Jahre 1907 veröffentlicht wurden.

Wir bringen hier die wichtigsten Ergebnisse dieser Versuche in folgenden Tabellen dar.

Tabelle XVIII.

Nr.	Querschnitt cm	Höhe cm	F_b cm²	Längsarmierung Anzahl n	Durchmesser d mm	F_e cm²	Eisenprozent $100\,x$	Alter Monate	Auf 1 m³ Beton Zement kg	Bruchlast P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e+32F_s}$ kg/cm²	Umschnürung d mm	Ganghöhe e cm	Eisenprozent $100\,x_s$	$\frac{P}{F_{Kern}}$ kg/cm²	Anmerkung
10	20/20	100	400	—	—	—	—	4	300	36,4	91	—	—	—	—	—	Gußbeton
11	„	„	„	—	—	—	—	4	„	38,9	97	—	—	—	—	—	„
14	„	„	„	6	9	3,82	0,95	4	„	102,1	255	142	6	2	2,04	384	Gußbeton nicht gebrochen
15	„	„	„	6	9	3,82	0,95	4	„	108,9	272	152	6	2	2,04	409	Gußbeton
16	„	„	„	—	—	—	—	4	„	60,1	150	—	—	—	—	—	gest. Beton
17	„	„	„	—	—	—	—	4	„	66,6	166	—	—	—	—	—	„
20	„	„	„	6	9	3,82	0,95	4	„	132,7	332	185	6	2	2,04	498	„
21	„	„	„	6	9	3,82	0,95	4	„	127,0	318	177	6	2	2.04	477	„

Infolge dieser und folgender Versuche hat die Kommission die Formel Considères abgeändert und sie entsprechend unserer Formel 19 konstruiert, wobei der Koeffizient 2,1 statt 2,4 angenommen wurde. Die neue Formel lautet:

$$\sigma_{bu} = \sigma_b\,(1 + 15\,x_l + 32\,x_s) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (23)$$

Wir sehen, daß die darnach für σ_b in der Tabelle XVIII ausgerechneten Werte für Gußbeton zu hoch sind, für den gestampften Beton schon besser stimmen. Jedenfalls können wir auf die nach (23) bestimmte Druckfestigkeit ganz sicher rechnen.

Besser noch stimmen die in der Tabelle XIX zusammengestellten Ergebnisse der Versuche, sofern keine Knickung vorhanden war.

Aus der nebenstehenden Tabelle sehen wir, daß die Säule Nr. 22 die Druckfestigkeit 242,5 hat. Die Säulen 23 bis 29 sind durch Knickfestigkeit zerstört worden, daher ist die reduzierte Knickspannung hier überall kleiner als σ_b, obwohl manchmal nicht viel kleiner. Die Betonsäule 30 hat die Druckfestigkeit 198,1, die Säule 32 $\sigma_b = 201$ und Säule 33 $\sigma_b = 192$ kg/cm², was genügend genau übereinstimmt. Die Betonsäule 34 hat die Druckfestigkeit 184,5, mit welcher ungefähr σ_b in 35 bis 41 übereinstimmt.

G. Versuche von Talbot in Urbana, Ill.

Während der Drucklegung gelangen noch zu unserer Kenntnis die Versuche mit umschnürten Säulen Talbots in Urbana, Professor der Illinois-Universität, welcher die-

Tabelle XIX.

Nr.	Querschnitt cm	Höhe cm	F_b cm²	Längsarmierung: Anzahl n	Längsarmierung: Durchmesser d mm	Längsarmierung: F_e cm²	Längsarmierung: Eisenprozent $100\,x$	Alter Monate	Auf 1 m³ Beton Zement kg	Bruchlast t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e+32F_s}$ kg/cm²	Umschnürung: d mm	Umschnürung: Ganghöhe e cm	Umschnürung: Eisenprozent $100\,x_s$	$\frac{P}{F_{Kern}}$ kg/cm²	Anmerkungen
22	18,2/18,2	200	332	—	—	—	—	5	350	80,5	242,5	—	—	—	—	—	
24	achteck. 20 cm	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	170,1	512,4	184	6	1,0	4,92	639,5	ausgeknickt
25	„	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	164,4	495,3	212	6	1,4	3,49	618,2	„
26	„	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	142,9	430,4	186	8	2,5	3,46	537,2	„
27	„	230	„	6	9	3,82	1,15	5	„	146,3	440,7	221	6	1,9	2,58	550,0	„
28	„	260	„	6	8	3,01	0,91	5	„	127,6	384,3	215	6	2,4	2,05	479,7	„
29	„	300	„	6	7	2,31	0,69	5	„	99,8	300,7	185	6	3,0	1,64	375,2	„
30	18,2/18,2	400	—	—	—	—	—	—	„	65,8	198,1	—	—	—	—	—	abgeschert
32	achteck. 20 cm	400	„	6	8	3,01	0,91	5	„	101,5	305,7	201	6	4,5	1,09	381,6	ausgeknickt
33	„	„	„	6	8	3,01	0,91	5	„	95,3	286,9	192	5	3,0	1,13	358,1	keine ausgeprägte Knickung
34	18,2/18,2	200	332	—	—	—	—	5	500	61,2	184,5	—	—	—	—	—	
36	achteck. 20 cm	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	156,5	471,4	169	6	1,0	4,92	588,4	keine ausgeprägte Knickung
37	„	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	152,0	457,7	196	6	1,4	3,49	571,3	ausgeknickt
38	„	„	„	6	10	4,7	1,42	5	„	146,3	440,7	190	8	2,5	3,46	550,0	„
39	„	230	„	6	9	3,82	1,15	5	„	136,1	409,9	205	6	1,9	2,58	511,6	„
40	„	260	„	6	8	3,01	0,91	5	„	112,3	338,0	190	6	2,4	2,05	422,1	keine ausgeprägte Knickung
41	„	300	„	6	7	2,31	0,69	5	„	98,7	297,2	183	6	3,0	1,64	370,9	
42	18,2/18,2	400	„	—	—	—	—	5	„	48,8	146,9	—	—	—	—	—	abgeschert
44	achteck. 20 cm	„	„	6	8	3,01	0,91	5	„	88,5	266,4	179	6	4,5	1,09	332,6	keine ausgeprägte Knickung
45	„	„	„	6	8	3,01	0,91	5	„	90,7	273,3	182	5	3,0	1,13	341,1	

selben im Jahre 1907 durchgeführt hat (Engin. Record 1907, II, S. 145). Die Säulen waren rund ($d = 30$ cm) und deren Höhen 2,74 cm und 3,05 cm. Die Versuche umfaßten nicht nur spiralumschnürte Säulen, sondern auch Säulen mit runden Bügeln, welche in der Entfernung 5 cm, in einigen Säulen in Entfernung von 7,6 und 10 cm angebracht waren. Hierbei wurde keine Längsarmierung verwendet, nur einige dünne Stäbe, welche zur Feststellung der Entfernungen der Bügel und des Umschnürungsdrahtes notwendig waren. Für die mit Bügeln armierten Säulen war der Anfang des Versuches derselbe wie für die Betonsäulen. Bei der Belastung, welche der Bruchlast der Betonsäulen gleich oder etwas größer war, wurde die Betonhülle der Armierung rissig und fiel ab. Von diesem Zeitpunkte war die Verkürzung der Säule im Verhältnis zur Last bedeutend größer und in derselben Weise vergrößerten sich die Querformänderung und die Durchbiegung. Die letztere war bei der Bruchlast manchmal 10 bis 12 cm. Der Bruch erfolgte, wenn das Eisen der Bügel die Fließgrenze erreichte. Der Horizontaldruck auf die Bügel ist ungefähr gleich 0,35 der Differenz der gegebenen Belastung und der Bruchbelastung für Betonsäule. Die Verkürzung der mit Bügeln armierten Säule ist für P_{max} ein paarmal größer als diejenige für die längsarmierte Säule. Daraus folgt, daß bei der Längsarmierung die Bügel nicht gehörig ausgenutzt werden.

VI. Berechnung der Knickfestigkeit.

Die bisherigen Versuche mit betoneisernen, längsarmierten Säulen haben dargetan, daß bis zu $\frac{b}{l} = \frac{1}{18}$ keine Knickung zum Vorschein kommt. Versuche mit kleineren Verhältnissen $\frac{b}{l}$ wurden nicht vorgenommen.

Da bei quadratischem Querschnitt $i = 0{,}29\,b$ ist, so ist bei den nicht armierten Säulen dieses Grenzverhältnis $\frac{i}{l} = \frac{0{,}29\,b}{l} = 0{,}29\frac{1}{18} = \frac{1}{62}$ gewesen.

Also bis ungefähr $\frac{i}{l} = \frac{1}{60}$ braucht man die Knickung gar nicht zu berücksichtigen, bei kleineren $\frac{i}{l}$ könnte man entweder nach Euler oder nach Rankine verfahren.

Die Eulersche Formel gilt aber bekanntlich nur für Stäbe, bei welchen bis zur Knickung der Elastizitätskoeffizient E konstant ist. Nun ist dies bei Beton und Eisenbeton nicht der Fall.

Ritter hat im Jahre 1899 (Schw. Bauzeitung) eine Knickformel auf Grund der Bachschen Formänderungskurve entwickelt. Er nimmt an

$$\sigma = \mu\,(1 - e^{1000\varepsilon}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Hierin bedeutet μ die Bruchspannung des Betons, ε die relative Verkürzung, $e = 2{,}718$ die Basis der natürlichen Logarithmen.

Differenziert man diese Gleichung nach σ und ε, so erhält man

$$E = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \mu \cdot 1000\,e^{1000\varepsilon} = 1000\,(\mu - \sigma) \quad \ldots\ldots \quad (25)$$

Setzt man diesen Ausdruck in die Eulersche Gleichung, so erhält man

$$P = \frac{\pi^2 E J}{l^2} = \frac{\pi^2 J}{l^2}\,1000\,(\mu - \sigma) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

σ ist die Spannung beim Beginn des Ausknickens, also $P = F\sigma$; setzen wir $\pi^2 = 10$, $J = F i^2$, so ist

$$\sigma_k = \frac{\mu}{1 + 0{,}0001\left(\frac{l}{i}\right)^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

und bei n-facher Sicherheit, wenn $\sigma_b = \frac{\mu}{n}$

$$F = \frac{nP}{\sigma_k} = \frac{P}{\sigma_b}\left(1 + 0{,}0001\frac{l^2}{i^2}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Formel von Rankine.

Wie gesagt, ist diese Formel rein theoretisch und durch keine Versuche bestätigt. Bis solche Versuche vorliegen werden, haben wir aber keine bessere Formel und können sie bei $\frac{l}{i} > 60$ anwenden.

Abb. 14.

Wenn wir aber von Biegungsspannungen reden, so wäre folgerichtig, wenn wir auch hier die Zugfestigkeit des Betons nicht berücksichtigen und nach der zweiten Phase rechnen.

Es sei der Querschnitt quadratisch (Abb. 14), so ist zuerst 2, also die Lage der neutralen Achse zu ermitteln und zwar, wie bei dem gewöhnlichen beiderseits armierten Gewölbequerschnitt. Dann ist für $F_e = 4\frac{d^2\pi}{4}$

und in bezug auf die neutrale Achse CD

$$J = \frac{1}{3} b x_1{}^3 + \frac{15}{2} F_e[(x_1 - a_1)^2 + (b - x_1 - a)^2]$$

$$F = b x_1 + 15 F_e$$

$$i^2 = \frac{J}{F} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

Dieses i sollte man in die Gleichung (28) einsetzen. Nun ist aber die Lage der neutralen Achse vom Druckmittelpunkt abhängig und könnte erst bestimmt werden, wenn wir den Biegungspfeil bei der Knicklast kennen würden. Daher können wir von dieser Formel keinen Gebrauch machen und rechnen i für den vollen Querschnitt.

Bei umschnürten Säulen sind die Verhältnisse etwas verschieden.

Die Säulen werden entweder zerdrückt (abgeschert), wenn $\frac{l}{i}$ klein ist, oder geknickt, wenn $\frac{l}{i}$ groß ist. Für die mittleren Verhältnisse $\frac{l}{i}$ werden sie entweder abgeschert oder geknickt, je nach der Stärke der Umschnürung. Einem gegebenen $\frac{l}{i}$ und J entspricht die Knickkraft P. Nur wenn die Säule gar nicht oder nur schwach umschnürt ist, ist die Kraft P', welche die Säule abschert, kleiner als P, und daher maßgebend. Bei kräftigerer Umschnürung wird $P' > P$, dann ist die Kraft P wegen Knickung maßgebend. Es lohnt sich nicht, die Säule oberhalb P zu verstärken. Die Auffindung dieser Grenzverstärkung wäre daher für die Praxis sehr wichtig. Die vorstehenden in der Tabelle XIX vorgeführten Versuche können zwar einen Anhaltspunkt geben, sind jedoch zu wenig zahlreich, um diese Frage zu lösen. Da bei einigen Säulen die Knickung nicht ausgeprägt war, so scheinen diese Säulen nahe der vorerwähnten Grenze zu liegen.

Considère hat die Ergebnisse der Versuche für den Normalbeton mit 300 kg Zement und 150 kg/cm² Druckfestigkeit umgerechnet und erhalten:

für $\frac{l}{d}$ =	10	11,5	13	15	17	20
und für x_s (Umschnürung)	3,5	2,6	2,05	1,64	1,3	1,0 %
und x (Längsarmierung)	1,4	1,15	0,91	0,70	0,80	0,90 „
die Knickfestigkeit	400	356	320	280	260	240 kg/cm².

Wir sehen also, daß bei stark umschnürten Säulen schon bei $\frac{l}{d} = 10$, also mit Berücksichtigung der Armierung $\frac{l}{i} = 35$ der Einfluß der Knickfestigkeit beginnt. Wenn wir aus (28) den Knickungskoeffizienten α bestimmen, welchen Ritter $= 0{,}0001$ erhalten hat, so haben wir für Versuche 23 bis 29 $\alpha = 0{,}000044$ bis $0{,}00048$, im Mittel 0,0002.

Die Versuche sind aber noch zu wenig zahlreich, um hieraus weitgehende Schlüsse zu ziehen.

VII. Die exzentrische Belastung der Säulen.

Bei einer exzentrischen Belastung der Säulen tritt die Biegung mit Axialdruck ein. Derselbe Fall wird bei der Berechnung der Gewölbe besprochen, so daß wir hier sehr kurz sein können.

Wir müssen auch hier die Phase I und II unterscheiden. Wenn im ganzen Querschnitte nur Druckkräfte eintreten oder wenn die Zugkräfte sehr klein sind, ist die Phase I vorhanden. Dann wird die Eisenbetonsäule so wie eine homogene Säule berechnet, nur wird hier der Eisenquerschnitt mit 15 multipliziert.



Sind die Zugspannungen größer, so tritt die zweite Phase ein. Wenn bei der gewöhnlichen Belastung auch kleine Zugspannungen auftreten, so können diese bei m-facher Belastung den Zugfestigkeitskoeffizienten überschreiten, also ist auch in diesem Falle nach der zweiten Phase zu dimensionieren.

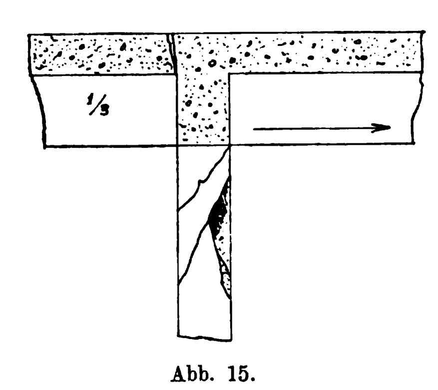


Abb. 15.

Die Formeln zur Bestimmung der neutralen Achse und der größten Spannungen hat Verfasser im Artikel „Die Berechnung von Gewölben aus Eisenbeton" in Beton u. Eisen (1903, Heft III) angegeben.

Umfangreichere Versuche über exzentrisch belastete Säulen wurden nicht ausgeführt. In Beton armé (1901, Nr. 37, S. 4) wird ein Bruchversuch einer Eisenbeton-Decke beschrieben, wobei bei der Belastung nur eines Feldes die Eisenbetonsäulen exzentrisch belastet wurden. Eine Säule wurde stark verbogen, es wurden Risse sichtbar und der Beton wurde auf der anderen Seite zertrümmert (Abb. 15). Es fehlen aber die nötigen Angaben über die Armierung der Säule, so daß eine Berechnung unmöglich ist.

Unter den neuesten französischen Versuchen sind nur zwei exzentrisch belastete Säulen vorhanden, deren Festigkeit aus der Tabelle XX zu ersehen ist.

Tabelle XX.

Nr.	Querschnitt cm	Höhe l cm	F_b cm²	Längsarmierung Anzahl n	d mm	Fe cm²	Eisenfl. x	Alter Mon.	Entfernung der Bügel e	Zement auf 1 m³ kg	Bruchlast P t	$\frac{P}{F_b}$ kg/cm²	$\frac{P}{F_b+15F_e}$ kg/cm²	Exzentrizität cm
2	40/40	500	1600	4	16	8,04	0,50	10	50	300	241,6	151	—	10
3	„	„	„	„	16	8,04	0,50	$11^1/_2$	„	„	401	250	233	0
6	„	„	„	„	45	63,6	3,97	10	„	„	401	250	157	0
7	„	„	„	„	45	63,6	3,97	$11^1/_2$	„	„	243,8	152,4	—	10

Da bei beiden Versuchen 2 und 7 die Bruchlast fast dieselbe war, obschon beim ersten $x_l = 0{,}50$, beim zweiten $x_l = 3{,}97$ war, so kann man hieraus noch keine Schlüsse ziehen. Ich habe behufs Aufklärung dieser noch dunklen Seite der Theorie der Eisenbetonbauten eine große Versuchsreihe der exzentrisch belasteten Eisenbetonsäulen in Angriff genommen und werde seinerzeit über die Ergebnisse dieser Versuche berichten.

VIII. Berechnungsverfahren und Vorschriften.

Das erste Verfahren zur Berechnung von Eisenbetonsäulen stammt von Hennebique. Er rechnet nach der empirischen Formel

$$P = 25\,F_b + 1000\,F_e \quad \ldots\ldots\ldots \quad (30)$$

Diese Formel ist natürlich nicht richtig. Es müßte sonst $n = \frac{1000}{25} = 40$ sein, was nicht der Fall ist.

Daher wurde die Formel durch Annahme von $n = 15$ verbessert und es wird allgemein angenommen

$$P = \sigma_b (F_b + 15 F_e) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (31)$$

In den Leitsätzen des Betonvereins lesen wir: „Das auf Druck beanspruchte Eisen wird mit dem 15fachen seines Querschnittes in die Rechnung eingeführt. Die Knickgefahr ist zu berücksichtigen.

In der Voraussetzung, daß der verwendete Beton nach 28 Tagen Erhärtung eine Druckfestigkeit von 180 bis 200 kg/cm² und das Eisen eine Zugfestigkeit von 3800 bis 4000 kg/cm² besitzt, sollen die nachstehenden Spannungswerte nicht überschritten werden.

Bei Beton auf unmittelbaren Druck . . . 35 kg/cm²
„ Eisen auf Zug . . . . 1000 „

Bei Beton von höherer Druckfestigkeit sind entsprechend höhere Spannungswerte für Druck zulässig bis zu 50 kg/cm².

Die Eiseneinlagen der Stützen müssen mindestens 0,8% des Gesamtquerschnittes betragen. Die auf Druck beanspruchten Eiseneinlagen sind durch Querverbindungen gegen Ausknicken zu sichern. Der Abstand der Querverbindungen soll nicht größer sein, als die Säulendicke.

Knickgefahr ist nicht vorhanden, solange die Stützen mindestens folgende Abmessungen erhalten:

Beanspruchung des Betons in kg/cm²	Geringster Durchmesser bei runden Säulen in Bruchteilen der Stützlänge	Geringste Länge der kurzen Seite bei rechteckigem Querschnitte
30	$^1/_{18}$	$^1/_{21}$
35	$^1/_{17}$	$^1/_{20}$
40	$^1/_{16}$	$^1/_{19}$
45	$^1/_{15}$	$^1/_{18}$
50	$^1/_{14}$	$^1/_{17}$

Da genügende Versuche über die Knickfestigkeit noch fehlen, sollten geringere Querschnittsdimensionen als vorstehend angegebene nicht ausgeführt werden.“

In den Bestimmungen für die Ausführung aus Eisenbeton bei Hochbauten in Preußen vom Jahre 1907 lesen wir: „Die Berechnung der Stützen auf Knicken soll erfolgen, wenn ihre Höhe mehr als das Achtzehnfache der kleinsten Querschnittsabmessung beträgt. Durch Querverbände ist der Abstand der eingelegten Eisenstäbe unveränderlich gegeneinander festzulegen. Der Abstand dieser Querverbände muß annähernd der kleinsten Abmessung der Stütze entsprechen, darf aber nicht über das Dreißigfache der Stärke der Längsstäbe hinausgehen. Zur Berechnung der Stützen auf Knicken ist die Eulersche Formel anzuwenden.

In Stützen darf der Beton mit nicht mehr als einem Zehntel seiner Druckfestigkeit beansprucht werden. Bei Berechnung der Eiseneinlagen auf Knickung ist fünffache Sicherheit nachzuweisen.

Provisorische technische Bedingnisse des steiermärkischen Landesbauamtes (Beton u. Eisen 1904 S. 155) enthalten folgende Bestimmungen:

Bei Betonsäulen und Pfeilern, die nur mit dünnen Eisenstäben armiert sind, ist die zulässige Druckbeanspruchung bei obigen Mischungsverhältnissen unbeschadet weiterer Verminderung derselben mit Rücksicht auf die Knickgefahr für ruhende Lasten auf 25 Atm., für bewegliche Lasten auf 20 Atm. zu reduzieren. Bei guter Umschnürung können die Beanspruchungen jedoch beziehungsweise 50 Atm. und 40 Atm. erreichen.

In den provisorischen schweizerischen Normen für Bauten in Eisenbeton lesen wir:

„7. Die zulässigen Beanspruchungen betragen:

bei Beton auf Druck . . . 35 kg/cm²
bei Eisen „ „ . . . 700 „

oder vierfache Sicherheit gegen Ausknicken unter Annahme des halben (?) Abstandes der Querverbindungen als Knicklänge."

Die französische Vorschrift vom 20. Oktober 1906 schreibt vor:

Art. 4. Die Beanspruchung des Betons auf Druck darf bei armierten Tragwerken 28 Prozent der Bruchfestigkeit des nichtarmierten Betons von gleicher Beschaffenheit nach 90tägiger Erhärtung nicht überschreiten.

Art. 5. Wenn der Beton umschnürt ist oder wenn die vorgesehenen Quer- oder schiefen Armaturen in der Weise angeordnet sind, daß sie der Querdehnung des Betons infolge wirkender Längsdrücke mehr oder weniger Widerstand leisten, kann die im vorhergehenden Artikel festgesetzte Beanspruchungsgrenze je nach dem Volumen und dem Grade der Wirksamkeit der Querarmaturen mehr oder weniger vergrößert werden, die bezügliche Grenzbeanspruchung darf jedoch in keinem Falle, welches auch der Prozentsatz der Armierung ist, den Betrag von 60 Prozent der Bruchfestigkeit des nicht armierten Betons im Sinne des Art. 4 überschreiten.

Art. 12. Bei gedrückten Bauteilen ist auf Knickung Rücksicht zu nehmen, ausgenommen bei solchen, bei welchen das Verhältnis der Höhe zur kleinsten Querschnittsdimension kleiner als 20 ist und die Druckbeanspruchung die in Art. 4 festgesetzte Grenze nicht überschreitet.

Die ziemlich allgemein gehaltenen Bestimmungen ergänzen der Bericht der ministeriellen Betonkommission und der Ministerialrunderlaß wie folgt:

„Nach den Versuchen der Kommission kann vorläufig in Ermangelung eines besseren angenommen werden, daß sich die Druchfestigkeit eines Betonprismas infolge der Querarmaturen und Umschnürung vergrößert nach dem Koeffizienten $1 + m' \frac{V'}{V}$, worin bedeutet V' das Volumen der Quer- oder schiefen Armierung, V das des Betons, beides auf ein Meter Länge, m' einen Koeffizienten, welcher je nach der Stärke und Beschaffenheit der zwischen den Längseisen angeordneten Verbindungen schwankt. Bestehen letztere aus Querverbindungen, welche im Querschnitte des Betonprismas Rechtecke bilden, so ist sie gleich 8 bis 15 zu setzen, wobei sich der kleinste Wert auf den Fall bezieht, daß die Entfernung der Querverbindungen gleich der geringsten Querschnittsdimension des betrachteten Stückes ist, der größte hingegen auf den Fall, wo diese Entfernung höchstens auf ein Drittel dieser Dimension herabgeht.

Wenn die Querarmatur aus einer Umschnürung von mehr oder weniger engen Spiralen besteht, kann der Koeffizient m' von 15 bis 32 schwanken. Das Minimum ist anzuwenden, wenn der Zwischenraum der Umschnürungen zwei Fünftel der kleinsten Querschnittsdimension des betrachteten Stückes erreicht, und das Maximum, wenn dieser Zwischenraum beträgt:

ein Fünftel der besagten Dimension bei einer Längsdruckspannung von 50 kg/cm² oder ein Achtel dieser Dimension bei einer solchen Spannung von 100 kg/cm².

Die nach obigem sich ergebenden Werte sind indessen gemäß Art. 5 an die Beschränkung gebunden, daß die zulässige Druckspannung in keinem Falle, welches auch immer der Prozentsatz an Eisen und die Größe des Koeffizienten $l + m' \frac{V'}{V}$ sei, 0,6 der Druckfestigkeit des nichtarmierten Betons gemäß Art. 4 überschreiten dürfe.

Diese Bestimmung hat den Zweck, in allen Fällen die Grenze der Beanspruchung unterhalb der Hälfte derjenigen zu halten, bei welcher die oberflächliche Rißbildung des armierten Betons beginnt und welche nach den Kommissionsversuchen die Druckfestigkeit des nichtarmierten Betons um 25 bis 60% überschreitet.

Um sich gegen Knicken gedrückter Glieder zu sichern, kann man von der Rankineschen Regel Gebrauch machen, welche durch folgende Berechnung ausgedrückt ist:

$$\sigma_b = \frac{P}{F}\left(l + \frac{k l^2}{10000 i^2}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \quad 32)$$

Hierin bedeutet P den Axialdruck, l die Länge, i den kleinsten Trägheitshalbmesser des betreffenden Stückes und σ_b die für den Beton nach Art. 4 zulässige Druckbeanspruchung, k ist ein Zahlenwert, welcher von der Art der Befestigung der Enden abhängt und beträgt, wenn

a) ein Ende eingespannt, eines frei . . . . $k = 4$,
b) beide Enden gelenkig festgehalten . . . . $k = 1$,
c) ein Ende eingespannt, das andere gelenkig . . . . . $k = 1/2$,
d) beide Enden eingespannt . . . . $k = 1/4$.

Ist im Falle c die Einspannung eine unvollkommene, so wird man einen mittleren Wert zwischen $1/2$ und 1 wählen, ist im Falle d eine der beiden Einspannungen unvollkommen, so ist k zwischen $1/4$ und $1/2$, sind es beide, so ist k zwischen $1/4$ und 1 zu nehmen.

Bei Druckstäben von großer Länge kann bei der Berechnung nach (32) die Einheit gegenüber $\frac{k l^2}{1000 i^2}$ vernachlässigt werden und es entsteht

$$\sigma_b > \frac{P}{F}\,\frac{k l^2}{10000 i^2} \quad \text{oder} \quad P < \frac{10000\, A i^2}{k l^2}\,\sigma_b \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Wenn der betreffende Bauteil außer von der Axialkraft P noch von einem Biegungsmoment beansprucht wird, das nicht vernachlässigt werden kann, so ist die Berechnung nach (32) entsprechend zu vervollständigen, indem in sie noch die größte Druckbeanspruchung im Mittelschnitte, vom Momente M herrührend, aufzunehmen ist; da diese im allgemeinen nach dem früheren $\frac{M e_1}{J}$ ist, so erscheint für diesen Fall die Rankinesche Regel in der Form:

$$\sigma_b > \frac{P}{F}\left(1 + \frac{k l^2}{10000 i^2} + \frac{M e_1}{J}\right) \quad \ldots \ldots \quad (34)$$

In den provisorischen Vorschriften auf den schweizerischen Eisenbahnen vom 15. Oktober 1906 lesen wir:

Zulässige Spannungen a) bei Hochbauten für Beton auf Druck 30 kg/cm², b) bei allen Bauten im Bahngebiete, wie Brücken usw. für Beton auf Druck 20 kg/cm². Auf Druck beanspruchte Eiseneinlagen sind hinsichtlich ihrer Knickfestigkeit nach Maßgabe der Verordnung für eiserne Brücken und Dachkonstruktionen von 1892 zu berechnen.

In der österreichischen Vorschrift für Hochbau vom Jahre 1907 lesen wir § 4, S. 9. Bei Druckgliedern muß auf den erforderlichen Widerstand gegen Knickung Bedacht genommen werden, wenn das Verhältnis der freien Knicklänge L zum betreffenden Trägheitshalbmesser i der nach Absatz 7e zu bestimmenden Querschnittsfläche den Werte $\frac{L}{i} = 20$ überschreitet.

10. Als freie Knicklänge L ist die Länge des Druckgliedes zwischen zwei gegen Ausweichen gesicherten Punkten der Längsachse anzunehmen.

11. In Druckgliedern aus Eisenbeton sind die Eiseneinlagen auch für sich allein hinsichtlich ihres Widerstandes gegen Knickung zu untersuchen; in allen Fällen sind Querverbände zwischen diesen Eiseneinlagen in Abständen höchstens dem kleinsten durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmesser des Druckgliedes anzuordnen.

12. Bei Druckgliedern sind allfällig exzentrische Lastangriffe zu berücksichtigen.

§ 5. Zulässige Spannungen in kg/cm².

Beton bei einem Mischungsverhältnis	Im Falle der Biegung und exzentr. Druck		bei zentrischem Druck
	Druck	Zug	
auf 1 m³ Gemenge von Stein und Sand 470 kg Portland-Zement (1:3)	41	24	28
„ 1 „ „ „ „ „ „ 350 „ „ (1:4)	36	23	25
„ 1 „ „ „ „ „ „ 280 „ „ (1:5)	32	21,5	22

	Schweißeisen	Flußeisen
Eisen auf Zug und Druck	850	950.

4. Ist auf Knickung gemäß § 4 Absatz 9 Rücksicht zu nehmen, so gelten als zulässige Spannungen:

a) bei zentrisch belasteten Druckgliedern die laut Abs. 1 für zentrischen Druck zulässigen Betonspannungen, multipliziert mit der Abminderungszahl $a = \left(1{,}12 - 0{,}006\,\frac{L}{i}\right)$;

b) bei exzentrisch belasteten Druckgliedern die laut Absatz 1 für exzentrischen Druck zulässigen Betondruckspannungen, vermindert um die $\frac{1-a}{a}$ fache einer gedachten zentrischen Belastung entsprechende Druckspannung.

Kommt bei Eiseneinlagen Knickung in Betracht, so sind die laut Tabelle in Abs. 1 zulässigen Druckspannungen (s_e) auf den Wert s_k nach folgenden Formeln abzumindern:

a) für Längenverhältnisse $\frac{L}{i} = 10$ bis 105 $s_k = \left(0{,}816 - 0{,}003\,\frac{L}{i}\right) s_e$

b) „ „ $\frac{L}{i} > 105$ $s_k = 5580 \left(\frac{i}{L}\right)^2 s_e.$

5. Bei allen Druckgliedern aus Eisenbeton muß die Fläche der Längseisen in jedem Querschnitt mindestens 0,8 % der ganzen Querschnittsfläche betragen; macht die genannte Eisenfläche mehr als 2 vom Hundert dieser ganzen Querabschnittsfläche aus, so darf der Mehrbetrag an Fläche der Längseisen über 2 vom Hundert nur mit dem vierten Teile in Rechnung gebracht werden.

6. Bei Druckgliedern, in welchen außer Längseinlagen auch schraubenförmig gewundene, durchlaufende Quereinlagen angeordnet sind (umschnürter Beton), ist zur Bestimmung der Druckspannung infolge zentrischen Druckes eine ideelle Querschnittsfläche $F_i = F_b + 15\,F_e + 30\,F_s$ einzuführen, wobei F_b den vollen Betonquerschnitt, F_e die Querschnittsfläche der Längseisen unter Berücksichtigung des vorstehenden Absatzes 5 und F_s die Querschnittsfläche eines gedachten Längseisens bedeutet, dessen Gewicht gleich jenem der schraubenförmigen Quereinlage ist, beide Gewichte auf die Längeneinheit des Druckgliedes bezogen. Macht hierbei die so gebildete ideelle Fläche F_i mehr als $1{,}4(F_b + 15\,F_e)$ oder mehr als $1{,}9\,F_b$ aus, so darf für F_i nur der kleinere dieser beiden Grenzwerte in Rechnung gestellt werden. Bei exzentrischem Lastangriffe sind die schraubenförmigen Quereinlagen zur Ermittelung der vom Biegungsmomente herrührenden Spannungen nicht zu berücksichtigen. Die Ganghöhe der Schrauben-

windungen darf höchstens ein Fünftel des kleinsten, durch den Schwerpunkt des Querschnittes gezogenen Durchmessers betragen.

7. Die Belastung exzentrisch beanspruchter Druckglieder darf nicht größer angenommen werden, als die bei gedachter zentrischen Kraftwirkung mit der zulässigen Betonspannung für zentrischen Druck gemäß Absatz 1 und 4 sich ergebende Tragkraft derselben Druckglieder.

In der österreichischen Vorschrift vom Jahre 1907 für Straßenbrücken sind § 4 Abs. 9, 10, 11 und 12 und § 5 Abs. 4, 5, 6 und 7 dieselben, wie in der vorigen Vorschrift. Die zulässigen Spannungen sind folgende:

Zulässige Spannung in kg/cm²

Materialgattung und Art der Beanspruchung	Im Falle der Biegung und bei exzentrischem Druck		bei zentrischem Druck
	Druckspannung	Zugspannung	Druckspannung
Beton bei einem Mischungsverhältnis auf 1 m³ Sand und Steinmaterial 470 kg Portland-Zement (1:3)	$33 + 0{,}2\,l$	$19 + 0{,}1\,l$ bis höchstens 22	25
1 „ „ „ „ 350 „ „ (1:4)	$29 + 0{,}2\,l$	$18 + 0{,}1\,l$ bis höchstens 21	22
1 „ „ „ „ 280 „ „ (1:5)	$25 + 0{,}2\,l$	$16{,}5 + 0{,}1\,l$ bis höchstens 19,5	19

	Schweißeisen	Flußeisen
Eisenbeanspruchung auf Zug und Druck .	$750 + 2\,l$	$800 + 3\,l$
bis höchstens	800	900.

Nach Vorführung der wichtigsten Vorschriften möchten wir noch die in der Praxis anzuwendenden Formeln besprechen. Wir erwähnen, daß Considère in seiner letzten Veröffentlichung (Génie civil 1907) die mit Längseisen armierten und in gewöhnlicher Weise mit horizontalen Bügeln verstärkten Eisenbetonsäulen mittels folgender Formel berechnet

$$P = \sigma_b F_b + 2400\, F_e' \quad \text{. . . . .} \quad (35)$$

wenn F_e' den Querschnitt der wirklichen und der imaginären Längsstangen mit dem gleichen Gewichte mit den Bügeln bedeutet. Natürlich kann diese Formel mit den Versuchen nicht übereinstimmen, da während des Bruches die Spannung im Eisen bedeutend niedriger als 2400 ist.

Die bisherigen Versuche mit Säulen haben dargetan, daß beim zentrischen Druck die Formel (1) und (31) $P = \sigma_b\,(F_b + 15\,F_e)$ von $x = 0{,}8$ bis zu $x = 2$ höchstens 2,4 ganz gut zu gebrauchen ist.

Kleinere Eisenprozente als 0,8 sollen nicht angewendet werden, bei größeren als 2 ist der Überschuß von Eisen über 2% nur mit ein Viertel in Rechnung zu bringen.

In dieser Formel bedeutet F_e nur den Querschnitt der Längsarmierung. Considère und die französische Kommission nehmen aber nicht F_e, sondern F_e' den Querschnitt der Längsarmierung vermehrt um den imaginären Querschnitt einer Längsstange von gleichem Gewicht mit den Bügeln, in der Formel an. Um sie daher mit den Versuchen in Einklang zu bringen, ändern sie den Koeffizienten $n = 5$ und nehmen $n = 8$ bis 15 an. Dies ist aber gar nicht nötig, wenn wir nur in die Formel (1) den

Wert F_s einführen, dann kann sie ohne Anstand in den oben erwähnten Grenzen angewendet werden.

Die größte Bügelentfernung soll wenigstens gleich der kleinsten Abmessung der Säule sein. Es wäre aber wünschenswert, sie vielleicht um die Hälfte zu vermindern, wodurch die Festigkeit bedeutend zunimmt.

Was die Knickfestigkeit anbelangt, so wäre es am besten, bis genügende Versuche hierüber Aufschluß geben werden, nur solche Verhältnisse $\frac{l}{b}$ anzuwenden, bei welchen erfahrungsgemäß und nach den Versuchen keine Knickungserscheinungen sich herausstellen. Diese Grenzen stimmen für die längsarmierten Säulen mit den vom Betonverein angegebenen überein.

Die Anwendung der Eulerschen Formel ist ganz unzulässig, da diese nur für einen konstanten Elastizitätskoeffizienten gilt.

Was die umschnürten Säulen anbelangt, so sind für die Längsstangen auch die Eisenprozente 0,8 bis 2,5, für die Umschnürung kann das Eisenprozent $x_s = x_l$ bis $x_s = 3x_l$ angenommen werden. Die Ganghöhe $e = \frac{d}{7}$ bis $\frac{d}{10}$ ist die günstigste.

Die französische Kommission empfiehlt bezüglich der Armierung folgende Regel: Wenn man den gewöhnlichen Beton (300 kg auf 1 m³) verwendet, soll die

$$\text{Ganghöhe} \quad e \leqq \frac{b}{5} \quad \frac{b}{6,5} \quad \frac{b}{8} \quad \text{sein,}$$

$$\text{wenn die Spannung} \quad \frac{P}{F_b} = 50 \quad 80 \quad 100\ \text{kg/cm}^2 \ \text{ist.}$$

Hierbei sind wenigstens 6 Längseisen, besser 8 Längseisen zu verwenden, deren Inhalt wenigstens $= \frac{1}{200}$ des Volumens des Betons ($x_l \leqq 0,5$) und nicht kleiner als $^1/_3$ des Inhaltes der Umschnürung ist $\left(x_l \geqq \frac{1}{3} x_s\right)$.

Da beim Zerdrücken der umschnürten Säule die äußere Schale schon nicht vorhanden ist, weil deren Abschälen bedeutend früher erfolgt, also auf die Bruchlast ohne Einfluß ist, so ist die Berücksichtigung der Druckspannung im Kerne eigentlich rationeller. Da jedoch gewöhnlich das Verhältnis des Kernquerschnittes zum ganzen Querschnitte $= \frac{1}{1,5}$ ist, so kann man statt des Kernquerschnittes den ganzen Querschnitt in die Formel (15.) einführen, wenn man gleichzeitig die Koeffizienten ändert.

Es lautet dann die neueste Formel Considères: die Druckfestigkeit der umschnürten Säule

$$\sigma_{bu} = \sigma_b\,(1 + 2400\,x_1 + 5100 x_3) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Die durch die französische Kommission vorgeschlagene Formel (23)

$$\sigma_{bu} = \sigma_b\,(1 + 15 x_l + 32 x_s)$$

scheint mir mehr gerechtfertigt, denn die Spannung im Eisen muß doch in irgend einem Verhältnisse zur Spannung des Betons stehen.

Diese Formel ist auch besser als die in der französischen Vorschrift angegebene

$$\sigma_{bu} = \sigma_b \left(1 + m\,\frac{V'}{V}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (37)$$

weil in ihr das Eisen in der Umschnürung anders behandelt wird als in der Längsarmierung, was mit den Versuchen übereinstimmt.

Die Formel (23) kann aber nur bis zu einer gewissen oberen Grenze angewendet werden. Die Versuche haben dargetan, daß die ersten Sprünge in der äusseren Schale bei der Spannung erscheinen, die die Druckfestigkeit des Betons um 30 bis 70 % überschreitet. Um eine zweifache Sicherheit gegen die Abbröckelung der Schale zu erhalten, hat die französische Verordnung das Maximum der Spannung mit **60** % der Druckfestigkeit des Betons normiert. Eine größere Verstärkung des F_e nützt dann natürlich nichts mehr.

Die französische Verordnung schreibt vor, daß die Knickung erst bei $\frac{b}{l} \lesseqgtr \frac{1}{20}$ zu berücksichtigen ist. Nun fordert sie aber, daß bei größerem $\frac{b}{l}$ die obige Maximalgrenze für den Druck verringert wird, was mit der Berücksichtigung der Knickung bei stark belasteten Säulen identisch ist. Es soll nämlich

bei $\frac{l}{b}$ =	10	11,5	13	15	17	19	
$\frac{\sigma_{bu}}{\sigma_b} \leqq$	1,60	1,54	1,50	1,44	1,40	1,37	sein.

Diese 60 % gelten also nur bei $\frac{l}{b} = 10$.

Die vorstehenden Vorschriften werden durch die Ergebnisse der bisherigen Versuche begründet. Weil wir gewöhnlich für σ_b höchstens $\frac{1}{10}$ der Betondruckfestigkeit annehmen, so hätten wir bei der Beobachtung dieser Regel und für $\mu = 180$ kg/cm² folgende Tabelle XXI.

Tabelle XXI.

Bei $\frac{l}{b}$ =	10	11,5	13	15	17	20
soll $\sigma_{bu} \leqq$	108	103	101	97	94	87 kg/cm².

Die zulässige Betonspannung für Säulen ist natürlich vom Mischungsverhältnisse und der Zeit des Ausschalens und der Belastung der Säulen abhängig. Nimmt man die letztere mit sechs Wochen an, so könnte man sie wie folgt wählen:

		Brückenbau		Hochbau
		Eisenbahn	Straßen	
bei Mischungsverhältnis . .	1:3	22	25	30
" " . .	1:4	20	22	26
" " . .	1:5	26	18	22

Bei exzentrischem Druck ist die Berechnung der Säulen, wie die der Gewölbe vorzunehmen.

Literatur.

a) Werke.

Christophe, P, Le béton armé et ses applications, Paris-Liége 1899.
Berger, C. A. K. & Guillerme V., La construction en ciment armé, Paris 1902.
Guidi, C., Sulle construzioni in beton armato, Roma 1903.
Marsh, Charles, Reinforced concrete, New York 1904.
Saliger, Der Eisenbeton, 2. Aufl. 1907.
Mörsch, Der Eisenbetonbau, 2. Aufl., 1906.
Feret, R., Etude expérimentale du ciment armé, Paris 1906.
— *Commission du ciment armé: Expériments, rapports etc.*, Paris 1907.

b) Artikel in Zeitschriften.

Hellstrem, Brow Olof Viktor, Supports, poteaux etc. en béton avec carcasse en fer scellée à l'intérieur, Le Ciment 1899.

Considère, A., Etude expérimentales de la résistance à la compression du béton fretté, Com. ren. Par. 1902, Beton u. Eisen, Gen. Civ. 1902.

Tédesco, N. de, Poteaux en ciment armé, Le Ciment 1902.

— *A new form of concrete-steel column footing,* Engineering News 1902.

Sewell, J. S., Columns of buildings, Engineering News 1902, Beton u. Eisen 1903.

Bach, C., Mitteilung über die Herstellung von Betonkörpern mit verschiedenem Wasserzusatz, sowie über die Druckfestigkeit und Druckelastizität derselben, Stuttgart 1903.

Sanders, Beton mit Querarmatur verglichen mit Beton fretté, Beton u. Eisen 1903.

Lanza, G., Some recent tests in the Mass. Institute of technology, Beton u. Eisen 1903 und 1904.

Coignet, Essais à la compression de prismes en ciment armé, Le Ciment 1903.

Emperger, Fr. von, Einige Versuche über die Würfelfestigkeit von armiertem Beton, Beton u. Eisen 1903.

— *Betonkörper,* Tonind.-Ztg. 1904.

Becher, Patentierte Eisenbetonsäulen System Becher, Engineering News 1905.

— *Säulen aus Eisenbeton,* Zement und Beton 1904.

Dr. Saliger, R., Die Druckfestigkeit des umschnürten Betons, Österr. Wochenschr. f. d. öffentl. Baud. 1904.

— *Allgemeine Berechnung von Trägern und Stützen aus Eisenbeton,* Beton u. Eisen 1904.

Gottschalk, O., Berechnung von Stützen aus Eisenbeton mit Berücksichtigung des Schwindens, Südd. Bauztg. 1904.

Natorp, Beitrag zur Berechnung von Stützen aus Eisenbeton bei einseitiger Belastung, Zentralblatt der Bauverwaltung 1904.

— *Betonsäule mit Eiseneinlagen,* Tonind.-Ztg. 1905.

Dunn, W., Colonnes en ciment armé, Eng. Rec. 1905.

Dr. Saliger, R., Einfluß der Schubfestigkeit und der Armatur auf die Bruchgefahr bei Betonpfeilern, Z. f. Arch. u. Ing., Beton u. Eisen 1905.

Mörsch, Die Berechnung der Eisenbetonsäulen und die neuesten Versuche, Deutsche Bauzeitung 1905.

Bach, C., Druckversuche mit Eisenbetonsäulen, 1905.

Howard, Tests of metals, Eng. Rec. 1905.

Caustland, Results of comparative tests of plain and reinforced concrete columns, Engineer. News 1905.

Guidi, C., Risultati sperimentali su conglomerati di cemento semplici ed armati, Torino 1905.

— *Herstellung von Säulen aus Eisenbeton,* Tonind.-Ztg. 1905.

Popplewell, Some experiments on the strength of brickworkpiers and pillars of concrete, Engineering News 1906 und Zeitschrift d. österr. Ing.- u. Arch.-Ver. 1907.

Godfrey, The design of reinforced concrete columns and footings, Engineering News 1906.

Dr. Thullie, Max R. v., Neue Versuche mit betoneisernen Säulen, Beton u. Eisen 1906, 1907.

Haberkalt, Neuere Vorschriften betreffend die Bauweise aus Betoneisen, Österr. Wochenschr. f. d. öffentl. Baudienst 1907.

Landmann, Die Berechnung von Eisenbeton-Konstruktionen bei exzentrisch wirkender Normalkraft, Beton u. Eisen 1906.

Dr. Thullie, Max R. v., Versuche mit Betonsäulen und betoneisernen Säulen in Urbana, Beton u. Eisen 1907 (Bulletin der Universität von Illinois, Nr. 11, I, Vol. IV, 1907).

— *Neue französische Versuche mit umschnürtem Beton,* Beton u. Eisen 1907.

— *Runderlaß betreffend Bestimmungen für die Ausführung von Konstruktionen aus Eisenbeton bei Hochbauten,* Zement und Beton 1907.

Schinke und Löser, Eine Eisenbetonstudie, Beton u. Eisen 1907, S. 157.

Dr. Saliger, R., Die Druckfestigkeit des umschnürten Betons, Deutsche Bauzeitung 1907, Mitt. S. 63.



b) Versuche mit Balken aus Eisenbeton.

Bearbeitet von **Karl Wienecke**,
Königlichem Eisenbahn-Bau- und Betriebsinspektor in Berlin.

A. Überblick über die Entwickelung der Versuchsforschung.

1. Versuch und Theorie geleiteten gemeinsam den Eisenbetonbau bei seiner Einführung in die weitere deutsche Bauwelt. Gustav Adolf Wayss, der das Recht der Verwendung des Monierpatentes für Deutschland gekauft hatte und der erst den fruchtbaren Gedanken des Eisenbetonbaues — das Eisen so zu legen, daß es die Zugseite des Betons verstärkt — fand, verbreitete im Jahre 1887 eine unter Mitwirkung anderer verfaßte Schrift über „das System Monier in seiner Anwendung auf das gesamte Bauwesen". Sie enthielt Rechnungsgänge für Balken- und Bogenbauweisen nach der von M. Koenen aufgestellten Theorie, schilderte Eigenschaften und Anwendungsart der neuen Bauweise und führte ihre Tragfähigkeit an einer Reihe von Versuchen vor, die sich auf Platten, Bögen und Röhren erstreckten. Bei den Versuchen wurde die Bildung von Rissen, die Bruchlast und die äußere Formänderung in Gestalt der Durchbiegung der Platten und der Verdrückung der Bögen verfolgt.

2. Diesen Versuchen folgten bald weitere. Sie beschränkten sich im wesentlichen auf die Beobachtung der äußeren Erscheinungen bis zum Bruch und förderten aus der nachdenklichen Betrachtung der Zerstörungsvorgänge und dem Vergleich der Bruchlasten manche Anregung, aber länger als ein Jahrzehnt wurde die Erkenntnis durch Erweiterung der Beobachtungspunkte nicht gefördert. Zwar wurden im Jahre 1894 bei Versuchen, die de Mollins mit Hennebiquebalken in Lausanne ausführte, die Dehnungen des Eisens an Spannungsmessern abgelesen, die an den zu dem Zwecke bloßgelegten Einlagen angebracht waren, jedoch ein bewußter Ausbau der beobachtenden Forschung über das elastische Verhalten der beiden Materialien bei ihrer Vereinigung im Verbundkörper, über die Aufnahme der äußeren Kräfte und die Verteilung der inneren Spannungen fand nicht statt.

Vielmehr wuchs das Bemühen, die Erkenntnis auch der inneren Vorgänge auf dem Wege der Rechnung zu heben, indem auf deduktivem Wege in Anlehnung an die Ergebnisse der Lehre von der Festigkeit homogener Körper abgeleitete Formeln auf ihre Zuverlässigkeit und auf die Richtigkeit ihrer Voraussetzungen an den erreichten Bruchlasten oder an dem Verlauf der Durchbiegungen geprüft wurden, mit der Hoffnung, sie bestätigt zu finden und mit ihnen unter Einstellung eines Sicherheitsgrades allgemeine Rechnungsunterlagen für die neue Bauart geben zu können.

Wohl erhoben sich Stimmen, die meinten, daß die Wechselbeziehungen zwischen Beton und Eisen nicht auf Grund von Annahmen durch Überlegung und durch bloß mathematische Rechnungen klargestellt werden könnten, und daß nur auf einer durch eingehende Versuche gewonnenen Grundlage die analytisch-mechanische Behandlung einsetzen und Formeln entwickeln könne, die das Wesen der inneren Kräfte in mathematischen Zeichen zum Ausdruck brächten. Auch wurde betont, daß manche der angestellten Versuche nur einen beschränkten Vergleichwert hätten und nur wenig Stoff zur allgemeinen theoretischen Erkenntnis der Verbundkörper böten. Die Ursachen davon lägen teilweise in der Beschaffenheit des Betons und in der wesentlichen Abhängig-

keit seiner Eigenschaften — wie Festigkeit auf Zug und Druck, Raummaßänderung, Zusammenhang mit dem Eisen — von der Beschaffenheit des Zements, des Sandes und Schotters, der Menge des Wassers, der Stampfung und manchem anderen. Die Schwankungen in diesen Eigenschaften seien so groß, daß es den Anschein haben könnte, als wäre die Festsetzung allgemein gültiger Werte der maßgebenden Größen kaum möglich.

3. Im Jahre 1899 veröffentlichte Considère eine neue aus Versuchen hergeleitete Ansicht über die Dehnungs- und Spannungsfähigkeit des mit Eisen verbundenen Betons, und seitdem hat im neuen Jahrhundert die Versuchsforschung den inneren Formänderungen erhöhte Aufmerksamkeit zugewandt, während auch die Festigkeitsprüfungen insbesondere in vergleichenden Versuchen über die Wirkung der verschiedenen Anordnung von wagerechten, senkrechten und schrägen Eiseneinlagen der und jener Gestalt fortschritten.

Neben den Einzelforschern, die ihre Mittel und ihre Arbeit in den Dienst der Sache stellten, haben zuletzt die Beiträge dreier öffentlicher Körperschaften die Erkenntnis gefördert. Im Jahre 1906 sind Versuche veröffentlicht worden, die in der Schweiz in der eidgenössischen Materialprüfungsanstalt in Zürich angestellt wurden; im Jahre 1907 hat die in drei Untergruppen gegliederte Kommission ihre Arbeiten der Öffentlichkeit übergeben, welche von dem französischen Minister der öffentlichen Arbeiten eingesetzt war, um die Fragen zu untersuchen, die mit der Anwendung von armiertem Beton verbunden seien, und um Versuche vorzunehmen und Regeln als Unterlage für die Verwendung dieser Bauart im öffentlichen Baudienste aufzustellen. Endlich ist seit dem Jahre 1905 ein Teil der Arbeiten erledigt worden, für welche die Verwaltung der bei der Jahrhundertfeier der Technischen Hochschule in Berlin gespendeten Festgabe der deutschen Industrie Mittel bereitgestellt hatte, um die wissenschaftliche Forschung auf dem Gebiete des Eisenbetons in planvoller Weise aufzunehmen, und zwar unter Würdigung der bis jetzt auf diesem Gebiete durchgeführten Versuche sowie unter Berücksichtigung der Bedürfnisse der ausführenden Technik.

4. Überblickt man die ganze Reihe der vorhandenen Versuche, so gliedern sie sich — ohne daß eine strenge Scheidung möglich ist — ähnlich ihrer zeitlichen Folge in zwei Gruppen, die jedoch in manchem sich berühren: einmal Festigkeitsprüfungen, welche die Feststellung der Tragfähigkeit des Versuchskörpers an sich oder im Vergleich zu anderen zum Ziele hatten, und weiter Formänderungsuntersuchungen, die der Aufklärung der elastischen und mechanischen Vorgänge im Innern des Körpers unter der Belastung dienen sollten.

B. Versuche.

I. Festigkeitsprüfungen.

a) Platten.

1. Einzelversuche.

5. Der Zweck der ersten Versuche war lediglich der Nachweis der erhöhten Tragkraft von Zementmischungen mit Eiseneinlagen gegenüber solchen ohne Verstärkung. So wurde als Hauptergebnis der Versuche, die G. A. Wayss im Jahre 1886 in Berlin ausführen ließ, angegeben, daß bei gleicher Dicke, gleichem Zementmaterial und gleicher Spannweite eine etwa 1 m freitragende ebene Zementplatte ohne Einlage bei einer gleichmäßigen Belastung von 517,5 kg für 1 m² brach, während bei der gleichen Platte mit Eiseneinlage der Bruch des Zements erst bei 2763,3 kg für 1 m² erfolgte, und das Geflecht dann noch diese Last weiter mit 13 mm Durchbiegung dauernd trug.

Die Eiseneinlage bildeten in der Längsrichtung Rundeisen von 6 mm Durchmesser in je 10 cm Abstand, über die quer 5 mm starke Rundeisen in der gleichen Entfernung gelegt und an der Kreuzungsstelle durch Drahtumbindung mit den Längsstäben befestigt waren.

6. Bereits bei diesen ersten Versuchen wurde aber versucht, der Ursache der erhöhten Tragfähigkeit nachzugehen. Sie wurde in dem Zusammenwirken des Eisens mit dem Zement infolge einer bisher nicht vermuteten großen „Adhäsion" zwischen voll erhärtetem Zement und Eisen gefunden. Diese Adhäsion war an Versuchen erkannt worden, bei denen es zweimal mißlang, einen 7 mm starken Eisendraht, der also 0,38 cm^2 Querschnitt und 2,2 cm Oberflächenumfang hatte, aus einem 12 Jahre alten wettererprobten Zementbaluster herauszuziehen. Das erstemal verbog sich der angreifende Hebelarm unter dem aufgehängten absoluten Gewicht von 1350 kg; das zweitemal brach an demselben Versuchskörper bei einem Zuge von rund 1300 kg das unten nicht von Zement umhüllte Ende des Eisenstabes ab.

Wayss wollte schließen, daß bei dem chemischen Prozeß der Zementmörtelerhärtung zwischen der Oberfläche des Eisens und dem Mörtel sich eine höchst haltbare Legierung bilde, nicht aber, daß die Widerstandsfähigkeit des Eisens gegen Herausziehen dadurch entstände, daß bei dem Abbindungsprozeß das eingebettete Eisen besonders fest eingepreßt werde. Damals wurden also schon die Möglichkeiten für die Entstehung der Festigkeit zwischen Beton und Eisen erkannt, die neuerdings wieder zur Erörterung gekommen sind, als es sich um die Wahl eines treffenden Begriffs an Stelle des aufgegebenen Wortes Adhäsion — ob Haftfestigkeit oder Gleitwiderstand — und um die Klarstellung seiner Entstehung — ob mehr auf mechanischem oder auf chemischem Wege — handelte.

7. Als Gedanke des Eisenbetonbaues schwebt Wayss vor, die hohe Druckfestigkeit des Zements und die vortreffliche Zähigkeit des Eisens durch Anwendung jedes dieser Stoffe an der rechten Stelle zu gemeinsamer Wirkung zu vereinigen. Er glaubt, daß die gemeinschaftliche Wirkung beider Bestandteile da ihre Grenze habe, wo die Beanspruchung des einen nicht mehr im richtigen Verhältnisse mit der des anderen stände. An dieser Grenze träte die Zerstörung des stärker beanspruchten Teiles ein, während der andere noch weiter wirke. Zugfestigkeit des Eisens und Druckfestigkeit des Betons waren also die beiden Eigenschaften, die nach den ersten Versuchen für die Festigkeit der Eisenbetonbauten als bestimmend angesehen wurden, wenn auch schon der Zusammenhang zwischen Zement und Eisen, Adhäsion damals genannt, mit in Betracht gezogen wurde.

8. Daneben spielte bei diesen Proben die Feuersicherheit der ganzen Konstruktion, ihre Widerstandsfähigkeit gegen Stöße und die Rostbeständigkeit der Eiseneinlagen eine Rolle. Die durch die Versuche gewonnenen Ergebnisse wurden von den bei der Probe Anwesenden, worunter sich eine große Zahl geladener Architekten und Ingenieure befand, als derartig überzeugend erachtet, daß das Urteil allgemein dahin abgegeben werden konnte, daß die Moniersche Bauweise in höchstem Maße beachtenswert und nach den verschiedensten Richtungen hin — in vorläufig noch unabsehbarer Weise — nutzbringend zu verwerten sei.

9. Im folgenden Jahre — 1887 — nahm Bauschinger[1]) auf dem Bauplatze der Münchener Niederlassung von Wayss Versuche mit neun Platten vor, deren Spannweiten sich zwischen 1 und 3 m um je 50 cm unterschieden, und die mit Geflechteinlagen von 5 bis 6 cm Maschenweite aus 5 bis 6 mm dicken Eisenstäben versehen waren. In dem Ergebnis bemerkte er, daß es bei der Verwendung von Eisengerippen, welche im Beton

[1]) Versuche an verschiedenen nach dem System Monier hergestellten Objekten, München 1887.

eingebettet sind, wie es im Wesen der Monierschen Bauart liege, — abgesehen von den Fragen des Verhaltens der beiden Materialien bei wiederholtem Temperaturwechsel und der Möglichkeit der Zerstörung und Lockerung der Eiseneinlagen durch Rosten — hauptsächlich auf die Größe der Adhäsion des Betons am Eisen ankomme, die also damit neben der Druckfestigkeit des Betons und der Zugfestigkeit des Eisens zum Dritten als mögliche Bruchursache klarer erkannt wurde.

10. Eine Erhöhung der Festigkeit der Eisenbetonplatten wurde bald auf dem Wege der Sicherung des Verbandes zwischen Längs- und Querstäben und durch neue Formen von Eiseneinlagen gesucht. Bruchversuche, die mit Platten, bei denen die Einlage aus einem zusammenhängenden als Längseisen hin und her laufenden und sodann ebenso in der Querrichtung gewebeartig über und unter die Längsstäbe greifenden Eisen gebildet war, oder die mit einer Verstärkung durch ein aus Blech gestanztes, auseinandergezogenes Gitterwerk versehen waren, sollten die größere Tragfähigkeit solcher besonderen Bauweisen zeigen.

11. Diese und andere Einzelversuche sind gelegentlich in der Literatur vergleichend verwertet worden, wenn auch bei ihrer Verschiedenheit nur eine schmale gemeinsame und immerhin unsichere Grundlage gefunden werden konnte. Aus Gegenüberstellungen der Bruchlasten wurde erkannt — indem als Bruch der aufgenommenen größten Angriffsmomente und von gedachten, nach gewissen Voraussetzungen errechneten Widerstandsmomenten eine größte erdachte Biegungsspannung ermittelt wurde —, daß mit fetteren Betonmischungen gegenüber den mageren eine größere Tragfähigkeit zu erreichen sei, daß ebenso durch Mehrzugabe von Eisen die Festigkeit erhöht werde, und daß die günstigste Lage für die Eiseneinlagen möglichst nahe dem unteren Rande des Querschnittes sei, wobei jedoch zum Schutze der Eiseneinlagen gegen Verrosten und unvermittelte Temperaturschwankungen, sowie zur Erzielung einer genügenden Einhüllung des Eisens behufs möglichst innigen Verbandes und guter Spannungsübertragung ein gewisser, der jeweiligen Bestimmung entsprechender Abstand der Eiseneinlagen von dem Umfange unerläßlich sei.

12. Bei der Zerstörung zeigten sich in der Regel zuerst in der mittleren Gegend auf der Unterfläche der Platten Risse, die sich bei weiterer Belastung allmählich erweiterten, bis der Bruch unter Zerdrückung des Betons auf der oberen Seite langsam erfolgte. Die Beobachtung dieser Aufeinanderfolge der Bruchererscheinungen führte zu einem Satze über das statische Verhalten von Beton und Eisen im Verbundkörper, den v. Emperger im Jahre 1897 dahin aussprach, daß die Monierplatte als ein Bauteil erkannt sei, der bei fortschreitender Belastung von 0 bis zur Bruchlast zwei abweichende statische Phasen zwischen drei wesentlich verschiedenen Bruchgrenzen durchmache.

Diese Reihenfolge sei folgende:

I. Phase der zulässigen Lasten bis zur Bruchgrenze 1: Zerreißen des Betons.

II. Phase der Bruchlasten bis zur Bruchgrenze { 2: Zerdrücken des Betons. / 3: Zerreißen des Eisens. }

Demgemäß wäre eine Monierplatte so zu bemessen, daß im Augenblicke des Bruches die Grenzen 2 und 3 zusammen eintreten würden, das heißt, das Eisen unten zerrissen und der Beton oben zerdrückt werde. Es wäre daher das Verhältnis des Querschnittes zwischen Beton und Eisen eine allen Phasen und Rechnungen eigene und maßgebende feste Zahl und als Grundlage der Berechnung vorzuschlagen. Unter Voraussetzung von Durchschnittswerten für die Festigkeit der beiden Bestandteile wurde angenommen, daß die zweckmäßigste Anordnung der Eisen- und Betonquerschnitte vorhanden sei, wenn sie sich wie 1 : 75 verhalten.



13. Erwähnenswert ist ein Versuch, den Melan[1]) im Jahre 1899 mit einer bewehrten Betonplatte unternahm. An ihrer Unterseite war ein ⊥-Eisen, das 40 mm hoch, 40 mm breit und 6 mm stark war, so eingebettet, daß seine untere Begrenzung frei und eben mit der Plattenunterkante lag. Die Platte war 40 cm breit, 10 cm dick, 1,20 m lang und wurde mit steigender Einzellast in der Mitte über einer Stützweite von 1 m bis zum Bruche belastet. Sie sollte dem Vergleiche mit einer Anzahl gleicher, jedoch unbewehrter Betonplatten desselben Alters dienen, deren Prüfung zum Zwecke einer genaueren Erkenntnis der Elastizitätsverhältnisse des Betons erfolgte. Die verstärkte Platte zeigt ein etwa fünfmal größeres Tragevermögen als die aus reinem Beton gefertigten Platten. Der Bruch erfolgte — nachdem vorher an der Unterseite der Platte im Beton Risse bemerkt worden waren —, indem das Eisen nicht zerbrach, sondern nur gebogen und aus der einen Hälfte der in der Mitte gebrochenen Platte etwas herausgezogen wurde, ein Ergebnis, das auf die Frage der Zerstörung des Verbundes durch Gleiten oder Absprengung der Einlagen hinleiten konnte.

14. Über den Einfluß von Wärmeschwankungen während des Abbindens auf die Festigkeit sind Erfahrungen von Bedeutung, die bei Versuchen der preußischen Staatseisenbahnverwaltung von W. Platt[2]), M. v. d. Bercken und dem Verfasser in Verbindung mit M. Koenen im Anfang des Jahres 1903 gemacht wurden. Bei Proben mit Monierplatten, die mit 85 cm Stützweite zwischen Eisenbetonböcken als Belag für die Bahnsteige der Berliner Stadtbahn dienen sollten, hatte sich mit einem vielfachen der in Rechnung gestellten Gebrauchslasten immer eine befriedigende Tragfähigkeit ergeben. Nach der Verlegung der Platten zeigte ein Teil unter der Verkehrslast Risse; es stellte sich heraus, daß dieser in den Wintermonaten während der Erhärtung Frostwirkungen ausgesetzt gewesen war. Dies Ergebnis erfordert Beachtung im Hinblick auf die bisweilen ausgesprochene Ansicht, daß der Frost zwar das Abbinden des Betons unterbreche, auf die endgültige Festigkeit dagegen keinen Einfluß ausübe.

2. Versuchsreihen von Tutein Noltenius (Holland).[3])

15. Eine zusammenhängende Gruppe von Versuchen wurde von Tutein Noltenius, Ingenieur des holländischen Wasserbauamts, in den Jahren 1894 und 1895 ausgeführt, und zwar in drei Reihen, von denen die letzte etwas später folgte.

Die Reihe a umfaßte 13 Platten von 2 m Länge, 40 cm Breite und 5 cm Dicke. Sie wurden über einer Stützweite von 1,90 m mit zwei symmetrisch der Mitte in 25 cm Abstand liegenden Einzellasten belastet.

Reihe b: 15 Platten von 82 cm Länge, 47 cm Breite und 3 cm Dicke. Die Belastung griff wie bei der Reihe a jedoch mit 17 cm Lastabstand über einer Stützweite von 68 cm an.

Reihe c: 10 Platten von 2,10 m Länge, 40 cm Breite und 5 cm Dicke. Die Belastung erfolgte wie bei der Reihe a, jedoch über 2 m Stützweite.

Die Verstärkung aller Platten bestand aus Rundeisen, die in der Längsrichtung mit 6 cm Abstand, bei einigen Platten noch näher aneinander verlegt wurden. Der Durchmesser der Einlagen schwankte zwischen 4 mm und 7 mm, die Entfernung ihrer Mitten von der Unterkante der Platten zwischen einem Achtel und einem Drittel der Plattendicke. Ein Teil der Platten der beiden ersten Reihen hatte außer den Längseisen in der Querrichtung 4 mm bis 5 mm starke Rundeisen, die teils lose auflagen, teils an

[1]) Melan: Über Biegebruchversuche mit Betonplatten, Brünn 1899.

[2]) Platt: Die Erhöhung der Bahnsteige der Berliner Stadtbahn, Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1903.

[3]) Zeitschrift d. Österr. Ing.- u. Arch.-V. 1896/97.



den Kreuzungsstellen mit den Längsstäben durch dünnen Draht verbunden, teils abwechselnd über und unter die Längsstäbe greifend mit diesen gewebeartig verflochten waren. Die Maschen der aus den Längs- und den Quereisen entstehenden Netze waren teils quadratisch, teils hatten die Querstäbe nur 4 cm Abstand bei 6 cm Entfernung der Längsstäbe; die Maschenweite unterschied sich also nur wenig von der Trägerhöhe. Die in späteren Versuchen verwandten Platten der Reihe c waren auch an der oberen Seite mit einer Reihe von Eisenstäben versehen. Man wollte dadurch die Druckspannungen an der oberen Seite, wie die Zugspannungen an der unteren Seite, aufnehmen und so die Tragfähigkeit erhöhen. Die Stäbe an der oberen Seite lagen gleichlaufend zu den Hauptstäben, waren indessen kürzer, weil man schon beobachtet hatte, daß der Bruch stets nahe oder in der Mitte stattfand.

Der Beton enthielt 1 Teil Zement auf 1, 2 oder 3 Teile Sand. Die Belastung erfolgte 4 bis 5 Wochen nach der Herstellung, bei einer Platte nach einem Jahre.

16. Außer den Zerstörungserscheinungen wurden die Durchbiegungen beobachtet. Bei Aufbringung einer höheren Last vergrößerte sich die Durchbiegung; innerhalb der Grenzen der zulässigen Lasten kam der Zeiger des Durchbiegungsmessers jedoch nach einiger Zeit zur Ruhe, und sein Ausschlag vergrößerte sich nicht wesentlich mehr, auch wenn die Last eine Stunde und länger auf der Versuchsplatte liegen blieb. Wurde die Belastung eingestellt und entlastet, so ging die Einsenkung zurück, verschwand aber nicht ganz. Sobald die Bruchbelastung erreicht war, kam der Zeiger jedoch nicht mehr zum Stillstand, sondern bewegte sich gleichmäßig weiter, bis endlich eine Beschleunigung eintrat, die der Vorbote des Bruches war.

17. Aus der Gesamtzahl standen für den Vergleich einer Festigkeitsbedingung immer nur wenige ähnliche Versuchskörper zur Verfügung, da fast alle in manchem voneinander verschieden waren. Man fragte sich:

Welchen Einfluß üben die Querstäbe aus?

Die Anwendung von Quereisen und weiter ihre Anbindung an die Längsarmierung erhöhten die Bruchlasten nicht. Das Flechten der Stäbe erwies sich als nachteilig. Die Hauptstäbe verloren dadurch ihre gerade Richtung und bildeten Wellen, welche anscheinend weniger gut die Zugspannungen aufnehmen konnten und weiter verursachten, daß bei der durch die Belastung hervorgerufenen Ausdehnung der Beton zerbröckeln würde, wodurch dann die Adhäsion zwischen Eisen und Beton verloren ginge. Dabei ist wohl zu bedenken, daß in den Längseisen unter der Wirkung von Zugspannungen Biegungsmomente eintreten, die die Eisen gerade strecken wollen und dabei eine sprengende Wirkung auf den Beton ausüben.

18. Welchen Einfluß übt der Gesamtquerschnitt der Hauptstäbe aus?

Die Tragfähigkeit wuchs mit der Vermehrung des Eisens und zwar glaubte man, aus den ersten beiden Versuchsreihen schließen zu können, daß dies im Verhältnis der dritten Wurzel aus den Eisenquerschnitten geschähe, änderte diese Vermutung aber nach der dritten Versuchsreihe unter einer gleichzeitigen Gegenüberstellung anderer Versuche in den Satz ab, daß die Tragfähigkeit der Monierplatten im gleichen Verhältnis mit dem Gesamtquerschnitt der Hauptstäbe zunähme, und daß man Monierplatten von verschiedenen Abmessungen miteinander vergleichen könne, wenn das Verhältnis zwischen der Plattendicke und der Höhe einer Eisenschicht, die bei gleichmäßiger Verteilung aller Längseinlagen über die ganze Plattenbreite entstände, das gleiche sei.

Man glaubte, daß die Entfernung der Hauptstäbe nicht größer als 6 cm in der Praxis sein dürfe und schloß, daß das Verhältnis zwischen Eisen und Beton etwa 1:78 sein, also etwa 1,3 Hundertstel des ganzen Querschnitts ausmachen müsse.

Die Einlegung der oberen Stäbe bei den Platten c hatte weder hinsichtlich der Tragfähigkeit noch hinsichtlich der Durchbiegung nennenswerte Unterschiede gegen ähnliche Platten der Reihe b, die nur unten bewehrt waren, ergeben.

19. Welchen Einfluß übt die Betondicke aus?

Unter Betondicke wurde die ganze Plattendicke verstanden; es wurden also auch die Betonteile unterhalb der Eisen eingestellt, und es wurde die Höhenlage der Eisen innerhalb des Querschnittes nicht in Rechnung gezogen, obwohl einzelne Versuche die stärkende Wirkung eines geringeren Abstandes der Stäbe von der Unterkante andeuteten. Man meinte aus den Versuchen der Reihen a und b zu sehen, daß die Festigkeit im Quadrate der Plattendicke zunähme, und damit die Möglichkeit eines Vergleiches mit dem Verhalten homogener Körper eröffnen zu können. Mit Hilfe von Beobachtungen der Durchbiegungen, die schon bei den Reihen a und b eine große, beinahe bis zur Bruchbelastung anhaltende Elastizität mit viel größeren Einsenkungen ergeben hatten, als sie mit unbewehrten Betonplatten erreicht wurden, und für die man bei weiteren Versuchen der Reihe c zu erkennen glaubte, daß sie innerhalb gewisser, nahe dem Bruche liegender Grenzen, in gleichem Verhältnis wie die Belastung zunähmen, schloß man weiter, daß die Monierplatte, was Stärke und Durchbiegung anlangt, sich wie eine homogene Platte mit gleichen Elastizitätskoeffizienten für Zug und Druck verhalte, und daß innerhalb der für den Gebrauch genügenden Grenzen die gewöhnlichen Formeln für hölzerne Bohlen auf Tragfähigkeit und äußere Formänderung der Monierplatten Anwendung finden können.

20. Welchen Einfluß übt das Verhältnis zwischen Zement und Sand auf die Tragfähigkeit der Platten aus?

Während bei reinen Betonplatten die Tragfähigkeit mit dem größeren Zementzusatz stets zunähme, sei dies nach den Versuchen mit Monierplatten nicht der Fall, da von den verwandten drei Mischungen die mittlere mit einem Teile Zement und zwei Teilen Sand die größte Tragfähigkeit zeigte. Dagegen werde bei kräftigerer Mischung die Steifigkeit größer, da die Durchbiegungen der Platten mit einer Mischung 1 : 3 wesentlich größer seien, als die im Verhältnis 1 : 2 hergestellten, jedoch scheine auch dabei eine Grenze zu bestehen, da bei der Mischung zu gleichen Teilen die Durchbiegung nicht mehr kleiner werde als bei den im Verhältnis 1 : 2 gemischten Platten.

21. Über den Einfluß des Alters der Körper auf die Tragfähigkeit erlaubte die geringe Zahl der möglichen Vergleiche nur die Vermutung, daß die Festigkeit und die Steifigkeit mit der Zeit zunähme.

22. Welcher Sicherheitskoeffizient ist anzunehmen?

Unter der Voraussetzung der Verwendung der Platten in Bauten, die keiner oder nur geringer abwechselnder Belastung ausgesetzt seien, erschien es zulässig, für die Platten eine Gebrauchslast von einem Viertel der erzielten Bruchlast festzusetzen. Für die Platten der Reihen a und b waren nach der unter 19 entwickelten Rechnungsannahme aus der Teilung des Bruchmomentes durch das Widerstandsmoment des Plattenquerschnittes Randspannungen von 153 und 137 kg für 1 cm^2 bestimmt worden, so daß also die Berechnung der Monierplatten bei Innehaltung des vorgeschlagenen Verhältnisses der Eiseneinlage als homogener Balken mit etwa 35 kg zulässiger Beanspruchung für 1 cm^2 vorgeschlagen wurde. Diese Versuche haben heute nur geschichtlichen Wert.

3. Versuchsreihen von Sanders (Holland).[1]

23. 40 Platten sind von L. A. Sanders, Ingenieur der Amsterdamer Zement-Eisenwerke (Amsterdam), im Jahre 1901 untersucht worden. Es war ein Plan so aufgestellt

[1]) Beton u. Eisen 1902, Heft IV.

worden, daß in schärferer Form als früher aus Gruppen ein Urteil über den Einfluß des Alters, der verschiedenen Betonmischungen und des Wechsels der Armierungsverhältnisse gewonnen werden konnte. Die Bauart der Platten und die Art ihrer Belastung zeigen die Abb. 1 und die Zusammenstellung 1.

Zusammenstellung 1.

Nr.	Alter Tage	Breite cm	Einlage: Anzahl der Rundeisen	Einlage: Durchmesser mm	Einlage: %	Beton	Bruchmoment kgm	Rißbildung
1	28	15,2	3	9	1,39	1:2	3028	Zugseite
2	28	16,45	3	10	1,59	1:2	3302	"
3	28	17,1	3	11	1,86	1:2	3473	"
4	28	19,00	4	11	2,22	1:2	4190	Druckseite
5	28	15,2	6	9	2,78	1:2	4551	"
6	89	15,2	3	9	1,39	1:2	3400	Zugseite
7	89	15,45	3	10	1,59	1:2	3842	"
8	89	17,1	3	11	1,86	1:2	4209	"
9	89	19,00	4	11	2,22	1:2	4977	"
10	89	15,2	6	9	2,78	1:2	5702	"
11	31	15,9	3	9	1,39	1:2:2	3245	Zugseite
12	31	16,45	3	10	1,59	1:2:2	3463	"
13	31	17,1	3	11	1,86	1:2:2	3921	"
14	32	19,00	4	11	2,22	1:2:2	4462	"
15	32	15,2	6	9	2,78	1:2:2	5548	Druckseite
16	92	15,2	3	9	1,39	1:2:2	3573	Zugseite
17	92	16,45	3	10	1,59	1:2:2	3766	"
18	92	17,1	3	11	1,86	1:2:2	4365	"
19	105	19,00	4	11	2,22	1:2:2	4803	"
20	105	15,2	6	9	2,78	1:2:2	6270	Druckseite
21	31	15,2	3	9	1,39	1:3	2573	
22	31	16,45	3	10	1,59	1:3	2598	Zugseite
23	31	17,1	3	11	1,86	1:3	2445	Druckseite
24	31	19,00	4	11	2,22	1:3	2342	Scherrisse
25	31	15,2	6	9	2,78	1:3	2638	"
26	93	15,2	3	9	1,39	1:3	3392	Zugseite
27	93	16,45	3	10	1,59	1:3	3598	"
28	93	17,1	3	11	1,86	1:3	3758	Druckseite
29	93	19,00	4	11	2,22	1:3	3524	Scherrisse
30	94	15,2	6	9	2,78	1:3	3524	"
31	33	15,2	3	9	1,39	1:3:3	2911	(vor der Prüfung verletzt)
32	33	16,45	3	10	1,59	1:3:3	2820	Druckriß
33	34	17,1	3	11	1,86	1:3:3	3039	Scherriß
34	34	19,00	4	11	2,22	1:3:3	3510	"
35	34	15,2	6	9	2,78	1:3:3	3733	"
36	22	15,2	3	9	1,39	1:3:3	3683	Scherriß
37	22	16,45	3	8	1,01	1:3:3	2862	(Fehlversuch)
38	22	17,1	3	11	1,86	1:3:3	3623	Druckriß
39	22	19,00	4	11	2,22	1:3:3	3799	Scherriß
40	22	15,2	6	9	2,78	1:3:3	3832	"

Die Eiseneinlagen hatten eine Zugfestigkeit von 3600 bis 4000 kg für 1 cm^2. Sie bestanden aus Rundeisen von 9, 10 oder 11 mm Durchmesser, wiesen also in der

Stärke nur geringen Unterschied auf. Es blieb also für alle Proben annähernd das Verhältnis des Querschnittes und der eingebetteten Oberfläche, d. h. die Flächenbedingung für den Verbund zwischen den Eisen und dem Beton gleich.

Die bei den Versuchsplatten verwendeten Betonmischungen waren von verschiedenem Zementgehalte, teils nur unter Zusatz von Sand, teils mit Beigabe von Sand und Schotter hergestellt. Zug- und Druckversuche ergaben für die Festigkeit in kg für 1 cm² folgende Mittelwerte:

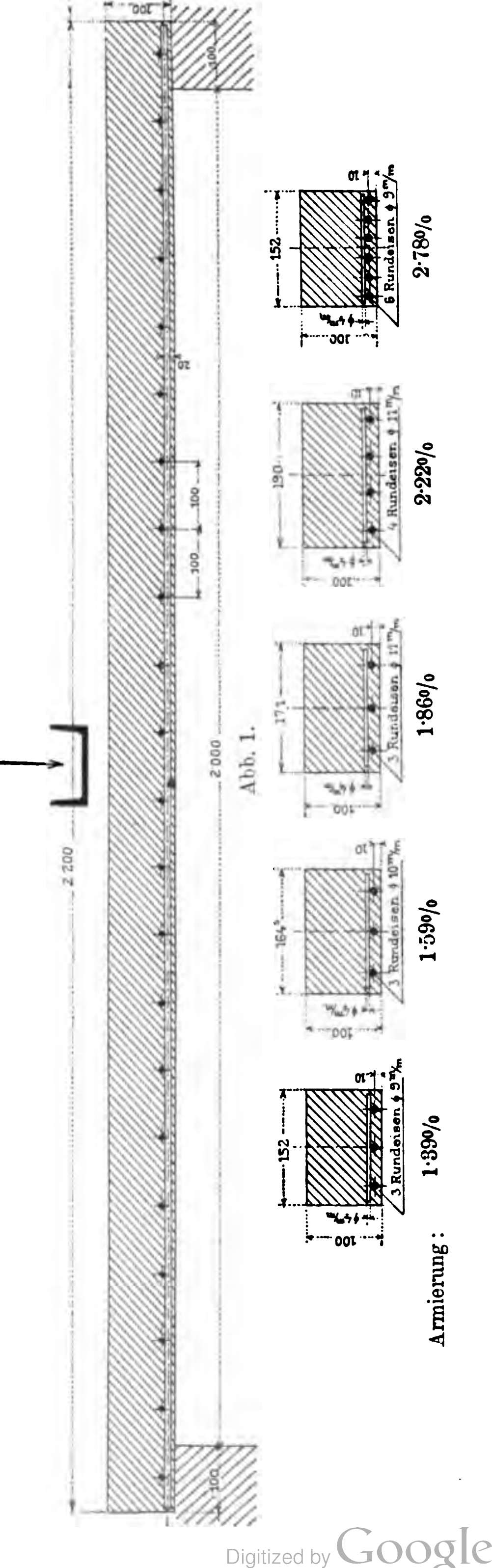
bei dem Beton auf	1:2 Zug,	1:2 Druck;	1:2:2 Zug,	1:2:2 Druck;	
nach 1 Monat .	36,9,	200;	27,7,	199;	kg für 1 cm²
nach 3 Monaten	40,6,	247;	32,2,	257,7;	kg für 1 cm²

bei dem Beton auf	1:3 Zug,	1:3 Druck;	1:3:3 Zug,	1:3:3 Druck;	
nach 1 Monat .	15,6,	75,3;	7,4,	70	kg für 1 cm²
nach 3 Monaten	18,8,	78,5;	15,3,	120,5	kg für 1 cm²

24. Beobachtet wurden unter der Wirkung der in der Mitte angreifenden wachsenden Einzellast der Vorgang der Zerstörung und die Durchbiegungen.

Die Brucherscheinungen waren verschieden: teils Risse im unteren, teils Zerdrückung des Betons im oberen Teile, teils Risse in den Seitenflächen, die auf Wirkung von Scherkräften zurückgeführt wurden. Sie sind in der Zusammenstellung 1 verzeichnet. Dort sind auch die Angriffsmomente angegeben, die im Augenblicke des Bruches vorhanden waren, und zwar umgerechnet auf eine einheitliche Plattenbreite von 1 m. Ihr Vergleich ermöglicht ein Urteil über die Einflüsse der wechselnden Größen auf die Tragfähigkeit, wenn die Versuchsergebnisse wohl auch hier und da Unregelmäßigkeiten in sich bergen.

25. Die Momente sind als Höhen unter Kennzeichnung der Bruchvorgänge aufgetragen und lassen in den Linienzügen der Abb. 2 den Einfluß der Verstärkung der Einlage bei Anwendung einer gleichen Betonmischung und in der Abb. 3 den Einfluß einer besseren Betonmischung bei Festhaltung ein und derselben Eiseneinlage erkennen. Als Längen sind in der Abb. 2 die Verhältniswerte des Eisengehaltes und in der Abb. 3 die Druckfestigkeit der Betonarten in den beiden Altersstufen angenommen.



Es zeigt sich, daß bei ärmeren Betonarten durch die Vermehrung der Eiseneinlagen nur eine geringere Erhöhung der Tragfähigkeit erzielt wird und nur bis zu einer gewissen Grenze. Der Bruch erfolgt, je stärker die Einlage und je geringer der Beton, desto eher unter weitergreifenden Zerstörungen im Beton. Ebenso wird bei kleineren Eisenquerschnitten die Bruchlast durch Verbesserung des Betons nur in minderem Maße erhöht. Die Platten wurden, je besser der Beton und je kleiner das Eisen, desto eher durch einfache Risse von der gezogenen Seite aus zerstört.

Die günstigste Materialausnutzung nach dem Gesichtspunkt der Tragfähigkeit wird also für jede Betonmischung durch eine bestimmte Menge Eisen gegeben; wird diese überschritten, so folgt die Erhöhung der Tragfähigkeit nicht mehr mit gleichem Schritt. Die Grenze zeigen die Punkte an, die in der Abb. 2 den Übergang von den nach oben zu den nach unten geöffneten Bogenzügen bilden. Nach den Versuchsergebnissen hätte für den Beton 1:3 die Grenze der günstigsten Ausnutzung der Eiseneinlage zwischen 1,59 und 1,86 %, für die Mischung 1:3:3 und 1:2 zwischen 1,86 und 2,22 % gelegen, während für den Beton 1:2:2 abzuwarten gewesen wäre, ob bei einer Steigerung der Einlage über 2,78 % sich die Linie der ertragenen Momente mit geringerem oder größerem Neigungswinkel fortgesetzt hätte.

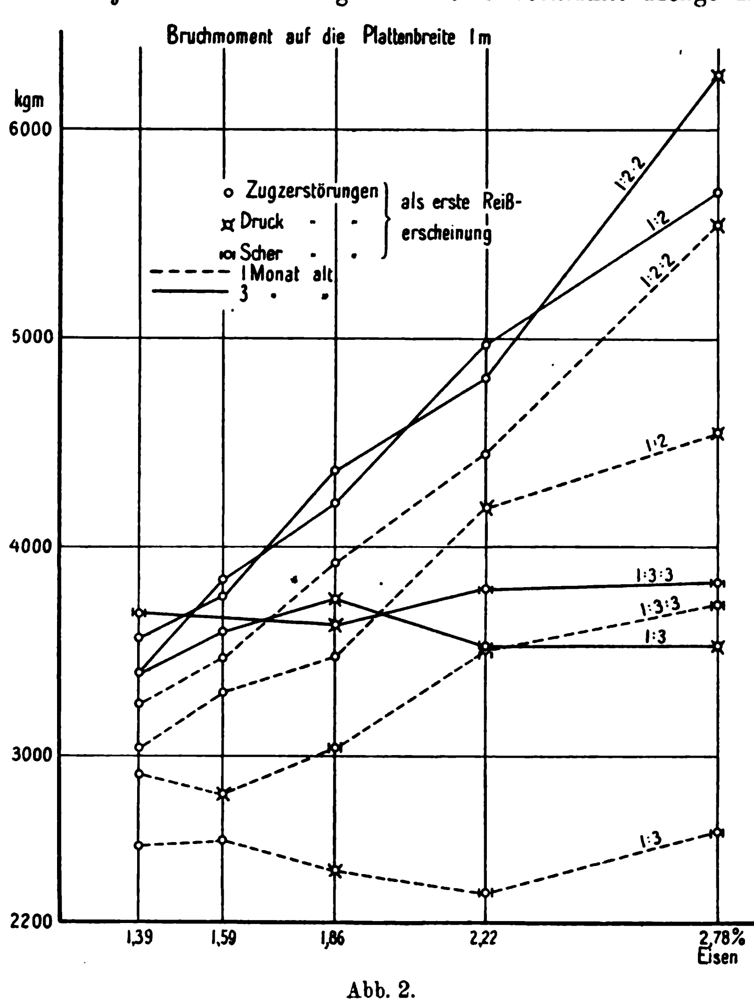


Abb. 2.

26. Der Einfluß des Alters machte sich bei sonst gleichen Platten in einer Erhöhung der Festigkeit geltend. Diese Erhöhung scheint desto größer zu sein, je größer die Menge des Zementzusatzes im Verhältnisse zur Gesamtmasse ist, denn die Betrachtung der Ordinaten in der Abb. 2 zeigt, daß die Abstände zwischen den Bruchmomenten der 3 Monate und der 1 Monat alten Probekörper (also die Erhöhung der Festigkeit) bei den Mischungen 1:3:3 und 1:2:2 geringer sind als bei denen mit einem Teile Zement auf 3 oder 2 Teile Sand.

27. Die Festigkeit der Platten, die mit verschiedenen Betonarten hergestellt, sonst jedoch gleich sind, ist nicht nur von der in dem Beton enthaltenen Zementmenge abhängig, sondern auch von der Zusammensetzung der Beigabe. Die Mischung von Zement

und Sand ergab nach der Abb. 2 im allgemeinen Platten von geringeren Bruchlasten, als wenn diesem Mörtel aus Zement und Sand noch eine dem Sandzusatze gleiche Menge Schotters zugegeben wird und daraus Platten hergestellt werden: Die Eisenbetonbalken aus Beton 1:3:3 waren tragfähiger als die aus 1:3, und die mit 1:2:2 im allgemeinen tragfähiger als die mit 1:2. Nach dem gleichen Gesetze verhielten sich die Druckfestigkeiten der 3 Monate alten nichtarmierten Probekörper (s. die Zusammenstellung im Abschnitt 23), wohingegen die Zugfestigkeit bei Zusatz von Schotter bei allen unbewehrten Proben sank.

28. Zur Kennzeichnung des elastischen Verhaltens sind die Durchbiegungen nach den von Sanders angegebenen Zahlen für die einen Monat alten aus Beton 1:2:2 gefertigten Platten verschiedener Armierung und für die Platten mit 2,22% Eiseneinlage und verschiedener Betonmischung für beide Altersstufen in den Abb. 4 und 5 als Längen zu den Lasten als Höhen aufgetragen. Es ist zu erkennen, daß mit der Tragfähigkeit auch die Steifigkeit zunimmt, denn die Einsenkungen werden mit wachsender Eiseneinlage kleiner. Ebenso nehmen sie bei der Verwendung druckfesteren Mörtels und mit höherem Alter ab. Die Durchbiegungen wachsen nicht im selben Verhältnis mit den Lasten, wie es Tutein Noltenius noch angenommen hatte, sondern sie wachsen schneller als die Lasten.

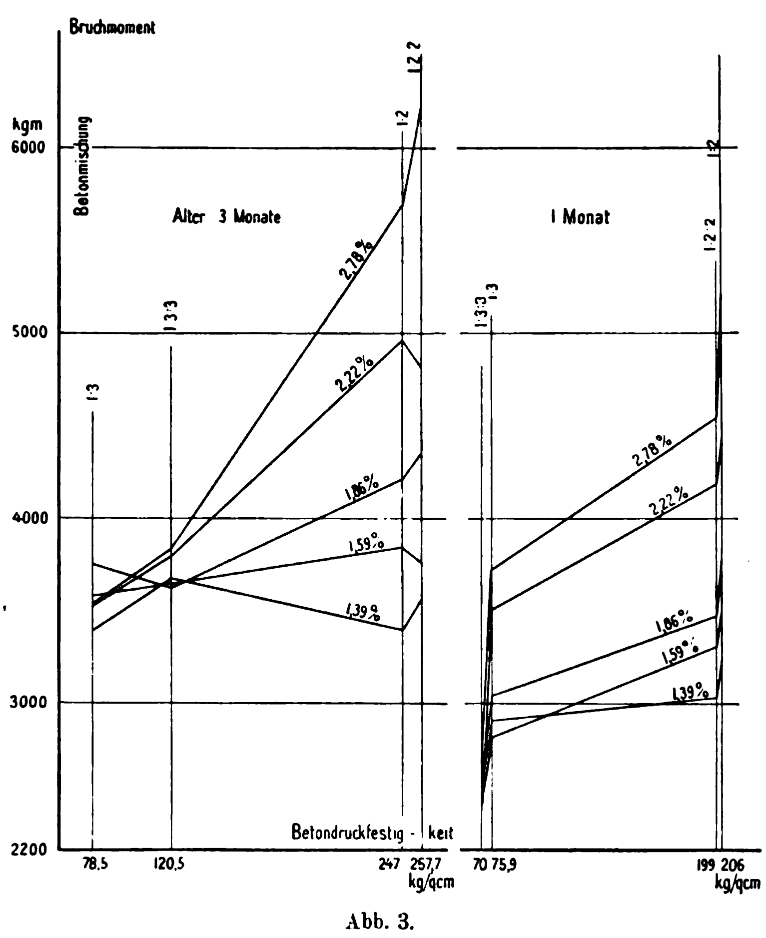


Abb. 3.

Die ersten Risse wurden meist unter der Bruchlast oder wenig vorher entdeckt. Dieser Umstand und auch der im einzelnen unregelmäßige Verlauf der Durchbiegungen läßt vermuten, daß die bei den Versuchen zur Verfügung stehenden Hilfsmittel noch unvollkommen waren.

29. Es war eingangs bemerkt, daß die Beziehungen zwischen gezogener und anhaftender Eisenfläche hier bei allen Balken annähernd gleich liegen. Außer der haftenden Eisenfläche kommt aber für den Verbund auch noch die Breite der Betonschicht in Höhe der Einlagen in Betracht. Diese ist hier besonders bei den am stärksten bewehrten Platten weitaus geringer. Das wirkt bei der Entstehung der gerade bei diesen Platten vorhandenen Querrisse mit.

4. Versuchsreihen der französischen Regierungskommission (Paris).[1])

30. Die zweite Untergruppe der französischen Regierungskommission stand unter dem Vorsitz von Considère; ihre Versuche wurden von Mesnager und Mercier aus-

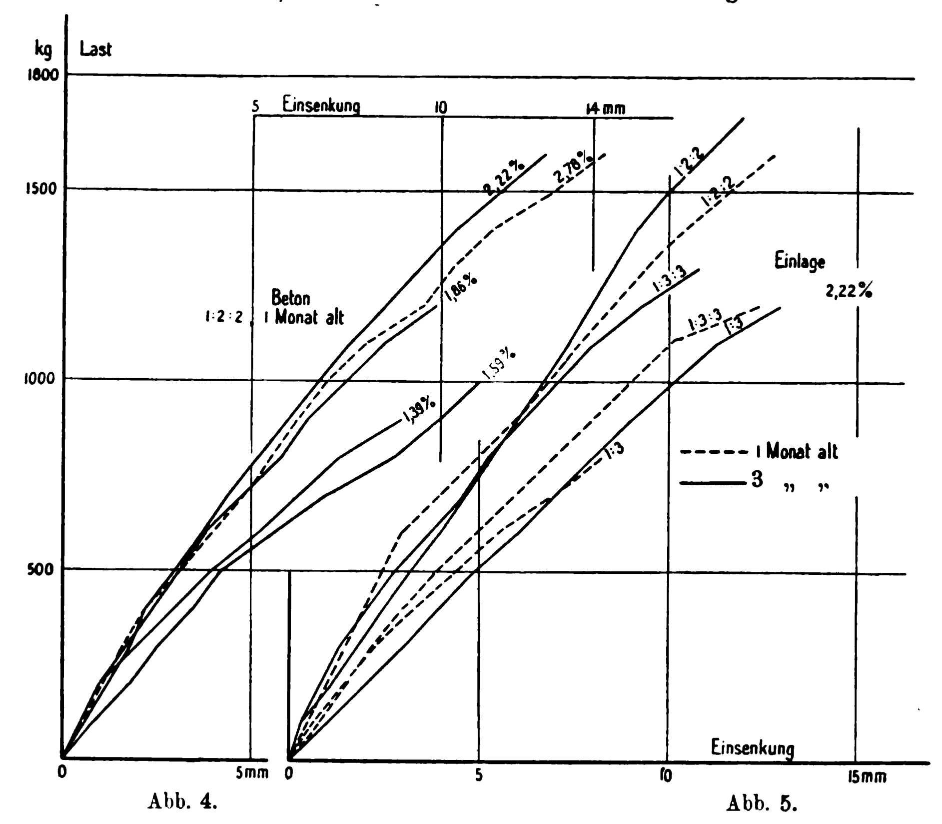


Abb. 4. Abb. 5.

geführt. Darunter befanden sich 13 Platten, die alle 2,20 m lang waren und in der Anordnung des Querschnittes im ganzen der Abb. 6 glichen. Die unterscheidenden Einzelheiten gehen aus der Zusammenstellung 2 hervor.

Zusammenstellung 2.

Nr.	Zement kg	Sand m³	Kies m³	Teile	Wasser %	Durchm. mm	%	Endigung	Alter	erst. Riß kg	Bruch kg
1	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	Stahl 10	0,63	glatt abgeschnitten	2 Monate	1120	3120
2	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	10,8	„ 10	0,63	„	„	720	2720
3	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	„ 10	0,63	gabelartig aufgebogen	„	1120	2920
4	300	0,2	1,0	1 : 1 : 5	8,1	„ 10	0,63	glatt abgeschnitten	„	1120	2920
5	300	0,6	0,6	1 : 3 : 3	8,3	„ 10	0,63	„	„	920	2920
6	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	10,0	„ 10	0,63	„	„	720	2920
8	400	0,4	0,8	1 : 1,5 : 4	9,0	„ 10	0,63	„	„	1320	2920
9	250	0,4	0,8	1 : 2,5 : 5	8,2	„ 10	0,63	„	„	920	2720
10	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	„ 15	1,41	„	„	1120	5920
11	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	Eisen 5	0,16	„	„	720	920
12	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	Stahl 10	0,63	„	15 Tage	920	2720
13	300	0,4	0,8	1 : 2 : 4	8,2	„ 10	0,63	„	8 „	920	2720
14	300 (anderer Art)	0,4	0,8	1 : 2 : 4	10,5	„ 10	0,63	„	2 Monate	720	2520

[1]) Commission du ciment armé: expériences, rapports et propositions, instructions ministérielles rélatives à l'emploi du béton armé, Paris 1907.

Die Eiseneinlagen ergaben bei Versuchen folgende Mittelwerte:

	Spannung in kg für 1 cm² an der Elastizitätsgrenze	Spannung in kg für 1 cm² beim Bruch	Bruchdehnung in Hundertsteln der Länge
Rundeisen von 5 mm Durchmesser	2770	3900	13,75
Runde Stahlstäbe von 10 mm Durchmesser	2600	3900	26,00
Runde Stahlstäbe von 15 mm Durchmesser	3100	4280	26,25

Die Bindemittel ergaben aus Brikettproben folgende Festigkeit in kg für 1 cm²:

	Zement				hydraulischer Kalk			
	rein		mit 3 Teilen Sand		rein		mit 3 Teilen Sand	
	Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck	Zug	Druck
nach 2 Tagen ..	20,6	177	6,8	80,5				
nach 1 Woche ..	33,9	366,5	16,3	148	9,8	84	9,0	104
nach 4 Wochen ..	40,7	542	22,9	214	14,6	125	13,3	158
nach 12 Wochen .	43,0	684	25,8	272	21,4	226	19,5	226

31. Die Platten wurden im Jahre 1905 über 2 m lichter Weite mit zwei gleichen in den Viertelpunkten des Auflagerabstandes angreifenden Kräften bis zum Bruche belastet. Beobachtet wurde der äußere Hergang, dessen Erkennung durch einen dünnen Anstrich aus Zementbrei an den Seitenwänden erleichtert werden sollte. Außerdem wurden die Durchbiegungen der Mitten an beiden Seitenflächen gemessen.

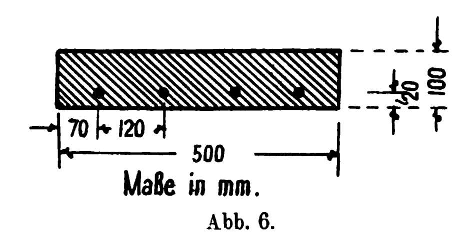


Abb. 6.

Alle Platten wurden dadurch zerstört, daß die Festigkeit der Einlagen überschritten wurde. Ein Gleiten der Einlagen wurde an den Querschnittsenden der Platten nirgends wahrgenommen.

Der Bruch erfolgte teils plötzlich, teils langsamer, je nach dem Abstande wohl, den die letzte Laststufe nach oben oder unten von der genauen Bruchlast hatte.

32. Der Zweck der Versuchsreihe war, durch Belastung bis zum Bruche die Festigkeit der einzelnen Platten mit einer Einheit, die durch die Platte 1 gegeben sein sollte, zu vergleichen. Die Gesichtspunkte, nach denen die Reihe zur Ableitung von Folgerungen über die verschiedenen Einflüsse einzelner Bestandteile aufgebaut war, sind nicht angegeben. Mit Ausnahme von zwei Platten, die unvermittelt und weit abliegende größere Einlagen und noch dazu aus zwei verschiedenen Arten enthielten, hatten alle gleiche Eisenformen; nur in einer von ihnen wäre durch das Aufhauen der Enden vielleicht eine Vergrößerung des Widerstandes gegen Gleiten zu vermuten gewesen. Dieser erwies sich aber auch schon bei den glatt abgeschnittenen Eisen als ausreichend. Es steht daher zu vermuten, daß bei dem Versuchsplane die Betrachtung der wechselnden Armierung nicht führend gewesen war, wie auch das Ergebnis keine bestimmten vergleichenden Schlüsse gestattet: Der kleinen Armierung — Platte 11 — entspricht eine schnellere Einsenkung und eine geringere Bruchlast, der stärkeren — Platte 10 — eine größere Steifigkeit und Tragfähigkeit und bei sonst gleicher Armierung — Platten 1, 12, 13 und 3 — hält die Platte 3 mit den an den Enden aufgehauenen Eisen zufällig die Mitte in Durch-

biegungen und Lasten zwischen der gleichaltrigen und den beiden anderen jüngeren. Es bleibt also nur anzunehmen, daß der in der Menge und Art des Bindemittels, dem Gehalt an Sand, Kies und Wasser wechselnde Beton der Zielpunkt der Untersuchung sein sollte.

33. Für die Beurteilung dieser Verhältnisse wäre aber die Anlage der Versuche verfehlt: alle Proben brachen infolge Nachgebens der Eisenfestigkeit, also infolge des Versagens der bleibenden Größe, ehe die Unterschiede in der Betonfestigkeit zutage traten, ehe also die veränderlichen Größen mit ihren verschiedenen Einflüssen in Wirkung treten konnten. Die Auswertung der Betoneinflüsse verlangt eine starke Armierung, wie schon die Versuche von Sanders erweisen. Dort zeigt die Armierung von 2,78 Hundertsteln die Einwirkung besseren und schlechteren Betons, die Armierung von 1,39 Hundertsteln dagegen nicht. So war der Eisengehalt auch für den Zweck der vorliegenden Versuche mit 0,63 Hundertsteln zu schwach. Es ist daher das Ergebnis eines Vergleiches, aus dem die Platten 10 und 11 als auf der Hand liegende obere und untere Festigkeitsgrenze herauszulassen sind, im Hinblick auf Herstellungsart, Betonmischung und Wassergehalt, Alter, Lasten, Durchbiegungen unregelmäßig. —

Zur Frage der Mörtelherstellung sind in dem Berichte, den die Kommission über ihre Arbeiten erstattet, zur Prüfung des Wasserzusatzes noch einige Versuche mit unbewehrtem Mörtel angegeben. Als deren Ergebnis wird erwähnt, daß sehr naß angemachte Mischungen den trockneren sowohl an Festigkeit als auch an Elastizität unterlegen seien, daß jedoch der Unterschied mit der Zeit etwas geringer werde. Nach den von der Kommission entworfenen Vorschriften für die Ausführung von Eisenbetonbauten soll im allgemeinen nur die Menge Wassers verwandt werden, die nötig ist, um die Mischung so weich zu machen, daß sie alle Lücken ausfüllen und die Einlagen vollständig umhüllen kann; dabei würde die größte Festigkeit erzielt.

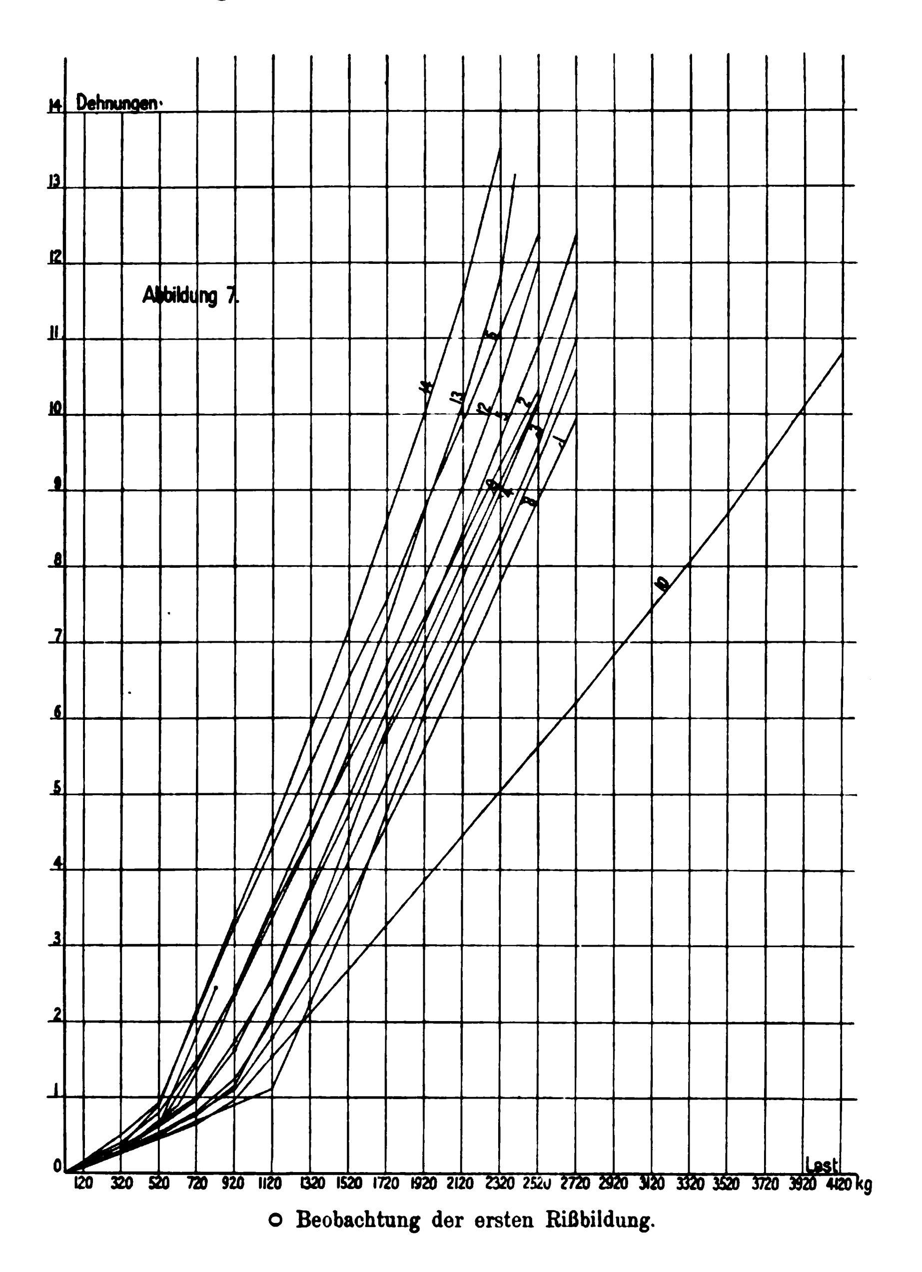
Als Betonarten sind in die Vorschriften unter Zulassung auch anderer einbezogen die Mischungen von 400 l Sand und 800 l Kies mit 300, 350 oder 400 kg Portlandzement, deren mittlere Festigkeit auf 44,8, 50,4 und 56,6 kg für 1 cm^2 festgesetzt wird. Durch mehr Zement werde die Festigkeit und Steifigkeit erhöht, die Gleichförmigkeit der Mischung müsse durch sorgsame Maßnahmen gesichert werden.

Die Zunahme der Festigkeit mit dem Alter verhalte sich im Mittel wie

	0,33	0,66	1,00	1,50
nach	7	28	90	365 Tagen. —

34. Ist nach allem das Ergebnis der vorliegenden Versuche für die Festigkeitsbedingungen von geringer Bedeutung, so ermöglichen die Durchbiegungen aus dem elastischen Verhalten allgemeine Schlüsse über den Verlauf der Spannungsverteilung, die an später zu erwähnenden Versuchen in Verbindung mit Formänderungsmessungen am Versuchskörper noch genauer zu klären sind. Die Einsenkungen sind bis zu der vor der Bruchlast liegenden Laststufe in der Abb. 7 aufgetragen; darüber hinaus wachsen sie bei Erreichung der Bruchgrenze ungleich schneller als vorher. Die aus den äußeren Kräften als Längen und den Durchbiegungen als Höhen aufgetragenen Linienzüge zeigen einen übereinstimmenden, regelmäßigeren Verlauf als bei Sanders. Sie enthalten zwei annähernd geradlinige Strecken — etwas schneller als die Lasten nehmen die Durchbiegungen auch hier zu — von denen die letztere mehr ansteigt, und die in der Mitte durch einen Bogen verbunden sind. Am Ende des Übergangsbogens oder in den ersten Ansätzen der steileren Geraden wurden die ersten Risse entdeckt.

Es ist anzunehmen, daß die beiden geraden Linien zwei verschiedenen, aber in sich einheitlichen Zuständen der Kraftaufnahme und der Spannungsverteilung entsprechen. Hingegen werden während des Zeitraumes, in dem die Durchbiegungen nicht im Verhältnis der Lasten wachsen, in dem Verbande der Körper Änderungen vor sich gehen, die durch die Entstehung der Risse im Beton abgeschlossen werden: es fallen die inneren



○ Beobachtung der ersten Rißbildung.

Kräfte allmählich ab, deren Art durch das Reißen des Betons dargetan wird, das sind die Zugspannungen des Betons. Tatsächlich wurden auch die ersten Risse am Ende der Übergangsbögen oder im Anfang der zweiten Geraden gefunden. Es wäre also zu folgern, daß im Eisenbetonkörper innerhalb der ersten Geraden Eisen und Beton auf der Zugseite zusammen wirken, daß alsdann der letztere allmählich zurücktritt, und die Eisen die Zugspannungen allein übernehmen. Das bedeutet also eine Scheidung der

früheren ersten Phase bis zum Reißen des Betons in zwei. Bei späteren Versuchen haben sich in Gestalt von Wasserflecken als Vorläufer der Risse auch äußere Kennzeichen für diesen Unterschied ergeben.

5. Versuchsreihen von Möller (Braunschweig).[1])

35. Als einen Teil des Versuchsprogramms der Jubiläumsstiftung der deutschen Industrie hat Möller im Jahre 1905 in dem mechanischen Laboratorium der technischen Hochschule in Braunschweig 14 Plattenproben ausgeführt und zwar in drei Gruppen,

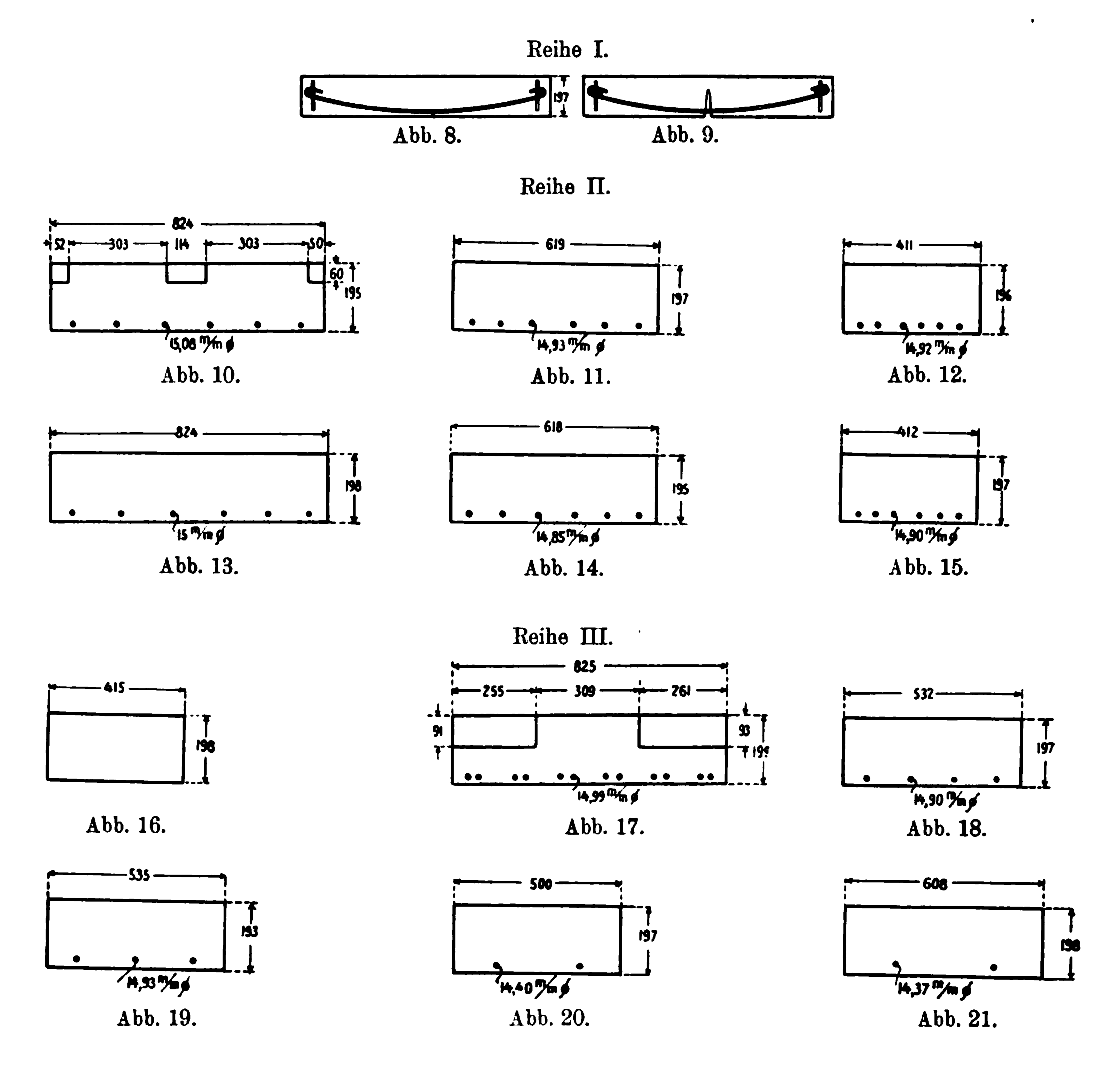


Abb. 8. Abb. 9. Abb. 10. Abb. 11. Abb. 12. Abb. 13. Abb. 14. Abb. 15. Abb. 16. Abb. 17. Abb. 18. Abb. 19. Abb. 20. Abb. 21.

von denen die erste zwei und die anderen je sechs Platten umfaßten. Alle waren 3,30 m lang und zwischen 19,3 und 19,8 cm schwankend ungefähr gleich hoch. Die beiden ersten glichen sich im Aufbau völlig, nur hatte die zweite in der Trägermitte quer über die ganze Breite einen Schlitz durch den Beton im unteren Teile, während bei der ersten alle Querschnitte in ganzer Höhe ausgefüllt waren. Beide sind in den Abb. 8 und 9 dargestellt. Die Anordnung der Querschnitte der Reihe II und III erläutern die Abb. 10 bis 21 und Zusammenstellung 3.

[1]) Möller, Untersuchungen von Plattenträgern aus Eisenbeton, Berlin 1907.

Zusammenstellung 3.

Nr.	Einlage %	Betonzusatz	Bruchmoment kgcm
II 1	0,67 (0,91)	Gabbro	538 465
2	0,86	"	528 253
3	1,3	"	545 681
4	0,65	Ziegel	596 458
5	0,86	"	538 008
6	1,28	"	478 645
III 1	0,0	"	43 759
2	1,3 (3,44)	"	683 252
3	0,66	Gabbro	374 339
4	0,51	"	320 495
5	0,42	"	279 000
6	0,34	"	295 482

In der Spalte: Einlage % gibt bei dem Platten II 1 und III 2 die freistehende Zahl den Anteil des Eisens an dem vollen Querschnitt, die eingeklammerte dagegen an dem um die Breite der seitlichen Aussparungen in ganzer Höhe verringerten Querschnitt (s. Abschnitt 43).

Für die Einlagen betrug:

	die Festigkeit an der Fließgrenze	die Festigkeit beim Bruch	und der Elastizitätsmodul
der Eisenstäbe . . .	3323	4663	2090500
der Stahlstäbe . . .	4367	6897	2061600

in kg für 1 cm².

Die Einlagen waren, wie die Abb. 22 und 23 zeigen, an den Enden gegen Gleiten verstärkt, indem sie hakenförmig um einen Querstab gebogen wurden, vor dem an jedem Längsstab ein Splint lotrecht stand. In der Längsrichtung hatten sie bei den Reihen I und II die Form einer hängenden Parabel, bei der Reihe III waren sie im mittleren Drittel gerade, von da nach den Seiten aufgebogen.

Abb. 22.

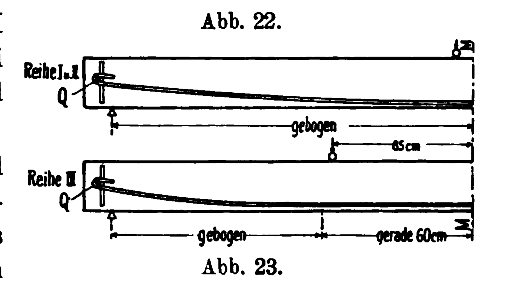


Abb. 23.

Der Beton bestand aus einem Raumteil Zement auf 3 Teile Sand und 3 Teile Gabbrosteinschlag oder Brocken von Brandabfall aus Ziegeleien. Aus Würfelproben ergab sich nach acht Wochen — in welchem Alter auch die Platten belastet wurden — eine Durchschnittsfestigkeit von 173,3 kg auf 1 cm² für ersteren und von 153,7 kg auf 1 cm² bei letzterem. Für den Ziegelbrockenbeton bestimmte sich die Biegungsfestigkeit (als Bruch des von der unbewehrten Platte III, 1 beim Bruch getragenen größten Momentes und des Widerstandsmomentes des Plattenquerschnittes) zu 16,25 kg für 1 cm².

Die Belastung wirkte auf die Platten, die mit 3,10 m Stützweite auf den Schmalseiten auflagen, mit zwei in gleichem Abstand von der Mitte angreifenden Kräften. Das Angriffsmoment wurde stufenweise durch Verringerung des Lastabstandes von 2,5 m auf 1,9 bis 1,3 bis 1,1 und 0,1 m und durch Vermehrung der Lasten erhöht. Der Bruch erfolgte bei der Reihe II mit 0,10 m, bei den verstärkten Platten der Reihe III mit

1,10 m Lastweite. Annähernd nehmen also bei ersterer die Momente bis zur Mitte gleichmäßig zu, und es wirkten überall Schubkräfte, während bei letzterer das mittlere Drittel mit dem größten Moment gleichmäßig belastet, aber von Schubkräften frei war. Dem Unterschiede in der Momentverteilung trägt in gewisser Beziehung die Form der Eiseneinlagen Rechnung, die bei der Reihe II ein von der Mitte nach den Enden abnehmendes, bei der Reihe III ein im mittleren Drittel gleichmäßiges Widerstandsmoment für den Querschnitt ergibt.

36. Beobachtet wurde der Gang der Zerstörung an den mit Kreideanstrich versehenen äußeren Flächen, die Durchbiegungen und die Längenänderungen in der oberen und der unteren Fläche. Die Einsenkungen wurden an den Schwankungen eines Zeigers verfolgt, dessen Drehpunkt auf einem über den Auflagern stehenden festen Rahmen lag, und der mit einer beweglichen Spitze auf die Plattenmitte gestützt den Einsenkungen dieser folgte. Die Dehnungen wurden an der Unterkante und die Zusammendrückungen an der Oberkante der seitlichen Fläche über 1 m der mittleren Länge gemessen. Dazu waren in 1 m Entfernung an der Ober- und der Unterfläche über die Seitenfläche hervorragend kleine Plättchen angebracht. Mit einem dieser Plättchen wurde ein steifer Maßstab fest verbunden, während er auf dem anderen mit einer Rolle ruhte. Mit dieser Rolle, die also das bewegliche Auflager der festen Maßstäbe bildete und daher bei einer Änderung der Entfernung zwischen den Plättchen sich drehte, bewegte sich ein als verlängerter Rollendurchmesser angebrachter Zeiger, der die Längsverschiebung der Endpunkte der Maßstrecken in Winkelausschlägen sichtbar machte.

37. Als Ziel der Untersuchungen sind aus dem Berichte von Möller folgende Beobachtungspunkte zusammenzufassen:

1. die Rißbildung bei allen Platten,
2. das Verhalten einer Platte ohne Eiseneinlage,
3. Aufbaufragen und zwar:
   a) Wirkung der Aufhebung der Betonzugspannungen durch Aufschlitzung des Untergurtes,
   b) Einfluß stärkerer Eiseneinlagen,
   c) Einfluß der Form der Einlagen,
   d) Wirkung einer stärkeren Beanspruchung des Betons im Obergurt durch teilweise Aussparung.
4. Materialprüfungen und zwar:
   a) das Verhalten von Gabbrobeton gegenüber Ziegelbrockenbeton,
   b) Verhalten von Eisen- gegenüber Stahleinlagen.

Um in den Betrachtungen nicht zu viel unbekannte Größen zu haben, erfolgte die Verankerung der Eisen an den Enden, von der wohl anzunehmen ist, daß sie das Gleiten zu verhindern imstande war. Somit blieben als veränderliche Größen der Sicherheit an den Trägern nur Obergurt und Untergurt, d. h. die Kantenpressungen des Betons und die Spannungen oder Dehnungen des Eisens und des Betons — solange er nicht zerstört wird — übrig, da Brucherscheinungen, die auf eine Überschreitung der Schubfestigkeit schließen lassen, sich nicht einstellten.

38. Die im Versuchswege gefundenen Ergebnisse sollten überdies mit den Werten verglichen werden, die man bei Anwendung des von dem preußischen Minister der öffentlichen Arbeiten vorgeschriebenen Berechnungsverfahrens erhält. Für das Angriffsmoment jeder Laststufe wurden deshalb die Spannungen im Beton und Eisen ermittelt; — wie Möller sagt — einmal „als theoretische Rechnungswerte nach den amtlichen

Bestimmungen“ und sodann im Gegensatz dazu unter Beachtung der „wahren Lage der neutralen Faser“.

Es sollten auf diese Weise die Sicherheitsgrade ermittelt werden, die ein nach den Bestimmungen unter Zugrundelegung einer Betonpressung von 40 kg für das Quadratzentimeter und einer Eisenbeanspruchung von 1000 kg für das Quadratzentimenter hergestellter Träger im Eisen und im Betonobergurt besitzt.

Die wahre Lage der Nullinie ermittelt Möller, indem er die Trägerhöhe im Verhältnis der in der Trägerunterkante gemessenen Dehnung und der in der Trägeroberkante gemessenen Zusammendrückung teilt, also unter Annahme der Erhaltung ebener Querschnitte bei der Formänderung. Die Dehnungen wurden, wie erwähnt, über 1 m Maßlänge mit Stäben gemessen. Bei der Durchbiegung mußten die festen Maßstäbe die Sehnen über der Biegungslinie der von ihnen anfänglich als wagerechte gerade Fasern überspannten Maßstrecke bilden. Die Größen für die Zusammendrückungen ergaben sich also um den Längenunterschied von Bogenlänge und Sehnenlänge zu groß, und die Dehnungen zu klein. Der Unterschied zwischen Bogen und Sehne nähert sich bei einem Kreisbogen über einer Sehne von 100 cm mit einer Höhe von 1 cm — in welcher Größe Durchbiegungen bei allen bewehrten Trägern unterhalb der Bruchgrenze gemessen wurden — bereits $^1/_{10}$ cm, eine Größe, die im Verhältnis zu den bei dieser Durchbiegung gemessenen Längenänderungen nicht unerheblich ist. Die Lage der Mittellinie wäre also in Wirklichkeit höher, als sie sich durch die geschehene Benutzung der mit den beschriebenen Hilfsmitteln gemessenen Zahlen ergibt.

Abgesehen davon, liegt in der Größe der Maßstrecke und in ihrer Lage zu dem wechselnden Kraftangriffspunkte eine weitere Fehlerquelle, die sich an Hand von Beobachtungen, die v. Bach bei später zu erwähnenden Versuchen gemacht hat, klarstellt. Selbst wenn man annimmt, daß die Formänderung des Balkens zwischen den Angriffspunkten der Last, wo das Biegungsmoment gleich ist, nach einem Kreisbogen unter Erhaltung ebener Querschnitte erfolgt, so werden auf den äußeren Strecken die Querschnitte unter Einwirkung der Scherkräfte und des Momentes sich etwa in S-Form verbiegen, wobei natürlich zwischen der ebenen und der gewölbten Form ein allmählicher Übergang stattfindet. Wechselt nun die Laststellung so, daß sie einmal weiter, ein andermal kleiner ist als die Maßstrecke oder ihr annähernd gleich ist, so werden die Ergebnisse nicht vergleichbar sein; also streng genommen die Ergebnisse jeder Platte nicht in sich, da der Lastabstand zwischen 2,50 m und 0,10 m oder 1,10 m schwankt, und weiter aber die Ergebnisse der Reihe II nicht mit denen der Reihe III, da erstere unter 0,10, letztere unter 1,10 Lastabstand zerbrochen wurde.

Weitere Bedenken, die aus den gemessenen Formänderungen ermittelte Lage der Nullinie für die wahre zu halten, müssen sich auch noch aus den Ergebnissen der Untersuchungen von Feret und Schüle und anderer ergeben, die für die Belastung mit einer mittleren Einzellast aus kürzeren nebeneinanderliegenden Meßstrecken übereinstimmend gefunden haben, daß die Nullinie von der Mitte nach den Enden zu fällt, so daß also aus der vorliegenden größeren Meßstrecke die Nullinie für die Mitte sich zu niedrig ergibt.

Endlich lassen v. Bachs Versuche noch Zweifel darüber entstehen, ob die Übertragung der Seitenmessungen auf die für die Berechnungen anzunehmenden Wirkungslinien der Querschnitte, d. h. auf die Balkenebenen, in denen die Einlagen liegen, richtig ist; insbesondere wenn man verschiedene Träger vergleichen will, bei denen die Einlagen, wie im vorliegenden Falle, nicht den gleichen Abstand von den Seitenkanten haben. v. Bach hat bei Balken beobachtet, daß die Risse sich zuerst an den Kanten

bilden, d. h. an den Stellen, die von den Eisen am weitesten abliegen. Er erklärt das dahin, daß das Eisen erst durch den Beton zur Übernahme von Kräften herangezogen wird; es sei daher die Formänderung des Betons eine voreilende, die des Eisens eine nachfolgende. Der Unterschied zwischen den Formänderungen der Balkenseiten und der Eisenmitten wird um so größer sein, je weiter das Eisen von den Seitenkanten entfernt ist. Bei den Versuchen von Möller schwankte diese Entfernung zwischen 5 und 15 cm.

Ob somit die für die Rechnungen angenommenen Nullinien die wahren sind — selbst wenn man die Beibehaltung der ebenen Querschnitte zuläßt — oder ob ihre Ermittelung auch nur die Bedingung gleicher Voraussetzungen erfüllt, und ob daher Vergleiche zwischen den verschiedenen Platten auf Grund der Rechnungen richtig sind, muß bezweifelt werden. Sicherlich wird die Verwertung von Versuchsergebnissen durch Einschaltung des Schlüssels, wie ihn die aufgestellte Rechnung bietet, für die Beurteilung von Festigkeitsfragen ungenau.

39. Bei der Zerstörung der Platten trat ein Gleiten der Eisen nicht ein. Die erschienenen Risse hätten in ihrer Anzahl zu ihrer Weite in einem umgekehrten Verhältnis gestanden und seien von der Masse des das Eisen umgebenden Betons abhängig gewesen. Betonplatten ohne oder mit sehr wenig Eisen erhielten beim Bruch nur einen Riß und brachen sofort ganz durch, wenn dieser entstand. Betonplatten mit viel Eisen im Verhältnis zum Betonquerschnitt weisen bei der Überlastung viel feine Risse auf. Möller erklärt das dadurch, daß je kleiner die das Eisen umgebende Betonmenge sei, desto kleiner sei die zu ihrer Zerstörung nötige Kraft; bei gleichem Eisenquerschnitt bleibe aber die Haftfestigkeit gleich. Daher werde bei kleinerer Betonhülle die Zerreißfestigkeit des Betons eher überwunden, es entständen viel kleine Risse, deren Zahl geringer sei bei größerer Haftfestigkeit, d. h. bei Eiseneinlagen mit größerem Umfang; der Grenzfall werde durch die Bestreichung eines Eisens mit Zementmörtel gebildet.

Vor Eintritt des Bruches einer Platte erweitert sich einer der vorher entstandenen Risse besonders stark, während alle anderen sich teiweise oder vollkommen schließen, so daß sie kaum noch sichtbar sind. Nachdem nämlich Risse an einzelnen Stellen aufgetreten seien, hätten die in den unverletzten Strecken noch wirkenden Zugspannungen das Bestreben, den Beton von dem Risse, an dem der Beton spannungslos geworden ist, weg zusammenzuziehen und die Haftfestigkeit zu überwinden. Das wird bei breiteren Rissen, bei denen die Haftfestigkeit der anschließenden Strecken auf ein längeres Stück zerstört ist, leichter gelingen, als bei kleineren.

Bei einer Erweiterung des Bruchrisses, die einem Fortschritt der Eisenspannung entspricht, wächst dann auch die Kantenpressung im Druckgurt. Er splittert ab und damit wäre die Bruchgrenze der Träger erreicht. Die Druckwirkungen im Betongurt erstreckten sich um so weiter nach unten, der halben Höhe sich nähernd, je größer die Eiseneinlagen waren. Bei allen untersuchten Platten ging daher nach diesem Vorgang die Zerstörung von der Dehnung der Eiseneinlage aus.

40. Das Verhalten der Platten ohne Einlagen ist durch die Plötzlichkeit des Bruches im Vorstehenden gekennzeichnet.

Weiter ist an ihr der Verlauf der Längenänderungen von Interesse. Bei den Messungen ergaben sich die oberen Zusammendrückungen kleiner als die unteren Dehnungen, und zwar nahmen die Unterschiede mit steigender Last zu. Unter der Laststufe, die nach einer Minute den Bruch herbeiführte, wurde die Zusammendrückung zu 0,042 mm für das Meter und die Dehnung zu 0,05 mm für das Meter gemessen. Während der einen Minute nahm die Zusammendrückung nicht mehr zu, jedoch blieb der Dehnungszeiger im Wandern. Es wurde noch die Größe 0,1 mm für das Meter abgelesen, ehe sich der



Bruch vollzog. Möller meint, daß daher die Wahrscheinlichkeit bestände, daß im Beton zuletzt eine Art fließender Bewegung im Material eintrete, ähnlich wie beim Eisen, aber in weitaus geringerem Grade; es bliebe das jedoch genau festzustellen.

41. Die Wirkung der Aufschlitzung des unteren Teiles der Platte I, 2 zeigte sich darin, daß ihr Bruchmoment um 6 % kleiner war als der der vollen Platte I, 1, ein Unterschied, der auf Zufälligkeiten beruhen kann. Möller schließt, daß nach diesem Versuchsergebnis die Erhöhung der Festigkeit, die die Betonplatten aus der Mitwirkung der Betonzugspannungen in den aufgeschnittenen Fasern des mittleren Querschnittes erfahren hätten, gering sei, und daß die Berechnungsverfahren, die die Zugfestigkeit des Betons außer acht lassen, hinreichend genau sind. Dieser Schluß ist für die Bruchlast, bei deren Erreichung der Beton, auch wenn er den Querschnitt anfänglich ganz füllte, schon gerissen ist, richtig. Er wird auch aus Versuchen, welche die französische Regierungskommission an großen Eisenbetonbalken, die auf zwei Dritteln der Höhe von unten durch Einlegung einer Ölpapierschicht mit einer Trennungsfuge versehen waren, bestätigt. Wichtiger aber ist die Ermittlung der Mitwirkung der gezogenen Betonfasern durch Gegenüberstellung der Tragfähigkeit innerhalb der Grenzen, in denen der Zuggurt noch unverletzt ist.

42. Zur Erläuterung der Beobachtungen über die weiteren Programmpunkte, denen die Versuche der Reihe II und die der verstärkten Platten der Reihe III dienen sollten, sind die Bruchmomente der Platten III, 6 und 5, III, 4, 3, II, 2 und 3, II, 4, 5 und 6 in der Abb. 24 als Höhen zu den Eisenverhältnissen als Längen aufgetragen, und zwar zur Gewinnung eines Vergleichmaßstabes umgerechnet auf eine einheitliche Plattenbreite von 1 m.

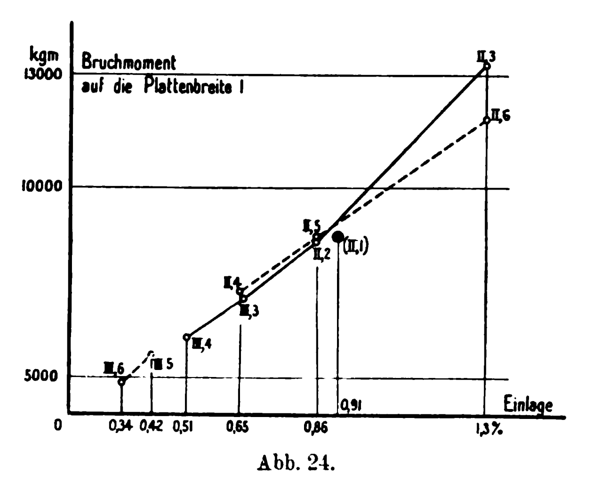


Abb. 24.

Für die Beurteilung des verschiedenen Eisengehaltes bilden mit Beton aus Ziegelbrocken die Platten II, 4, 5 und 6 eine einheitliche Reihe. Ihr gegenüberzustellen ist aus Gabbrobeton die Reihe III, 4 und 3, II, 2 und 3 (wenn auch mit Unterschieden in der Längsform der Eiseneinlagen und der Verteilung der Momente und der Schubkräfte beim Bruch, die aber, wenn der Bruch durch Überschreitung der Längsfestigkeit erfolgt, keine wesentliche Rolle spielen). Die Abbildung zeigt, daß die Festigkeit bei beiden Betonsorten schneller zunimmt, als der Gehalt an Eisen, beim Ziegelbrockenbeton allerdings in geringerem Maße.

Möller schließt aus den Versuchen mit dem Schlüssel der Rechnung, daß die Sicherheit eines Plattenträgers ohne Änderung seiner äußeren Abmessungen und ohne Änderung der Beschaffenheit des Betonmaterials durch Wahl geringerer Beanspruchung im Eisen, also durch die Benutzung stärkerer Eisenquerschnitte sich erhöhen lasse. Diese Tatsache liefere einen Beweis dafür, daß der Eisengurt das weitaus schwächste Bauglied des Verbundkörpers bildet. Diesen Folgerungen ist, soweit die vorliegenden Versuchsreihen ein Urteil gestatten, d. h. für die verwendeten Betonarten bis zu 1,3 Hundertsteln Eisengehalt, beizutreten. Zu einer allgemeinen Klarstellung des Einflusses der Verstärkung bedarf es aber weiterer Ausdehnung des Eisengehaltes.

43. Der weitere Programmpunkt, die Feststellung, wie sich die Plattenträger verhalten, an denen der Beton stärker als üblich beansprucht ist, bildet gewissermaßen die

Fortsetzung der Untersuchung über den Einfluß stärkerer Eiseneinlagen. Möller nimmt sie auf dem Wege vor, indem er den Betonquerschnitt bei den Platten II, 1 und III, 2 durch Aussparungen am Obergurt im mittleren Drittel der Länge verringert. Die Platten werden dann in der Berechnung so behandelt, als ob sie durchgehend nur die Breite hätten, die sich unter Abzug der Aussparungen ergibt; also mit einer Breite von 608 mm bei Platte II, 1 und 309 mm für Platte III, 2. Der Anteil der Eiseneinlagen am Querschnitt ergibt sich unter dieser Voraussetzung für Platte II, 1 zu 0,91 und für Platte III, 2 zu 3,44 Hundertsteln.

Für einen Vergleich bieten die Träger mit Aussparungen nicht die gleichen Voraussetzungen wie die vollen Platten. Schaltet man z. B. das von der Platte II, 1 getragene Moment unter Zugrundelegung der geringeren Breite und der Verstärkung mit 0,91 Hundertsteln Eisen in die Darstellung ein, so zeigt sich, daß es unterhalb des Linienzuges III, 3, II, 2, II, 3 bleibt. Es wird daher der Sicherheitsgrad, den der Betongurt einer vollen Platte gegen Bruch bietet, zahlenmäßig auf dem eingeschlagenen Wege nicht ermittelt werden können; insbesondere wenn die Aussparungen zu einer einem umgekehrten Plattenbalken ähnlichen Form führen, wie sie der Träger III, 2 zeigt, bei dem in demselben Querschnitt so erhebliche Spannungsunterschiede entstehen werden, daß auf eine annähernd gleichmäßige Mitwirkung nicht mehr zu rechnen ist.

Die Folgerungen über das Verhältnis von Beton- und Eisenquerschnitt aus den vorliegenden Versuchen werden daher auf die Verstärkungsverhältnisse bis zu 1,3 Hundertsteln für die verwendete Betonmischung zu beschränken sein. Dafür hat sich das Eisen als der schwächste Teil des Trägers erwiesen. Wie die Wirkung der Verstärkung der Eiseneinlagen oder der Schwächung des Druckgurtes weiter zu verfolgen ist, dafür ist durch die Versuche von Sanders der Weg gewiesen, und ein Ausblick eröffnet, der erkennen läßt, daß die Steigerung der Trägersicherheit durch Vermehrung der Armierung mit der Güte des Betons in Beziehung steht und an dieser ihre Grenze findet.

44. Auch die Fragen, bei welchen Eisenverhältnissen dafür zu sorgen ist, daß die Einlagen nicht vor Ausnutzung ihrer Festigkeit gleiten, und ob eine Aufbiegung der Einlagen zweckmäßig ist, kann aus den vorliegenden Versuchen nicht beantwortet werden.

45. Für Materialvergleich können den Platten III, 3, II, 2 und 3 aus Gabbrobeton die Platten II, 4, 5 und 6 aus Ziegelbeton gegenübergestellt werden; die Bruchmomente dieser sind auf gleiche Plattenbreite umgerechnet in der Abb. 24 aufgetragen. Bei Eiseneinlagen von 0,66 und 0,86 Hundertsteln haben die Ziegelbetonplatten eine höhere, bei einer Einlage von 1,3 Hundertsteln eine kleinere Bruchlast ertragen als die entsprechende Platte aus Gabbrobeton. Das wäre kein einheitliches Ergebnis. Bei seiner Betrachtung könnten aber die Lehren der Versuche von Sanders verwertet werden. Sie zeigen, daß bei geringen Eiseneinlagen die Güte des Betons eine unwesentliche Rolle spielt und die Bruchmomente nur wenig ändert, daß hingegen eine Steigerung des Eisenverhältnisses bei besserem Beton in höherem Maße eine Vergrößerung der Bruchlast mit sich bringt als bei geringerem. So weisen die Linienzüge der Bruchmomente in der Abb. 2 bei besserem Beton stärkere Steigerungen auf als bei schlechterem, während die Anfangspunkte durcheinander laufen. Nach diesem Gesichtspunkte, der auch durch die Feststellung von Möller über die vielfache Sicherheit des Druckgurtes bei den vorliegenden Versuchen verstärkt wird, betrachtet, würde auch aus den vorliegenden Versuchen auf eine Überlegenheit der aus Gabbroschotter hergestellten Platten zu schließen sein. Bei der geringen Zahl der Vergleichsobjekte kann ein Urteil nicht abgegeben werden.

46. Aus demselben Grunde kann aus den vorliegenden Versuchen auch kein Schluß über den Unterschied von Stahl und Eisen gezogen werden. Es könnte allerdings auch hier der Umstand, daß die Linie der Bruchmomente der mit Stahl verstärkten Platten stärker aufsteigt, als die der eisenbewehrten Platten und daher voraussichtlich bei weiterer Fortsetzung oberhalb der letzteren bleiben würden, auf die Überlegenheit des Stahles hindeuten.

47. Trägt man die Durchbiegungen als Höhen und die Momente für eine gleiche Plattenbreite als Längen auf, so zeigen die Linienzüge den gleichen Verlauf, wie bei den französischen Versuchen, und bestätigen außerdem im gegenseitigen Vergleich die schon aus den Versuchen von Sanders abgeleitete Regel, daß mit der Festigkeit der Platten auch ihre Steifigkeit wächst. Solange der Beton im Zuggurt unversehrt ist, zeigt sich kein erheblicher und regelmäßiger Unterschied. Dann ist erst eine bestimmte Trennung der Linienzüge zu erkennen, und es werden die Durchbiegungen der Platten III, 6, 5, 4, 3, II, 2, 3 in dieser auch der Zunahme der Bruchmomente und der Eiseneinlagen entsprechenden Reihenfolge kleiner.

Auch bei den Platten mit Ziegelbeton ist die am stärksten armierte Platte II, 6 merklich steifer als die Platten II, 4 und II, 5.

b) Decken und Balken.

1. Einzelversuche.

48. Der Eisenbetonbalken ist dem Gedanken, die Spannweiten ebener Plattendecken durch Zwischenträger zu teilen, entsprungen. Er sollte die eisernen Unterzüge verdrängen, und ist anfangs der neunziger Jahre des vorigen Jahrhunderts in verschiedener Ausführungsweise von mehreren erfunden. Die Versuche mit Balken waren anfangs Bruchversuche, um die Tragfähigkeit der Bauweise darzutun und sie einzuführen; nachdem die Balkendecken in Aufnahme gekommen waren, folgten Probebelastungen bei der Abnahme, durch die die Sicherheit der Ausführung unter einer vorgeschriebenen Last, die höher war als die spätere Gebrauchslast, erwiesen werden mußte. Über die Verteilung der inneren Kräfte ist dabei wenig zutage gekommen. Vom Standpunkte des Unternehmers und des Abnehmers aus genügte ja auch der Nachweis der Tragfähigkeit. Die Messungen am Versuchskörper beschränkten sich daher fast immer auf die Verfolgung der Durchbiegungen; vergleichende Versuche fehlten überhaupt.

49. Die Vornahme der Belastung war häufig nicht einwandfrei; wenn die Last gleichmäßig verteilt sein sollte, wurde sie oft durch Aufstapelung von Sandsäcken, Ziegelsteinen, Eisenbarren oder Eisenbahnschienen über die ganze Länge ausgeführt. Biegt sich der Versuchsträger durch, so werden sich solche Lasten unter sich gewölbeartig abstützen, nur der unter der Bogenlinie der inneren Abstützung liegende Teil der Auflast drückt auf die ganze Länge der Versuchskörper und zwar ungleichmäßig verteilt, während der obere Teil nur nahe den Auflagern mit den Reaktionen der inneren Stützlinien wirkt.

Dazu kommt bei Versuchen an Gebrauchsbauten die Schwierigkeit, die Auflagebedingungen genau festzustellen und festzuhalten; so die Wirkung des Aufliegens einer Decke auf allen vier Seiten; den Einfluß der Einspannung, die der Verband mit dem stützenden und die Auflast der aufgehenden Mauern herbeiführt; die Wirkung der Verspannung bei nebeneinander liegenden Decken oder bei Balkengruppen, die mit Haupt- und Zwischenträgern ein verbundenes Trägerwerk bilden.

Auch die Messung der Durchbiegung war häufig nicht fehlerlos. Oft war das Maß der Übersetzung zu klein, der Einfluß der Einsenkung der stützenden Wände und

der Auflager war häufig nicht ausgeschaltet. Manch Prüfungsergebnis entspricht daher nicht der Wirklichkeit und würde zu Fehlschlüssen führen, oder ist gar von Fragen abhängig, die auch bei einfacheren Baumitteln, als es der Eisenbeton ist, nicht geklärt sind.

50. Zu den ersten Versuchen zählten die, welche de Mollins im Jahre 1894 in Lausanne ausführte.[1]) Ein Plattenbalken der Bauart Hennebique, bei dem die Platte 1,50 m breit und 8 cm dick war, und dessen Unterzug 16 cm breit war und 20 cm über die Unterkante der Platte hervortrat, wurde über 5,20 m Stützweite mit Sandsäcken gleichmäßig belastet. Die Eiseneinlage bestand aus zwei geraden Rundeisen von je 3 cm Durchmesser, hatte also 14,1 cm² Querschnitt. Die Stäbe lagen mit ihrer Mitte 16 cm unter Plattenunterkante, so daß also die Plattendicke $^1/_3$ der Nutzhöhe des Balkens betrug.

Gemessen wurden die Durchbiegungen und die Eisenspannungen mit Hilfe eines Dehnungsmessers, der über 1 m Meßlänge die an den Enden der Meßstrecke bloßgelegten Einlagen angriff, der aber, als etwa zwei Drittel der späteren Bruchlast erreicht waren, abgenommen werden mußte, da die Durchbiegungen störten. Die Meßstrecke lag einseitig in der Mitte der Stützweite beginnend.

Zuerst bildete sich an der Unterkante des Betons an einer Angriffsstelle des Dehnungsmessers ein Riß bei einer Eisenspannung von 14,5 kg auf das cm², später entstanden weitere Risse. Nachdem an einem der Risse der Balken sich etwa auf zwei Drittel der Höhe von unten, also bis zur Plattenunterkante geöffnet hatte, wurde (durch Teilung des Angriffsmomentes durch den Abstand der Eiseneinlage von der Mitte des vor dem Bruch anscheinend noch nicht gerissenen oberen Drittels, d. h. durch den Abstand der Plattenmitte und der Eisenmitte) der Eisenzug und der Betondruck berechnet. Aus der Teilung dieser Kräfte durch den Querschnitt erhielt man die Spannung im Eisen zu 5000 kg für 1 cm² und im Beton zu 189 kg für 1 cm². Es liegt auf der Hand, daß die Beobachtung des Endes der Zugrisse für die Feststellung der Höhe der Druckgurtung nicht ausreicht. Die errechneten Zahlen tragen auch das Zeichen der Unwahrscheinlichkeit an sich.

Der Bruch erfolgte unter einer noch um 50 % höheren Last, indem nach weiterer Öffnung der Zugrisse der obere Beton zerdrückt wurde. Nach den Versuchen wurden die Eisen durch Abklopfen des Betons freigelegt. Es zeigte sich, daß der Verbund mit dem Beton an den Enden nicht gelockert war, und daß das Eisen unverletzt war bis auf die Mitte, wo auf eine Länge von 5 cm eine Einschnürung zu sehen war.

Erfolgte bei diesem Versuch — wie meist bei den Platten — der Bruch von unteren Mittelrissen aus durch Nachlassen der Festigkeit des Zuggurtes und daraus folgender Überschreitung der Druckfestigkeit des Betons, so zeigten sich bei einigen Versuchen andere Bruchformen, die mit schrägen Rissen oder Längsrissen in Höhe der Einlagen oder am Plattenansatz bei Plattenbalken verbunden waren, und auf die Frage der Sicherung des Verbundes zwischen den Eiseneinlagen und dem Beton und auf die Beachtung der Scherkräfte hinweisen.

Die Messung der Durchbiegung förderte keine einheitlichen Ergebnisse. Bei den Abnahmeproben wurde auch ihr Verlauf weniger beachtet als ihre Größe, für die ein Bruchteil der Spannweite als höchste zulässige vorgeschrieben war.

51. Nach allem waren die Schlüsse, die Rabut im Jahre 1902 aus einer Reihe eigener und anderer Versuche zog, noch sehr allgemein und wenig beweisbar. Er stellte für die Formänderung, für die Berechnung und Verwendung des armierten Betons sieben Gesetze auf:

---

[1]) de Mollins, Notice sur les planchers creux insonores, Lausanne 1894.



1. Die gemeinsame Wirkung der beiden im Verbundkörper vereinten Materialien ist auf die Formänderung jedes einzelnen von großem Einfluß.
2. Die Eiseneinlagen werden nur auf Zug, nicht auf Biegung oder Verdrehung beansprucht.
3. Bewegliche Lasten bringen im armierten Beton wesentlich geringere dynamische Wirkungen hervor als bei Eisenkonstruktionen.
4. Der Widerstand gegen die Trennung des Betons und der Eiseneinlagen ist in der Längsrichtung des Eisens viel größer als senkrecht dazu; auch ist die Scherfestigkeit des Betons gering. Es ist daher erforderlich, außer der Längsverstärkung eine solche zweiter Art zur Aufnahme der senkrecht zur Stabachse wirkenden Scherkräfte anzubringen.
5. Jede vorher noch nicht erreichte Laststufe ruft eine bleibende Formänderung hervor.
6. Innerhalb der bereits ertragenen Lastgrenzen sind die Formänderungen elastisch.
7. Die Durchbiegungen wachsen schneller als die Lasten.

Aus diesen Gesetzen leitete Rabut folgende Regeln für den Aufbau ab:

1. Es ist nicht Eisen an Eisen zu legen, sondern es ist die Haftfestigkeit des Betons zur Herstellung eines Verbundes zu benutzen.
2. Man soll in der Regel in demselben Träger nicht den Querschnitt ändern, denn die Gleichförmigkeit gleicht die Kräfte aus.
3. Es sind Eisenverstärkungen in einer, zwei oder drei Richtungen erforderlich, so daß jede mögliche Richtung der inneren Kräfte Einlagen vorfindet, die in der Längsrichtung beansprucht werden können.
4. Es ist zweckmäßig, auch eine Einlage in der Druckzone des Betons anzulegen, besonders bei großen Bauwerken, aber sie ist nicht unentbehrlich für den Zusammenhang wie die Armierung der Zugzone.
5. Man soll Einlagen nur in höchstens drei Richtungen für die verschiedenen inneren Kräfte anbringen. Ist im Druckgurt eine solche nötig, so sei sie eine der drei.
6. Jede Einlage darf nur in der Längsrichtung arbeiten und keine Seitendrücke auf den Beton ausüben.

52. v. Emperger hat im gleichen Jahre versucht, an einer Reihe der damals vorliegenden Prüfungen rechnerisch aus den Durchbiegungen Schlüsse über die Spannungsverteilung in dem einfach bewehrten Balken zu ziehen. Während Rabut nur ein schnelleres Wachsen der Durchbiegungen als der Kräfte fand, unterschied v. Emperger drei Grundlinien. Demgemäß trennte er den Verlauf einer Belastung bis zum Bruche in drei Stufen:

Erstes Stadium beginnend mit voller Wirkung des Betonquerschnittes unter anfänglicher Gleichheit der Dehnungen von Beton und Eisen, aber bald ansteigend zum

zweiten Stadium, in dem der Betonquerschnitt unter Zug ganz vernachlässigt werden kann, da ein Zuwachs an Zugspannung im Beton nicht mehr erfolgt, endlich

drittes Stadium, die Brucherscheinungen, die durch die Biegungstheorie nicht mehr zu erklären sind.

Man erkennt in dem Stadium 1 und 2 die beiden Phasen, die v. Emperger früher für die statische Wirkung der Platten entwickelt hatte. —

53. Die erste Untergruppe der französischen Regierungskommission stand unter dem Vorsitz von Rabut und sollte an den Bauten, die für die Pariser Weltausstellung im Jahre 1900 auf dem Marsfelde errichtet und später wieder abgebrochen wurden, Versuche machen. Unter den Versuchsbauten befand sich der Unterbau einer Galerie aus Eisenbeton im Ausstellungsgebäude der schönen Künste und Wissenschaften.[1]) Er bestand aus zwei Längsträgern im Abstande von 7,30 m, die alle 9 m durch Säulen gestützt fortlaufende Träger bildeten. Zwischen sie waren Querträger gespannt mit je 3 m Abstand und dazwischen in jedem Felde drei Längsträger annähernd in den Vierteln der Querträger angreifend, wie die Abb. 25 zeigt. Über dem Trägernetz lag eine 10 cm starke Decke, die im Verbund mit den Unterzügen hergestellt war.

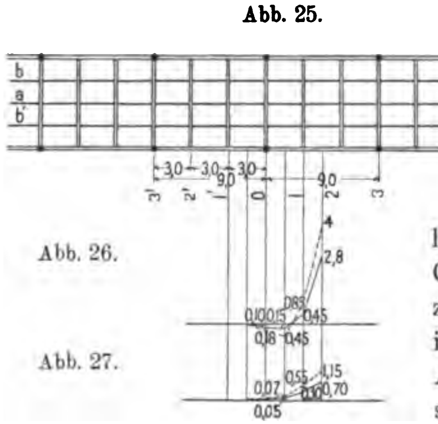

Abb. 25.

Abb. 26.

Abb. 27.

Für die Berechnung der Haupt-, Quer- und Längsträger und der Deckenplatten war unter Annahme einer gewissen gegenseitigen Einspannung das größte Moment jeweils $\frac{p \cdot l^2}{10}$ — p sei die Belastung auf das laufende Meter der Stützweite, l die Stützweite — angenommen, während es für einen einfachen, frei aufliegenden Balken für gleichmäßig verteilte Last mit $\frac{p \cdot l^2}{8}$ anzusetzen gewesen wäre.

Der Zweck der Untersuchung war nun, festzustellen, wie weit durch die Verspannung mehrere Träger zur Mitaufnahme einer Last herangezogen wurden, die auf einem von ihnen unmittelbar stand. Man maß dazu die Durchbiegungen und rechnete für die unteren Belastungen, die sich in der Nähe der Gebrauchslasten bewegten, den Anteil jedes Trägers aus, indem man die Gesamtlast im Verhältnis der Durchbiegungen verteilte, also unter der Annahme, daß die Durchbiegungen mit den Lasten im gleichen Verhältnis zunehmen. Für die höheren Laststufen, bei denen der meistbelastete Balken sicherlich schon den Zustand des geraden Verhältnisses zwischen Last- und Einsenkungszunahme verlassen hat, ermittelte man die Lastverteilung, indem man für den belasteten Träger den ganzen Verlauf der Durchbiegung mit den Lasten als Längen und den Einsenkungen als Höhen aufzeichnete. In dieser Linie wurden dann die Durchbiegungen der Nebenträger als Höhen eingestellt und die entsprechenden Lasten, d. h. die Längen, aufgesucht. Im Verhältnis dieser Größen wurde dann die Gesamtlast verteilt.

Bei der Belastung des Querträgers 0 durch eine Last in der Mitte ergab sich so die Verteilung der Last

auf den Querträger	0	1 (1^1)	2 (2^1)	3 (3^1)	
in den unteren Laststufen zu rund	51	20	$3^1/_2$	1	Hundertsteln
„ „ höheren „ „ „	45	26	1	—	

In gleicher Weise wurde für eine auf dem Längsträger a stehende Last der auf ihn selbst und auf die daneben liegenden Längsträger entfallende Anteil ermittelt, und zwar

für die Längsträger	a	b (b^1)	
in den unteren Laststufen zu rund	66	17	Hundertsteln
„ „ oberen „ „ „	56	22	„

[1]) Commission du ciment armé, expériences etc. Paris 1907.



Endlich wurde noch untersucht, welchen Anteil die Längsträger a und b eines Feldes an einer in der Mittelachse der Decke entlang rollenden Last nehmen, d. h. es wurde die Einflußlinie für die Belastung der Längsträger gezeichnet. Die Abb. 26 und 27 zeigen ihren Verlauf für die Wanderung einer Last über die Träger $1^1 — 0 — 1$ bis zur Mitte zwischen 1 und 2, d. h. bis zur Mitte des zu untersuchenden Trägers a und zwar für geringere Lasten voll ausgezogen, für die höheren punktiert.

Für die Stellung in der Mitte des Trägers a in der Mitte des zu untersuchenden Feldes $1 — 2$ ergibt sich der Anteil der Träger $b\,(b^1)$ ungefähr wie vorher zu etwa einem Viertel bezw. drei Achteln des Anteils von a; schon bei der Stellung der Last auf dem Querträger 1 ist der Anteil von $b\,(b^1)$ auf zwei Drittel der Beanspruchung von a gestiegen; bei weiterer Entfernung der Last in das nächste Feld wird der Anteil von a — wie bei einem kontinuierlichen Balken — negativ. Der Anteil von $b\,(b^1)$ bleibt positiv, während er, wenn von der Deckenplatte abgesehen würde, als nur ein Netz kontinuierlicher Träger zu betrachten wäre, das gleiche Vorzeichen haben müßte wie der Anteil des Trägers a.

Dieses Beispiel — in dem die Frage der Formänderung der Widerlager noch zurücktritt, und in dem in erster Linie die Vorgänge der Formänderungen der Tragplatte und der Balken eine Rolle spielen — zeigt, wie verwickelt die Frage der Zusammenwirkung mehrerer Verbundkörper ist. Auch andere Versuche haben sie nicht geklärt. Abzuweisen ist die entlastende Wirkung einer Verspannung nicht.

54. Zahlen sind somit über die entlastende Wirkung des Zusammenhanges größerer zusammengesetzter Konstruktionen auf den einzelnen Bauteil noch nicht zu ermitteln, jedoch war schon früher erkannt, daß eine solche Wirkung wohl bei jedem Balken und jeder Decke im Gebrauche vorhanden sei, daß also negative Momente vorhanden sind, welche die positiven verringern. Die Wichtigkeit der Frage erhellt die Tatsache, daß das Moment in der Mitte bei einfachen Balken mit gleichmäßiger Last p für das laufende Meter gleich $\frac{p \cdot l^2}{8}$, für einen an beiden Auflagern wagerecht eingespannten Balken nur $\frac{p \cdot l^2}{24}$ ist. Dagegen ist ein Einspannungsmoment beim einfachen Balken nicht vorhanden, bei wagerechter Einspannung ist es jedoch gleich $\frac{p \cdot l^2}{12}$ im Sinne der Aufbiegung des Balkens nach oben, also gleich dem doppelten Mittelmoment in umgekehrter Richtung. Der Übergang vom positiven zum negativen Moment liegt etwa an den Grenzen der mittleren drei Fünftel der Spannweite.

55. Dem sollen die Balkenanordnungen verschiedener Art Rechnung tragen, indem nach den Auflagern zu Eiseneinlagen in den Obergurt geführt werden. Den äußersten Fall, die Widerstandsfähigkeit gegen negative Momente bei einem T-Balken, an dem alle Hauptstäbe im Obergurt liegen, hat Sanders im Jahre 1903 in den Amsterdamer Zement-Eisenwerken (Amsterdam) untersucht gegenüber der Widerstandsfähigkeit gegen positive Momente bei einem gleichen Balken, bei dem jedoch die Hauptstäbe im Untergurt angeordnet waren, also dem regelmäßigen Mittelquerschnitt.[1]) Die Abbildungen 28 und 29 stellen die Querschnitte der Versuchskörper dar, von denen jeder in zwei Balken von 6 m Spannweite unter gleichmäßig verteilter Last zerbrochen wurde.

Würde die Abb. 28 um 180° gedreht, so würde sie annähernd gleich dem Auflagerquerschnitt eines Balkens sein, bei dem alle Hauptstäbe nach oben geführt sind, und

[1]) Beton u. Eisen 1903, Heft I, Seite 27.

dessen Mittelschnitt die Abb. 29 darstellt. Wie sie liegen, sind beide Querschnitte so dargestellt, daß durch die Schwerrichtung, wie sie die Versuchslasten haben, ein negatives Moment für einen eingespannten Balken mit dem um 180° gedrehten Querschnitt der Abb. 28 und ein positives Moment für den Querschnitt der Abb. 29 erzielt wird. Wir werden bei beiden Balken für die Plattenseite den Ausdruck Obergurt, für die Balkenseite den Ausdruck Untergurt anwenden, und werden den Querschnitt der Abb. 28 als Einspannungs-, den der Abb. 29 als Mittelschnitt bezeichnen, um an diesem einheitlichen Bilde die Erscheinungen in der Mitte und am Auflager eines eingespannten Balkens mit an den Enden hochgeführter Armierung klarzustellen. Es ist das Bild zwar nicht ganz einheitlich, da der Einspannungsquerschnitt beim tatsächlichen Gebrauch noch von einer Querkraft gleich der halben Auflast beansprucht wird, während diese hier am

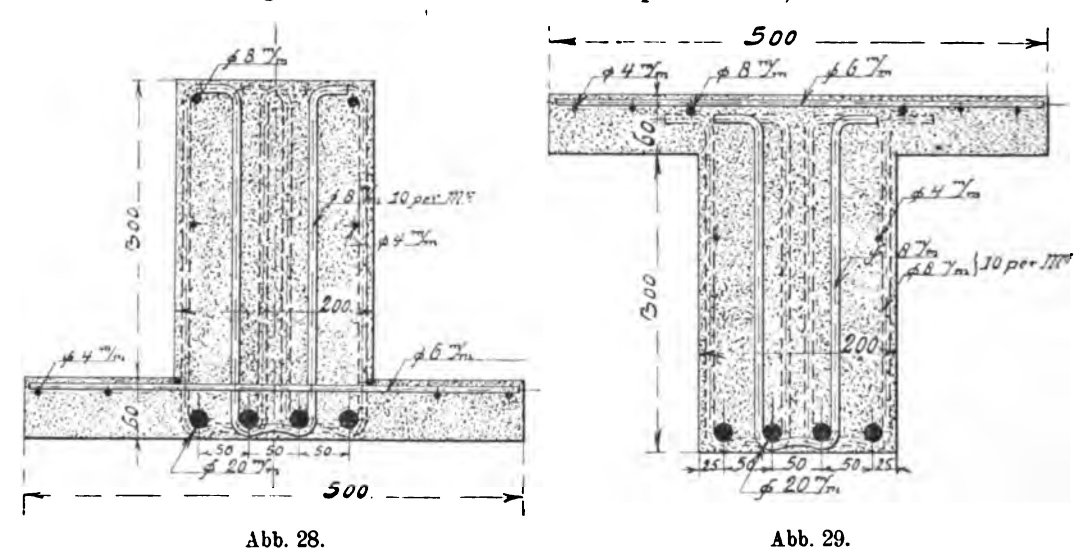


Abb. 28. Abb. 29.

Orte seiner stärksten Biegungsbeanspruchung, nämlich in der Mitte, wo das größte Moment wirkt, gleich Null ist. Dagegen entspricht die Belastung des Mittelschnittes der tatsächlichen Verwendung. Bei der Gegenüberstellung der Ergebnisse ist also daran zu denken, daß die Ergebnisse für den Einspannungsschnitt noch um die Vernachlässigung der Querkraftwirkung zu günstig sind. Überdies sind auch die kleineren Einlagen nicht genau gleich, aber von nur unerheblicher Verschiedenheit.

Der Querschnitt des Balkenrechtecks umfaßt ohne Plattenüberstand 720 cm², der Querschnitt der Einlagen 12,6 cm², also 1,75 Hundertstel auf das Balkenrechteck bezogen. Durch die Plattenüberstände wird der Gesamtquerschnitt um 180 cm² vermehrt.

Die Betonmischung enthielt einen Teil Zement, zwei Teile Sand und zwei Teile Kies.

Die Prüfung des zweiten Balkens mit dem Mittelschnitt mißglückte. Ein Auflager versagte, der Balken neigte sich nach der Seite und brach vorzeitig. Es betrug die Bruchlast der Balken mit dem

	Einspannungsschnitt		Mittelschnitt
	10 000	10 750	14 000 kg (10 500 kg Fehlversuch)
und die Last beim Eintritt der ersten Risse			
	5 000	7 000	7 000 kg (8000 bis 9000 kg „)

Der Einspannungsschnitt hatte also nur etwa zwei Drittel des Momentes, das der Mittelschnitt aufnehmen konnte, ertragen.



Abb. 30.

Der Bruch des Mittelschnittes erfolgte, wie häufig bei Platten und Balken, durch Zugrisse vom Untergurt aus, die allmählich größer wurden und endlich die Splitterung des zerdrückten Betons im Obergurt verursachten. Die Abb. 30 zeigt das deutlich an dem zerstörten Balken.

Der Einspannungsschnitt, bei dem der Obergurt — die Platte — gezogen und der Untergurt — die Unterzugseite — gedrückt wurde, zeigte am gezogenen Teil geringere Beschädigungen, dagegen eine größere Zerstörung der gedrückten Teile, wie die Abb. 31 erweist. Die ersten Risse wurden auch hier am gezogenen Teile, also an der Platte bemerkt.

Der Bruch erfolgte bei allen Versuchen nahe der Mitte der Stützweite, also am Orte der größten Momente und verschwindender Scherkräfte. Die Durchbiegungen des Balkens mit dem Einspannungsquerschnitte waren größer, entsprechend der Erfahrung, daß der geringeren Festigkeit auch die geringere Steifigkeit entspricht.

Vergleicht man die statischen Verhältnisse des Mittel- und Einspannungsquerschnittes, so wirkt der erstere als Plattenbalken; letzterer wird aber, da auf eine wirksame Mithilfe der Plattenüberstände, wenn sie im Zuggurt liegen, nicht zu rechnen ist, und sie daher vernachlässigt werden kann, als Balken mit rechteckigem Querschnitt anzusehen sein. Der Unterschied liegt also, da die Armierung des Zuggurtes in beiden Fällen die gleiche ist, in einer Verminderung der Breite des Druckgurtes, die eine erhebliche Verringerung der Bruchlast mit sich gebracht hat. Weist man also bei der Berechnung von Decken der Platte nicht nur die Stellung einer auf Biegung in der Richtung quer zu den Unterzügen beanspruchten Zwischenübertragung der Lasten auf die Unterzüge zu, und rechnet man die Unterzüge nicht nur als einfach rechteckige Balken, sondern unter Einbeziehung der Platte in den Druckgurt als Plattenbalken, so wird an den eingespannten Auflagern doch jedenfalls nur der rechteckige Balkenquerschnitt mit erheblich geringerer Tragfähigkeit in Rechnung gestellt werden können und dieser für das aufzunehmende Einspannungsmoment bemessen werden müssen. Will und muß man mit einer Einspannung rechnen, so trägt dem eine unvollkommene Abbiegung der Hauptstäbe in den Obergurt nicht Rechnung, um so weniger als das Ein-



Abb. 31.

spannungsmoment bei wagerechter Einspannung in absoluter Zahl doppelt so groß ist als das Mittelmoment.

Auf die Erhaltung einer solchen Einspannung ist aber nur so lange zu rechnen, als die Platte nicht gerissen ist. Bei den vorliegenden Versuchen wurden die ersten Risse etwa unter der Hälfte der Bruchlast des Einspannungsquerschnittes entdeckt, eine Belastung, die etwa einem Drittel der Tragfähigkeit des Mittelquerschnittes entsprechen würde. Liegt über den Auflagern oben noch weniger Eisen als in der Mitte der Stützweite unten, und berücksichtigt man überdies noch die Wirkung der Schubkraft, die an der Einspannung am größten — gleich der halben Auflast — ist, während sie bei dem vorliegenden Vergleich an den Bruchstellen fehlte, so ist mit noch früherem Auftreten der Risse zu rechnen. Mit den Rissen nimmt die entlastende Wirkung, die das Einspannungsmoment auf die Balkenmitte ausübt, ab. Es ist daher in der Anwendung von Momentenansätzen, die mit der entlastenden Wirkung des Einspannungsmomentes rechnen, Vorsicht bei der Abmessung des Mittelschnittes geboten.

56. Es hat sich bei Versuchen im Gebrauch gezeigt, daß die Wechselbeziehungen zwischen dem negativen Einspannungsmoment und seinem positiv entlastenden Einfluß auf das Moment in der Mitte nicht vernachlässigt werden dürfen. Bei der Probebelastung eines Bahnsteigfußbodens einer Haltestelle der Berliner Untergrundbahn[1]), der auf drei Stützen aufgelagert war, zeigte sich, als der größte Teil der zweifach angenommenen Nutzlast aufgetragen war, anfänglich mit bewaffneten, später auch mit dem unbewaffneten Auge, das Eintreten eines Risses in ganzer Länge der Belastung oberhalb des mittleren Unterzuges in den oberen Fasern. —

57. Ist daher der ausreichenden Bewehrung des Obergurts an Stellen, die durch das negative Moment beansprucht werden, Bedeutung beizumessen, so ist es fraglich, ob bei Trägern, die nur positiven Momenten ausgesetzt sind, eine Einlage auch im Obergurt, also in beiden Gurtungen, zweckmäßig ist. Erfolgt die Zerstörung des Querschnittes in erster Linie von der Zugseite her, so wird, wie es schon die Versuche mit doppelt bewehrten Platten von Tutein Noltenius ergeben, das Eisen im Druckgurt nicht ausgenutzt werden, da schon die Sicherheit des Betondruckgurtes allein größer wäre als die der Zugseite. Eine obere Eiseneinlage käme also zur Verstärkung der Druckfestigkeit des Obergurtes nur bei hohem Träger mit so starker unterer Eiseneinlage, daß er durch frühzeitige Zersplitterung des Druckgurtes zerstört werden könnte, oder zur Aufnahme von Scherkräften in Frage.

Mit großer Zerstörung im Druckgurt erfolgte der Bruch des Einspannungsschnittes bei den Versuchen von Sanders. Diese Balken hatten im Druckgurt eine kleine Verstärkung von zwei Rundeisen von 8 mm Durchmesser, deren Querschnitt also etwa ein Zwölftel der gezogenen Eisen ausmachte. Da die Stäbe unter Druck das Bestreben haben, auszuknicken, so werden sie, wenn erst Splitterungen im Druckgurt eintreten, diese eher durch eine absprengende Wirkung vermehren. So waren auch bei den Versuchen von Sanders die Druckstäbe seitlich ausgeknickt.

Man könnte annehmen, daß auch von vornherein die Drücke nach den Seiten und nach oben, die im Beton durch das Bestreben des Eisens, auszuknicken, entstehen, den Vorteil wieder aufwiegen, der in der Verringerung der Betondrücke in der Längsachse durch die Mitwirkung der Eisen liegt.

Eine wesentliche Verstärkung der Balkenquerschnitte gegen die Wirkung der Querkräfte durch die Hinzufügung der oberen Stäbe ist nach später zu erwähnenden Versuchen von Mörsch und anderen kaum anzunehmen.

---

[1]) Zentralblatt der Bauverwaltung 1906, S. 327.



Die Zahl der vergleichbaren Versuche zwischen einseitig und zweiseitig bewehrten einfachen Balken ist[1]) gering, und die Ergebnisse widerspruchsvoll und anscheinend nicht einwandfrei. In Paris wurden im Jahre 1898 vergleichende Versuche mit zwei Hennebiquebalken von 5 m Spannweite ausgeführt. Der eine Balken war nur einseitig, der andere außerdem noch mit Einlagen im Druckgurt versehen, deren Querschnitt gleich zwei Dritteln der Hauptstäbe war. Die Bruchbelastung des doppelt bewehrten Stabes war um zehn Hundertstel höher als die des einseitig verstärkten.

Im Jahre 1901 hat Guidi in Turin zwei Balken von 90 cm Stützweite und von 15 zu 15 cm Querschnitt, die in den Ecken in je 1 cm Abstand von den Seiten mit Rundeisen von 12 mm ausgerüstet waren, mit einem Balken verglichen, dem die oberen beiden Stäbe fehlten. Letzterer brach unter einer Last von 2,4 t, ersterer bei 3,4 t; dieser trug also 42 Hundertstel mehr, ein Ergebnis, dessen Unterlagen nicht fehlerlos sein dürften.

2. Versuchsreihen von Feret (Boulogne sur mer).[2])

58. Im Jahre 1893 hat Feret Versuche mit Eisenbeton begonnen. Er hatte empfunden, daß die früheren Versuche als Abnahmeproben meist nur den Zweck gehabt hatten, darzutun, daß das fertige Bauwerk den Bedingungen genüge, die dem Unternehmer für die Tragfähigkeit und das Maß der Einsenkung vorgeschrieben waren, daß durch sie die Erkenntnis des Eisenbetons wenig gefördert sei, und daß sie keine Hilfsmittel zu einer einigermaßen sicheren Berechnung des Verbundkörpers gegeben hätten. Demgegenüber wollte er in zusammenhängenden Reihen den gegenseitigen Einfluß der Eigenschaften, des Verhältnisses und der Verteilung der beiden in Eisenbetonbauten vereinigten Bestandteile und die Art und Größe der unter den Lasten in jedem entstehenden Beanspruchungen klären. Feret hat seine Versuche im Jahre 1906 nach dreizehnjähriger Arbeit veröffentlicht und sagt dabei selbst, daß sie in manchem inzwischen überholt seien.

Um für die Festigkeit der Balken verschiedener Bauart, Stützweite und Belastung einen gewissen Vergleichmaßstab zu erhalten, führt er das in Balkenmitte angreifende Moment M auf den Querschnitt eines cm² zu dem Begriff $m = \frac{M}{b \cdot h^2}$ zurück — b sei die Breite, h die Höhe des Balkens, — und die Auflagerkraft A auf den Begriff $a = \frac{A}{b \cdot h}$. Bei einem rechteckigen homogenen Balken, der dem Gesetz des geraden Verhältnisses zwischen den Längenänderungen und den Spannungen folgt, würden $6\,m$ die größte aufgenommene Biegungsspannung, und $1{,}5\,a$ die größte aufgenommene Schubspannung ergeben.

Die Übertragung dieser Begriffe auf die Eisenbetonkörper bezweckt nun, für die Beurteilung der Festigkeit ebenfalls Ausdrücke zu finden, die von den äußeren Abmessungen unabhängig sind. Brechen die Proben in der Mitte der Stützweite, also vorwiegend durch die Biegungsmomente, so werden die Werte m gegenübergestellt; brechen sie in der Nähe der Auflager, also durch Scherwirkungen, so werden die Werte a herangezogen. Die vorgenommene Zurückführung auf die Breite 1 durch Teilung mit b für m und a ist ohne weiteres richtig, da bei gleichen Verhältnissen die Tragfähigkeit eines Trägers mit seiner Breite zunehmen wird. Bezüglich der Zurückführung auf die Höhe 1 wird von der Voraussetzung ausgegangen, daß die Tragfähigkeit eines Balkens unter

[1]) Beton u. Eisen 1903, S. 181 f.

[2]) Feret, Etude expérimentale du ciment armé. Paris 1906.



sonst gleichen Verhältnissen der Materialien in bezug auf Festigkeits- und gegenseitige Abmessung im Quadrate der Höhe für Biegungsbeanspruchung und im selben Verhältnis wie die Höhe in bezug auf die Scherspannung zunimmt.

59. Um möglichst alle Nebeneinflüsse auszuschalten, beschränkte Feret die Versuche auf einfache Verhältnisse. Der Querschnitt der Probekörper war immer rechtwinkelig. Einlagen waren nur in der Längsrichtung vorhanden, sie waren, abgesehen von hakenförmigen Aufbiegungen an den äußeren Enden, gerade und von kreisförmigem Querschnitt und, wenn es mehrere waren, über eine Höhenebene des Querschnittes mit gleichen Abständen verteilt. Die Probekörper waren in jeder Reihe bis auf die Veränderung der zu verfolgenden Bedingung vollständig gleich, so daß der Einfluß dieser im Ergebnis hervortrat; die Versuche arbeiteten mit Biegungsbeanspruchung bei freier Auflagerung.

Im ersten Teile erstreckten sich die Versuche auf kleine Prismen von quadratischem Querschnitt von 4 oder 2 cm Seitenlänge und 10 cm Stützweite.

Von jedem Versuchskörper wurden mehrere gleichartige angefertigt, und es werden deren Mittelwerte angegeben. Der Mörtel bestand aus einem Teile Zement und zwei oder drei Teilen Sand. Mit wenigen Ausnahmen wurden die Proben untersucht, nachdem sie zwölf Wochen lang erhärtet waren, von welcher Zeit sie einen längeren oder kürzeren Teil im Wasser aufbewahrt wurden.

Die Belastung griff als Einzellast in der Mitte mit Hebelübersetzung an und wurde durch eine Schale, in die Schrotkörner flossen, ausgeführt.

Die Last beim ersten Riß war bei den Proben mit geringer Einlage meist gleichbedeutend mit der Bruchlast, da der Bruch plötzlich erfolgte. Bei den Balken mit stärkerer Bewehrung war der erste Riß verbunden mit einer kleinen, plötzlichen Bewegung des Lasthebels, wenn auch nachher noch weitere Lasten aufgenommen werden konnten.

In Vergleich werden die bei dem Erkennen des ersten Risses entsprechenden Werte m gestellt. Es werden also, da das Auftreten des ersten Risses von der Verteilung der Zugkräfte zwischen Beton und Eisen abhängig ist, und da die ersten Risse unter Belastungsstufen erscheinen, bei denen die Druckfestigkeit des Betons in der Regel noch nicht unterschiedlich zur Geltung kommt, nur Beziehungen zwischen der Wirkung der beiden Materialien im Zuggurt gewonnen werden können und, wie wir weiter sehen werden, auch da nur beschränkt. Überdies kann die Beobachtung des ersten Risses mit dem Auge nicht genau sein und gibt jedenfalls den Zeitpunkt der Zerstörung des Mörtels auf der Zugseite erst verspätet an, wie spätere Versuche von Feret selbst dartun. Da endlich im einzelnen nicht angegeben ist, bei welchem Versuch die Erkenntnis des ersten Risses mit dem Bruch gleichbedeutend war und wann nicht, so ist der den Versuchen gegenüber einzunehmende Standpunkt, sowohl im Hinblick auf den Vergleich der Festigkeit der ganzen Körper als auch in bezug auf die Bewertung der Zugfestigkeit des Betons sehr unsicher.

60. In sieben Gruppen sollte verfolgt werden:

1. Der Unterschied in der Wirkung von Eiseneinlagen, die wegen verschiedener Oberflächenbeschaffenheit oder infolge von Hilfsmitteln einen verschiedenen Widerstand gegen Gleiten vermuten lassen,
2. der Einfluß einer zunehmenden Anzahl von Eiseneinlagen und
3. der Einfluß der Dicke der Einlagen,
4. der Einfluß der Höhenlage der Armierung,
5. der Einfluß des Alters des Mörtels,
6. der Einfluß der Mischungsverhältnisse des Mörtels.



61. Die Prüfung des wechselnden Widerstandes gegen Gleiten sollte sich auf neun Arten verschieden gestalteter Einlagen, deren Querschnitt 0,2 Hundertstel des Ganzen betrug, ausdehnen.

Es ergaben sich die Werte m:	an sich	im gegenseitigen Verhältnis
a) an einem Prisma ohne Einlage	5,12	83,2
b) bei einer Einlage, an deren Ende wagerecht Querstäbe angeschweißt waren	6,01	97,4
c) bei einem geölten Eisenstab	6,04	97,4
d) bei einem glatten gehärteten Eisenstab	6,07	98,4
e) bei einem an den Enden hakenförmig nach oben gebogenen Stab.	6,16	99,8
f) bei einem glatten Eisenstab	6,17	100,0
g) bei einem glatten mit Säure behandelten Stab . . .	6,30	102,1
h) bei einem geraden Stab, der auf seiner Länge einzelne Verdickungen und an den Enden Querplättchen hatte	6,35	102,9
i) bei einem an den Enden hakenförmig nach oben gebogenen, gehärteten Stab	6,37	103,2
k) bei einem verrosteten Stab	6,61	107,1

Es zeigt sich also beim Bruch kein merklicher Unterschied aus der Verschiedenheit des Widerstandes gegen Gleiten, wie er nach Art und Befestigung der Einlagen wohl zu erwarten gewesen wäre. Feret meint daher, daß der Bruch infolge Überschreitung der Längsfestigkeit des Mörtels eingetreten sei, ehe die Unterschiede im Widerstand gegen Gleiten zur Geltung kommen konnten. Das ist, wenn hier der Bruch mit der Erkenntnis der ersten Risse in Rechnung gestellt wurde, natürlich. Zweifelhaft ist aber, ob zwischen dem ersten Risse im Beton und der Überschreitung des Widerstandes gegen Gleiten in dem bei dem Versuch doch beabsichtigten Sinne — nämlich der Erprobung des Widerstandes verschieden beschaffener und verschieden gesicherter Einlagen gegen Hereinziehen — eine Beziehung herzustellen ist, und ob daher nicht für die erstrebte Erkenntnis die Versuche anders zu betrachten gewesen wären.

Fraglos wird ja an jedem Betonriß die Haftung des Betons am Eisen zerstört, wenn die Zugspannung im Beton zu groß wird, und nach dem Reißen des Betons der örtliche Widerstand überwunden wird, der sich im Eisen rechts und links der Rißstellen mit entgegengesetzter Richtung im Sinne eines Widerstandes gegen den Zug im Beton der Trennung zweier aneinanderliegender Betonschichten entgegensetzt; bei einem Riß ist dann der Beton der örtlich am Eisen gleitende Teil. Der Gleitwiderstand ist aber ein von dem Ort des größten Momentes über die ganze Länge jeder Eisenseite des ganzen Stabes in demselben — auf beiden Seiten im entgegengesetzten — Sinne wirkender Widerstand und ist abhängig von dem Bestreben des durch die Zugkräfte gedehnten Eisens, sich wieder zusammenzuziehen. Er wird überwunden unter Gleitung des Eisens an dem Beton. Es handelt sich also für die Betrachtung der Zerstörung des Verbundes um zwei verschiedene Vorgänge, von denen der erste bei der Bildung jedes Risses erscheint, aber die Grenze des Gleitwiderstandes im ganzen Balken und den Einfluß von Sicherungen an den Enden oder Verdickungen in der Mitte nicht kennzeichnet.

Bei der Bildung der Risse zeigte sich, daß sie an den Stäben, die an den Enden aufgebogen oder mit Querstäben versehen waren, weniger weit waren, als bei den glatt abgeschnittenen Stäben.

62. Der Einfluß einer Vermehrung der Zahl der Eiseneinlagen wurde an neun Versuchsreihen verfolgt, deren jede Prismen mit 1, 2, 3 oder 4 geraden, glatt abgeschnittenen Rundeisen erhielt. Das Ergebnis zeigt die folgende Zusammenstellung:

Nr.	Alter	Zementart	Sandkorn	Gewichtsteile Sand auf 1 Teil Zement	Würfelfestigkeit des Betons auf Druck kg/cm²	Werte *m* bei der Einlage von 0	1	2	3	4 Stäben
						(Betrag der Einlage in Hundertsteln des Querschnitts				
						0,0	0,05	0,1	0,15	0,2)
1	12 Wochen	—	—	3	—	2,65	3,06	3,33	3,39	3,51
						(Betrag der Einlagen bei 2-9 in Hundertsteln des Querschnitts				
						0,00	0,196	0,392	0,588	0,784)
2	1 Woche	A	fein	3	16	1,08	1,56	2,36	2,71	3,04
3	1 Woche	B	fein	3	18	1,21	1,67	2,73	3,04	3,14
4	1 Woche	A	fein	2	35	1,67	2,40	3,55	4,35	4,82
5	1 Woche	G	grob	4	56	2,23	2,62	4,46	4,47	5,06
6	1 Woche	A	grob	2	73,5	3,70	4,04	5,18	6,98	8,12
7	1 Woche	B	fein	1	69	3,81	4,68	6,68	10,00	11,66
8	1 Woche	D	—	0	149	7,52	8,62	9,57	11,17	13,67
9	2 Jahre	E	fein	3	63	4,38	5,30	7,62	10,10	11,06

Da bei der Vermehrung der Zahl der Einlagen ihr Durchmesser beibehalten wurde, steigt das Verhältnis des Eisens zum Gesamtquerschnitt im selben Schritt wie die Anzahl der Stäbe, also unter der auch bei dem Plattenversuche von Sanders, allerdings nicht mit gleicher Genauigkeit, vorhandenen Bedingung.

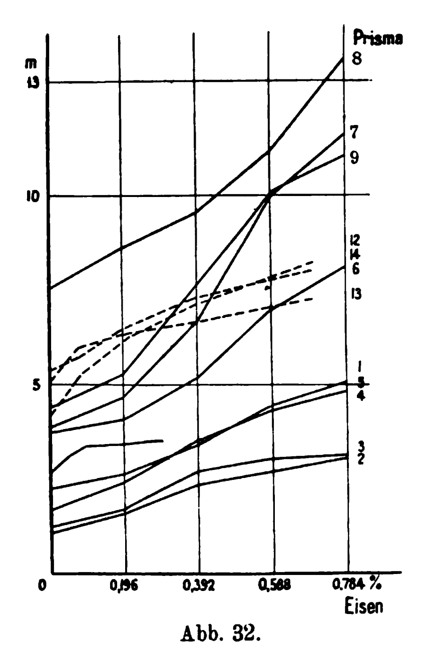


Abb. 32.

Trägt man die Querschnitte als Längen, die *m* als Höhen auf — Abb. 32 —, so zeigt sich, daß die *m* mit der Vermehrung des Eisens zunehmen, aber bei dem weniger druckfesten Beton langsamer als bei besserem und von einem gewissen Punkte an bei sämtlichen Linien langsamer. Es ist das also auch hier dieselbe Erscheinung S-förmiger, anfangs nach oben, dann nach unten offener Kurven, wie sie sich bei den Versuchen von Sanders ergeben hatten.

Bei der Verschiedenheit der Festigkeit des verwandten Betons liegt es nahe, in den senkrechten Spalten der vorstehenden Zusammenstellung den Einfluß der Betongüte zu verfolgen. Trägt man die Druckfestigkeit als Längen, die Werte *m* als Höhen auf, so zeigt sich, daß die Zunahme der *m* infolge druckfesteren Betons bei höherem Einlagewert größer ist, aber die Unterschiede in dem diese Zunahme darstellenden Neigungswinkel der Linienzüge sind gering. Das ist erklärlich, da hier der erste Riß maßgebend ist, der mit der Druckfestigkeit in unmittelbarer Beziehung nicht steht.

63. War bei den obengenannten Versuchen der Gesamtquerschnitt der Einlagen im gleichen Verhältnis mit ihrer Zahl vermehrt, blieb also das Verhältnis zwischen Querschnitt und eingebetteter Oberfläche dasselbe, so daß die Eisenvermehrung in der

Hauptsache immer unter gleichen Bedingungen für Zug- und Haftfestigkeit wirken konnte, so ist in der folgenden Reihe der Einfluß zunehmender Dicke eines Stabes — sein Durchmesser nahm von 0,125 auf 0,378 cm, das Verhältnis seiner Fläche zum Gesamtquerschnitt von 0,08 auf 0,7 Hundertstel zu — untersucht. Dabei liegt eine Abnahme des Verhältnisses zwischen Oberfläche und Querschnitt des Eisens, also eine Verschiebung zu ungunsten der Haftfestigkeit vor. Feret erhielt als Ergebnis der Versuche, daß die Verdickung der Einlagen den Wert m nicht im Quadrat, sondern im geraden Verhältnis mit der Dicke über den Grundwert des unbewehrten Prismas erhöht, nach dem Gesetze $m = m_0 + d \cdot \text{Constans}$.

Die Linienzüge, die sich bei dieser Versuchsreihe ergeben, wenn man die erhaltenen Werte m als Höhen zu den Eisenverhältnissen f_e als Längen aufträgt, sind in der Abb. 32 punktiert eingetragen. Würde man für jeden Linienzug die wagerechte Achse der Eisenverhältnisse in der Höhe m_0 annehmen, so erhielte die von Feret für die Beziehung von m und d angegebene Gleichung die Form

$$m = d \cdot \text{Constans}. \quad \text{Da nun}$$

$$\frac{\pi d^2}{4} = f_e \quad \text{oder}$$

$$d^2 = \frac{4 f_e}{\pi} \quad \text{ist, so wäre}$$

$$m^2 = f_e \frac{4}{\pi} \cdot (\text{Constans})^2 \quad \text{oder}$$

$$m^2 = f_e \cdot \text{Constans}',$$

d. h. zwischen den Werten m und dem wachsenden Eisenverhältnis bestände die Beziehung einer Parabel, deren Scheitel bei m_0 liegt. Tatsächlich haben die Linienzüge die Form nach unten offener Bögen. Aber es könnte dies Gesetz, das eine ständige Zunahme von m ergibt, nur bis zu einer gewissen Grenze gelten, denn über eine gewisse Größe hinaus wirkt eine weitere Vermehrung der Einlagen ungünstig

Durch Vergleich dieser und der ersteren Reihe läßt sich die Wirkung der Teilung des Querschnittes der Einlagen in mehrere Stäbe verfolgen. Es zeigt sich, daß die Verteilung des Eisens in mehrere Stäbe günstig wirkt, da vom gleichen m_0 aus die m bei der Verstärkung durch denselben Eisenquerschnitt in mehreren Stäben stärker zunehmen als bei Beibehaltung einer Einlage.

64. Die Untersuchungen über den Einfluß der Höhenlage ergaben, daß eine Einlage in der Mitte oder oberhalb der halben Höhe fast gar keine Vermehrung gegenüber dem m eines unbewehrten Prismas mit sich bringe, daß aber die m mit abnehmendem Abstand von der Unterkante zunehmen. Einen bestimmten Schluß über das Verhältnis gestatten die Versuche nicht.

65. Ebenso ist der günstige Einfluß des Alters in ein Gesetz nicht zu fassen, wenn auch Feret aus seinen Versuchen, die die Zeit von einer Woche bis zwei Jahren umfassen, annimmt, daß die m mit der dritten Wurzel aus der Zeit zunehmen.

66. Bei allen Versuchen erfolgte der Bruch in der Mitte. Entlastete man, nachdem der erste Riß entstanden war, so schloß dieser sich wieder und es zeigte sich an seiner Stelle eine kleine Ader austretenden Wassers. War der Riß bereits größer geworden, und erfolgte mit der Hand von der Unterkante des Versuchskörpers aus eine entlastende Hebung, so schloß sich der Riß nicht mehr, sondern öffnete sich über die ganze Balkenhöhe in seiner unteren Breite. Es war dann also schon der Obergurt so schmal geworden, daß er die Zugkräfte, die bei der Schließung des Risses als Gegenkraft zu der Reibung des Betons am Eisen entstehen müßten, nicht mehr aufnehmen konnte.

Nach dem Bruch wurde bei allen Versuchen festgestellt, daß das Eisen sich von dem Mörtel gelöst hatte und geglitten war. Die an den Enden mit Kreuzstücken versehenen Einlagen waren teils abgerissen, teils eingepreßt in den Beton. Feret will nicht entscheiden, ob das Gleiten des Eisens die Ursache oder eine Folge des unter Überschreitung der Mörtelfestigkeit bereits eingetretenen Bruches und der alsdann unter der weiter wirkenden Last eintretenden starken Durchbiegung war. Er glaubt, die letzte Ansicht durch die Ergebnisse der Versuche an großen Balken stützen zu können, an denen er nie ein Gleiten bemerkt hat. Diese Frage ist aber aus Vergleichen verschiedener Körper ohne weiteres nicht zu entscheiden; sie wird später genauer verfolgt werden.

67. Die zahlenmäßigen Ergebnisse der Versuche an kleinen Prismen hält Feret selbst der Übertragung auf größere Balken nur sehr bedingt für fähig. Die Unterschiede in der Herstellung, z. B. in der Erhärtung, dem Einfluß des Stampfens sind bei großen und kleinen Balken sehr verschieden; andernteils werden aber Fehlerquellen, die sich aus kleinen Material- und Arbeitsmängeln ergeben, nicht in demselben Verhältnis wie die Querschnitte wachsen. Die Unsicherheit eines Vergleiches der gewonnenen Zahlenwerte erweisen auch nebeneinander ausgeführte Versuche mit Prismen von 1 m Stützweite und Balken von 3,25 m Stützweite ohne Einlage. Für erstere ergab sich $m_0 = 9$, für letztere zu nur etwa einem Drittel davon.

68. Feret hat daher Bruchversuche an zwei Reihen großer Balken angestellt, und zwar an 5 Balken von 4,5 m Länge und quadratischem Querschnitt von 20 cm Seitenlänge — Beton aus zwei Teilen Zement, zwei Teilen Sand und zwei Teilen Schotter —, und 11 Balken von 2,2 m Länge und rechteckigem Querschnitt von 15 cm Höhe und 50 cm Breite (nach dem Sprachgebrauch also eher Platten) — Beton aus einem Teil Zement, zwei Teilen Sand und zwei Teilen Schotter. Die Einlagen waren an den Enden hakenförmig aufgebogen.

Alle Balken wurden mit einer Mittellast, und zwar erstere über 4 m, letztere über 2 m Stützweite gebrochen; sie brachen sämtlich nahe der Mitte. Die Hälfte der längeren Balken wurde über 2 m Stützweite nochmals untersucht; dabei brachen die Hälften des Balkens E, nämlich E_1 und E_2 durch Risse an den Auflagern, also durch überwiegende Scherwirkungen.

69. Die Zusammenstellung 4 enthält die Einzelheiten des Aufbaues und die Ergebnisse, die auch insofern eine fruchtbarere Betrachtung gestatten, als sie einheitlich dem Bruche der Balken entsprechen. Daraus ergibt sich folgendes:

Die Balkenhälften wiesen beim Bruch dieselben Werte m, wie vorher die ganzen Balken, ein Ergebnis, mit dem Feret die Brauchbarkeit der Werte m für den Vergleich stützt.

Die Tragfähigkeit wird desto größer, je tiefer die Einlagen liegen; die Balken x_0, y_0, z_0, an denen die Unterkante des Eisens an der Plattenunterkante liegt, sind tragfähiger als die Balken x, y, z, bei denen unter der Unterkante der Stäbe noch 5 cm Beton liegen.

Die Anwendung von Querstäben hat die Tragfähigkeit nicht erhöht — vergleiche z_1 und z, Z_1 und Z; allerdings ist bei den Versuchen zu bedenken, daß der Abstand der Längsstäbe schon weniger als die Hälfte bezw. ein Viertel der Plattenhöhe betrug. Das Ergebnis ist bei größerer Teilung vielleicht ein anderes.

Für eine Betrachtung über den Einfluß zunehmenden Eisenquerschnittes unter Festhaltung des Stabdurchmessers — also unter gleicher Vermehrung des Querschnittes und der Einbettungsflächen — reichen die Versuche nicht aus, da immer nur je zwei Balken gegenübergestellt werden können: A und D, B und E, x und X, y und Y, z und Z.



Zusammenstellung 4.

Balken . . .	A		B		C		D		E	
Balkenhälften	A_1	A_2	B_1	B_2	C_1	C_2	D_1	D_2	E_1	E_2
Einlage,										
Anzahl . .	2		1		2		4		2	
Durchm. cm .	1,41		2,80		1,97		1,41		2,80	
Prozente . .	0,77		1,54		1,49		1,54		3,08	
Abstand von d. Unterkante	3		3		3		3		3	
Wert m . .	19,07		32,21		33,67		40,97		40,46	
	22,82	22,09	31,57	33,04	34,50	37,41	41,80	41,80	44,71	47,64
Wert a . .	2,15		3,46		3,61		4,34		5,29	
	4,68	4,54	6,43	6,73	7,02	7,60	8,48	8,48	9,06	9,65

Balken	x	y	z	X	Y	Z	x_0	y_0	z_0	z_1	Z_1
Einlage,											
Anzahl . . .	1	2	8	2	4	16	1	2	8	8	16
Durchmesser cm	1,97	1,41	0,69	1,97	1,41	0,69	1,97	1,41	0,69	0,69	0,69
Prozente . . .	0,41	0,41	0,41	0,83	0,83	0,83	0,41	0,41	0,41	0,40	0,80
Querstäbe . . .	—	—	—	—	—	—	—	—	—	quadratisches Netz aus Längs- und Querstäben	
Abstand von der Unterkante .	5	5	5	3	3	3	0	0	0	3	3
Wert m . . .	9,48	11,08	12,15	15,35	21,75	20,68	10,54	14,28	14,28	11,61	20,68
Wert a	1,58	1,80	1,96	2,45	3,40	3,24	1,72	2,28	2,28	1,88	3,24

Für den Einfluß der Vermehrung des Eisengehaltes unter Festhaltung der Stabzahl durch Verdickung der Stäbe — also unter Verschlechterung der Bedingungen für Haftfestigkeit — bilden die Balken A, C und E eine Reihe. Feret glaubt auch hier zwischen den m und d noch ungefähr eine geradlinige Beziehung $m = 2200\ d - 10{,}8$ aufstellen zu können. Es muß aber bezweifelt werden, ob die Werte, selbst wenn sie genau in einer geraden und nicht wie hier in einer unten offenen Kurve lägen, für die Aufstellung einer Beziehung ausreichen, wenn sie so weite Grenzen — von 0,79 bis 3,08 Hundertsteln — umfassen. Zwischenstufen können da Werte ergeben, die durch die hier gegebenen drei Punkte eine Kurve mit ganz anderem Verlauf herstellen.

Für die Beurteilung der Verteilung des Eisengehaltes auf eine größere Zahl von Stäben, also für die Verbesserung der Bedingungen für die Haftfestigkeit, worüber bei den kleinen Prismen nur Schlüsse aus der Gegenüberstellung zweier ungleichartiger Reihen zu ziehen waren, liegen hier vier einheitliche Reihen vor — BCD, xyz, $x_0 y_0 z_0$, XYZ. Im allgemeinen ist ja, abgesehen von der Frage der Haftfestigkeit, zu vermuten, daß bei zu großen Abständen die Eisen ihren Einfluß nicht über die ganze Balkenbreite ausüben können und daher den Beton nur ungleichmäßig und unvollkommen unterstützen werden. In der ersten Reihe zeigt sich auch eine steigend günstige Wirkung der Verteilung; bei den beiden zweiten hört sie beim Übergang von 2 auf 8 Stäbe auf oder nimmt nicht mehr im gleichen Maße wie vorher zu, und bei der vierten Reihe zeigt sich bei dem Übergang von 4 auf 16 Stäbe eine ungünstige Wirkung. Bei der Zerstörung des Balkens D wurde außer dem zerstörenden lotrechten Mittelriß in der Höhe der Eiseneinlage an den Seitenflächen ein einige Zentimeter langer wagerechter Riß bemerkt.

Feret meint daher, daß die Teilung der Eisen nicht zu weit getrieben werden dürfe. Einer bestimmten Eisendicke entspreche eine Mindestdicke der zwischenliegenden Betonschicht, da anderenfalls in dem Mörtel die Gefahr einer wagerechten Trennungsebene entstände. Durch das Verhältnis der Betonbreite zur Eisenbreite allein kann aber die Grenze der Teilung nicht festgelegt werden. Dies beträgt bei:

B	C	D	xx_0	yy_0	zz_0	X	Y	Z
6	4	2,5	24	17	8	12	8,5	4.

Zwar ist bei dem Balken D die verhältnismäßige Breite der Betonschicht am kleinsten, aber das hat noch keinen Abfall im m verursacht, während bei zz_0 mit mehr als dreifachem Breitenverhältnis der Zuwachs am m nur gering ist, jedoch bei Z, bei dem das Verhältnis auch noch günstiger ist als bei D, ein erheblicher Abfall eintritt.

Maßgebend wird also nicht allein das Verhältnis von Stabdicke zur trennenden Betonschicht, sondern auch die verbleibende Breite der letzteren an sich sein. Diese muß so groß bleiben, daß sie den in der Ebene der Einlage wirkenden wagerechten Schubkräften widerstehen kann.

Bei den Versuchen wurden auch die Durchbiegungen gemessen. Ihr Verlauf zeigt die von der Platte her bekannte Erscheinung, daß der Balken, der eine höhere Bruchlast erreicht, unter gleicher Last eine geringere Durchbiegung erleidet als der schwächere. Außerdem sind auch in der Zunahme der Durchbiegungen — wie bei den Plattenprüfungen der französischen Regierungskommission entwickelt — zwei annähernd geradlinige Grundrichtungen zu unterscheiden, die durch einen stärkeren Bogen verbunden sind. Am Ende der letzten Geraden findet dann dem Bruche zueilend ein ungleich schnelleres Steigen statt.

3. Die Wirkung der Schubspannungen.

70. Bei den meisten der vorhergehenden Versuche ging der Bruch von einem senkrecht von unten heraufgehenden Mittelriß aus. Bei einzelnen Versuchen von Sanders jedoch hatten sich vorherrschend an den Seitenflächen wagerechte Risse gezeigt, und bei den Versuchen von Feret waren die halben Balken E_1 und E_2 durch Risse, die von den Auflagern schräg nach oben verliefen, zerstört worden. Diese Erscheinungen führen auf die Wirkung der Querkräfte in der Betonmasse selbst und an der Einbettung der Einlagen.

Während die Längskräfte — Zug und Druck — bestrebt sind, die senkrecht zur Stabachse liegenden Flächeneinheiten eines auf Biegung beanspruchten Stabes in wagerechter Richtung voneinander zu entfernen oder einander zu nähern, also Längen ändern, versuchen die Querkräfte, die senkrechten und die wagerechten Flächen in der Flächenrichtung selbst gegeneinander zu verschieben, bringen also eine Gleitung der Flächen mit Winkeländerung hervor. Als innere Kräfte entstehen die Schub- oder Scherspannungen, die also in jedem Punkte im inneren in der Richtung der Stabachse und lotrecht dazu in gleicher Größe auftreten. Zur Unterscheidung der jeweils gemeinten Richtung werden bisweilen die in Richtung der Stabachse wirkenden als Schubspannungen und die dazu senkrechten als Scherspannungen bezeichnet. Die Schubspannung wird auf die Längeneinheit einer wagerechten Ebene berechnet aus dem Unterschiede der Längsspannungen zugehöriger Teile der an den Enden der Längeneinheit liegenden senkrechten Ebenen.

Als Mittelkräfte der senkrechten und wagerechten Schubspannungen ergibt sich in der unter 45° zur Stabachse nach der zur Mitte ansteigenden Ebene eine Zugspannung und in der unter 45° zur Stabachse nach der Mitte fallenden Ebene eine Druckspannung.

71. Die Schubspannungen vereinen sich in Wirklichkeit mit den Längsspannungen zu Hauptspannungen. Die Hauptspannungen werden in der Nullachse, in der die Längsspannungen gleich Null sind, die Lage und Größe der Mittelkraft aus den wagerechten

und den senkrechten Schubspannungen haben, d. h. sie ergeben unter 45° nach der Balkenmitte zu fallend eine Zugspannung und unter 45° nach der Balkenmitte zu steigend eine Druckspannung. An der Oberkante und der Unterkante eines Balkens, wo die Schubspannungen gleich Null sind, sind die Hauptspannungen gleich den Längsspannungen, d. h. gleichlaufend der Stabachse. Zwischen diesen Grenzen bilden die Orte der größten Zug- und der größten Druckspannungen Bögen, die sogenannten Spannungstrajektorien.

Den Verlauf dieser Spannungstrajektorien für einen einfachen frei aufliegenden homogenen Balken mit T-förmigem Querschnitt stellt die Abb. 33 dar. Je geringer die Längsspannungen — also an den Auflagern — desto näher sind die Zugtrajektorien der Neigung von 45°, je größer die Längsspannungen, — also nach der Mitte zu — desto

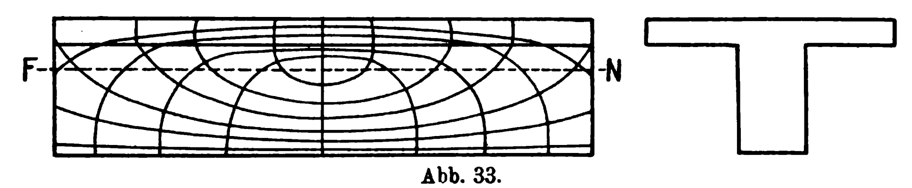


Abb. 33.

flacher verlaufen sie. Der Verlauf wechselt natürlich mit verschiedener Belastung wie die gegenseitigen Beziehungen zwischen den Momenten, die die Längsspannungen bestimmen, und den Querkräften, von denen die Schubspannungen abhängen.

72. Das wären die im einheitlichen Betonkörper auftretenden Schubspannungen. In gleicher Weise treten an der Einbettungsfläche der Einlagen Schubspannungen auf. Sie müssen die Unterschiede der Längsspannungen zweier benachbarter Ebenen der Einlagen aufnehmen und an den Beton abgeben, also die Zusammenziehung der gespannten Einlage, das Gleiten des Eisens im Beton verhindern. Zur Bestimmung ihrer Grenze wären die das Eisen am Beton festhaltenden inneren Kräfte zu verfolgen.

73. Unter der Voraussetzung, daß der Beton Zugspannungen nicht aufnimmt, ergibt sich rechnerisch die Größe der Schubspannungen von oben nach unten im rechteckigen, mit einer geraden Eiseneinlage im Untergurt versehenen Balken so, daß sie an der Oberkante gleich Null ist und bis zur neutralen Faser ansteigt, wo sie gleich der Querkraft geteilt durch die Balkenbreite und den Abstand der Mittelpunkte beider Gurtkräfte, d. h. der Eiseneinlagen und des oberen Drittelpunktes der Druckgurtung, also $= \frac{Q}{b \cdot e}$. Von der neutralen Faser bis zur Einlage behält die Schubspannung diese Größe bei und wirkt so auch an der Oberfläche der Einlage.

Zwischen der größten Schubbeanspruchung in der Betonmasse und der Gleitbeanspruchung des Stabbettes besteht also unter der Voraussetzung, daß der Beton keine Zugspannungen aufnimmt, in jeder lotrechten Stabebene das Verhältnis: Balkenbreite zur Summe der Umfänge der Einlagen.

74. Bei der Abmessung von Tragwerken wird im allgemeinen nicht die Hauptspannung als Mittelkraft zugrunde gelegt, sondern es werden ihre beiden Einzelkräfte getrennt verfolgt und durch eigens auf jede gerichtete Betrachtung der Massenbeanspruchung aufgenommen.

Mit dem Ziele der Entlastung der Schubspannungen bei Balken und Plattenbalken in der Betonmasse ist so bisweilen eine zweite Einlage angebracht worden, oder es sind für die Längseinlagen besondere Formen entstanden. Entweder wurden in gewissen Abständen über die ganze Balkenlänge oder an den Enden senkrecht stehende Bügel oder Stäbe eingelegt, von denen jeder mit der Schubfestigkeit seines Querschnittes die zwischen ihm und dem nächsten wirkenden wagerechten Schubkräfte ganz oder zum Teil aufnehmen

sollte, oder es wurde ein Teil der Längsstäbe, der für die Verstärkung des Untergurtes nach den Auflagern zu — entsprechend der Verringerung der Momente und damit der Zugspannungen — entbehrt werden konnte, nach oben abgebogen. Diese Abbiegungen lagen dann etwa in der Richtung der aus den Schubspannungen sich ergebenden Zugspannungen und sollten diese mit ihrer Längsachse fassen; oder es wurden zu gleicher Wirkung unter 45° nach dem Auflager zu steigende Bügel außer der manchmal wagerecht durchgeführten, manchmal auch teilweise abgebogenen Längseinlage angebracht. Die senkrechten sowohl wie die geneigten Bügel wurden mitunter in besonderer Weise mit den Längseinlagen fest verbunden.

Es wäre zu vermuten, daß befestigte Bügel und abgebogene Längseisen sowohl einer Entlastung der Schubspannungen in der Betonmasse selbst als auch der Vermehrung der Gleitsicherheit des Eisens im Beton dienen könnten. Andere Ausführungen, wie die Umwickelung der Enden der geraden Eiseneinlagen mit Drahtwindungen, die hakenförmige Aufbiegung der Einlagen an den Enden, der Ersatz der Einlagen mit gleichmäßigem Querschnitt durch solche aus gedrehtem Eisen oder Stäben mit wechselnden Querschnittsverdickungen und Einschnürungen werden nur eine Erhöhung der Sicherheit des Eisens gegen Gleiten im Beton hervorbringen können.

Über die Notwendigkeit solcher Hilfsmittel und über ihre Zweckmäßigkeit im einzelnen gingen die aus Einzelversuchen gewonnenen Meinungen weit auseinander. Bei Platten wäre eine Einlage zweiter Ordnung zur Unterstützung der Schubfestigkeit der Betonmasse selbst wohl auch zu entbehren, denn in der Regel erfolgte die Zerstörung durch senkrechte Risse, die eigene Schubfestigkeit der Betonmasse hat also ausgereicht; ob dabei jedoch der Zusammenhang der Einlagen mit dem Beton durch Schubwirkungen mit überwunden wird, also das Eisen gleitet, oder ob es nur zu weit gestreckt wird, mußte vorläufig unentschieden bleiben. Bei den Versuchen von Sanders — siehe die Abb. 2 — zeigten sich Rißerscheinungen, die auf die Wirkung von Schubspannungen zurückzuführen sind, nur bei den Platten, an denen das Eisen im Verhältnis zur Güte des Betons zu stark war — die also für den Gebrauch falsch aufgebaut gewesen wären —, und bei denen die Verstärkung der Einlage keine oder nur eine unwesentliche Erhöhung der Tragfähigkeit gegenüber den Platten mit kleinerem Eisengehalt bedeutete.

Bei Balken zeigt sich hingegen, wenn auch ihre Zerstörung von einem senkrechten Mittelriß ausgeht, daß die weiter vorhandenen Risse zwischen den Lasten und den Auflagern meist nach der Mitte zu geneigt sind, wenn nicht gar, wie bei den Balken E_1 und E_2 bei Feret, ein solcher nahe dem Auflager aufsteigender geneigter Riß den Bruch herbeiführt. Bei Plattenbalken entstehen auch am Ansatz des Unterzuges an der Plattenunterkante wagerechte Risse, die eine Trennung der Platten und des Balkens herbeiführen.

Nach den ersten gelegentlichen Versuchen schien sich zu ergeben, daß die Wirkung senkrechter Bügel wohl am geringsten, die Wirkung schräger Bügel und abgebogener Eisen besser sei, und daß die Ausnutzung der Bügel durch eine feste Verbindung mit den Längseisen erhöht werde.

4. Versuchsreihen der französischen Regierungskommission (Paris).[1])

75. Vergleichende Versuche über die Wirkung von Einlagen zweiter Ordnung hat die zweite Gruppe der französischen Regierungskommission an 17 rechteckigen Balken von 20 cm Breite, 40 cm Höhe und 4 m Länge im Jahre 1904 angestellt.

Die Einzelheiten der Bauart ergeben die Abb. 34 bis 50 und die Zusammenstellung 5. Die Werte der Querverstärkung sind darin berechnet als Verhältnis der

[1]) Commission du ciment armé, expériences etc., Paris 1907.



Größe der wagerecht geschnittenen Bügelfläche zu der im gleichen Schnitt bis zum nächsten Bügel liegenden Betonfläche. Alle Einlagen waren aus weichem Stahl, alle Längseinlagen hatten 23 mm Durchmesser.

Zusammenstellung 5.

Nr.	Quereinlagen	Durchm. mm	%	Moment beim Beginn der schrägen Risse	Bruchmoment
A	32 senkrechte offene Flacheisenbügel . .	—	0,48	—	12 285
B	32 senkrechte offene Rundeisenbügel . .	5	0,39	8110	12 205
C	32 senkrechte offene Flacheisenbügel . .	—	0,48	6590	12 969
D	32 senkrechte offene Rundeisenbügel . .	5	0,39	6590	12,969
E	32 senkrechte geschlossene Flacheisenbügel	—	0,48	6590	12 260
F	32 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	5	0,39	5882	12 969
G	50 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	4	0,39	5173	12 260
H	23 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	6	0,40	6590	13 678
I				6590	12 969
J	25 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	5	0,30	—	—
K	29 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	7	0,70	—	—
L	40 senkrechte geschlossene Rundeisenbügel	7	0,96	7299	12 827
M	12 schräge geschlossene Rundeisenbügel .	5	0,21	6590	13 678
N	14 schräge geschlossene Rundeisenbügel .	7	0,49	5882	13 536
O	18 schräge geschlossene Rundeisenbügel .	7	0,68	8717	14 387
P	32 senkrechte offene Rnndeisenbügel . .	7	0,39	—	—
Q	32 senkrechte offene Rundeisenbügel . .	7	0,39	5882	12 260

Der Beton bestand bei allen Balken gleichmäßig aus 300 kg Zement auf 400 Liter Sand und 800 Liter Kies, also etwa aus einem Raumteile Zement auf zwei Teile Sand und vier Teile Kies. — Die Balken wurden nach einer Erhärtung von etwa drei Monaten über 3 m Stützweite bis zum Bruche belastet und zwar Balken *A* durch eine Mittellast, alle anderen durch zwei Lasten, die bei *B* mit 1 m, bei allen anderen mit 1,2 m Abstand zur Mitte gleichliegend angriffen.

76. Beobachtet wurden die Brucherscheinungen und die Durchbiegungen. Außerdem wurden Formänderungsmessungen an einzelnen Balken vorgenommen, unter anderem wurden an den Balken *G*, *L*, *M*, *N*, *O* und *Q* an den beiden gegenüber liegenden Seitenflächen auf der Mitte zwischen einem Auflager und einer Last die Längenänderungen an einer unter 45° nach der Mitte fallenden 50 cm langen Strecke gemessen, d. h. also die Längenänderungen in der Ebene des mitten zwischen Auflager und Lastangriff liegenden geneigten Bügels. — Im Vergleich mit dem nur in der Längsrichtung bewehrten Balken *I* sollte festgestellt werden:

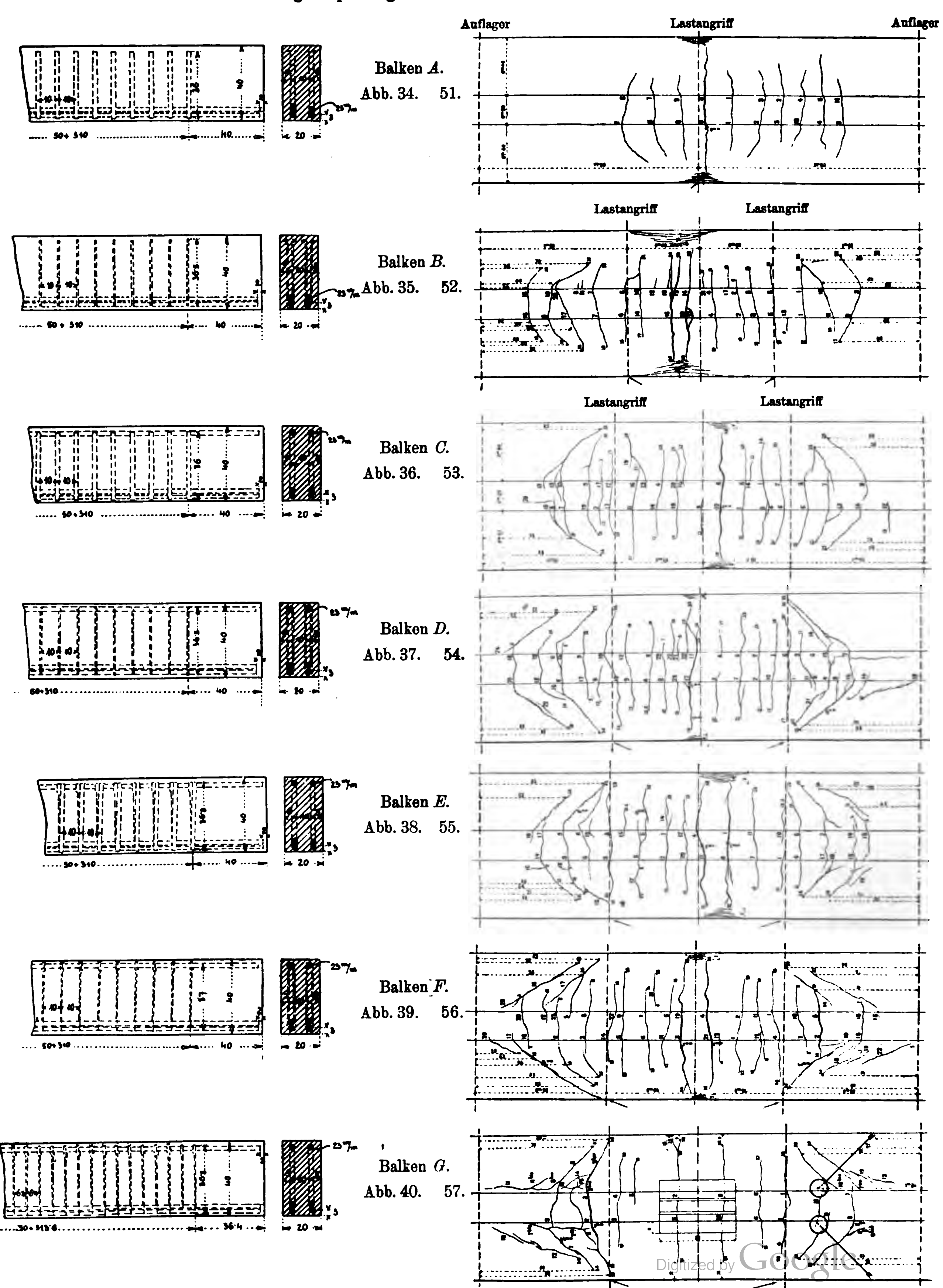
die Wirkung von Quereinlagen aus Flacheisen gegenüber solchen aus Rundeisen: Balken *A*, *C*, *E* gegenüber *B*, *D*, *F*;

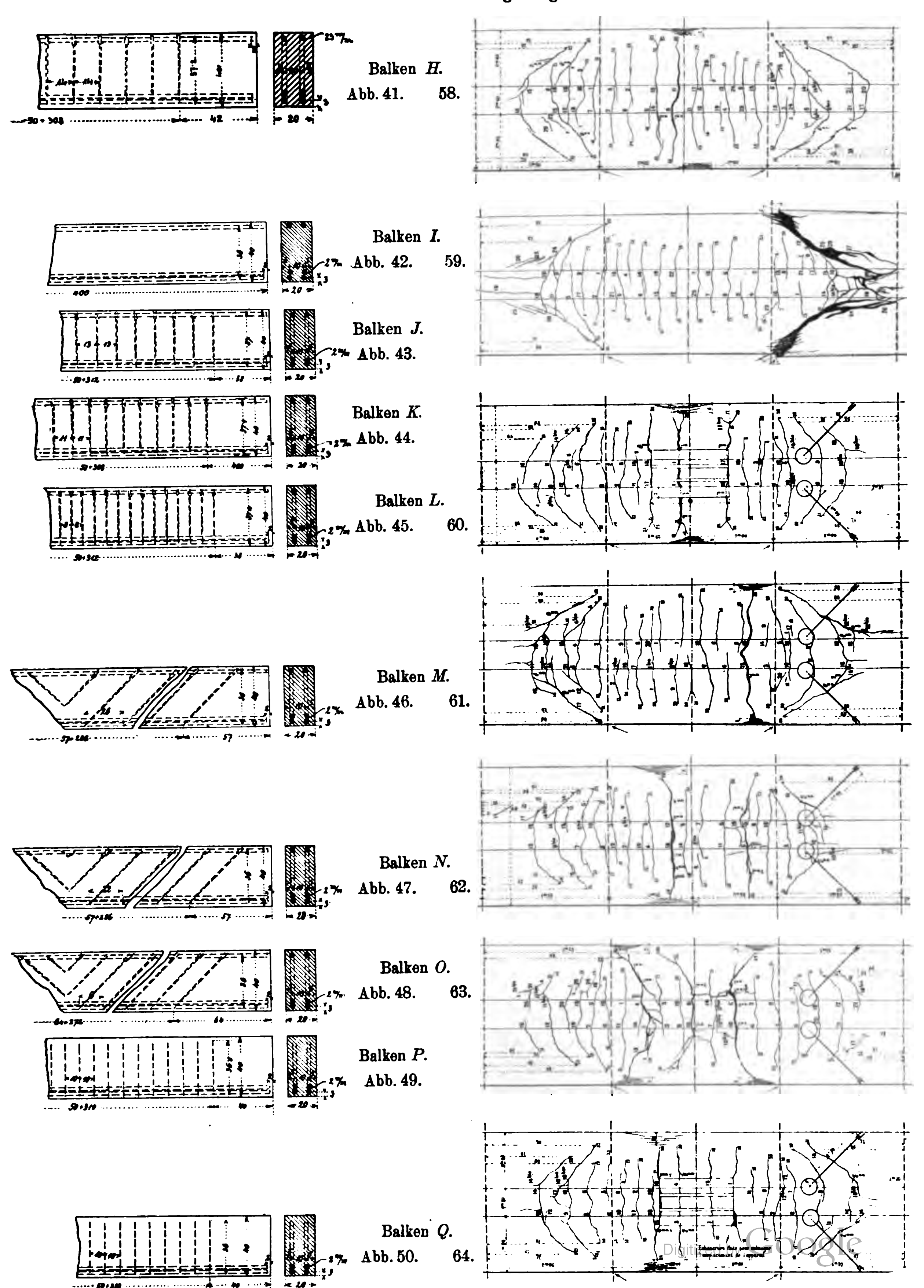
die Wirkung der Verteilung in eine mehr oder weniger große Zahl von Bügeln: Balken *H*, *F*, *G*;

der Einfluß der Verstärkung des Gesamtquerschnittes der Quereinlage: Balken *J*, *F*, *K*, *L*;

die Wirkung geneigter gegenüber der senkrechter Bügel: Balken *J*, *K*, *L* gegenüber *N*, *O*, *P*;

der Einfluß der wagerechten Abbiegung der oberen Enden senkrechter offener Bügel: Balken *B* gegenüber *P*, *Q*.


Auflager
Lastangriff
Auflager
Balken A.
Abb. 34. 51.
Lastangriff
Lastangriff
Balken B.
Abb. 35. 52.
Lastangriff
Lastangriff
Balken C.
Abb. 36. 53.
Balken D.
Abb. 37. 54.
Balken E.
Abb. 38. 55.
Balken F.
Abb. 39. 56.
Balken G.
Abb. 40. 57.


Balken *H.*
Abb. 41. 58.
Balken *I.*
Abb. 42. 59.
Balken *J.*
Abb. 43.
Balken *K.*
Abb. 44.
Balken *L.*
Abb. 45. 60.
Balken *M.*
Abb. 46. 61.
Balken *N.*
Abb. 47. 62.
Balken *O.*
Abb. 48. 63.
Balken *P.*
Abb. 49.
Balken *Q.*
Abb. 50. 64.

77. Die Anlage der Versuche war für den erstrebten Zweck richtig, denn für die Zerstörung des nur mit Längseisen bewehrten Balkens *I* wurde ein Riß entscheidend, der von einem Lastangriff unter 45° nach dem Auflager zu bis hinunter an die Eisen und alsdann längs dieser bis zum Auflager verlief; auch entstanden auf dieser Strecke an der Unterfläche längs unter den Einlagen lange Risse. Die Zerstörung war also der Wirkung von Querkräften zuzuschreiben, ohne daß weite Zugrisse auftraten oder der Obergurt zerdrückt wurde, und es kann vermutet werden, daß sie unter Gleitung des Eisens erfolgte.

Demgegenüber zeigten sich zwar auch bei sämtlichen anderen Balken mit Bügeln zwischen den Lasten und den Auflagern schräge Risse; nur nicht bei dem Balken *A*, bei dem aber, da er mit einer Einzellast belastet war, andere Beziehungen zwischen den Momenten und Querkräften vorliegen. Bei den Balken *N* und *O* gingen die schrägen Risse nicht so hoch hinauf, wie bei den übrigen. Alle diese Balken zerbrachen aber anders als der Balken *I* in der Art, daß ein zwischen den Lastangriffen liegender senkrechter Riß sich erweiterte und fortschreitend eine Zerdrückung des immer dünner werdenden Betongurtes herbeiführte, also in der dem Überwiegen des Biegungsmomentes und der Überschreitung der Längsspannungen eigenen Erscheinung. Risse in der Längsrichtung der Eisen an den Seitenflächen und an der Unterkante, wie sie bei dem Balken *I* beobachtet wurden, zeigten sich nur spärlich. Die Abb. 51 bis 64 geben die Bruchbilder der unteren und der in die Bildebene umgeklappten Seitenflächen; die Risse sind darin nach ihrer Aufeinanderfolge beziffert.

78. Ehe der schräge Riß, der den Balken *I* beim Bruch in zwei Teile schied, sich über die ganze Balkenschräge hoch erstreckte, hatte er sich schon allmählich auf etwa $^5/_6$ der ganzen Querschnitthöhe geöffnet. Die Schubfestigkeit der Betonmasse war also schon in weitgehendem Maße gestört, und doch ertrug der Balken weitere Laststeigerungen. Die Querkräfte mußten also zum größten Teile durch die Längseisen und durch die Reibung der Betonbruchflächen aufgenommen werden.

Die Zerstörung des Balkens erfolgte also im letzten Grunde nicht dadurch, daß die Querkräfte von den Betonteilen selbst und der Einlage nicht mehr aufgenommen werden konnten, sondern infolge der Überschreitung der zulässigen Spannungen an der Einbettung der Einlagen im Beton.

Bei allen anderen Balken entstanden nun schräge Risse in derselben Lage wie beim Balken *I*. Der Beginn der Bildung schräger Risse erfolgt annähernd unter denselben Lasten, jedenfalls sind keine regelmäßigen, mit der Bügeleinlage in Beziehung zu bringende Unterschiede aufzuweisen. Daraus muß man schließen, daß die Bügel — ob schräg oder senkrecht gerichtet — erst dann beansprucht werden, wenn der Beton gerissen ist.

79. Das wird durch die gleichzeitig vorgenommenen Messungen der Längenänderungen der geneigten Faser bestätigt. In der Abb. 65 sind oben die Längenänderungen der unter 45° geneigten Fasern der beiden Balken, die die Grenzwerte der Bügeleinlage aufweisen, aufgezeichnet: Balken *Q*, der mit senkrechtem, offenem, glatt endigendem Bügel versehen ist, und Balken *O*, der die stärksten unter 45° geneigten oben geschlossenen Bügel hat. Die Längenänderungen verlaufen im Anfang gleich, dann nehmen sie bei *O* langsamer zu als bei *Q*, und bald treten Risse ein. Zwar liegen die ersten Risse etwas auseinander, bei ihrer Betrachtung ist aber zu berücksichtigen, daß die Erkenntnis mit dem Auge nicht genau sein kann und bei starken Einlagen schwieriger ist, weil da die Risse

feiner bleiben. Nach anderen Beobachtungen von Feret, Turneaure und v. Bach ist die Erkenntnis der ersten Risse überdies nicht gleichbedeutend mit dem Beginn der Zerstörung des Betons, sondern diese erfolgt schon früher.

Es ist daher anzunehmen, daß die Zerstörung des Betongefüges dem Punkte nahe liegt, von dem sich ein Unterschied in den Dehnungen in der Art zeigt, daß sie bei den mit kräftigen Bügeln versehenen Balken zurückbleiben. Alsdann tritt die Wirkung der Bügel in der Art ein, daß sie die weitere Öffnung der Scherrisse hemmt, so daß diese Scherrisse nicht Ursache der Zerstörung des Balkens werden, sondern vielmehr die fortschreitende Öffnung senkrechter Mittelrisse und die Zerdrückung des immer schmaler werdenden Betons an der Oberkante. Das hat zur Voraussetzung, daß die Einlagen nicht in ganzer Länge gleiten, denn sonst würden sich sofort die Schrägrisse, die dem Auflager am nächsten sind, weiter öffnen. Vielmehr muß die Einlage weiter Zug aufnehmen und sich dehnen können, und dieser Dehnung folgend, öffnen sich die Mittelrisse.

Das Ergebnis wäre also, daß die in der Betonmasse selbst auftretenden Schubspannungen durch eine Quereinlage kaum entlastet, sondern in der zulässigen Größe doch überschritten werden, daß aber dann die weitere Ausdehnung dieser Risse verhindert wird und zwar durch geneigte Bügel besser. Die Verhinderung des weiteren Aufklaffens des Balkens wird alsdann nicht nur der Zug- und Haftfestigkeit der Längseinlagen im Beton überlassen, sondern die Bügel wirken dabei mit. Es kann also die Zugfestigkeit der Längseinlage höher beansprucht werden, ehe die Gefahr der Gleitung eintritt.

Es werden somit die Schubspannungen zwischen Eiseneinlage und Beton, die ein Hereinziehen der Längseisen bewirken wollen, durch die Bügel entlastet. Die Bügel bilden, auch wenn sie nicht

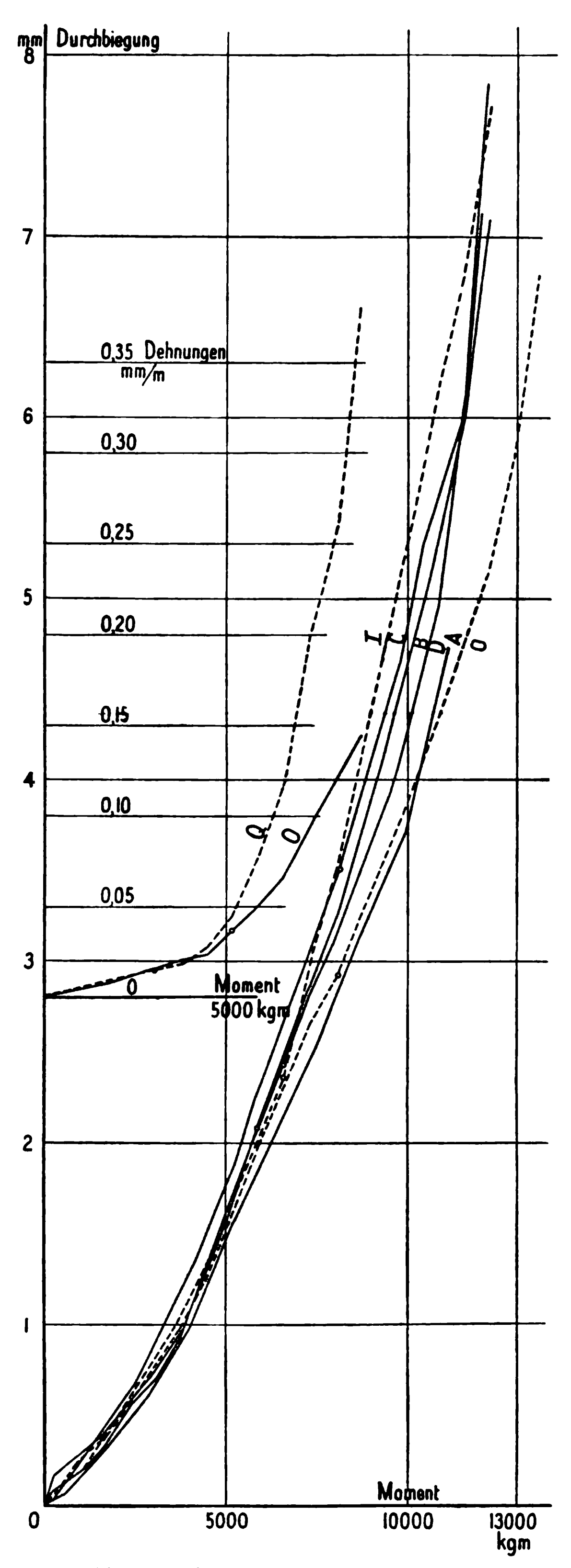


Abb. 65. o Beobachtung der ersten Risse.

mit dem Längseisen fest verbunden sind, durch die Vermittelung des Betons eine Verankerung der Längseinlagen, in die ein Teil des von den Längseinlagen aufzunehmenden Zuges wie in die geneigten Füllungsstäbe eines Fachwerks übergeht, nicht aber eine Sicherung des Betons gegen Abscherung. Sie treten erst in kräftige Wirkung, wenn das Betongefüge schon verändert ist, wenn also schon die Formänderung so weit vorgeschritten ist, daß sich ein neuer Zustand der Spannungsaufnahme im Körper gebildet hat.

80. Mörsch ist aus reinen Scherversuchen an kurzen Prismen ebenfalls zu dem Ergebnis gelangt, daß bei den Körpern mit Eiseneinlage die Abscherungsrisse im Beton etwa bei den gleichen Querkräften auftreten, wie bei den reinen Betonprismen, daß also die Scherfestigkeit des Eisens erst nach Überwindung der des Betons ausgenutzt werde, dann allerdings bis zum vollen Betrage. Eine gleichzeitige Zusammensetzung der Wirkung beider Stoffe nimmt er aus seinem Versuche nicht an; jedoch hinge die vollständige Zerstörung vom Widerstande des Eisens allein ab.

Aus dem Fehlen von Längsrissen an der Unterfläche bei den französischen Versuchen ist außerdem anzunehmen, daß durch die Bügel auch die absprengende Wirkung, welche die Längseinlagen mit wachsender Durchbiegung auf die unter ihnen liegende Betonschicht ausüben, und die naturgemäß den Zeitpunkt des Gleitens näher bringt, verringert wird.

81. Daß durch die Bügel die Wirkung des Verbundkörpers, solange er eine zusammenhängende Masse bildet, nicht geändert wird, wie es sein würde, wenn die Bügel schon frühzeitig als entlastender Teil mitwirken würden, zeigt auch der Vergleich der Durchbiegungen. In der Abb. 65 sind unten die Einsenkungen der Mitten der Balken *I*, *A*, *B*, *C*, *D* und *O* aufgetragen. Bis zum Auftreten der ersten Risse ist ein kennzeichnender Unterschied nicht zu bemerken; von den ersten schrägen Rissen an wachsen jedoch die Durchbiegungen des nur in der Längsrichtung bewehrten Balkens *I* stärker und annähernd im geraden Verhältnis, während bei den Balken mit Bügeln die Durchbiegungen langsamer, aber immer stärker als die Lasten zunehmen, so daß sie bogenförmig verlaufen und zwar bei dem Balken *O* mit der größten Quereinlage anscheinend langsamer als bei den übrigen vier Balken mit mittlerer Armierung. In die sonst bei Platten und Balken nach dem Reißen des Betons eintretende geradlinige, nur vom Betondruck und vom Zug an den Einlagen abhängige Zunahme der Einsenkungen greift hier ein verzögerndes Mittel ein.

Es kann also auch aus den Einsenkungen geschlossen werden, daß eine zweite Einlage erst nach der Überwindung der Schubfestigkeit der Betonmasse hervortritt, daß sie dann aber als Querglied zwischen Untergurt und gedrücktem Obergurt einsetzt.

82. Der einfache Vergleich von Bruchlasten hat nach dieser Entwickelung für die Frage der Sicherung des Betons durch Bügel gegen Scherkräfte nur geringen Wert. Für ihre Klärung muß der Gang der Brucherscheinungen, wie geschehen, verfolgt werden. Denn anders als bei den erwähnten früheren Versuchen, die bis zur letzten Last mit denselben tragenden Größen — Beton und Längseisen — unter gleichen Bedingungen arbeiten, scheiden sich hier die Versuche von dem Zeitpunkt, in dem die Bügel zur Wirkung kommen, in zwei Richtungen. In der einen, welcher der Balken *I* folgt, wird entscheidend der Gleitwiderstand der Einlage allein, die Zugfestigkeit des Eisens tritt zurück. Bei der anderen können die Eisenzugspannungen noch weiter als maßgebende Größe arbeiten, indem die Haftung des Eisens und damit die Möglichkeit der Ausnutzung der Zugfestigkeit infolge der Entlastung durch die Bügel länger erhalten bleibt. Daß die Bruchlast des Balkens *I* am Schluß bei der der übrigen Balken liegt, wird daher ein Zufall, keine Notwendigkeit sein.



83. Jedoch kann an den Bruchlasten der Balken mit Bügeln unter sich die Wirkung verschiedener Ausbildung der Bügel zur Erreichung einer höheren Traggrenze verfolgt werden. Die Schlüsse müssen sich aber auf die allgemeinen Bemerkungen beschränken, daß schräge Bügel besser wirken als senkrechte, daß eine Vermehrung des Eisenverhältnisses der Bügel günstig wirkt, und daß bei gleichem Querschnitt die Verteilung in mehr Bügel vorteilhaft ist. Es ist zu schließen, daß die Bügel dann am günstigsten wirken, wenn sie möglichst nur in ihrer Längsachse beansprucht werden und die günstigste Verteilung ihres Querschnittes für die Haftung im Beton und die Zugfestigkeit aufweisen. Das wäre die Richtung der Zugspannungstrajektorien oder genähert die Steigung von 45°.

84. Die französische Regierungskommission entwickelt ihre Ansichten aus den einzelnen Versuchen nicht. Ihr Endurteil trifft mit der obigen Ableitung dahin zusammen, daß die zweite Einlage, die so angeordnet ist, daß sie die Querdehnungen des Betons verhindern solle, doch die Elastizität des ganzen Balkens nur in geringerem Maße vermehre als Längseinlagen von gleichem Querschnitt. Häufig sei die Vermehrung nur ganz gering.

Dagegen vermehre die zweite Einlage den Widerstand gegen die völlige Zerstörung des Betonkernes um so mehr, als sie für die Aufnahme der Querdehnungen zweckmäßig angeordnet sei. Nach der Richtung könne ihre Wirkung viel größer sein als die einer Längseinlage von gleichem Querschnitt.

Die Quereinlage wirke erst, wenn die Elastizität des Betons überschritten sei, aber dann gewinne ihre Tätigkeit eine große Wichtigkeit.

85. Ein abschließendes Urteil kann über die Frage der Quereinlage aus den vorliegenden Versuchen nicht gefällt werden; einmal steht auf der einen Seite nur der Balken *I*, andererseits kann die ganze Frage, wie die Ableitung zeigt, auch bei eingehender Verfolgung des Zerstörungsvorganges nicht lediglich durch Festigkeitsproben entschieden werden. Sie würde zu ihrer Lösung eingehende Formänderungsmessungen, die Beton und Eisen beobachten, erfordern; insbesondere zur Feststellung der Wirkung der Bügel in bezug auf die Erhöhung der Gleitsicherheit der Einlage im Beton.

Ob zwischen der Schersicherheit der Betonmasse und der Längseinlage Beziehungen gefunden werden können, muß nach den Scherversuchen von Mörsch dahingestellt bleiben.

5. Die Gleitsicherheit.

86. Über den Begriff der Gleitsicherheit bestehen verschiedene Ansichten. Bisweilen ist angenommen worden, daß das Zusammenwirken von Beton und Eisen auf einem bloß mechanischen Nebeneinanderwirken der beiden Stoffe beruht, das solange dauert, als die mechanische Verbindung anhält. Diese mechanische Verbindung käme dadurch zustande, daß sich der Beton beim Erhärten zusammenzieht und so das Eisen festklemmt.

Den Ausdruck Haftfestigkeit als Bezeichnung für den Widerstand gegen Gleiten hält auch v. Bach nicht für richtig. Er meint, man werde bei dieser Bezeichnung zunächst an Kräfte denken, die senkrecht zur Staboberfläche wirken. v. Bach bringt daher die Bezeichnung Gleitwiderstand in Vorschlag, da es sich um den Widerstand handelt, der sich dem Gleiten des einbetonierten Eisens entgegensetzt. Dem ist entgegengehalten worden, daß man unter Gleitwiderstand in der Regel den Widerstand des Gleitens von Flächen zu verstehen pflege, die sich ohne Anhaftung nur mit Reibung berühren.



87. Der Ansicht aber, daß die Verbindung von Eisen und Beton nur eine mechanische sei, stehen die Versuche von M. Breuillie[1]) gegenüber. Dieser drückte 30 Eisenplatten von 3,5 cm Breite und 7 cm Länge auf eine frische Mörtelunterlage aus einem Teil Zement und zwei Teilen Sand auf. Nach erfolgtem Erhärten unter gewöhnlichen Umständen wurden die Platten vom Mörtel unter Vermeidung von Nebenwirkungen wie Reibung und Gleitung losgerissen. Es ergab sich:

nach einer Erhärtung von	2	7	12	17	22	27	30	Tagen
eine Haftfestigkeit von . .	0,28	0,67	0,95	1,14	1,30	1,32	1,54	kg für d. cm².

An anderen Versuchen fand Breuillie, daß ein vor dem Umkleiden mit Mörtel rostiger Eisenstab nach Entfernung des Mörtels nach 15 bis 20 Tagen vollkommen frei von Rost erschien, gerade als ob er das Eisenoxyd an den Zement abgegeben hätte.

Daß zwischen der Oberfläche des Eisens und dem Zement eine chemische Wechselwirkung eintritt, zeigte sich auch daran, daß metallglänzend eingebettete Stäbe matt wurden, und daß nach dem vollständigen Entfernen des Mörtels eine Gewichtszunahme gegenüber dem Gewicht bei der Einbettung festzustellen war. Breuillie hat diese Gewichtszunahme an Platten bemerkt und dann, nachdem die Platten einige Stunden im Wasser gelegen hatten, wiederum eine Gewichtsabnahme gefunden. Daraus schließt Breuillie, daß sich zwischen Beton und Eisen ein lösliches Salz gebildet habe.

Als Beleg dafür, daß dem so sei, und daß die chemisch entstandene Haftfestigkeit durch Wasser zerstört werde, gibt Breuillie an, daß er bei anderen Versuchen, bei denen durch 30 cm dicke Platten Wasser mit 12 m Druckhöhe hindurchgepreßt wurde, nachher ein Aufhören der chemisch entstandenen Haftfestigkeit erkannt habe.

Dieselbe ungünstige Wirkung hätten Temperaturen von 500 bis 550° C gehabt.

Diese chemische Bildung der Haftfestigkeit wird natürlich vermehrt werden, wenn die Einlagen mit möglichst großer Oberfläche angeordnet werden, und wenn sie solche Querschnitte haben, die das allseitige Umfassen durch den Beton nicht behindern.

88. Außer solchen chemischen Vorgängen entsteht aber gewiß bei der mit der Erhärtung des Betons verbundenen Raumänderung noch ein physikalischer Vorgang, indem bei der Zusammenziehung des Mörtels das Eisen festgepreßt wird. Dafür liegen, wenn der Beton in der Luft erhärtet, andere Bedingungen vor als bei der Erhärtung im Wasser, da in der Luft ein Schwinden, im Wasser hingegen eine Raumausdehnung einzutreten scheint. Dieser Vorgang ist aber von den chemischen Bedingungen ganz unabhängig.

89. Die Zerstörung des Zusammenhangs zwischen Beton und Eisen braucht auch nicht in dem durch den chemischen Vorgang neu gebildeten Ringe zu erfolgen, sondern sie kann auch an seiner inneren Leibung — der Eisenoberfläche — oder an seiner äußeren Hülle — der ersten ungeänderten Betonschicht — oder auch zwischen den nächstliegenden Betonringen erfolgen. Je nachdem würde als nicht mechanisch entstandener Beitrag die Schubfestigkeit des Betons an die Stelle der zwischen der Eisenoberfläche und dem Beton geschaffenen Beziehungen treten. Wie die Versuche von Breuillie zeigen, können vielleicht auch im selben Körper Feuchtigkeit und Temperatur die Beziehungen zwischen Eisenoberfläche und dem Beton ändern.

90. Der Begriff einer zulässigen Spannung für den Zusammenhang zwischen Eisen und Beton wird daher in gewissem Grade von sehr vielen Einflüssen abhängig sein. Es steht fest, daß er bei der Entstehung von der Art der trockenen Mörtelmischung, dem Wasserzusatz, der Beschaffenheit, Gestalt und Größe der Eisenoberfläche und den

[1]) Tonindustrie-Zeitung 1904, S. 1293.



Bedingungen der Abbindung des Mörtels abhängig ist, abgesehen von seiner späteren Änderung durch Wasser- oder Wärmeeinwirkungen. Da die inneren Vorgänge nicht genau geklärt sind, wird mit der Summe der mechanischen und chemischen Vorgänge, also mit der Gesamtheit der dem Gleiten entgegen wirkenden inneren Kräfte als Einheit zu rechnen sein.

Für die Feststellung einer Einheit für die zulässige Beanspruchung des Verbandes gegen Gleiten in kg für das cm² der Berührungsfläche zwischen dem Beton und dem Eisen ist zu beachten, daß für Herausziehen und Hineindrücken und für Biegung verschiedene Verhältnisse der Erregung der Spannung vorliegen. Bei dem Versuch, einen Eisenstab aus einer Betonhülle herauszuziehen oder zu drücken, wirkt an der Stelle, an der der Stab in den Beton eintritt, die gesamte Belastung. Auf welche Länge und ob überhaupt auf der ganzen Länge — entsprechend der Abgabe der Eisenspannung an den Beton — Spannungen am Umfange des Eisens erregt werden, hängt nicht mehr sowohl von den äußeren Kräften, sondern vielmehr von Beziehungen zwischen den beiden Materialien ab. Die Eisenspannung wird zwar allmählich an den Beton abgegeben werden; nach welchem Gesetz das geschieht, ist unbekannt und nach Länge und Dicke des einbetonierten Eisens verschieden.

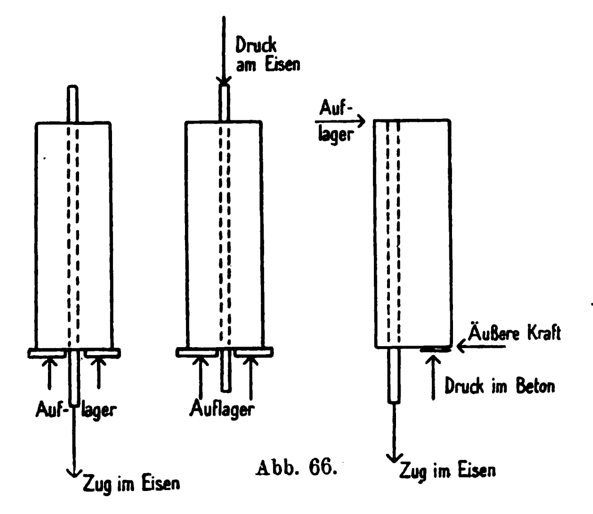


Abb. 66.

Bei einem gebogenen Balken ändern sich dagegen die Spannungen im Eisenstabe über seine ganze Länge als Folge der äußeren Kräfte nach dem Verlaufe des Angriffsmomentes, und es müssen Spannungen auf der ganzen eingebetteten Länge erregt werden; und zwar ist die auf die eingebettete Längeneinheit wirkende erregende Kraft an jeder Stelle bekannt, nämlich gleich dem Unterschiede der Zugkräfte in den beiden die Längeneinheit begrenzenden Querschnitten.

Eine Kraft P, die einen Eisenstab aus einer Betonhülle von der Länge L durch Längskraft entfernen soll, wird also die Verbindung zwischen Eisen und Beton anders beanspruchen als die gleiche Kraft P, die in einem vom Auflager ebenfalls in der Länge L entfernt liegenden Querschnitt der Einlage eines gebogenen Balkens entsteht. Die Abb. 66 veranschaulicht diese Verschiedenheit.

Überdies kann aber eine gleiche Eisenspannkraft P an demselben Querschnitt eines gebogenen Balkens durch die verschiedensten Belastungszustände entstehen, so daß zwar immer die gleiche Einbettungsfläche und die gleiche Kraft beim Eintritt, aber ein anderer Abfall der Spannkraft im Eisen zu betrachten wäre. Endlich kann dieselbe Größe P durch wiederum andere Lasten in anderen Querschnitten desselben oder auch eines anderen Balkens erzeugt werden — so daß also die gleiche Kraft beim Eintritt, aber andere Einbettungslängen und ein anderer Abfall vorliegen würde.

Man wird daher bei der Bewertung der bei Biegung die Haftspannung erregenden Kräfte immer auf die Länge 1 zurückgehen und sie gleich der Differenz der an den Enden der Längeneinheit wirkenden Längskraft im Eisen ermitteln müssen. Aber man nähert sich auf diese Weise der Möglichkeit der Feststellung einer Einheit. Die von Zug- und Druckversuchen aus der Teilung der Kraft durch die Einbettungsfläche ge-

wonnenen Zahlen kann man ohne weiteres nicht einmal vergleichen, da sie nur einen Durchschnittswert darstellen.

Einfach wird man eine Einheit der Haftfestigkeit aus Biegungsversuchen mit geradlinig bis auf Null am Auflager abfallenden Angriffsmoment erhalten können. Bei einer solchen Beanspruchung fällt ja die Spannkraft im Eisen in gleichen Schichten ab. Würde man also in solchem Falle den im Eisen entstehenden Zug mit Spannungsmessern genau feststellen können, so erhielte man durch Teilung dieser Kraft durch die eingebettete Oberfläche eine Spannungseinheit. — Biegungsversuche, die ihr Augenmerk auch auf die Feststellung der Haftfestigkeit gerichtet haben, haben zwar mit einer solchen Belastung — eine Einzellast in der Mitte oder zwei Lasten in ähnlicher Lage — gearbeitet, aber die Eisenspannung wird gerechnet und nicht gemessen, und überdies ist der Beginn der Gleitung des Eisens häufig nicht genügend genau beobachtet, so daß das einwandfreie Material zur Ermittelung der Haftspannung bisher gering ist.

6. Versuchsreihen von Probst (Zürich).[1]

91. Probst hat 16 Balken von 15 cm Breite, 25 cm Höhe und 1,50 m Länge über 1,30 m Stützweite mit einer Mittellast bis zum Bruch belastet.

Der Balken 1 war unbewehrt, die Verstärkung der übrigen erläutern die Zusammenstellung 6 und die Abb. 67. Die Länge der Einlagen betrug 1,45 m, so daß ihre Enden noch $2\frac{1}{2}$ cm vom Beton überdeckt waren und 7,5 cm über die Auflager hinausgingen.

Zusammenstellung 6.

Nr.	Nutzhöhe	Einlage	%	Bruchlast	Haftfestigkeit
1	25,0		—	11000	—
2	22,0	1 Rundeisen . . . . 20 mm Durchm.	0,95	2050	—
3	24,1	1 Quadrateisen . . . . 18 „ Seite .	0,91	3200	13,9
4	24,0	1 Rundeisen . . . . 20 „ Durchm.	0,87	3550	13,5
5	23,2	1 „ . . . . 20 „ „	0,90	3815	15,2
6	22,8	1 „ . . . . 20 „ „	0,92	4000	16,1
7	21,9	1 „ . . . . 20 „ „	0,96	4000	16,8
8	21,1	1 „ . . . . 20 „ „	0,99	4000	17,4
9	20,0	1 „ . . . . 20 „ „	1,05	5150	24,5
10	22,3	2 „ . . . . 14 „ „	0,92	5750	16,9
11	22,5	4 „ . . . . 10 „ „	0,93	5000	10,3
12	22,0	1 „ . . . . 20 „ „	0,95	4250	17,9
13	22,1	1 Quadrateisen . . . . 10 „ Seite .	0,98	5150	20,2
14	22,3	1 Johnsoneisen 14,6 · 14,6	0,64	5400	21,6
15	22,2	1 Ransomeeisen 16 · 16	0,77	4500	18,2
16	22,0	1 Rundeisen 20 mm Durchm., an den Enden hochgebogen	0,95	5800	—

Die Betonmischung bestand aus 1 Teil Zement und etwa 5 Raumteilen eines Gemenges aus Sand und Kies. Eine Scherfestigkeitsgröße wurde in Vorversuchen als Bruch aus der Scherkraft und der Scherfläche zu 20 kg für 1 cm² ermittelt.

92. Beobachtet wurden die Brucherscheinungen. Die der Bruchlast entsprechenden,

$$\text{gleich} \ \frac{\text{Querkraft}}{\text{Hebelarm der inneren Kräfte} \times \text{Umfang der Einlage}}$$

errechneten Haftfestigkeiten sind in der Zusammenstellung 6 angegeben.

[1]) Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft VI, Berlin 1906. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn.



Probst beobachtet ohne Hilfsmittel, daß bei allen Balken die Zerstörung unter Gleitung des Eisens erfolgte und zwar bei den Balken 1 bis 5 von Rissen aus, die zwischen den Lastangriffen lagen; bei den übrigen von Rissen außerhalb der Lastangriffe; bei dem Balken 16, indem die Eisen den Balken der Länge nach aufschlitzten. Wenn tatsächlich bei allen Balken das Eisen glitt, so ist ersichtlich, daß bei den Balken, die vom Mittelrisse aus brachen, die Einlagen früher glitten als bei denen, die von Quer-

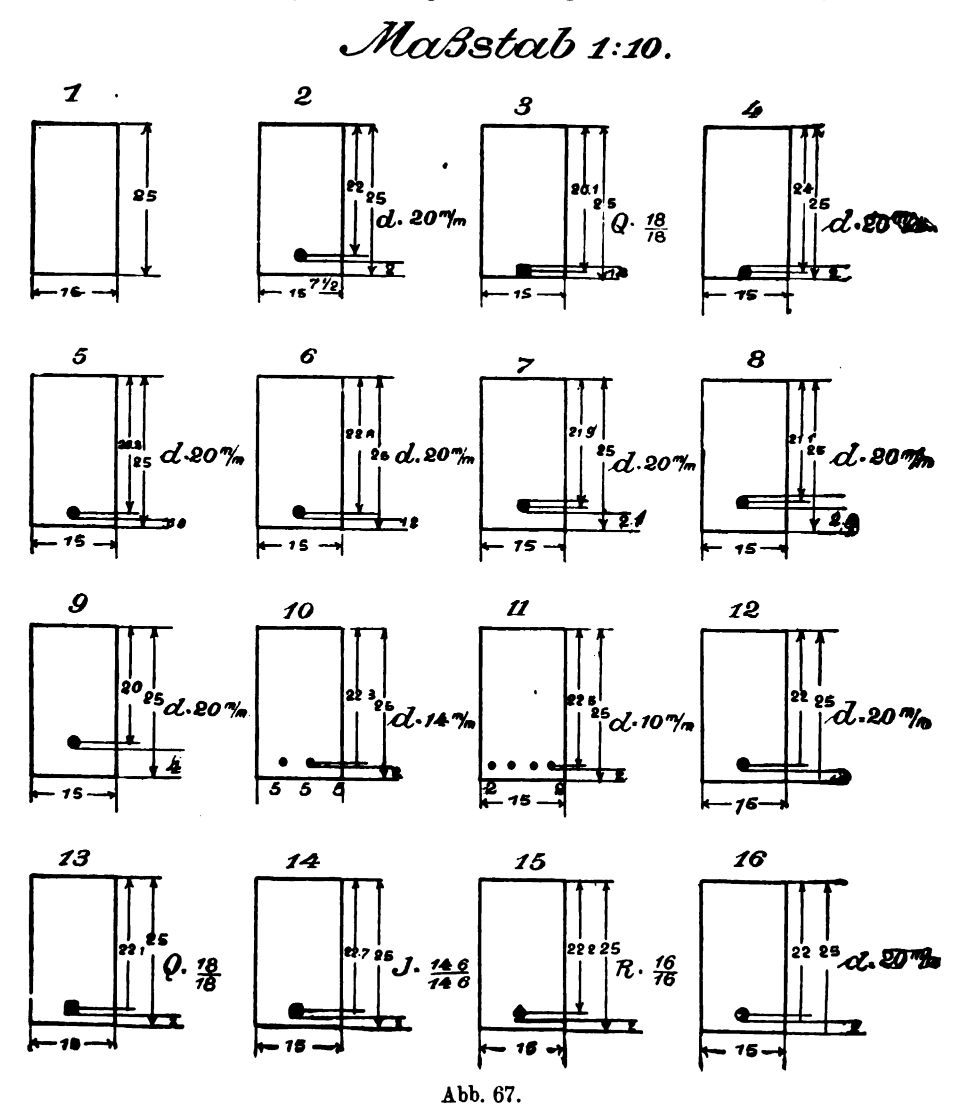


Abb. 67.

rissen brachen; denn letztere Balken hielten noch so lange, daß auch die Scherfestigkeit der Betonmasse zerstört wurde, und dann beim Gleiten des Eisens die dem Auflager näher liegenden Scherrisse für den Bruch maßgebend werden konnten.

93. Von den Versuchen sind mit der gleichen Einlage versehen die Balken: 2—4, 5, 6, 7, 8, 9—12—16.

Die Balken 2 und 16 scheiden aus der Vergleichsreihe aus. Bei ersterem wurde die Einlage nach dem Einbetonieren fortwährend um ihre Achse gedreht. Nach 14 Tagen war das nicht mehr möglich, aber man konnte die Enden des Stabes bewegen, so daß er an den Auflagern lose und nur in der Mitte am Beton haftete. Es liegen also bei

diesem Versuch nicht die üblichen Ausführungsbedingungen vor. Die mit ihm erreichte Bruchlast betrug nur etwa die Hälfte des — abgesehen von der Drehung des Eisens — gleichen Balkens 7. Es werden aber daraus keine Schlüsse gezogen werden können, da durch die Drehung der Einlage, mit der naturgemäß eine schleifende Wirkung zwischen Einlage und Hülle verbunden war, alle Bedingungen der Gleitsicherheit geändert werden.

Ebenso nimmt der Balken 16, bei dem die Einlagen an den Enden mit Haken versehen waren, und der dadurch zerstört wurde, daß diese Haken beim Hereinziehen den Balken in der Längsrichtung aufschnitten, eine Ausnahmestellung ein. Bei ihm sicherten die Aufbiegung noch nach der Zerstörung der Anhaftung den Verbund, so daß die Bruchlast für die Erkenntnis der Haftfestigkeit keinen Anhalt gibt.

Innerhalb der anderen Balken zeigt sich, daß die Balken von geringerer Höhe tragfähiger sind als die größeren, eine mit anderen Untersuchungen im Widerspruch stehende Tatsache. Wenn der Eisenzug und der Betondruck unter gleichen Bedingungen hätten ausgenutzt werden können, so hätten die Balken mit höherem Betonquerschnitt über der Einlage eine größere Tragkraft liefern müssen; also müßten die Unterschiede in den Bedingungen für die Befestigung des Eisens im Beton zu suchen sein, also in der Dicke der unter dem Eisen liegenden Betonhaut, da anderes nicht in Frage kommt Diese unter dem Eisen liegende Betonschicht war, je dünner sie war, desto weniger fähig, dem Bestreben des gebogenen Eisens, die untere Hülle abzusprengen, entgegenzuwirken, und dadurch wird natürlich die Möglichkeit des Gleitens begünstigt. Die Balken 5 und 6 liefern daher steigende Bruchlasten, wie die untere Betonschicht von 0 auf 8 und 1,2 cm zunimmt. Bei den Balken 6, 7 und 8 mit 1,2 und 2,1 und 2,9 cm Dicke ist das Ergebnis gleich, bei Balken 9 mit 4 cm wiederum besser. Ein zahlenmäßiger Schluß über die unter den Eisen erforderliche Betonstärke ist aus diesen wenigen Versuchen nicht zu ziehen.

94. Der Balken 12, bei dem das Eisen verrostet eingelegt war, ergab gegenüber dem sonst gleichen, aber mit blanker Einlage versehenen Balken 7 eine Erhöhung der Leistung um 6 Hundertstel, so daß eine Erhöhung der Haftfestigkeit auf die Wirkung des Rostes gesetzt werden könnte.

95. Die Balken 6, 7 und 10 und 11 können bei gleicher Nutzhöhe des Betons einen Vergleich über die Wirkung der Verteilung der Einlage ermöglichen: Der Balken 10 mit 2 Einlagen erreicht auch eine wesentlich höhere Last, der Balken 11 mit 4 Einlagen jedoch nicht mehr dieselbe. Die erreichten Haftspannungen sind bei den Balken 10 und 11 geringer als bei den Balken 6 und 7.

Natürlich liegt mit dem Umfang der Oberfläche eine größere auf Haftfestigkeit zu beanspruchende Fläche vor. Es wird also bei gleicher Beanspruchung der Eisen eine größere Gleitsicherheit vorhanden sein bezw. bei gleicher Haftspannung eine höhere Eisenzugspannung aufgenommen werden können. Die Verteilung wird aber, wie schon die Versuche von Feret zeigen, mit Rücksicht auf die erforderliche Betonbreite nicht zu weit getrieben werden dürfen. Es ist bei den Balken

	6 und 7	10	11
das Verhältnis der verbleibenden Betonbreite zur Einlagebreite	6,5	4,4	2,75

Der Vergleich dieser Zahlen mit den bei Feret vorhandenen zeigt wieder, daß eine regelhafte Aufstellung einer Zahl die Beziehungen nicht klärt.

96. Zu einem Vergleich zwischen Rundeisen und Quadrateisen sind die Balken 7—13 und 3—4 geeignet. Zwischen beiden Paaren zeigt sich die Überlegenheit der Quadrateisen, obwohl theoretisch der Balken 3 sogar eine geringere eingebettete Oberfläche gehabt hatte als Balken 4. Praktisch wird aber wohl mit der Einbettung

der unteren Hälfte des Rundeisens beim Balken 4 kaum, wohl aber mit dem Anhaften des Betons an den Seiten des Quadrateisens zu rechnen sein, so daß also auch bei 3 eine Überlegenheit der Größe der Berührungsfläche entscheidend wird.

In der gleichen Höhe wie das Quadrateisen beim Balken 13 liegt bei den Balken 14 und 15 ein Johnsoneisen (mit Knoten versehenes Quadrateisen) und ein Ransomeeisen (gedrehtes Quadrateisen). Die Querschnitte und die Oberfläche sind jedoch verschieden. Der Balken mit dem Knoteneisen erreicht eine höhere Bruchlast.

97. In Zahlen ergäbe sich die Haftfestigkeit:

an den Balken	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
	13,9	13,5	15,2	16,1	16,8	17,4	24,5	16,9	10,3	17,9	kg für 1 cm².

Bei der Betrachtung ist zu berücksichtigen, daß an den Balken *10* und *11* die eingebettete Oberfläche so groß war, daß nicht die Haftfestigkeit sondern die Scherfestigkeit der Betonmasse für die Zerstörung maßgebend war. Die bei dem Balken *9* erzielte Zahl 24,5 kg für 1 cm² ist die höchste. Es ist anzunehmen, daß bei den übrigen Balken diese Zahl nicht erreicht wurde, weil die unter und seitlich der Einlagen liegende Betonschicht dünner war und der absprengenden Wirkung der sich durchbiegenden Eiseneinlagen weniger Widerstand leistete.

7. Versuchsreihen von v. Bach (Stuttgart).[1])

98. v. Bach hat fünf Reihen von Balken, die mit einem Rundeisen bewehrt waren, mit zwei zur Mitte gleichliegenden Kräften bis zum Bruche belastet und durch Messung an den Enden der Einlagen nachgewiesen, daß alle durch Gleitung der Einlagen zerstört wurden. Die Zusammensetzung aller Körper betrug ein Raumteil Portlandzement auf vier Teile Sand und Kies und 15 Hundertstel Wasser.

Er berechnet aus der Bruchlast unter Rechnungsannahmen, die denen von Probst zur Ermittelung der Haftfestigkeit ähnlich sind, den im Augenblick des Gleitens vorhandenen Gleitwiderstand. Das Ergebnis zeigt die folgende Zusammenstellung:

Nr.	Breite der Balken cm	Höhe der Balken cm	Dicke der Betonschicht unter der Einlage cm	Durchmesser der Einlage cm	Oberflächenbeschaffenheit der Einlage	Umfang der Einlage cm	Querschnitt der Einlage cm	Bruchlast nach 50 Tagen kg	Bruchlast nach 6 Monaten kg	Gleitwiderstand nach 50 Tagen kg/cm²	Gleitwiderstand nach 6 Monaten kg/cm²
1	30	30	1,0	2,5	künstlich geglättet	7,85	4,15	3750—4240	5290— 6500	10,3	14,5
2	30	30	1,0	2,5	künstlich geglättet	7,85	4,15	6500—7500	8500— 9000	17,9	21,0—22,7
3	20	30	1,0	1,2	mit Walzhaut	5,65	2,54	—	5750— 6000	—	19,9—22,3
4	15	30	1,7	2,2	mit Walzhaut	6,91	3,80	—	5650— 7250	—	17,0—21,7
5	30	30	1,0	3,2	mit Walzhaut	10,05	8,04	—	8500—11000	—	17,0—22,1

99. Der Gleitwiderstand ergab sich also an Eisen mit Walzhaut bei den 50 Tage alten Körpern um rund 74 Hundertstel, bei dem 6 Monate alten um rund 52 Hundertstel höher als bei den geglätteten Eisen. Er betrug bei allen Einlagen im Mittel 20,4 kg für das Quadratzentimeter zwischen den Grenzen 17 und 22,7. Auch diese Zahlen sind jedoch zur zuverlässigen Beantwortung der Frage nicht ausreichend. Weitere vergleichsfähige Versuche sind nur spärlich vorhanden.

Diese zeigen jedoch, daß eine Einheit für die Haftfestigkeit aus Biegungsversuchen eher zu finden ist, in Zug- und Druckversuchen schwer. —

[1]) Versuche mit Eisenbetonbalken, Mitteilungen über Forschungsarbeiten des Vereins deutscher Ingenieure, Heft 39.

100. Das erweist ein Vergleich mit anderen Versuchen, die v. Bach zur Feststellung des Gleitwiderstandes beim Herausziehen angestellt hat.[1]) Die Haftfestigkeit wurde hier ermittelt, indem aus quadratischen Betonprismen von 22 cm Querschnittsseite und Höhen von 10, 15, 20, 25 und 30 cm die eingelegten Rundeisen herausgezogen wurden, und die als Bruch von Angriffskraft und eingebetteter Fläche entstehende Größe ermittelt wurde. Sie ergab sich in Kilogramm für das Quadratzentimeter:

Für die Länge	Bei Rundeisen mit Durchmesser			Quadrateisen		Flacheisen
cm	1 cm	2 cm	4 cm	2 × 2 cm	4 × 4 cm	1 × 4 cm
10	17,1	25,1	—	—	22,6	—
15	14,1	18,5	27,7	26,2	22,6	19,6
20	12,2	15,6	—	—	—	—
25	13,6	18,1	—	—	—	—
30	11,3	15,3	26,8	19,8	—	18,4

Aus dieser Zahlenreihe ergibt sich in kennzeichnender Weise der Einfluß der Lastverteilung, der bei Zugversuchen den beiden Materialien obliegt, im Gegensatz zu Biegungversuchen, bei denen die Verteilung der Spannungserregung von den äußeren Kräften abhängig ist. Es zeigt sich, daß die errechneten Größen mit der Länge des einbetonierten Eisens abnehmen; andererseits nimmt die Größe mit der Dicke der Rundeisen zu. v. Bach weist darauf hin, daß der Grund dafür in der Elastizität des Eisenstabes zu suchen ist, dessen Dehnung abnimmt, je mehr die beim Eintritt in den Beton in voller Größe im Eisen wirkende Kraft in der Staboberfläche an den Beton abgegeben wird.

Wie diese Zahlen, so sind auch die sonst vorhandenen Größen, die bisher als Ergebnis von Versuchen über die Haftfestigkeit aufgestellt sind, sehr verschiedenartig. Im folgenden ist eine Zusammenstellung von Grenzwerten von verschiedenen Versuchen wiedergegeben. Es sind Zahlen, die zwischen 0,28 und 60,3 kg für das Quadratzentimeter schwanken.

	kg für das cm²		
v. Bach	5,8	bis	41,6
Mörsch	7,0	„	49,0
Mörsch und Wayss & Freytag	24,0	„	56,6
E. S. Wheeler	12,2	„	39,0
A. N. Talbot	12,2	„	27,2
C. E. de Puy	13,2	„	24,0
C. W. Spofford	15,4	„	26,4
S. W. Emerson	19,6	„	41,2
F. K. Konstant	22,2	„	60,3
Kleinlogel	17,69	„	41,0
v. Emperger	6,1	„	32,8
Oswald Meyer	9,35	„	52,1
Feret	6,0	„	54,2
Breuillie	0,28	„	1,32
Liebau	3,36	„	12,54
Französische Regierungskommission	6,38	„	16,52
K. W. Hatt	33,1	„	53,2
Bauschinger	25,0	„	47,0.

[1]) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1905, Seite 124.

101. Aus solchen Versuchen können jedoch, wenn sie unter sonst gleichen Bedingungen angestellt sind, Schlüsse über die Einwirkung der Mischung und des Arbeitsvorganges gezogen worden. Diese Ergebnisse sind nach v. Bach aus seinen Versuchen in folgendem zusammenzufassen:

1. Der Gleitwiderstand hängt bei Vollkommenheit der prismatischen Form des einbetonierten Stabes von der Beschaffenheit der Oberfläche desselben ab und bei Abweichungen von der prismatischen Gestalt auch von diesem. Gedrehte und abgeschlichtete Stäbe ergaben nur die Hälfte des Widerstandes, welcher für Stäbe mit Walzhaut gefunden wurde.

Beim Herausziehen des abgedrehten und abgeschlichteten Stabes kann nach Eintritt des Gleitens eine solche Aufrauhung der Staboberfläche stattfinden, daß der Gleitwiderstand weit über die Größe hinaufsteigt, die für den Beginn des Gleitens ermittelt wurde.

2. Der Gleitwiderstand hängt in großem Maße von der Menge Wasser ab, mit welcher der Beton angemacht wurde. Bei dem geringsten Wasserzusatz, mit dem es noch möglich war, Versuchskörper herzustellen, wurde unter sonst gleichen Verhältnissen der größte Gleitwiderstand erzielt. Für die durchgeführten Versuche (3 Teile Sand und 2 Teile Kies, beide vollständig trocken) wird ein Wasserzusatz von 15 vom Hundert als derjenige anzusehen sein, den man bei Herstellung von Eisenbeton nicht wohl unterschreiten kann.

3. Änderungen des Sandzusatzes innerhalb gewisser Grenzen beeinflussen den Gleitwiderstand nicht bedeutend.

Die Versuchskörper enthielten 1 Teil Zement auf 4 Teile einer Mischung Sand und Kies. Diese Mischung wechselte zwischen:

1,4	Raumteilen Sand und	2,6	Raumteilen Kies,	das ist	1 : 1,86,
1	„ „ „	1	„ „	„ „	1 : 1,
2,5	„ „ „	1,5	„ „	„ „	1 : 0,6.

4. Bei gleicher Querschnittsgröße liegen die Werte für das Quadrateisen und das dünnere Flacheisen erheblich über denen für Rundeisen.

5. Der Gleitwiderstand durch Herausdrücken des Eisenstabes ermittelt, findet sich größer, als wenn die Lösung durch Herausziehen erfolgte.

6. Der Gleitwiderstand ergibt sich bei rascher Durchführung des Versuches, d. h. bei rasch ansteigender Belastung erheblich größer als bei langsamer Durchführung, derart, daß die Last auf jeder Stufe längere Zeit wirkt.

7. Erschütterungen, welche der fertige Betonkörper vor seinem Abbinden dadurch erfuhr, daß er auf der Holzunterlage stand, die durch Einstampfen anderer Körper erschüttert wurde, erhöhten den Gleitwiderstand. Diese Erhöhung ist bis zu einer gewissen Grenze um so bedeutender, mit je geringerem Wasserzusatz gearbeitet wurde; sie verschwindet bei großem Wasserzusatz. —

8. Versuchsreihen von v. Emperger (Wien).[1]

102. Es entsteht nun die Frage, ob die Haftfestigkeit der Einlagen durch eine Einlage zweiter Art — schräge oder gerade Bügel — oder durch andere Hilfsmittel — Abbiegung, Verschraubung, Umwinden der Enden der Längseinlagen mit Draht — erhöht werden kann. Für ihre Beantwortung wird zuerst eine genaue Feststellung des zu verfolgenden Begriffes nötig sein. Es sei dazu nochmals das über die Wirkung einer zweiten Einlage zur Entlastung der Schubspannungen im Beton abgeleitete Ergebnis

[1]) Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft III, 1905 und Heft V, 1906. Berlin, Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn.



wiederholt: Die Bügel entlasten zwar die Schubspannungen im Beton kaum; Scherrisse entstehen unter ähnlichen Lasten, wie wenn keine zweite Einlage da wäre. Aber die Bügel können alsdann den Bruch des Balkens, nicht die ersten Änderungen seines Gefüges hinausschieben.



Abb. 68.



Abb. 69.

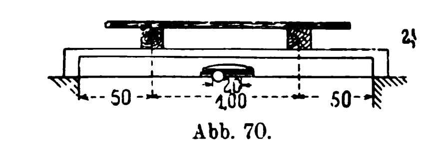


Abb. 70.

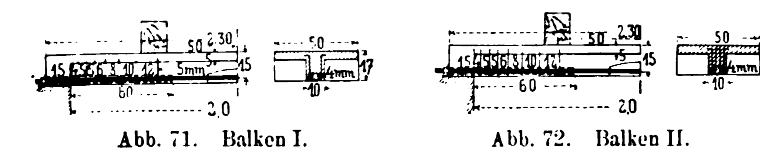


Abb. 71. Balken I. Abb. 72. Balken II.

So werden auch bei der Gleitsicherheit zwei Vorgänge genau zu unterscheiden sein: kann die Haftfestigkeit durch Bügel erhöht werden, d. h. der erste Spannungszustand länger erhalten werden? — Es könnte das etwa in der Art geschehen, daß die Bügel den Beton umschnüren und dadurch den aus der mechanischen Zusammenpressung entstehenden Beitrag des Widerstandes gegen Gleiten vergrößern. Oder werden die Hilfsmittel erst eingreifen, nachdem das Eisen angefangen hat zu gleiten?

103. v. Emperger hat im Jahre 1906 27 Plattenbalken untersucht. Sie waren alle 2,30 m lang, die Platte war 50 cm breit und 5 cm dick; der darunter liegende, mit der Platte einheitlich hergestellte Balkenunterzug war 12 cm hoch und 10 cm breit. Der Abstand der Eiseneinlagen von der Unterkante des Balkens betrug 2 cm, also die Nutzhöhe 12 — 2 + 5 = 15 cm. Die Bauart wird im einzelnen durch die Zusammenstellung 7 und die Abb. 68 bis 96 erläutert.

Die Längseinlage bestand meist aus zwei Rundeisen von 2 cm Durchmesser; jedoch bei den Balken A_4 bis A_7 aus zwei Thachereisen mit 1,75 cm Mindestdurchmesser; bei den Balken der Reihe B aus acht Rundeisen von je 1 cm Durchmesser, bei den Balken C_6 aus zwei Rundeisen von 1,6 cm und einem von 1,7 cm Durchmesser, bei dem Balken C_7 aus zwei hochkantgestellten Flacheisen von 8×35 mm Querschnitt und bei dem Balken C_8 aus zwei Rundeisen von 1,3 cm Durchmesser. Die Längseinlagen der Balken I und II

waren an den Balkenstirnflächen dadurch befestigt, daß 8 mm starke Plättchen von 8×8 cm Querschnitt über die hervorstehenden, mit Gewinde versehenen Eisenenden geschoben und mit Schraubenmuttern festgepreßt wurden. Die Muttern wurden jedoch nur soweit angezogen, daß in der Mitte der Einlagen an Dehnungsmessern keine Anspannung wahrnehmbar wurde. Im übrigen waren die Längseisen zum Teil mit einer ringelförmigen Drahtumwickelung an den Enden versehen, zum Teil abgebogen.

Ein Teil der Balken hatte eine Einlage zweiter Ordnung von Bügeln aus Rundeisen. Bei der Reihe C liegen diese Bügel schräg, greifen an den Längseisen in eine 2 bis 3 mm tief eingehauene Kerbe ein und waren dort mit Blumendraht befestigt.

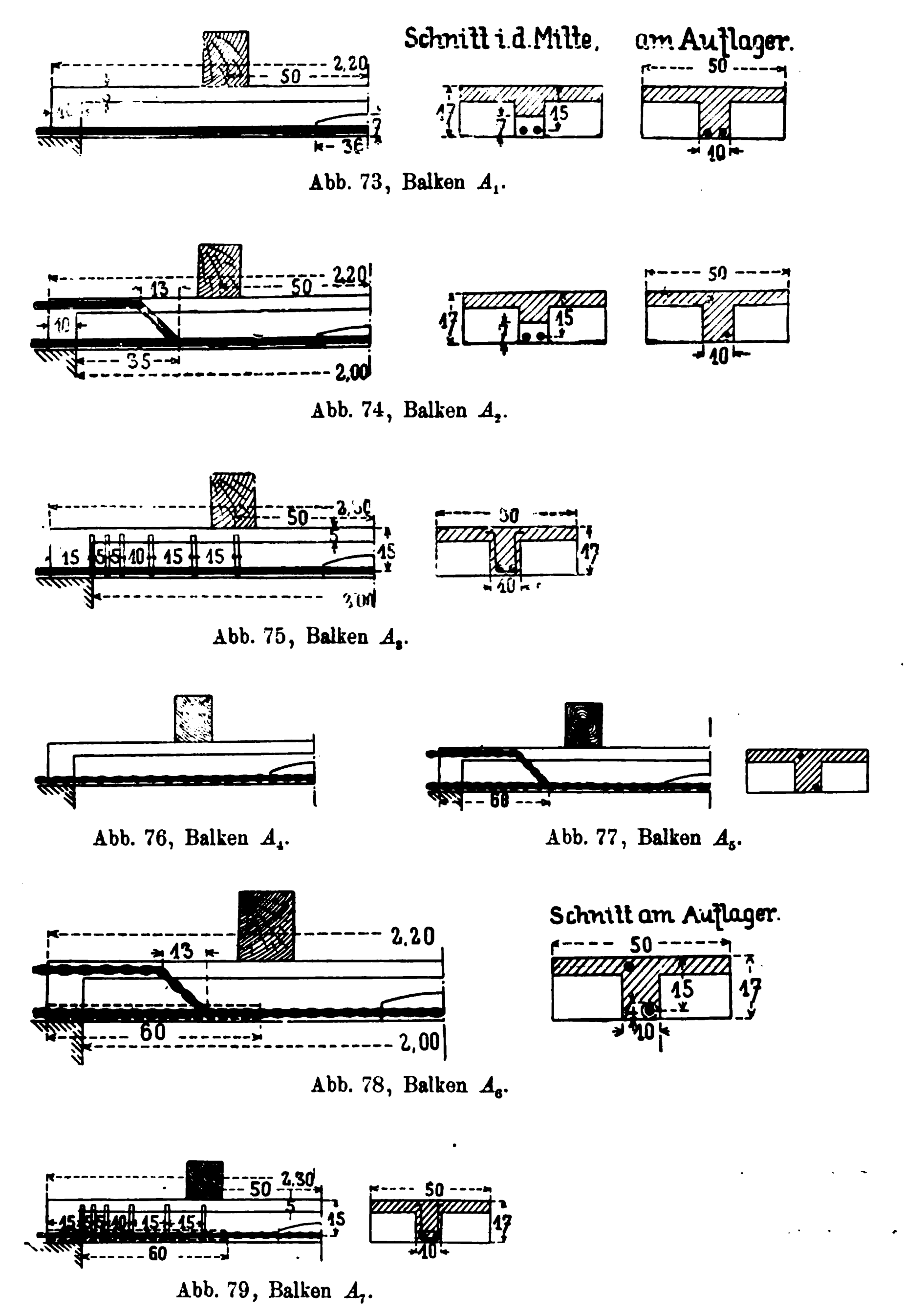


Abb. 73, Balken A_1.

Abb. 74, Balken A_2.

Abb. 75, Balken A_3.

Abb. 76, Balken A_4.

Abb. 77, Balken A_5.

Abb. 78, Balken A_6.

Abb. 79, Balken A_7.

Nach der Betonmischung und der Herstellung bildeten die Balken bis A_7 eine, und die übrigen bis C_7 eine zweite Klasse. Der Balken C_8 endlich bestand aus Kohlenschlackenbeton.

Die Balken wurden über 2 m lichter Weite bis zum Bruche belastet und zwar A_8 und C_5 mit gleichmäßig über die ganze Balkenlänge verteilter Belastung, alle anderen mit zwei in den Drittelpunkten der Stützweite angreifenden Einzellasten.

Beobachtet wurden die Durchbiegungen und bei einzelnen Balken die Dehnungen der Längseinlagen an Dehnungsmessern, die in der Mitte an den in der Auswölbung freiliegenden Eisen angriffen. In der Reihe der Bruchlasten hält v. Emperger aus

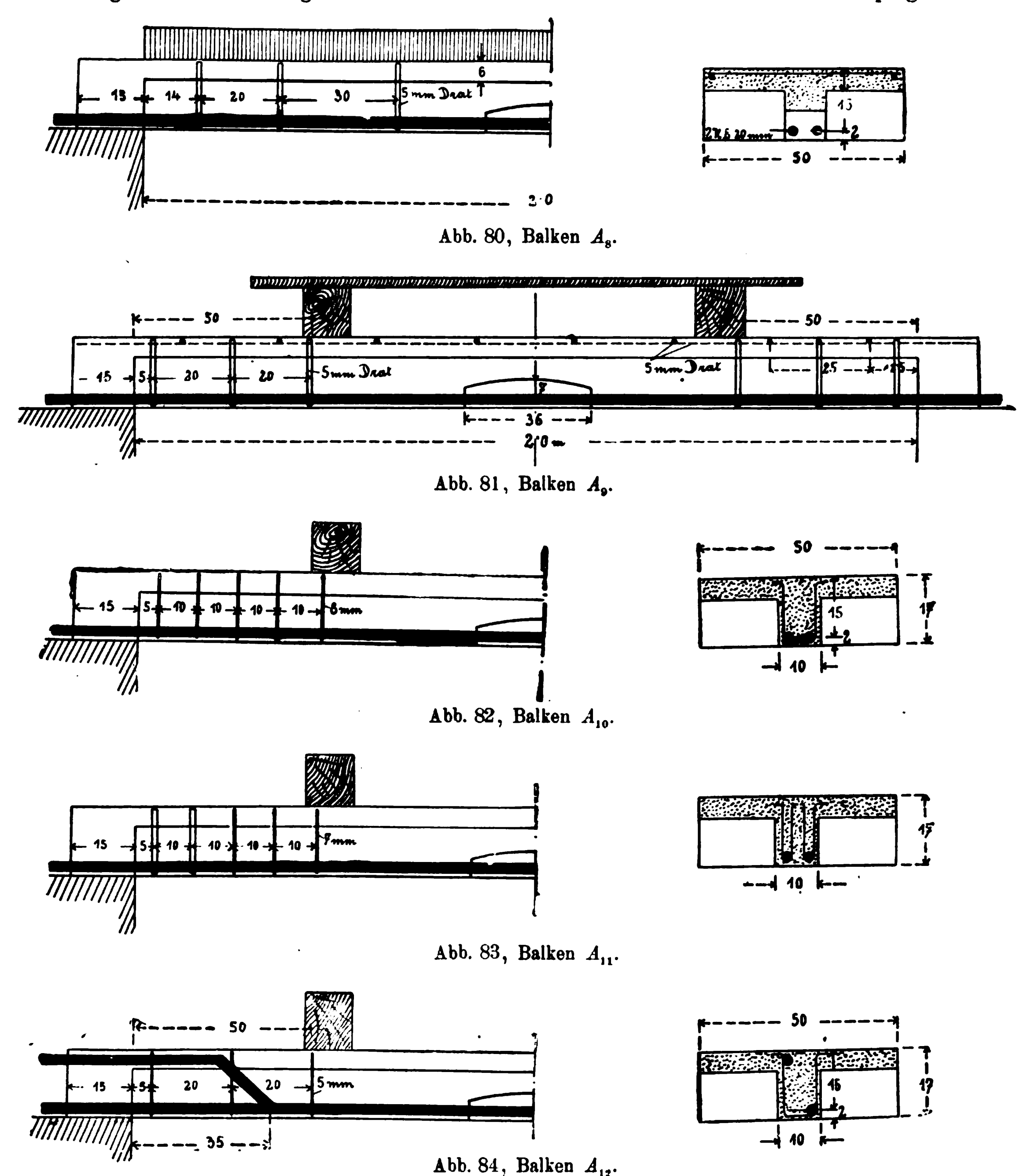


Abb. 80, Balken A_8.

Abb. 81, Balken A_9.

Abb. 82, Balken A_{10}.

Abb. 83, Balken A_{11}.

Abb. 84, Balken A_{12}.

äußeren Gründen des Versuchs die Ergebnisse für C_4 und C_6 nicht für einwandfrei und vergleichsfähig.

104. v. Emperger ging bei der Aufstellung seines Versuchsplanes davon aus, daß die Haftfestigkeit häufig zu sicher angenommen werde. Er nahm an, daß ein guter Verbund für die Erhöhung der Gleitsicherheit von Bedeutung sei, und wollte die Wirksamkeit der für diesen Zweck vorgeschlagenen, in den Versuchen angewandten Hilfsmittel prüfen. Die Anlage der Versuche entsprach diesem Zweck, denn, wie angegeben wird, wurden die Balken A_1 und B_1 durch die deutlich sichtbare Gleitung der Einlagen zerstört, und es wurde bei keinem der Versuchskörper die Streckgrenze der Eiseneinlagen

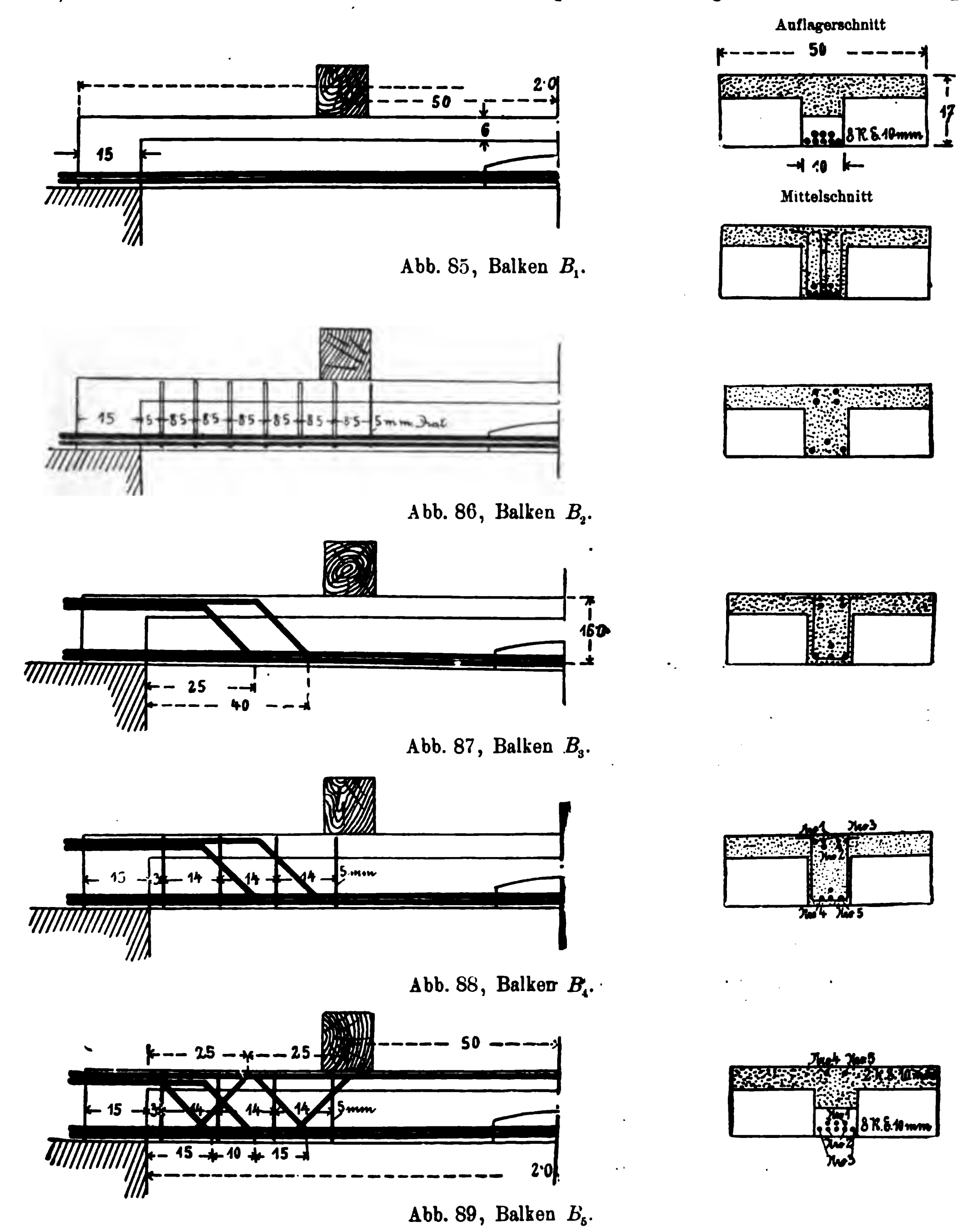


Abb. 85, Balken B_1.

Abb. 86, Balken B_2.

Abb. 87, Balken B_3.

Abb. 88, Balken B_4.

Abb. 89, Balken B_5.

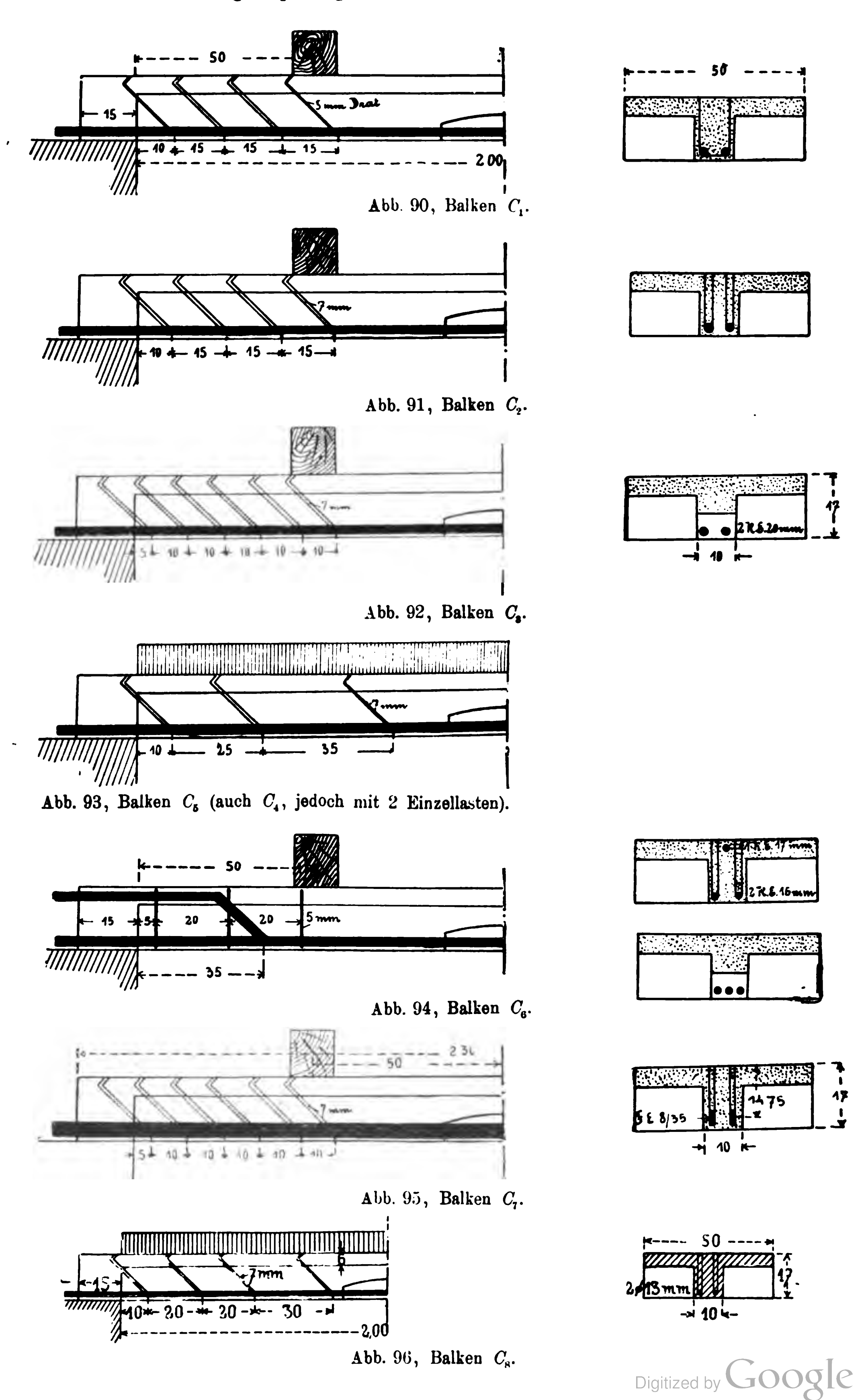


Abb. 90, Balken C_1.

Abb. 91, Balken C_2.

Abb. 92, Balken C_3.

Abb. 93, Balken C_5 (auch C_4, jedoch mit 2 Einzellasten).

Abb. 94, Balken C_6.

Abb. 95, Balken C_7.

Abb. 96, Balken C_8.

Zusammenstellung 7.

Nr.	Erste Einlage	Zweite Einlage	Bruchlast	Verbundfestigkeit[1]
I.	2 gerade Rundeisen 20 mm Durchm., mit Spirale, verschraubt am Ende	8 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 65 cm	8081	24,0
			8575	—
II.	wie bei 1	wie bei 1, doch Doppelbügel	10597	31,0
A_1.	2 gerade Rundeisen 20 mm Durchm.		2580	7,9
A_2.	1 gerades, 1 abgebogenes Rundeisen 20 mm Durchm. (nicht symmetrisch)		2000	6,1
A_3.	2 gerade Rundeisen 20 mm Durchm.	6 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 65 cm	7486	22,8
A_4.	2 „ Thachereisen 17,5 mm Durchm.		2580	7,9
A_5.	1 gerades, 1 abgebogenes Thachereisen		2508	7,6
A_6.	wie bei 5, mit Spirale beim geraden Eisen		3580	12,2
A_7.	2 gerade Thachereisen	6 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 65 cm	7810	23,8
A_8.	2 gerade Rundeisen 20 mm Durchm.	3 senkrechte Doppelbügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 80 cm	5962	18,1
A_9.	2 „ „ 20 „ „	3 senkrechte Doppelbügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 60 cm	4442	13,6
A_{10}.	2 „ „ 20 „ „	5 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 8 mm Durchm. auf 60 cm	7236	22,1
A_{11}.	2 „ „ 20 „ „	5 senkrechte Bügel (3 einfache, 2 doppelte) aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 60 cm	5328	16,2
A_{12}.	1 gerades, 1 abgebogenes Rundeisen 20 mm Durchm. (nicht symmetrisch)	3 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 60 cm	3969	12,1
B_1.	8 gerade Rundeisen 10 mm Durchm.		4298	6,6
B_2.	8 „ „ 10 „ „	7 senkrechte Bügel (1 einfacher, 6 doppelte) aus Rundeisen 5 mm auf 70 cm	7079	10,8
B_3.	4 „ 4 abgeb. Rundeisen 10 mm Dchm.		5506	8,4
B_4.	4 „ 4 „ „ 10 mm „	4 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 60 cm	7235	11,3
B_5.	2 „ 6 „ „ 10 mm „ 2 obere nach unten abgebogene Rundeisen 10 mm Durchm.	4 senkrechte einfache Bügel aus Rundeisen 4 mm Durchm. auf 60 cm	9006	13,7
C_1.	2 gerade Rundeisen 20 mm Durchm.	4 schräge Bügel (2 einfache, 2 doppelte) aus Rundeisen 5 mm Durchm. auf 70 cm	6280	19,1
C_2.	2 „ „ 20 „ „	4 schräge doppelte Bügel aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 70 cm	9921	30,2
C_3.	2 „ „ 20 „ „	6 schräge doppelte Bügel aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 70 cm	10496	32,0
C_4.	2 „ „ 20 „ „	3 schräge Bügel (1 einfacher, 2 doppelte) aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 85 cm	7941	24,2
C_5.	wie bei 4	wie bei 4	9652	29,0
C_6.	2 „ „ 15 „, 1 abgebogenes 17 mm Durchm.	3 schräge Bügel (2 doppelte, 1 einfacher) aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 73 cm	6900	20,0
C_7.	2 gerade Flacheisen 8 × 35 mm	6 schräge doppelte Bügel aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 70 cm	10759	32,8
C_8	2 „ Rundeisen 13 mm Durchm.	4 schräge Bügel (2 einfache, 2 doppelte) aus Rundeisen 7 mm Durchm. auf 95 cm	5320	18,0

[1]) Errechnet für die Bruchlast aus Spannkraft und Einbettungsfläche der Längseinlage.

erreicht mit Ausnahme des geringer bewehrten Balkens C_3, bei dem die Zugfestigkeit des Eisens überschritten wurde, wie sich durch eine beginnende Einschnürung der Eiseneinlagen zu erkennen gab.

105. Über die Erhöhung der Bruchlasten durch Hilfsmittel, die das Gleiten der Einlagen verhindern sollen, sind aus den Versuchen folgende Schlüsse zu ziehen:

1. Die Verteilung des Gesamtquerschnittes der Längseinlagen zur Gewinnung einer größeren Einbettungsfläche wirkt günstig: B_1 gegenüber A_1.

2. Die Abbiegung der Einlagen wirkt günstig, denn es wird angegeben, daß bei den Balken A_2 und A_5, die ein gerades und ein abgebogenes Längseisen enthielten, das erstere früher glitt, so daß der Balken kippte. Auch erzielte der Balken B_3, bei dem die Hälfte der Eisen so abgebogen war, daß beiderseits der mittleren Balkenebene die Hälften der Querschnitte gleich waren, eine höhere Bruchlast als B_1, bei dem alle Längseisen glatt durchgeführt wurden.

3. Die Verwendung einer ringelförmigen Umwickelung der Enden erhöht den Widerstand gegen Hereinziehen, denn bei dem Balken A_6 wird das gerade, mit einer Drahtringelung umwickelte Eisen nicht früher hereingezogen als das abgebogene.

4. Bei den Einlagen von Thachereisen wurde bei den Balken A_4, A_5, A_7 eine höhere Bruchlast erreicht als bei den Balken A_1, A_2, A_3 mit geraden Eisen.

5. Die Verwendung von Bügeln erhöht die Bruchlast. Wie weit die Querschnitte und die Verteilung der Bügel von entscheidendem Einfluß sind, ist aus den Reihen A und B des näheren nicht zu verfolgen, da die vergleichsfähigen Balken A_9, A_{10}, A_{11} und B_2, B_4, B_5 kein einheitliches Bild geben.

6. Für den Vergleich der Wirkung schräger, befestigter Bügel gegenüber senkrechten losen liegen zwei gleichartig gegenüber zu stellende Balken nicht vor. Zwar haben C_1 und A_9 den gleichen Eisenquerschnitt in den Bügeln, jedoch greift bei C_1 der erste Bügel im Abstande von 45 cm von der Mitte am Längseisen an, bei Balken A_9 im Abstande von 55 cm. Außerdem liegen beim Balken C_1 Bügel an vier Stellen mit je 15 cm Abstand — zwei einfache als äußerste und zwei doppelte in der Mitte; der Balken A_9 hat hingegen drei Doppelbügel in je 20 cm Abstand. Der Balken C_1 ertrug eine Last von 6280 kg, der Balken A_9 eine solche von 4442 kg.

7. Aus einem Vergleich der Balken C_1, C_2, C_3, bei denen die Bügel sich mit wachsender Zahl und damit zunehmendem Gesamtquerschnitt über eine gleiche Fläche erstreckten und dementsprechend die Bruchlast zunahm, kann geschlossen werden, daß die Vermehrung der Bügel günstig wirke.

106. Es ist sonach eine erhöhende Wirkung der Einlage zweiter Ordnung oder der Sicherung der Längseinlagen in bezug auf die Bruchlast nicht zu verkennen. Es ist jedoch fraglich und jedenfalls aus diesen Versuchen nicht zu beweisen, daß eine Erhöhung der Haftfestigkeit dadurch erzielt wird in dem Sinne, daß die örtliche Lösung des Verbundes in der Einbettungsfläche zwischen dem Beton und dem Eisen länger verhindert wird. Bei dem Balken A_2 und A_4, bei denen je ein Eisen wagerecht durchging, während das andere abgebogen war, zeigt sich, daß an einem Balken anfänglich das abgebogene Eisen sich stärker dehnte, an dem anderen jedoch das wagerechte. Es könnte daher vermutet werden, daß die ersten Bewegungen der Eisen in ihrer Einbettungsfläche von der zweiten Einlage unabhängig sind, daß diese aber dann verhindert, daß die Bewegungen eine Gleitung der Einlageenden nach sich ziehen. Überdies könnte ja auch von einer gleichmäßigen Vermehrung der Haftfestigkeit in ganzer Länge wohl keine Rede sein, wenn zwischen den Bügeln unverstärkte Stücke bleiben. An diesen werden immer erst kleine örtliche Bewegungen bis zum Eingriff der zweiten Einlage eintreten müssen.

Daraus ergibt sich, daß die Wirkung der Bügel nicht in der Form der Vergrößerung der Einheit der zulässigen Haftfestigkeit zu verfolgen sein wird, sondern in der Ermittelung der von den Bügeln als Rückhaltketten der Längseisen aufgenommenen Kräfte und in der weiteren Verfolgung der Abgabe dieser Kräfte von jedem Bügel an den Beton. Ähnlich ist die Wirkung eines an den Längseisen vorhandenen Gleithindernisses.

9. Versuchsreihen von Mörsch (Zürich).[1])

107. Zur Klarstellung des Einflusses der Schubspannung und zur Erkennung des Wertes der Bügel und ihres zweckmäßigsten Ersatzes durch entsprechende Anordnung der Hauptarmierung haben Mörsch und die Firma Wayss und Freytag im Jahre 1903 und im Jahre 1906 Versuche an Plattenbalken angestellt. Wie die Zusammenstellung 8 und die Abb. 97 bis 114 näher erläutern, gliedern sich die Versuche in vier Reihen.

Zusammenstellung 8.

Nr.	Einlage	Last in t beim ersten Riß senkr.	Last in t beim ersten Riß schräg	Last in t beim Bruch
1.	3 Rundeisen: 24 mm Durchmesser verschiedener Länge	12	—	16,28
2.	3 „ 24 „ „ „ „ Bügel . . .	13	—	27,46
3.	3 „ 24 „ „ alle gleich lang, 1 Träger mit Bügeln	18	—	23,2
4.	3 „ 24 „ „ 1 durchgehend, 2 unter 45° abgeb.	16	—	33,78
I.	3 gerade Rundeisen: 18 mm Durchmesser	7	15	25,7
II.	3 „ „ 18 „ „	13,7	30	40
III.	3 gerade Thachereisen	5,8	13,0	19,5
IV.	1 gerades Rundeisen: 18 mm Durchmesser			
	3 Rundeisen: 15 mm unter 45° abgebogen	9	18	42
V.	2 Rundeisen: 16 mm Durchmesser			
	2 „ 15 „ „ hängewerkförmig aufgebogen . .	7	10,5	31
VI.	1 „ 18 „ „			
	3 „ 15 „ „ unter 45° aufgebogene Bügel . .	6	13	37,8
VII.	1 „ 16 „ „ gerade			
	3 „ 16 „ „ unter 45° aufgebogene Bügel . .	7,5	9,6	34
VIII.	2 „ 16 „ „ gerade			
	2 „ 16 „ „ hängewerkförmig aufgebogen . . .	5,1	9,8	23,4
IX.	wie bei VIII	5,9	14,5	25,6
X.	1 „ 16 „ „ gerade			
	3 „ 16 „ „ unter 45° abgebogen	7,5	20	27,0
XI.	2 „ 16 „ „ gerade			
	2 „ 16 „ „ hängewerkförmig aufgebogen . . .	6	8,5	26,0
XII.	1 „ 16 „ „ gerade			
	2 „ 16 „ „ unter 45° abgebogen			
	1 „ 16 „ „ unter 30° „	5,5	14,5	26,0

Jeder Versuchskörper der ersten Reihe (Balken *1* bis *4*) hatte zwei rechtwinklige Balkenrippen von 14 cm Breite und 30 cm Höhe in 1,5 m Abstand. Über diesen lag eine mit den Balken einheitlich hergestellte Platte von 10 cm Dicke und 2,5 m Breite. Die Einlage der Deckenplatte war so reichlich bemessen, daß sie die zu erwartende Belastung mit Sicherheit übertragen konnte.

[1]) Mörsch und Wayss & Freytag, Der Eisenbetonbau, Stuttgart 1906. — Mörsch, Versuche über die Schubwirkung bei Eisenbetonträgern, Deutsche Bauzeitung 1907.

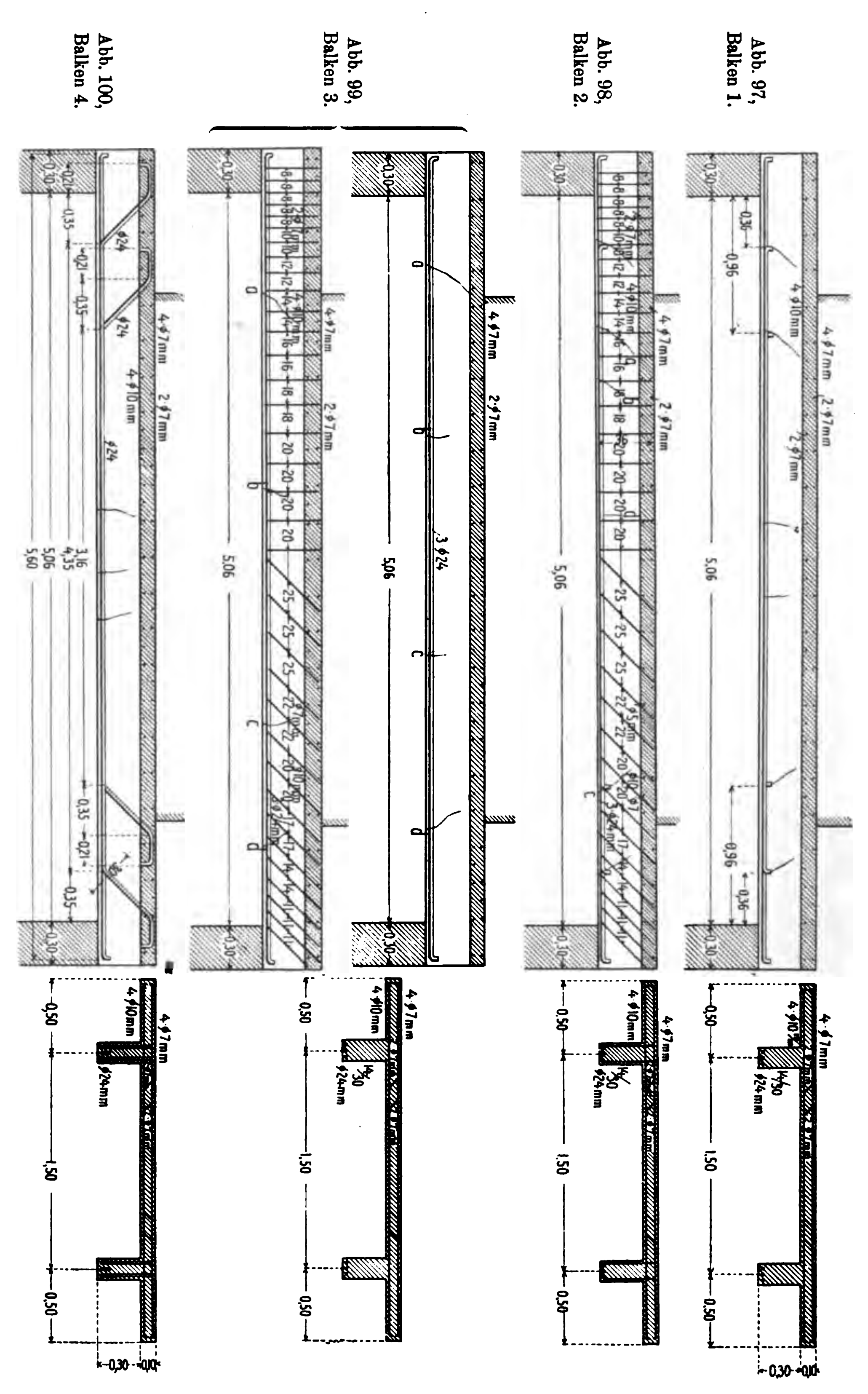


Abb. 97, Balken 1.

Abb. 98, Balken 2.

Abb. 99, Balken 3.

Abb. 100, Balken 4.

Die Verstärkung bestand aus drei Rundeisen von 2,4 cm Durchmesser, betrug also 13,57 cm².

Die Betonmischung war 1 : 4, das Alter der Versuchskörper bei der Prüfung etwa 3 bis 4 Monate.

Die Belastung erfolgte durch Eisenbarren und Sandsäcke, die auf den mittleren fünf Siebenteln der Stützweite aufgebracht wurden.

Die Balken der drei anderen Gruppen hatten äußerlich alle gleiche Form, ähnlich der der Balken der ersten Gruppe. Die Rippen standen hier 25 cm nach unten vor und waren im allgemeinen 14 cm breit, bei den Balken *2* und *8* 28 bezw. 10 cm breit; ihr Abstand betrug 1,20 m. Die Deckplatte war 2,40 m breit, 10 cm stark und so ausreichend mit Eiseneinlagen versehen, daß sie bei der Belastung nicht vorzeitig zerstört wurde.

Die Einlage bestand bei allen Balken aus Rundeisen von 1,5 cm bis 1,8 cm Durchmesser, nur Balken *3* enthielt drei Knoteneisen (Thachereisen)

Der Beton enthielt 1 Teil Zement auf $4^1/_2$ Teile Rheinkiessand; die Prüfung erfolgte drei Monate nach der Herstellung.

Abb. 101, Balken I.

Abb. 102.

Balken II.

Abb. 103.

Abb. 104, Balken III.

Abb. 105, Balken IV.

Abb. 106, Balken V.

Abb. 107, Balken VI.

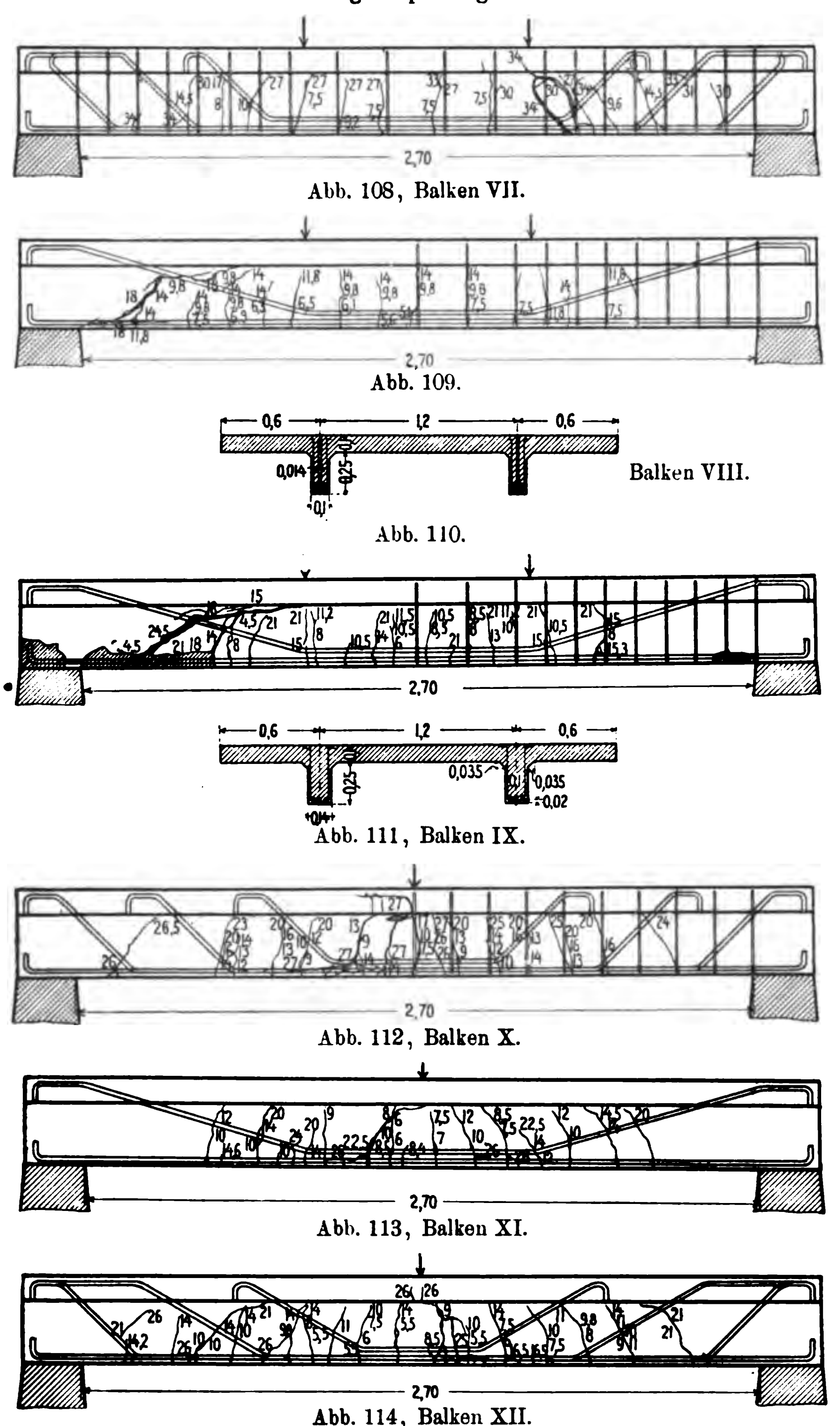


Abb. 108, Balken VII.

Abb. 109.

Abb. 110.

Abb. 111, Balken IX.

Abb. 112, Balken X.

Abb. 113, Balken XI.

Abb. 114, Balken XII.

Die Belastung wurde bei der Gruppe 2 (Balken *I* bis *VI*) über der ganzen Stützweite aufgebracht; bei der Gruppe 3 (Balken *VII* bis *IX*) bestand sie aus zwei in den Drittelpunkten angreifenden Einzellasten und bei der Gruppe 4 (Balken *X* bis *XII*) aus einer Einzellast in der Mitte. Zur besseren Erkennung der Risse waren die Balken mit einem Anstrich aus weißer, mit einer Leimlösung angeschlämmter Kreide versehen.

108. Die Versuchskörper waren so aufgebaut, daß ihre Zerstörung durch Überschreitung der zulässigen Schubspannungen erfolgen sollte. Tatsächlich ging auch der Bruch von schrägen Seitenrissen aus.

Die Ergebnisse der Versuche können für die Beurteilung der Schubfestigkeit sowohl nach der Richtung der Wirkung einer Vermehrung der Betonmasse als auch in der Richtung der Wirkung der besonderen Vorkehrungen an den Eiseneinlagen betrachtet werden.

In der ersten Richtung ermöglichen die Balken *I* und *II* einen Vergleich; sie sind vollständig gleich und unterscheiden sich nur durch die Breite der Unterzüge. Bei dem Balken *I* betrug der nutzbare Betonquerschnitt 14 (35 — 2) = 462 cm², bei dem Balken *II* das Doppelte = 924 cm². Ebenso können die Balken *IX* und *VIII* mit 462 cm² bez. 330 cm² Betonquerschnitt verglichen werden. Insbesondere der Vergleich von *I* und *II* zeigt die kennzeichnende Erscheinung, daß bei stärkeren Balken die ersten

Risse in der Mitte — also die ersten Zugrisse — und die ersten Risse an den Enden — also die Scherrisse — erheblich später auftreten als bei allen anderen Balken, und zwar in dem Verhältnis der Betonquerschnitte etwa erst unter der doppelten Belastung bei dem breiten Balken *II* gegenüber dem schmaleren Balken *I*. Die von dem Balken *II* bei der Bildung der ersten Zug- und Scherrisse getragenen Lasten werden von keinem anderen Balken erreicht, vielmehr halten sie sich bei allen anderen nahe den Lasten des Balkens *I*. Das dürfte das aus den Versuchen der französischen Regierungskommission abgeleitete Ergebnis bestätigen, wonach die Schubfestigkeit des Betons in einer Querarmierung keine wesentliche Unterstützung findet.

109. Das bestätigt hier weiter noch der Vergleich der von den Balken *IX* und *VIII* beim Erscheinen der ersten Risse getragenen Lasten, sowie der Vergleich der Rißbildung aller Balken mit gleichem Betonquerschnitt untereinander und endlich der Vergleich der beiden Seiten der einzelnen Balken, die nur auf einer Hälfte mit Bügeln ausgerüstet waren. Die Bildung schräger Risse stand überall in keinem Verhältnis zu der späteren Bruchlast; sie war unabhängig von der besonderen Führung der Längseisen und unabhängig von dem Vorhandensein von Bügeln.

Nachdem der Beton gerissen ist, tritt allerdings der Wert der Art und Form der Einlagen in dem Maße desto besser hervor, jemehr sie imstande ist, möglichst mit Längsbeanspruchung dem weiteren Aufklaffen der Risse entgegenzuwirken. Diese günstige Wirkung erweist schon der Umstand, daß alle einseitig mit Bügeln versehenen Balken auf der bügelfreien Seite brechen, und weiterhin zeigen sie beim Vergleich aller Balken die Unterschiede in den Bruchlasten. — Die abweichende Erscheinung, daß bei dem Balken *3* beide Unterzüge unter gleicher Last brechen, obwohl der eine Bügel hatte, der andere aber nicht, dürfte sich daraus erklären, daß mit wachsender Durchbiegung des bügelfreien Balkens der mit Bügeln versehene sofort einen stärkeren Anteil der Gesamtlast aufnehmen mußte, so daß eine gleichmäßige Verteilung der Gesamtlast auf beide Balken dann nicht mehr vorhanden war. Es wäre also die bei dem Balken *3* erzielte Last das Mittel einer von dem bügelfreien Unterzug getragenen kleineren und einer von dem Balken mit Bügeln ausgehaltenen größeren Last; damit ist zu erklären, daß die Endlast unter der von *4* und noch unter der von *2* bleibt.

Sofern die Schubbeanspruchungen gegenüber den Längsbeanspruchungen zurücktreten, wie das bei der Gruppe 4 (Balken *X* bis *XII*) entsprechend der Anwendung einer Mittellast der Fall ist, tritt auch die Bedeutung einer besonderen Art und Form der Einlagen zurück; diese drei Balken brechen unter fast gleicher Last.

Aus dem Vergleich der Balken ist folgendes in bezug auf die Höhe der Bruchlast zusammenzufassen:

1. Die Verwendung der Bügel wirkt günstig: Balken *2* mit Bügel trägt 27 460 kg gegenüber 16 280 kg, die der Balken *1* ohne Bügel aufnehmen kann.

2. Ein Vergleich zwischen der Wirkung der Bügel und einer Abbiegung der Längseinlagen ist nicht möglich, da bei dem Träger *3*, der dem Träger *4* gegenüberzustellen wäre, nur ein Unterzug mit Bügeln versehen ist, die Endlast also nicht maßgebend sein kann.

3. Die Abbiegung einzelner Eisen in verschiedenen Ebenen unter 45° wirkt günstiger als die Abbiegung mehrerer Eisen in einer Ebene in Form eines Hängewerkes: der Balken *IV* ertrug 42 000 kg gegenüber 31 000 kg bei dem Balken *V*, und der Balken *III* 34 000 kg gegenüber 25 000 kg beim Balken *IX*. Dies Verhältnis dürfte auch dadurch, daß diese Balken nicht genau gleich sind, weil zum Teil auch noch Bügel vorhanden waren, nicht umgestimmt werden.

Die Überlegenheit der Balken mit den unter 45° abgebogenen Eisen dürfte sowohl durch die Neigung, vielleicht aber in erster Linie auch durch die Verteilung der Einlagen bestimmt werden. Die abgebogenen Eisen werden um so besser wirken können, je mehr sie die weitere Öffnung der schrägen Risse verhindern. Das können sie um so besser, je mehr sie senkrecht zu den Rissen, also je näher sie der Richtung von 45° liegen, aber auch je mehr sie über die Balkenseiten verteilt sind. Überdies ist auch noch bei dem Bruchvorgang dieser Balken zu beachten, daß die absprengende Wirkung der in wagerechter Richtung verbleibenden Eiseneinlagen auf die unter ihnen liegende Betonschicht bei dem hängewerkförmig bewehrten Balken größer sein mußte. Bei ihnen wurden zwei Eisen bis an das Ende gerade durchgeführt, dagegen bei dem Balken mit unter 45° abgebogenen Eisen nur eines.

4. Die Verwendung von Bügeln neben abgebogenen Längseisen hat die Bruchlast verringert: Der Balken *VI* ertrug 37 800 kg gegenüber 42 000 kg bei dem Balken *IV*. Ob daraus schon zu schließen wäre, daß mit der Teilung der Betonmasse durch Einlagen nicht zu weit gegangen werden darf, mag dahingestellt bleiben.

5. Ein Vergleich zwischen der Wirkung des Knoteneisens am Balken *III* und der Wirkung gerader Einlagen am Balken *I* kann nicht gezogen werden, da letztere an den Enden aufgebogen waren, erstere nicht.

110. Die Versuche bestätigen also das über die Wirkung einer Einlage zweiter Ordnung an den Balkenversuchen der französischen Regierungskommission entwickelte Ergebnis. Neben dies Ergebnis ist im Hinblick auf die Haftfestigkeit die Reihe von v. Emperger zu stellen.

II. Formänderungsuntersuchungen.

a) Die Dehnungs- und Spannungsfähigkeit des eisenbewehrten Betons.

1. Versuche von Considère (Paris).[1]

111. Considère weist einleitend auf die Tatsache hin, daß Zementmörtelmischungen größere Dehnungen als 1:10000 ihrer Länge, also 0,1 mm auf 1 m nicht ertragen können, ohne zu zerreißen, daß jedoch Eisen bei einer solchen Längenänderung erst eine Spannung von 200 kg für das Quadratzentimeter, also einen Bruchteil der Beanspruchung erhalte, bei der es erst vorteilhaft ausgenutzt wird. Daher sei wohl zu vermuten, daß der Beton in Eisenbetonbauten, bei denen das Eisen ja immer höher beansprucht werden solle, meist gerissen sei.

Daraus entspringe ein Gegensatz zwischen Praktikern und Theoretikern, von denen die ersteren die Erfahrung vertreten, daß Bauwerke aus Eisenbeton nur selten Risse aufwiesen, während die letzteren behaupten, daß im Beton wohl Haarrisse vorhanden seien, die sich der Wahrnehmung entzögen, deren Wirkungen hinsichtlich der Dauer der Bauwerke insbesondere bei wiederholten Beanspruchungen jedoch nicht ausbleiben würden.

112. Considère hat eine Anzahl Prismen von 60 cm Länge mit quadratischem Querschnitt von etwa 6 cm Seitenlänge untersucht. Ein Teil war nicht bewehrt, während die übrigen auf der gezogenen Seite Rundeiseneinlagen enthielten, und zwar teils 17 Eisen von 1,9 mm Durchmesser (je 2,84 mm² Querschnitt), teils 3 von 4,25 mm (je 14,9 mm² Querschnitt) oder auch ein Eisen von 7,7 mm (46,6 mm² Querschnitt). Der Querschnitt der Eiseneinlagen betrug also 48,2, bezw. 42,6, bezw. 46,6 mm², also überall etwa 1,25 % des Gesamtquerschnittes oder etwa 1,27 % des nutzbaren Betonquerschnittes.

[1]) Le génie civil 1898/99, 1, S. 213f.



Die Mörtelmasse enthielt 433 kg Portlandzement und 160 l Wasser auf 1 m³ guten quarzigen Meersandes, also etwa einen Raumteil Zement auf vier Raumteile Sand.

Die Prismen wurden nach der in der Abb. 115 dargestellten Anordnung belastet, so daß sie zwischen der Einspannung und dem Hebelansatz einem gleichmäßigen Momente unterworfen und von Querkräften nicht beansprucht wurden. Es konnte daher auch eine gleichmäßige Formänderung zwischen allen Querschnitten erwartet werden.

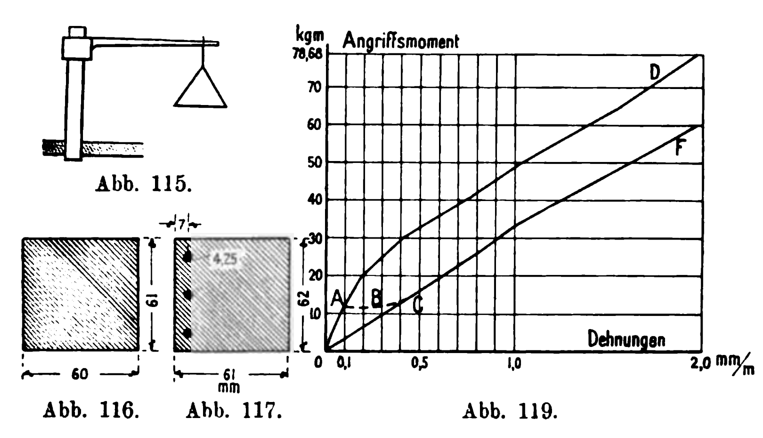


Abb. 115. Abb. 116. Abb. 117. Abb. 119.

Considère gibt das Ergebnis der Untersuchung dreier Prismen an: Nr. 31, unbewehrt mit dem Querschnitt der Abb. 116, und Nr. 34 und 35 mit dem Querschnitt der Abb. 117. Er bemerkt, daß mit letzterem die Ergebnisse der Untersuchung der anders bewehrten Körper mit den schwächeren zahlreichen Einlagen fast genau übereinstimmten. Bezüglich der mit nur einem stärkeren Rundeisen verstärkten Körper wichen sie nur im Hinblick auf die geringere Elastizität der Einlage und die Bauart ab, da bei diesen Prismen die Eiseneinlagen von der Außenkante einen größeren Abstand entsprechend dem größeren Durchmesser hatten.

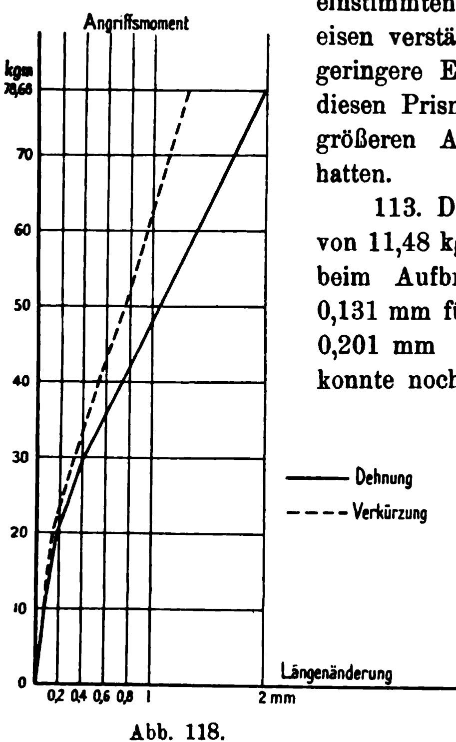


Abb. 118.

113. Das eisenfreie Prisma brach, nachdem es ein Moment von 11,48 kgm längere Zeit getragen hatte. Dies Moment hatte beim Aufbringen im Druckgurt eine Faserverkürzung von 0,131 mm für das Meter und im Zuggurt eine Verlängerung von 0,201 mm für das Meter bewirkt. Kurz vor dem Bruch konnte noch eine Verlängerung von 0,266 mm für das Meter beobachtet werden. Unter einem Moment von 5,18 kgm war eine Dehnung von 0,045 mm für das Meter und eine Verkürzung von 0,036 mm für das Meter gemessen worden.

114. Das Prisma 34 trug ein Moment von 78,68 kgm ohne zu brechen, wurde dann ganz entlastet und 139052 mal unter jedesmaliger vollständiger Entlastung wechselnden Momenten von 34,58 bis 55,58 kgm ausgesetzt. Der Mörtel erschien danach unbeschädigt, abgesehen von zwei Oberflächenrissen von 2 bis 4 mm Länge, und es konnten aus dem Versuchskörper herausgeschnittene Stücke von 15×12 mm Querschnitt und 80 bis 200 mm Länge noch eine Biegungsbeanspruchung von 22 kg für 1 cm² als Bruch des Angriffsmomentes und des Widerstandsmomentes des Querschnittes ertragen.

Während der Belastung wurden folgende Formänderungen der äußersten gezogenen und gedrückten Betonfaser gemessen:

Belastung . .	5,18	11,48	19,88	30,38	40,88	49,28	63,98	78,68	kgm
Verlängerung	0,038	0,092	0,186	0,424	0,775	1,050	1,520	1,98	mm auf 1 m
Verkürzung .	0,034	0,082	0,166	0,345	0,562	0,745	1,01	1,32	„ „ 1 „

(die Verkürzungen werden von Considère nicht in Zahlen angegeben, sie lassen sich jedoch aus anderen Angaben durch einfache Zahlenrechnung wie vorstehend ermitteln).

Demgegenüber fand man bei dem reinen Betonprisma:

Verlängerung	0,045	0,201 bis 0,266
Verkürzung .	0,036	0,131 mm auf 1 m.

Es hätte danach das unbewehrte Prisma eine Dehnung ertragen, die mehr als doppelt so groß wäre, als die bei Zugversuchen zu erreichende, und das verstärkte Prisma sogar etwa das Zwanzigfache der Zugdehnung reinen Betons. Der Verlauf der Formänderung ist in der Abb. 118 dargestellt.

115. Zur Erklärung der von ihm beobachteten größeren Dehnungsfähigkeit des eisenverstärkten Betons zieht Considère die Erscheinungen beim Zerreißen eines Eisenstabes heran. Dieser dehnt sich anfangs in ganzer Länge gleichmäßig um etwa 20% seiner Länge. Dann streckt er sich unter Einschnürung seines Durchmessers auf einer kurzen Teilstrecke nur dort noch erheblich weiter und reißt dann an dieser Stelle. Nur in der Gegend dieser Einschnürungs- und Rißstelle werden also die größten möglichen Dehnungen mit etwa 200 bis 300% der unbelasteten Längeneinheit erreicht. Es müsse also ein Stab, der etwa durch Verbindung mit einem anderen gezwungen werde, auf seiner ganzen Länge sich dauernd gleichmäßig zu dehnen, eine wesentlich größere Gesamtdehnung erreichen können, als wenn er allein zerrissen werde.

Das erweise sich auch, wenn man einen Stahlstab mit einem Stabe aus einem Metall, dessen Streckgrenze höher liege, in ganzer Länge zusammenschweiße, und diesen Doppelstab einem Zugversuch aussetze. Durch die Verbindung mit dem dehnbareren Metall werde der Stab gezwungen, sich in ganzer Länge gleichmäßig zu dehnen, da andernfalls bei Erreichung seiner eigenen Streckgrenze jede größere örtliche Verlängerung sofort eine erhebliche Vermehrung der Spannung an der nebenliegenden Stelle des anderen Stabes, dessen Streckgrenze noch nicht erreicht sei, hervorbringen würde. Daher werde die Gesamtlängenänderung des weicheren Stabes eine wesentlich größere sein, als wenn er allein gezogen werde.

Ähnlich sei die Erscheinung zu erklären, daß bei Stäben einheitlicher Masse, die gebogen würden, die Einschnürung sich nicht zeige, und daß alle Materialien unter Biegung eine höhere Dehnungsgrenze erreichten als unter Zug. Es wirke bei der Biegung die Verkürzung der gedrückten und die Verlängerung der gezogenen Faser zusammen. Dementsprechend sei auch bei dem unbewehrten Prisma Nr. 31 unter Biegung eine Längenänderung der Zugfasern von 0,266 mm für das Meter gemessen, während Beton unter einfachem Zug sich nicht mehr als 0,1 mm für das Meter dehne.

Die Verbindung von Beton und Eisen zeitige nun aber noch weiter für die Dehnungsfähigkeit des Betons die gleiche Erscheinung, wie sie die Verbindung zweier Metallstäbe für den härteren mit sich bringe. — Dabei ist auch an die von Möller ausgesprochene Vermutung, daß bei dem Beton vor dem Bruch sich ein gewisses Fließen zeige, zu denken. —

Demgemäß könne — meint Considère — gegenüber der bei Biegung mit reinem Beton erzielten größten Dehnung die am verstärkten Prisma Nr. 34 gemessene Dehnung sehr wohl noch ungefähr 8mal so groß sein und etwa 20mal so groß als die Zugdehnung reinen Betons. Dies sei durch die Zusammenwirkung mit der Eiseneinlage, die einen

wesentlich höheren Elastizitätsmodul als der Beton habe, zu erklären. Sie verhindere den Beton, an einer Stelle eine schneller anwachsende Dehnung anzunehmen, zwinge ihn vielmehr, in ganzer Länge die größte Dehnung zu leisten, deren er überhaupt fähig sei.

Es werde also durch die Eiseneinlage nicht die Dehnungsfähigkeit des Betons geändert, sondern dieser nur befähigt, die ihm innewohnende Dehnungsfähigkeit gleichmäßig zwischen allen Querschnitten seiner ganzen Länge zur Geltung zu bringen. Die Grenze dieser Ausdehnung sei natürlich bei Erreichung der Streckgrenze der Eiseneinlage gegeben, da alsdann der Zwang zur gleichmäßigen Dehnung auch für den Beton aufhöre.

116. Gleichzeitig mit der größten Dehnung aller Schichten käme nun auch in allen Schichten die größte mögliche Spannung zur Geltung. Überdies würde bei dem Beton, der an sich ein wenig gleichmäßiges Material sei, durch die Eiseneinlage die ungleiche Widerstandsfähigkeit einzelner schwächeren Schichten ausgeglichen.

117. Außer durch die Beobachtungen will Considère noch durch eine Rechnung den Nachweis führen, daß der Beton unverletzt geblieben, und seine Fähigkeit zur Aufnahme von Spannungen erhalten worden sei. Dazu ermittelt er aus den auf der Zug- und der Druckseite gemessenen Längenänderungen die Dehnung der Eiseneinlage unter der Annahme, daß der Querschnitt des Gesamtkörpers während der Formänderung eben bliebe. Gleichzeitig wurde der Elastizitätsmodul des Eisens durch Zugversuche mit einem gleichartigen Stabe festgestellt. Aus beiden Größen ist dann eine dem Eisen zugeschriebene Spannkraft berechnet. Die Vervielfachung dieser vom Eisen aufgenommenen Kraft mit dem Abstande der Mitte des Eisens von dem Schwerpunkte des zugehörigen Mörteldruckes ergab dann das Moment, dessen Zuganteil das Eisen aufgenommen hat.

Der Rest, also der Unterschied des ganzen Angriffmomentes und des soeben ermittelten Beitrages wäre dann das Moment, das die Zugspannungen des Mörtels und die damit ein Kräftepaar bildenden Teile der Mörteldruckspannungen aufgenommen haben. Die folgende Zusammenstellung gibt in den Spalten 1 bis 6 die Beobachtungen und in den Spalten 7 bis 11 die daran geschlossenen Rechnungen.

Angriffsmoment	Abstand der Nullachse		Verlängerungen		Elastizitätsmodul des Eisens	Eisenkraft		innerer	Momentanteil	
	von unten	von oben	gemessen am Beton	gerechnet für das Eisen		auf die Einheit	im ganzen	Hebelarm	des Eisens	des Betons
kgm	mm	mm	mm	mm	kg/mm²	kg	kg	m	kgm	kgm
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
5,18	28,7	32,3	0,038	0,031	21700	0,67	28	0,0450	1,28	3,90
11,48	28,7	32,3	0.092	0,075	21700	1,63	69	0,0450	3,12	8,38
19,88	28.7	32,3	0.166	0,145	21700	3 15	134	0,0450	6,03	13,85
30,38	27,4	33,6	0,424	0,337	21500	7,25	309	0,0450	13,90	16,48
40,88	25,5	35.1	0,775	0,620	21100	13,10	558	0,0445	24,83	16,05
49,28	25,3	35,7	1,050	0,840	21000	17,60	750	0.0442	33,15	16,13
63,98	24,4	36,7	1,520	1,230	20600	25,37	1079	0,0440	47,48	16,50
78,68	24,4	36,6	1,980	1,600	20000	32,00	1363	0,0440	59,97	18,71

Diese Rechnung verläßt das Gebiet des Versuchsbeweises und bietet Unsicherheiten in ihren Voraussetzungen. Einmal ist die Annahme der Erhaltung der ebenen Querschnitte für jede Lasthöhe unbewiesen. Der Einfluß dieser Annahme tritt in einer Hinsicht zwar zurück, da in dem inneren Moment aus dem Eisenzug und dem Abstand der Kraftmittelpunkte dieser letztere von geringerem Einflusse ist, wie der Vergleich der Spalten 8 und 9 zeigt.

Andererseits ist aber auf die Rechnung die Eisendehnung und die aus ihr ermittelte Eisenspannkraft von großem Einfluß. Es muß aber sehr zweifelhaft erscheinen, ob für die Zustände der großen Formänderungen die Annahme noch richtig bleiben kann, daß die Eisendehnungen im Verhältnis der geringeren Abstände von der Nullinie kleiner sind als die Dehnungen der unter dem Eisen liegenden Betonfaser. Sollte bewiesen werden können, daß der Beton alsdann doch schon Änderungen in seinem Gefüge erlitten hat, so treten durch die Rißbildung — wie schon bei den Möllerschen Versuchen dargelegt — Verschiebungen in der Betonhülle ein, und es würde kaum angenommen werden können, daß über der ganzen Meßlänge zwischen den Dehnungen der Eiseneinlage und der Betonunterkante noch eine mit der Höhe abnehmende Beziehung besteht. In dem Falle würde die Eisenkraft, die der entscheidende Beitrag des Momentes ist, ganz anders ausfallen können.

Die nach der Berechnung von Considère durch die Zugspannungen aufgenommenen in der Spalte 11 der Zusammenstellung aufgenommenen Momente zeigen, abgesehen von den Zahlen in den Reihen 4 und 8, einen gleichmäßigen Verlauf. Den Umstand, daß die Zahlen in den Reihen 4 und 8 höher sind als die anderen, hat Considère anfangs auf Beobachtungsfehler zurückführen wollen. Aber er fand diese Abweichung bei allen Versuchen weiter und glaubt daher, daß sie doch wohl keine zufällige, sondern vielleicht auf ein Gleiten der Einlage im Beton zurückzuführen sei.

In der Abb. 119 ist die Verteilung der Momente dargestellt; als Längen sind die gemessenen Dehnungen, als Höhen die Momente aufgetragen, und zwar begrenzt die Linie *OD* die Angriffsmomente, und die Linie *OF* den dem Eisenzug entsprechenden Anteil des inneren Momentes. Der lotrechte Abstand zwischen diesen beiden Linien würde also das jeweils von den gezogenen Betonfasern aufgenommene innere Moment angeben. Wäre der Mörtel bei seiner aus Zugversuchen bekannten Dehnungsgrenze von etwa 0,1 mm auf 1 m gerissen, so hätte er — nach Considère — von da ab keine Spannungen mehr aufnehmen können. Es hätte also von dem der Zugdehnungsgrenze entsprechenden Punkte *A* das Moment etwa nach der Linie *ABC* zu der Linie *OF* abfallen müssen.

Es erscheint fraglich, ob — abgesehen von den Unsicherheiten, die die Berechnung der Größe des von dem Betonzug aufgenommenen Momentes bietet — die Annahme richtig ist, daß mit dem Auftreten von Rissen die Betonzuggurtung als Ganzes keinerlei Spannungen mehr aufnehmen könne, und ob mit der Aufnahme eines Teiles des inneren Momentes durch die gezogenen Betonfasern die Unverletztheit des Betons auf seiner ganzen Länge nachgewiesen werden könnte. Natürlich wird der Beton an der Rißstelle spannungslos. Es tritt aber nicht eine allgemeine Zerstörung des Betons ein, sondern er wird zuerst an einzelnen schwächeren Stellen reißen. Dazwischen liegen Betonstücke, die in ihrem Gefüge erhalten bleiben und die durch den Gleitwiderstand mit dem Eisen verbunden noch weiterhin einen Teil der Zugspannungen aufnehmen können.

Bei Considère ist das von den gezogenen Betonfasern aufgenommene Moment größer als 16 kgm, übersteigt also sogar das von dem gleichgebauten unbewehrten Prisma ertragene Bruchmoment von 11,48 kgm. Considère erklärt das daraus, daß durch die Verbindung mit dem Eisen in allen Betonschichten neben der größten möglichen Dehnung auch die größte mögliche Spannung erreicht und schwächere Stellen überbrückt würden. In dem unbewehrten Prisma könne hingegen nur eine mittlere Spannung zwischen der größten an der Bruchstelle und einer kleineren auf der übrigen Stablänge erreicht werden; außerdem könnten einzelne schwächere Stellen die Ursache zum vorzeitigen Bruche werden.



Der von den gezogenen Betonfasern aufgenommene Teil des Momentes nimmt bis zur Erreichung der Zugdehnungsgrenze des reinen Betons stetig, aber langsamer als die Dehnungen zu; von da an bleibt er sich gleich. Aus dem Moment ermittelt Considère den Verlauf der während der ganzen Belastung von der Betoneinheit aufgenommenen Spannung in einem ähnlichen Verhältnis und schließt daraus, daß bei der Biegung im Beton Zugspannungen entstehen, die sich bis zur Erreichung der Streckgrenze des Betons, d. h. bis zu der bisher nach Zugversuchen angenommenen Dehnungsgrenze erhöhen, dann zwar nicht mehr zunehmen, jedoch gleichmäßig erhalten bleiben. Dementsprechend müsse der Elastizitätsmodul des Betons dauernd kleiner werden, sobald die Zugdehnungsgrenze überschritten wird. Der Riß erfolge dann erst, wenn auch die Streckgrenze des Eisens erreicht ist, da erst dann die gleichmäßige Dehnung des ganzen Körpers aufhört, und auch das Eisen unter örtlicher Einschnürung sich an einer Stelle stärker dehnt. So hätten sich auch die ersten Risse gezeigt, wenn das Eisen mit 1600 bis 2000 kg/cm² beansprucht war. Das entspricht einer Längenänderung von ungefähr 1 mm für das Meter; bei dem Prisma 34 sei besonders weiches Eisen verwendet worden, so daß eine größere Dehnung möglich war, und eine größere Dehnung des Betons vor dem Bruch erreicht werden konnte.

118. An dem Prisma 35 wurde der Verlauf der Dehnungen bei wechselnder Belastung und Entlastung beobachtet.

An den Satz von der Erhaltung der Dehnungs- und Spannungsfähigkeit des bewehrten Betons knüpft Considère Schlüsse über die Größe der zulässigen Spannungen und des Elastizitätsmodul, die Lage der Nullachse und über den günstigsten Aufbau von Eisenbetonträgern.

Considère faßt seine Versuchsergebnisse wie folgt zusammen:

Der genügend mit Metall bewehrte Beton kann, ohne zerstört zu werden, Dehnungen annehmen, die wesentlich größer sind, als die bei gewöhnlichen Zugversuchen beobachteten.

Sobald die Streckgrenze der Einlage erreicht ist, vermag die Einlage die gleichmäßige Dehnung des Betons nicht mehr zu sichern.

Sobald die Dehnung des Betons die gewöhnliche Zugdehnungsgrenze überschritten hat, nehmen die Zugspannungen nur noch wenig zu. Dementsprechend nimmt der Elastizitätsmodul sehr schnell ab. Von dem Augenblick ab, in dem die Dehnung erreicht wird, die reiner Beton unter Biegung ertragen kann, also bei der zwei- bis zweieinhalbfachen Zugdehnung bleibt die Zugspannung gleichmäßig, und der Elastizitätsmodul wird sehr klein.

2. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris)[1].

119. Zur Prüfung des von Considère aufgestellten Satzes sind von der zweiten Untergruppe der französischen Regierungskommission Versuche angestellt worden. Im Jahre 1902 wurden vier Prismen, deren Querschnitt die Abb. 120 und deren Längsanordnung die Abb. 121 zeigt, auf Zug untersucht. Die Einlage bestand aus vier runden Stäben weichen Stahls von 6 mm Durchmesser, betrug also viermal 28,27 = 113,08 mm² oder 1,13 % des ganzen 100 cm² großen Querschnittes. An Vorversuchen wurde festgestellt, daß ihre Streckgrenze bei einer Beanspruchung von 3110 kg für das Quadratzentimeter, und die Bruchgrenze bei einer Spannung von 4240 kg für das Quadratzentimeter erreicht wurde. Der Elastizitätsmodul bestimmte sich zu 2040800 kg für das Quadratzentimeter.

[1] Commission du ciment armé: expériences etc. Paris 1907.



Die Betonmischung enthielt 300 kg Zement auf 400 l Sand und 800 l Kies, also etwa einen Raumteil Zement auf zwei Teile Kies und vier Teile Sand, und war unter Zusatz von 8 % Wasser zu der trockenen Mischung angemacht. Bei der Prüfung waren die Körper drei bis vier Monate alt und hatten während dieser Zeit an der Luft gelegen.

120. Bei den Prismen 1 und 4 wurde die Belastung bis zur Erkennung eines Risses im Beton getrieben. Währenddessen wurden an dem Prisma 1 die Dehnungen des Betons und an dem Prisma 4 die Dehnungen zweier Eisenstäbe auf 1 m Länge gemessen. Die Messung begann bei einer Belastung von 200 kg, weil man diese für nötig hielt, um erst einen festen Angriff der Last am Versuchskörper herbeizuführen. In der Abb. 122 sind mit vollem Strich die Dehnungen des Betons und mit unterbrochenem die Eisendehnungen aufgetragen. Die ersten Risse wurden im Beton bemerkt, als bei dem Prisma 1 eine Dehnung von 1,35 mm auf 1 m und bei dem Prisma 4 eine solche von 1,30 mm auf 1 m erreicht war.

121. Die Prismen 2 und 3 wurden steigenden Belastungen unterworfen, wobei man von jeder Stufe immer wieder auf 200 kg zurückging. Diese Mindestlast wurde beibehalten, um den Verband des Belastungsangriffes so zu sichern, daß nicht aus einer möglichen Lockerung Schwankungen in den Dehnungsmessern entständen. Die Last wurde so bei dem Prisma 2 auf 2080 kg getrieben, und dabei eine Dehnung von 0,61 m auf 1 m gemessen; bei dem Prisma 3 ging man bis auf 1790 kg und fand eine Dehnung von 0,43 mm auf 1 m.

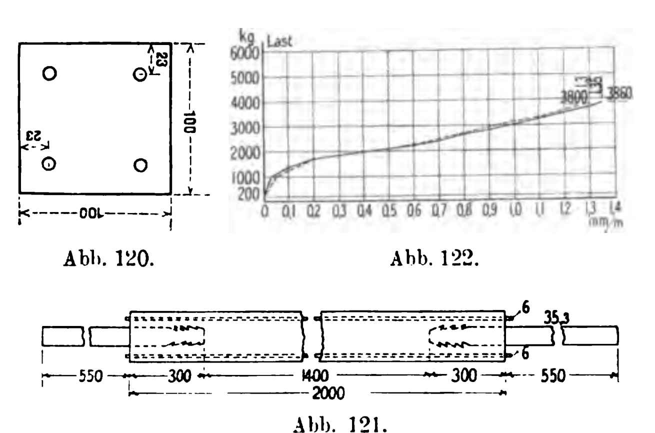


Abb. 120.

Abb. 122.

Abb. 121.

Um festzustellen, ob der Stab unverletzt erhalten geblieben sei, wurden die Eiseneinlagen aus dem Prisma 2 herausgeschält, so daß ein Betonbalken mit kreuzförmigem Querschnitt verbleiben mußte. Bei dieser Arbeit fand man einen Riß etwa bei einem Drittel der Länge zwischen den Enden der Lastanker. Man glaubte, daß dieser Riß durch die Beanspruchung des Betons beim Herausschälen der Eisen entstanden sei. Die verbleibenden beiden kreuzförmigen Betonbalkenstücke von 0,44 m bezw. 0,96 m Länge wurden über 0,35 m bezw. 0,80 m Stützweite mit wachsender Last in der Mitte bis zum Bruch belastet. Sie brachen unter 80 bezw. 37 kg, was einer Biegungsbeanspruchung — Angriffsmoment durch Widerstandsmoment des Querschnittes — von etwa 9 kg für das Quadratzentimeter entsprechen würde. Die Länge einer Einlage war bei dem Prisma 2 und 3 vor dem Versuch zu 2,03 m gemessen worden. Nach dem Versuch hatte sie bei dem Prisma 2 um 0,4 mm, bei dem Prisma 1 um 0,19 mm zugenommen. Nachdem alsdann die Einlagen im Beton vorsichtig freigelegt waren, ging ihre Verlängerung bei dem Prisma 2 um 0,04 mm auf 0,36 mm zurück; bei dem Prisma 3 nahm sie um 0,11 mm auf 0,30 mm zu.

122. Das Ergebnis dieser Versuche, daß eisenbewehrter Beton, ohne zerstört zu werden, eine Dehnung von 1,35 mm auf 1 m vertragen habe, kann sich allein auf die Sicherheit der Beobachtung mit dem Auge stützen. Ob sie genügend sicher ist, um die erste Zerstörung des Betons anzuzeigen, muß dahingestellt bleiben. Der Beweis, daß der Beton nach Erreichung einer Dehnung von 0,41 mm auf 1 m noch biegungsfest ge-

blieben sei, kann als sicher geführt nicht angesehen werden; der Bruch der Betonsäule bei der Bloßlegung des Eisens stört die Schlüssigkeit des Beweises, wenn auch für den Bruch immerhin andere Ursachen als die Anstrengung beim Zugversuch möglich sind.

123. Die Schlüsse aus dem Versuch sucht die französische Regierungskommission auch durch eine Rechnung zu stützen. Sie ermittelt aus der Dehnung und dem bekannten Eisenquerschnitt nach dem Hookeschen Gesetz den Anteil der angreifenden Last, den das Eisen jeweils aufgenommen hat. Der Rest wäre von der Zugfestigkeit des Betons zu leisten.

Für diese Ermittelung des Eisenanteiles sind aber zwei Feststellungen nötig. Einmal ist, da die Messung der Dehnung bei 200 kg Belastung begann, der Nullpunkt des die Dehnungen und die Lasten darstellenden Achsenkreuzes zu suchen. Die Kommission ermittelt ihn, indem sie die Dehnungslinie unterhalb der Last 200 kg bis zu der Last 0 tangential verlängert.

Zum zweiten muß der Einfluß der Anfangsspannungen, die das Eisen bei der Abbindung des Betons erlitten hat, ausgeschaltet werden. Es würde das, da der Beton in der Luft bei der Erhärtung geschwunden sein wird, vermutlich eine Druckspannung sein, die von der aus den gemessenen Dehnungen errechneten Zugspannungen abzusetzen wäre, d. h. es wäre die den Eisenzug darstellende Linie nicht im Nullpunkte der Lasten, sondern unterhalb anzusetzen.

Zur Feststellung dieses Punktes benutzt die Kommission die an dem Prisma 3 nach der Freilegung des Eisens an diesem gemessene Längenänderung von 0,30 — 0,19 = 0,11 mm. Sie setzt diese gleich der bei der Abbindung des Eisens im Beton entstandenen Verkürzung. Es könnte darauf hingewiesen werden, daß die Durchführung des gleichen Gedankenganges bei dem Prisma 2, das ebenfalls an der Luft erhärtete, das Gegenteil ergibt. Hier fand sich nach der Freilegung des Eisens eine Verkürzung von 0,4 — 0,36 = 0,04 mm. Das würde also einen Anfangszug bedeuten. Die Kommission meint bei diesem Versuch, daß — da das Metall wahrscheinlich während der nur auf 2060 kg getriebenen Belastung keine bleibende Verlängerung erlitten habe — die gegenüber dem Beginn des Versuches endgültig bleibende Verlängerung von 0,36 mm die Verkürzung darstelle, die das Eisen durch die Erhärtung des Betons an der Luft erlitten habe. Es ist nicht einzusehen, warum dieser Gedankengang nicht auch auf das Prisma 3 angewendet wird, und dort nicht mit einer Anfangszusammendrückung von 0,19 mm gerechnet wird.

Mangels einer genauen Messung der Längenänderungen während der Abbindung — wie sie übrigens die Kommission bei einem anderen Versuch, der aber keinen Vergleich ermöglicht, durchführte — muß daher die über die Verteilung der Zugkräfte zwischen der Betonhülle und der Eiseneinlage aufgestellte Rechnung über die Erhaltung der Zugfähigkeit des Eisenbetons bis über die Dehnungsgrenze des unbewehrten Betons als nicht beweiskräftig angesehen werden.

Es hätte übrigens bei diesen Versuchen nahe gelegen, die Belastung über die Entdeckung der Betonrisse hinaus bis zum Bruche des ganzen Versuchskörpers fortzusetzen, um so zu prüfen, ob dann die Linie der ertragenen Gesamtlast an die errechnete Linie des Eisenanteils — etwa nach der Linie *A, B, C,* wie in der Abb. 119 von Considère angenommen — abgefallen wäre, und dadurch die über die Verteilung aufgestellte Rechnung und die daraus abgeleitete Spannungserhaltung bestätigt worden wäre.

124. Die Kommission faßt das Gesetz der Formänderung des Eisenbetons nach den vorliegenden Versuchen dahin zusammen, daß die Spannung des Betons bis zu einer Dehnung von 0,04 mm für das Meter bis auf 12 kg für das Quadratzentimeter

regelmäßig zunehme, nämlich bis zu der Grenze der Zugfestigkeit des unbewehrten Betons. Während der weiteren Dehnung von 0,04 auf 0,20 mm wächst die Betonspannung um 30 bis 40 % über die, welche der unbewehrte Beton ertragen kann. Zwischen 0,20 und 0,60 mm sinkt sie wieder auf die Zugfestigkeit des unbewehrten Betons und bleibt dann nahezu gleichmäßig auf dieser Höhe bis zu dem bei einer Dehnung von 1,3 mm auf 1 m eingetretenen Bruch.

125. Zur Ergänzung dieser Zugversuche wurden noch zwei Balken von 3 m Länge, 15 cm Breite und 20 cm Höhe auf Biegung geprobt. Sie enthielten fünf Rundeisen, von denen die beiden äußersten 1,6 cm und die drei mittleren 1,2 cm Durchmesser hatten. Unter den stärkeren Eisen verblieb noch eine Betonschicht von 8 mm Dicke. Der Querschnitt der Einlagen betrug also 4,4 cm², d. h. 1,46 % der ganzen Fläche oder 1,6 % des über ihrer Mitte liegenden Betonquerschnittes. Die Einlagen waren an den Enden hakenförmig aufgebogen.

Die trockene Betonmischung glich der bei den Zugkörpern verwandten; für die Anmachung wurde jedoch etwas mehr Wasser: 9,6 % zugesetzt. Die Balken lagerten etwa sechs Monate, und zwar der erste an der Luft, der zweite im Wasser.

Sie wurden dann über 3,9 m Stützweite an den Viertelpunkten belastet. Dabei wurden die Längenänderungen an der Zugseite verfolgt, indem an den beiden Enden einer 1 m langen, in der Mitte des Balkens liegenden Strecke kleine Metallplättchen auf dem Balken befestigt, und deren Verschiebung mit Hilfe von Mikroskopen beobachtet wurde. Um das Auffinden der ersten Risse zu erleichtern, war die Oberfläche der Balken mit einem dünnen Anstrich eines sehr fetten Zementbreies versehen.

Die Belastung des ersten Balkens wurde unter 4095 kg abgebrochen. Dieser Last entsprach eine Dehnung von 0,637 mm. Ein Riß wurde nicht bemerkt.

Der zweite Balken brach unter 5510 kg durch einen schräg von einem Lastangriff nach dem Auflager verlaufenden Riß unter Gleitung der Eiseneinlagen. Gleichzeitig wurde eine Dehnung von 1,33 mm abgelesen, ohne daß auf der Meßstrecke ein Riß sichtbar wurde.

Nach dieser Belastung wurde die untere Seite der Balken etwa 2 cm abgearbeitet, also auch die Einlage entfernt, und die darauf folgende Betonschicht etwa 4,5 cm hoch als Platte in ganzer Balkenbreite herausgeschnitten. Ein 1 m weit freiliegendes Stück dieser Platten ertrug unter einer in der Mitte angreifenden wachsenden Last eine Biegungsbeanspruchung — Angriffsmoment durch Widerstandsmoment des Querschnittes — von 27,1 kg für das Quadratzentimeter bei dem Balken *1*, und von 22,2 kg für das Quadratzentimeter bei dem Balken *2*. Will man die Annahme der Erhaltung ebener Querschnitte gelten lassen, so hätten die äußersten Fasern der herausgeschnittenen Platten schon vorher im ganzen Balken *1* eine Längenänderung von 0,5 bezw. 0,25 mm erfahren.

Zwei ebenso aus der gedrückten Gurtung der Balken herausgearbeitete Platten von 4,8 cm Dicke erzielten in gleicher Weise eine Biegungsspannung von 32,7 kg für das Quadratzentimeter am Balken *1* und von 25,4 kg für das Quadratzentimeter am Balken *2*. Diese Zahlen sind also höher als die, welche bei den auf der Zugseite herausgeschnittenen Platten erreicht wurden.

126. Bei einem Biegungsbruchversuch mit einem dritten Balken wurden die Längenänderungen der Eiseneinlage und des Betons gemessen, und darauf eine ähnliche Rechnung aufgebaut, wie sie Considère zum Beweise der Erhaltung der Fähigkeit des Betons zur Aufnahme von Zugspannungen angestellt hat. Sie ergibt, daß der Beton bei einer vom Beginn der Belastung als Nullpunkt gemessenen Dehnung von 0,435 mm auf 1 m noch eine Spannung von 9,5 kg für das Quadratzentimeter aufgenommen hat. Außerdem

wird angenommen, daß der Beton bei der Abbindung dadurch, daß das Eisen ihn an der Schrumpfung hindert, also vor der Belastung, bereits eine Anfangsspannung von etwa 15 kg erlitten habe. Er solle also im ganzen eine Zugspannung von 24 bis 25 kg für das Quadratzentimeter noch bei der Dehnung von 0,435 mm auf 1 m ertragen haben.

Zu dieser Rechnung ist dieselbe Einwendung über die Ermittelung der Nullachse zu erheben wie bei den Versuchen von Considère. Außerdem fehlt für die angenommene Größe der Anfangsspannung eine Gewährleistung.

127. Considère als Berichterstatter der französischen Regierungskommission sagt, daß die vorstehenden Zug- und Dehnungsversuche, die von ihm aus seinen Versuchen abgeleiteten Sätze über die Dehnungs- und Spannungsfähigkeit des Eisenbetons bestätigt hätten, so daß diese Sätze als endgültig bewiesen angesehen werden könnten. Es kann jedoch als Beweismittel dafür bei den vorliegenden Versuchen für die größten Dehnungen nur die Zuverlässigkeit der Beobachtung angeführt werden, und für die auf Grund der Annahme der Erhaltung ebener Querschnitte errechneten Dehnungen bis 0,5 mm für das Meter mit gewissen Einschränkungen die Erhaltung der Tragfähigkeit der Balkenreste.

3. Versuche von Schüle (Zürich).[1]

128. Schüle hat in der eidgenössischen Materialprüfungsanstalt in Zürich zwei Reihen prismatischer Eisenbetonkörper quadratischen Querschnittes auf Zugfestigkeit untersucht, und die Ergebnisse im Jahre 1896 veröffentlicht.

Die Bauart erläutern die Abb. 123 und 124 sowie die folgende Zusammenstellung.

Reihe	Nr.	Querschnitt des Schaftes	Einlage Durchmesser u. Querschnitt	Einlage %	Beton Zementgehalt auf 1 m³ kg	Beton Festigkeit auf Druck kg/cm²	Beton Festigkeit auf Zug kg/cm²	Alter in Monaten	Ort des Risses	Größte Dehnung mm für das m
I.	1	14,0 × 14,1 cm = 197 cm	1,5 cm = 7,07 cm²	3,6	300	187	30,1	5,5	Kopf	0,167
	2			3,6	300	187	30,1	5,5	„	0,207
	3			3,6	500	289	39,7	5,5	„	0,144
	4			3,6	500	289	39,7	5,5	„	0,260
	5		0,8 cm = 2,01 cm²	1,0	300	308	38,1	5,25	„	1,000
	6			1,0	300	308	38,1	5,25	„	1,080
	7			1,0	500	378	42,5	5,25	Schaft	1,020
	8			1,0	500	378	42,5	5,25	„	0,084
II.	1	11,1 × 11,3 cm = 125 cm	0,2 cm = 0,126 cm²	0,1	300	124	12,5	1	„	0,031
	2			0,1	300	124	12,5	1	„	0,039
	7			0,1	500	116	10,0	1,33	„	0,047
	8			0.1	500	116	10,0	1,33	„	0,031
	3		0,8 cm = 2,01 cm²	1,6	300	136	15,5	1,25	Kopf	1,17
	4			1,6	300	136	15,5	1,25	„	1,05
	9			1,6	500	170	17,5	1,5	„	1,38
	10			1,6	500	170	17,5	1,5	Schaft	1,38
	5		1,5 cm = 7,07 cm²	5,6	300	149	17,0	1,33	Kopf	0,236
	6			5,6	300	149	17,0	1,33	„	0.41
	11			5.6	500	151	17,7	1,5	„	0,275
	12			5,6	500	151	17,7	1,5	„	0,196

Die Zugkräfte griffen an Bolzen an, die durch die in den Köpfen vorhandenen Löcher gesteckt wurden; bei einem Teil der Proben wurden vorher Bleiringe in das

[1]) Resultate der Untersuchung von armiertem Beton, Zürich 1906.

mittlere Drittel der Bolzenlöcher eingelegt. Die Köpfe bestanden aus einer fetteren Betonmischung.

129. Bei allen Versuchskörpern wurden die Dehnungen des Betons auf einer im Schafte gelegenen Meßstrecke von 15 cm Länge an zwei Seiten, und die Dehnungen der Eisenstangen über einer Meßstrecke von 50 cm beobachtet. Dazu wurden bei der Reihe I an beiden Enden der Meßstrecke die Eisenstangen durch Löcher im Beton bloßgelegt, und ein fester Maßstab an dem einen Ende mit einem in die Einlage gesteckten Stift fest verbunden, während am anderen Ende von dem Maßstab eine Zunge auf die Einlage hinunterreichte. Die Verschiebung dieser Zunge gegen einen auf der Einlage eingeritzten Stift wurde mikroskopisch beobachtet. Bei den Körpern der Reihe II wurde das feste Ende des Maßstabes nicht mit dem Eisen, sondern nur mit dem Beton verbunden. Schüle bemerkt, daß die Ablesungen der Eisendehnungen an dieser Reihe aber nicht so übereinstimmend mit den Betondehnungen geworden seien wie die der ersten Reihe. Auch seien allgemein die Beobachtungen der Verschiebungen der Zunge gegen den auf der Einlage eingeritzten Strich nur schwierig und unsicher festzustellen gewesen.

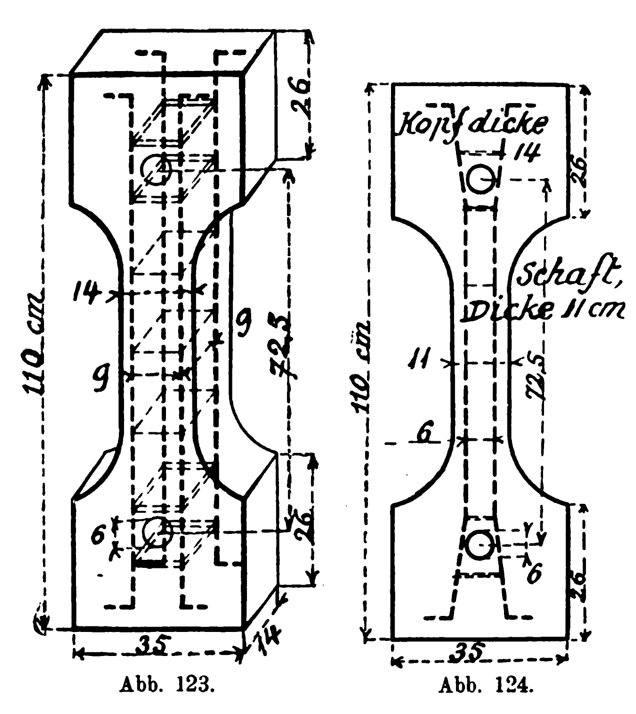


Abb. 123. Abb. 124.

Bei der Messung der Dehnungen wurde der Nullpunkt unter der Anfangslast von 250 kg angenommen, alsdann wurde stufenweise mit 500 kg Zuschlag weiter belastet. Vor Aufbringung der nächsten Stufe ging man immer auf die Anfangslast zurück. Von den Beobachtungsergebnissen werden die Zahlen der Betondehnungen mitgeteilt. Die Versuchskörper rissen, wie in der Zusammenstellung angegeben, teils im Schaft, teils in den Köpfen; die am Beton vor der Wahrnehmung der Risse gemessenen größten Dehnungen sind ebenda vermerkt.

130. Zu den Zahlen bemerkt Schüle, daß die Körper mit starker Einlage an den Köpfen gerissen sind, bevor große Dehnungen im Schaft beobachtet werden konnten; nur bei den Körpern mit 1,0 und 1,6 % Eisengehalt seien die größten möglichen Dehnungen erreicht worden; die Körper mit ganz schwacher Einlage, die solchen ohne Eisen gleichkämen, seien gerissen, bevor die Dehnungen einen namhaften Betrag erreicht hätten. Schüle hebt hervor, daß auch durch diese Versuche bestätigt sei, daß die Sprödigkeit des Betons durch die Verbindung mit Eisen vermindert, und die Dehnungsfähigkeit bedeutend erhöht werde, wie dies auf Grund der Versuche von Considère festgestellt worden sei.

131. In der Abb. 125 sind die Dehnungen als Höhen auf den Lasten als Längen für alle Versuchskörper mit ungerader Nummer aufgetragen. Der Verlauf zeigt, daß bei allen Körpern die Dehnungen, sobald sie die Grenze von 0,04 bis 0,08 mm für das Meter erreicht haben, wesentlich schneller zunehmen als vorher. Insbesondere bei den Körpern mit 2,01 cm² Eisen, von denen Schüle annimmt, daß sie allein die größten

möglichen Dehnungen nach ihrem Aufbau zu erreichen imstande gewesen seien, zeigt sich von der Dehnung von

	0,045	0,054	0,065	0,078	0,06 mm für das Meter
unter den Lasten von	2,75	3,25	4,75	2,25	2,75 t
bei den Körpern	I: 5,	6,	7,	II: 9,	10

eine sprunghafte Zunahme mit einem Vielfachen der bis dahin erlittenen Verlängerung. Bei dem Körper I 7 wurde auch bei der nächsten Last von 5,25 t ein Riß entdeckt. Der Verlauf der Dehnungen ist dann ungefähr so, als ob die Zunahme der Belastung nur noch von den Eisenspannungen aufgenommen wird. Zum Vergleich sind in der Abb. 125 die Richtungen aufgetragen, welche die Dehnungslinien der Eisenstäbe von 2,01 cm² Querschnitt entsprechend 1,0 % und 1,6 % Einlage, und von 7,07 cm² Querschnitt entsprechend der Einlage von 3,6 % und 5,6 % annehmen würden, wenn das Eisen allein belastet wird.

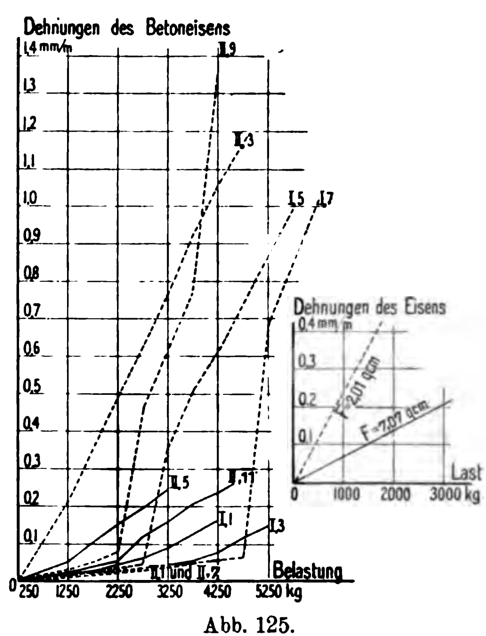


Abb. 125.

v. Bach bemerkt zu der Ansicht von Schüle, daß nicht einzusehen sei, wodurch sich zwischen zwei aufeinanderfolgenden Laststufen die plötzliche Zunahme der Dehnung

bei I 5 von 0,045 auf 0,355 mm für das Meter d. i. auf das 8fache
6 „ 0,054 „ 0,295 „ „ „ „ „ „ „ „ 5,5fache
II 9 „ 0,078 „ 0,455 „ „ „ „ „ „ „ „ 6fache

erklären solle, wenn nicht die Rißbildung eingetreten sei. Considère gibt ja für diese Erscheinung, daß bei allen Körpern beim Überschreiten der oben angegebenen Dehnungen sich eine sprunghafte Zunahme zeigt, die Erklärung, daß von den Knickpunkten ab — der Dehnungsgrenze des unbewehrten Betons — die Spannungen des Betons nicht mehr zunehmen, wohl aber erhalten bleiben. Wäre das der Fall, so könnten die Dehnungen wohl einen Verlauf nehmen, wie sie die Verlängerung eines Eisenstabes ohne Betonhülle aufweisen würde, und es wäre aus dem Richtungswechsel der Dehnungslinien noch keine Widerlegung der von Considère behaupteten Erhaltung der Dehnung und der Spannungsfähigkeit des Eisenbetons herzuleiten.

Es stehen jedoch den Versuchen von Considère, der französischen Regierungskommission und von Schüle andere Beobachtungen gegenüber, die nachweisen, daß an dem Knickpunkte auch das Gefüge des Betons leidet und damit auch den Satz von der Erhaltung der Spannungsfähigkeit erschüttern.

132. Schüle hat bei den vorstehenden Versuchen auch Dehnungen gemessen, die nach der Entlastung sich erhielten. Diese bleibenden Dehnungen hatten eine namhafte Größe, wenn auch eine besondere Regelmäßigkeit nicht vorhanden war. Die größten Werte der bleibenden Dehnungen betrugen ein Drittel der unter der Last erreichten ganzen Dehnung. Das Verhältnis der bleibenden und der Gesamtdehnungen scheint den größten Wert unmittelbar nach der Laststufe zu erreichen, welche die größten Spannungen im Beton erzeugt, das wäre also etwa bei der Zugdehnungsgrenze des unbewehrten Betons.

4. Versuche von Rudeloff (Berlin).[1])

133. Im Jahre 1903 hat Rudeloff in dem Königlichen Materialprüfungsamte zu Groß-Lichterfelde-West eine Anzahl von Eisenbetonprismen untersucht. Nach der ihm gewordenen Angabe waren sie im Jahre 1899 aus einem Teil Zement und drei Teilen Sand gefertigt und hatten seitdem an der Luft gelagert. Sie hatten etwa 5 zu 5 cm Querschnitt und waren in der Längsachse mit einer Eiseneinlage von 0,5 oder 0,7 oder 1 cm Durchmesser, d. h. von 0,2 oder 0,4 oder 0,8 qcm gleich 0,8 oder 1,6 oder 3,2 % des ganzen Querschnittes versehen.

134. Zwei Proben mit Eiseneinlagen von 5 mm Durchmesser wurden Zugversuchen unterworfen, bei denen die Belastung auf die über die Betonhülle herausragenden Enden der Eiseneinlage wirkte; hier waren für die Kraftübertragung Kettenstücke angeschweißt. Unter einer Last von 720 kg bei einem und von 760 kg bei dem anderen Prisma brachen die Eisen an einer mangelhaften Schweißstelle in einem Auge des Kettenansatzes. Der Beton blieb anscheinend unversehrt.

Ein dritter, diesen beiden gleicher Versuchskörper wurde in zwei Hälften geteilt, und diese auf Zugfestigkeit geprüft. Hierzu wurde jedes Ende der Proben in ein etwa 7 cm tiefes gußeisernes nach hinten sich erweiterndes Gehäuse geschoben und darin mit Zementguß festgelegt. Die Belastung griff dann an den Gehäusen mittels Zugstangen an, die zur Vermeidung jeder Biegungsbeanspruchung in Kugellagern hingen. Durch das Gehäuse und den Zementguß wurde also die Belastung zunächst auf die Betonhülle übertragen, und von dieser die Eiseneinlage mit herangezogen, während ja der Angriff der Belastung bei den ersten beiden Proben vom Eisen ausging. Die Kraft wurde stufenweise gesteigert; bei der einen Probe zuerst auf 350 kg. Dann wurde entlastet. Bei der zweiten Belastung brach die Probe dann unter 600 kg. Die andere ertrug eine ohne Entlastung bis auf 520 kg gesteigerte Kraft.

Bei beiden Prismen wurden die Dehnungen an zwei gegenüberliegenden Seiten an der Oberfläche über 30 cm Länge gemessen. Sie betrugen bei einer Belastung von

	bei dem einen Prisma		bei dem anderen	im Mittel
50 kg	0,0077	0,0077	0,0077	0,0077
100 „	0,0153	0,0163	0,0157	0,0158
150 „	0,0270	0,0233	0,0230	0,0244
200 „	0,0310	0,0313	0,0300	0,0308
250 „	0,0387	0,0393	0,0390	0,0390
300 „	0,0460	0,0470	0,0467	0,0466
350 „	0,0533	0,0550	0,0540	0,0541
400 „	—	0,0623	0,0620	0,0622
450 „	—	0,0697	0,0703	0,0700
500 „	—	0,0777	0,0777	0,0777
550 „	—	0,0853	0,0853	0,0853
600 „	—	0,0933	0,0930	0,0932 mm auf 1 m.

Bei der Entlastung der einen Probe wurde also eine bleibende Dehnung nicht festgestellt. In der Abb. 126 sind die Mittelwerte in einem Linienzuge dargestellt.

135. Nach dem Bruch wurde der Beton von den Eiseneinlagen entfernt, und diese bis zum Bruch belastet. Sie hatten vorher bei dem Zugversuch in der Betonhülle schon eine Beanspruchung von 3060 kg für das Quadratzentimeter ertragen und brachen

[1]) Mitteilungen aus dem Königlichen Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde-West, 1904.



nun bei 4370 kg für das Quadratzentimeter. Die während der Belastung über einer Länge von 15 cm gemessenen Dehnungen sind in die Abb. 126 eingezeichnet: *BE.*

136. Endlich wurden zwei Prismen mit je 1 cm starker Einlage unter Angriff der Kraft am Eisen belastet. Es entstanden in der Betonhülle unter 1800 bezw. 1500 kg die ersten Risse, und unter 2680 bezw. 2340 kg brachen die Eisen in einer mangelhaften Schweißstelle an einem Auge der Kettenansätze.

Es wurden nun die Eiseneinlagen herausgezogen, und eine hohle Hälfte jedes Betonkörpers einem Zugversuch unterworfen, bei dem die Kraft von der Oberfläche in gleicher Weise wie vorher bei den verstärkten Betonprismen geschildert, angriff. Die ebenso gemessenen Dehnungen sind auch in die Abb. 126 eingetragen: Linie *B* und zwar umgerechnet auf die Querschnittgröße der Eisenbetonprismen mit 5 mm starker Einlage, deren Dehnungen die Abbildung ebenfalls zeigt. Die Betonhüllen brachen unter einer Last von 500 kg bei einer Dehnung von 0,102 mm auf 1 m.

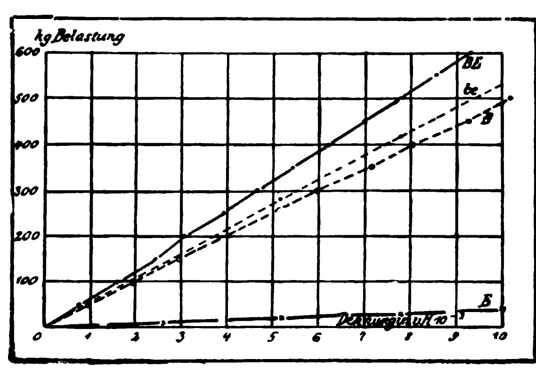


Abb. 126.

137. Nach den von Rudeloff ermittelten Zahlen wurde bei den Eisenbetonproben eine Bruchdehnung von 0,0932 mm für 1 m erreicht und zwar nahezu gleichmäßig bei beiden Proben. Gegenüber der an der Betonhülle gemessenen Dehnung von 0,102 mm auf 1 m war sie also durch die Eiseneinlage keinesfalls vergrößert. Zu beachten ist, daß die Betonhüllen Körpern entstammen, die bereits soweit belastet worden waren, daß der Beton an einer Stelle gerissen war. Es sei daher — meint Rudeloff — nicht ausgeschlossen, daß der Beton auch außerhalb der Bruchstelle bereits geschwächt war. Wenn diese Beanspruchung die ursprünglichen Eigenschaften der Betonhülle bereits verändert haben sollte, so hätte die Bruchdehnung allenfalls vermindert, aber nicht vergrößert sein können.

Rudeloff knüpft an die Versuche noch die folgende Überlegung: Nimmt man zunächst an, daß weder die Dehnbarkeit des Betons noch die des Eisens durch die Vereinigung der beiden Materialien beeinflußt wird, d. h. daß die Beziehungen zwischen Belastung und Dehnung wie sie für die beiden Materialien allein gefunden sind, durch die Vereinigung beider zu einem Körper nicht geändert werden, so ergibt sich die Gesamtbelastung P, welche die Eisenbetonkörper um l zu dehnen vermag, aus der Gleichung $P = p$-Eisen $+ p$-Beton, wenn diese die Belastungen bedeuten, welche die Eiseneinlage und den Betonkörper je für sich allein um l dehnen. Unter dieser Voraussetzung erhält man die Linie *be* durch Rechnung. Aus den Beobachtungen an Eisenbetonkörpern ergab sich die Linie *BE.*

Die Eisenbetonproben erforderten also zur Erzielung der gleichen Dehnung größere Belastungen, als die Rechnung aus der Summe der Einzellasten für die beiden Bestandteile ergibt, und zwar beträgt das Verhältnis 118 zu 100. Hiernach erschiene die Dehnbarkeit des Betons oder des Eisens oder beider durch ihre Vereinigung verringert.

Rudeloff weist selbst darauf hin, daß bei dieser Ableitung zu beachten ist, daß die Dehnungen der Eisenbetonkörper bei der ersten Belastung gemessen seien, die der Betonhülle jedoch erst, nachdem diese schon in Verbindung mit dem Eisen im ganzen Prisma und dann zum Zwecke des Herausziehens des Eisens beansprucht worden war. Einer Verallgemeinerung des Ergebnisses der verringerten Dehnungsfähigkeit von Beton

und Eisen im Verbunde gegenüber der der beiden einzelnen freien Bestandteile würde auch deshalb widersprochen werden müssen, weil bei den vorliegenden Versuchen die Einflüsse der durch die Abbindung entstehenden Anfangsspannungen bei der Prüfung des Eisenbetonkörpers, und die aus der ersten Belastung möglicherweise entstandenen bleibenden Dehnungen bei der Prüfung der Betonhülle nicht ausgeschaltet sind. Wohl aber haben die Versuche eine größere Dehnbarkeit des mit Eisen bewehrten Betons nicht ergeben.

138. Der Unterschied in der Bruchlast bei Angriff der Kraft am Eisen — 720 und 760 kg — und der bei Angriff am Beton — 600 und 620 kg — (wobei im ersten Falle der Beton unversehrt blieb und im letzten Falle riß) zeigt, daß Eisenbetonproben eine größere Last bis zum Bruch der Betonhülle ertragen können, wenn die Last an der Einlage angreift, als wenn sie vom Umfange der Betonhülle aus übertragen wird. Daraus wird geschlossen werden können, daß die Dehnungen beider Bestandteile nicht gleich sind, sondern daß die des Teiles, an dem die Kraft angreift, voreilt, und die des anderen, der mitgenommen wird, folgt. Dies naheliegende Ergebnis zeigt, daß Rechnungen, die über die Zusammenwirkung beider und die Eigenschaften jedes im Verbunde auf Grund von Messungen an einem aufgestellt werden, mit Vorbehalt aufzunehmen sind.

5. Versuche von Kleinlogel (Stuttgart).[1]

139. Kleinlogel hat im Jahre 1904 in der Materialprüfungsanstalt der Technischen Hochschule in Stuttgart 32 Balken in sieben Reihen nach der Bauart der Abbildungen 127 und 128 und zwar acht unbewehrte und vier von jeder Bauart der verstärkten Balken auf Biegung untersucht.

In der Betonmischung war ein Teil Zement auf einen Teil Sand und zwei Teile Kalksteinschotter mit 8 % Wasser angemacht. Dieser Wasserzusatz hatte sich nach Vorversuchen mit 10 % und 6 % am zweckmäßigsten für die Herstellung eines gut formenden Betons erwiesen. Die Balken wurden in Holzlehren in fünf Lagen gestampft. Nach 30 Stunden wurden die Seitenwände der Form entfernt, und nach weiteren 24 Stunden wurden die Balken vom Boden abgehoben und in feuchtem Sande hochkant bis zur Prüfung, die nach etwa $5\frac{1}{2}$ Monaten erfolgte, gelagert.

Die Eiseneinlagen waren gerade. Um eine Biegung der Einlage beim Stampfen der Balken zu verhindern, wurden sie mit mäßig angezogenen Muttern vor den Kopfenden der Formen angespannt. In je 50 cm Abstand von der Balkenmitte waren Quereisen, die über die Seitenflächen der Balken vorstanden, mit den Längseisen durch Hartlötung verbunden. Es sollte damit die Möglichkeit der Messung der Eisendehnungen offengehalten werden.

140. Der Zweck der Prüfungen war die Messung der Betondehnungen im Zuggurt nach der Ansicht von Considère. Die Dehnungen wurden über einer Meßlänge von 80 cm in der Mitte beobachtet, indem eine feste Meßlatte auf Plättchen, die in der Oberfläche der Balken an den Enden der Meßstrecke *CD* — s. die Abb. 129 — festlagen, in Körnerpunkten gestützt wurde; und zwar auf einer Seite mittels einer festen Körnerspitze und auf der anderen Seite mittels einer beweglichen Schneide. Die Drehung dieser Schneide wurde auf einer Bogenteilung mittels Zeigerübertragung abgelesen. Um das Auffinden der ersten Risse zu erleichtern, waren die Seitenflächen und die Unterfläche des Balkens mit Kreide, die in einer Leimlösung angeschlemmt war, bestrichen.

---

[1]) Untersuchungen über die Dehnungsfähigkeit des nichtarmierten und armierten Betons, Wien 1904. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons. Heft I. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

Außerdem wurden die Durchbiegungen gemessen, indem die Verschiebung eines Tasters in Balkenmitte gegen eine an den Auflagerpunkten des Balkens gelagerte aus einem festen Eisen bestehende Meßbrücke verfolgt wurden.

Als Belastung wirkten zwei Einzellasten in den Viertelpunkten der 2 m langen Stützweite. Sie wurden in Stufen von

200	3000	400	500	750	1000	1500	bei den Balken
A	*B*	*C*	*D*	*E*	*F*	*G*	gesteigert.

141. Die nach den Mittelwerten aufgetragenen Dehnungslinien zeigt die Abb. 129. Die Dehnung bei der Erkennung des ersten Risses ergibt die folgende Zusammenstellung.

Nr.	Einlage	Querschnitt		Last beim ersten Riß.	Dehnung beim ersten Riß.
B	1 Rundeisen: 10 mm	0,7854 qcm	0,183 %	3600—3900	0,118 mm auf 1 m
C	2 „ 10 „	1,5708 „	0,366 „	4800—5200	0,16—0,17 „ „ 1 „
D	3 „ 10 „	2,3562 „	0,549 „	5500—6000	0,16—0,19 „ „ 1 „
E	1 „ 22 „	3,8013 „	0,887 „	5250—6000	0,15—0,24 „ „ 1 „
F	2 „ 22 „	7,6026 „	1,774 „	6000—7000	0,16—0,20 „ „ 1 „
G	3 „ 22 „	11,4039 „	2,661 „	6000—7500	0,14—0,18 „ „ 1 „

somit im Mittel 0,148 bis 0,196 mm auf 1 m.

Bei den Körpern mit stärkerer Einlage waren die Risse anfangs besonders fein; erst bei der folgenden fünften oder sechsten Laststufe dehnten sie sich von der Unterkante hinauf bis über die Höhe der Ebene der Einlagen aus. Dem Einwande, daß die Risse nur oberflächliche gewesen seien, begegnet Kleinlogel jedoch durch eine spätere ausdrückliche Erklärung, in der er angibt, daß dies nicht der Fall gewesen sei, sondern daß es sich um deutlich erkennbare Risse in der Masse gehandelt habe.

Abb. 127.

Abb. 128.

An den unbewehrten Balken wurden die Meßgeräte zu ihrer Sicherstellung vor dem Herannahen von Rissen von den Balken entfernt. Nach der auf der Abb. 129 für die Klasse *A* punktiert angegebenen Ergänzung der Dehnungslinie bis zur Bruchlast hätten die reinen Betonbalken etwa eine Bruchdehnung von 0,131 mm für das Meter im Mittel aller Balken und als größten Wert bei einem Balken 0,146 mm für das Meter ertragen können.

Die Dehnungen aller Balken blieben also innerhalb der von Considère für reinen Beton angegebenen Grenze von 0,1 bis 0,2 mm für das Meter. Die ersten Risse zeigten sich bei den Balken der Reihe *B* und *C* mit der kleinsten Einlage zumeist an den Quereisen, also außerhalb der Meßstrecke; bei der Reihe *D* erschien bei drei Balken der erste Riß innerhalb der Meßlänge, bei den übrigen Balken traten gleichzeitig mehrere Risse auf, die teils innerhalb der Meßlänge, manchmal aber auch an den Quereisen lagen.

Kleinlogel bemerkt, daß mit diesen Erscheinungen wohl der mögliche Einwand, daß die Quereisen den Beton verhindert hätten, sich weiter zu dehnen, widerlegt sei. Überdies würde auch wohl, selbst wenn die Quereisen gefehlt hätten, eine zehn- bis zwanzigmal größere Dehnung, wie sie Considère für möglich hält, nicht erreicht worden sein. Kleinlogel weist noch darauf hin, daß mit einem solchen Einwande ja auch sämtliche Bauweisen mit irgendwelchen Quereinlagen — Bügeln, Verteilungsstäben — von dem Vorzuge der großen Dehnungen ausgeschlossen würden.

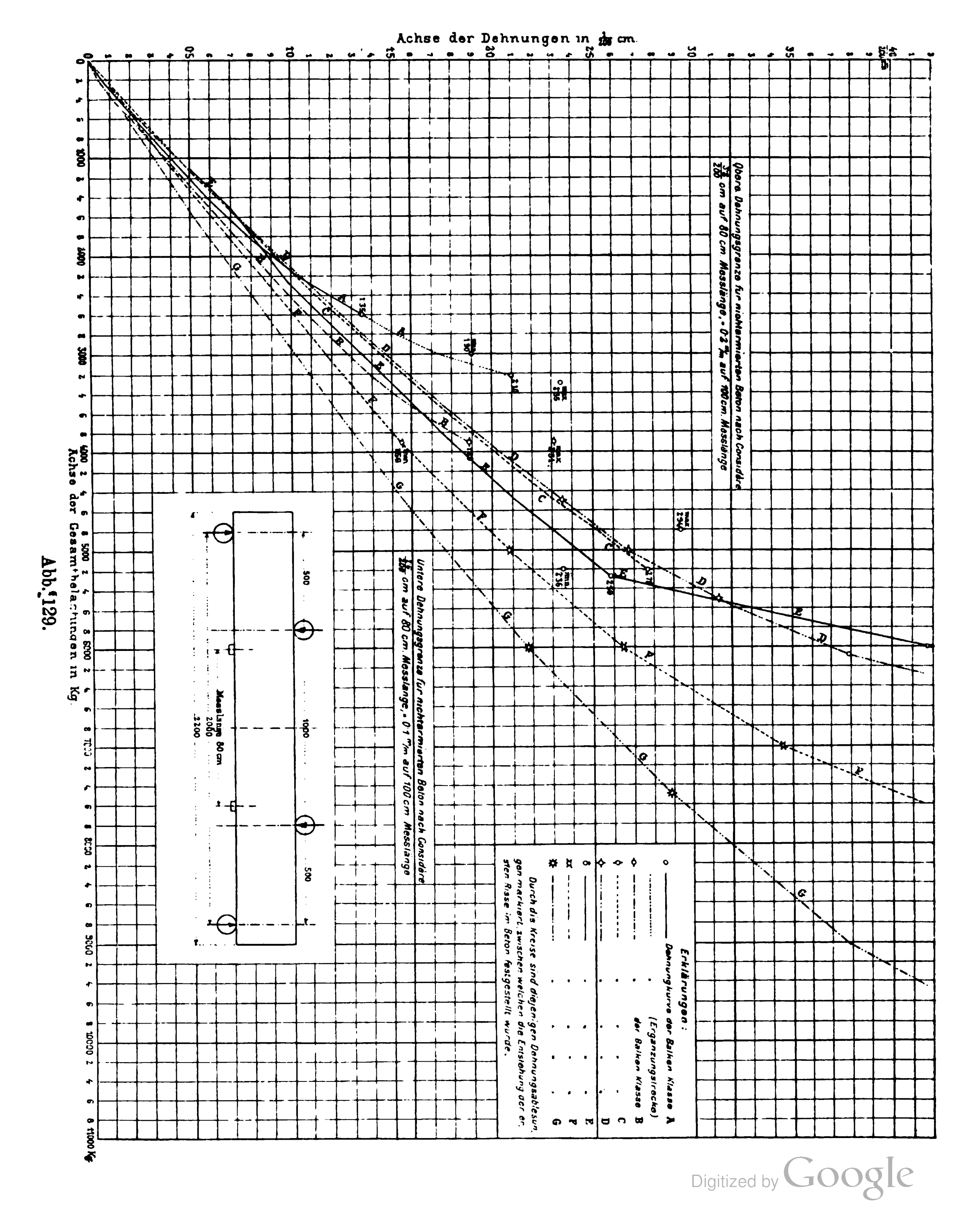


Abb. 129.

Die Ergebnisse seiner Versuche faßt Kleinlogel für Eisenbeton dahin zusammen, daß er Bruchdehnungen erreiche, die kaum nennenswert größer wären, als sie jeweils gleiche unbewehrte Balken ausführen könnten. Der kennzeichnende Unterschied in den Dehnungen beider bestehe nur darin, daß die Bruchdehnung beim bewehrten Beton desto später, d. h. bei um so höherer Belastung erreicht wird, je stärker die Einlage ist. Für das Gebiet seiner Versuche zieht er den Schluß, daß dem Eisen nicht die von Considère angegebene Eigenschaft innewohne, Dehnungen des Betons bis zu riesigen Werten zu ermöglichen, wie man sie sonst bei diesem spröden Material nicht kenne. Kleinlogel will die Frage offen lassen, ob nicht bei einer gewissen Art der Einlage und bei Innehaltung von irgendwelchen Vorsichtsmaßregeln der Beton imstande ist, in Verbindung mit Eisen Dehnungen auszuführen, die den Betrag des reinen Betons um ein Vielfaches überschreiten. Er hält jedoch die Vermutung für naheliegend, daß es mehr als unwahrscheinlich sei, daß ein und derselbe Beton durch die lediglich mechanische Verbindung mit Eisen zu einem in elastischer Hinsicht gänzlich anderen Körper umgewandelt werden könne.

142. Considère hält auch diesen Versuchen gegenüber seine Meinung aufrecht. Er meint, daß es nötig sei, zum ersten das Eisen in genügend kleine und zahlreiche Querschnitte zu verteilen, und sodann den Beton genügend feucht anzumachen und ihn während der Erhärtung genügend feucht zu erhalten. Es müsse dadurch die Zusammenziehung des Betons so lange verhindert werden, bis er genügend Kraft habe, um die durch die Schwindung entstehenden Eisendruck- und die ihm selbst als Gegenkräfte entstehenden Zugspannungen aufzunehmen. Diesen Einwänden gegenüber ist zu ergänzen, daß die Dicke der unter der Eisenunterkante vorhandenen Betonschicht bei den Versuchen von Kleinlogel etwa 20 mm, hingegen bei den Versuchen von Considère etwa 5 mm und bei denen der französischen Regierungskommission 8 und 10 mm betrug. Der Wassergehalt war bei Kleinlogel 8 %, bei Considère etwa 13 und bei den Biegungsversuchen der französischen Regierungskommission 9,6 %.

6. Versuche von Mörsch (Zürich) mit Wayss und Freytag (Neustadt a. d. H.).[1]

143. Vor Kleinlogel hatte Mörsch neun Balken untersucht, welche dieselben äußeren Abmessungen hatten und ebenso belastet wurden. Die Betonmischung enthielt jedoch 1 Teil Zement und 4 Teile Sand und Kies, war also ärmer an dem Bindemittel. Die Einlagen bildeten zwei Rundeisen, die an den Enden abgebogen waren; außerdem war noch eine Anzahl Bügel angeordnet.

Es wurden die Eisendehnungen an den Querstäben gemessen, die, wie bei den Versuchen von Kleinlogel beschrieben, über die Seitenkanten vorstanden, außerdem die Verkürzungen der Balkenoberkante. Aus beiden wurde unter der Annahme der Erhaltung ebener Querschnitte die Dehnung der untersten Betonfaser berechnet.

144. So erhielt man beim Erkennen der ersten Risse folgendes:

Einlage				Dehnung des Eisens	Dehnung der Unterkante
2	Rundeisen:	10 mm	0,4 %	0,42	0,50
2	„	16 „	1,0 „	0,33	0,40
2	„	22 „	1,9 „	0,30	0,38 mm auf 1 m.

[1]) Mörsch und Wayss u. Freytag, Der Eisenbetonbau. Stuttgart 1906.

Man wird zu diesen Zahlen den Vorbehalt machen müssen, daß sie nicht unmittelbarer Messung entspringen.

7. Versuche von Feret (Boulogne sur mer).[1]

145. Wenn so Rudeloff, Kleinlogel und auch Mörsch schon Risse im Beton bei kleineren Dehnungen, als sie Considère für erreichbar hält, entdeckt haben, so sind bei den folgenden Versuchen Beobachtungen gemacht worden, die zeigen, daß die Erkenntnis von Rissen bereits einen fortgeschritteneren Zustand in der Zerstörung des Betons darstellt, und daß das Gefüge des Betons schon früher gelockert wird.

Feret hat eine Anzahl mit Rundeisen verschieden verstärkter Prismen von 5 zu 5 cm Querschnitt und 60 cm Länge, die drei Jahre lang im Wasser aufbewahrt worden waren, über 50 cm Stützweite in der Mitte mit einer Kraft belastet, die von 0 immer um 2 kg gesteigert wurde. Jede Last wurde fünfhundertmal aufgebracht, dann ging man auf 0 vor dem Übergang der höheren Laststufe zurück.

146. Während des Versuches trocknete die Oberfläche der Balken bald. Bei fortschreitender Belastung zeigten sich im mittleren Teil der Unterfläche zuerst feuchte Flecke oder feine Wasseradern, die sich allmählich nach den unteren Kanten zu ausdehnten und dann an den Seitenflächen emporliefen. Bei höherer Belastung stellten sich an den Orten der feuchten Flecke ebenfalls feine Wasseradern ein, aus denen bei der Entlastung ein wenig Wasser heraustrat. Bei noch weiterer Belastung blieben jedoch nur die stärksten Adern sichtbar; sei es, daß die Austrocknung weiter fortgeschritten war; sei es, daß die Formänderung des Mörtels sich auf die schwächsten Stellen, die inzwischen gerissen waren, beschränkt hatte und in den zwischen den Rissen liegenden Stücken nicht mehr mit genügender Kraft erregt werden konnte.

Dieser Zustand dauerte längere Zeit, bis bei ständiger Erhöhung der Last ein Riß sich plötzlich weiter öffnete. Auch dann konnte der Balken noch weitere Belastung ertragen unter langsamer Zunahme der Durchbiegung, bis der Riß und die Durchbiegung sich plötzlich sehr vergrößerten, und der Mörtel auch im oberen Teil zerstört wurde. Die nachstehende Zusammenstellung gibt die Lasten und die Zahl ihrer Anwendungen für die einzelnen Prismen und die Bauart dieser an.

Prisma	1	2	3	4
Einlage, Zahl	2	1	4	2
„ Durchmesser	2	4	2	3 mm
„ Querschnitt	6,28	12,56	12,56	14,13 mm²
„ Abstand v. d. Unterkante	6	7	5,5	7,5 mm
Nutzquerschnitt des Betons	2200	2150	2225	2125 mm²
Einlage, Querschnitt %	0,295	0,59	0,57	0,63 %
Last beim ersten feuchten Fleck	150 mal 4 kg	50 mal 8 kg	400 mal 2 kg	150 mal 4 kg
„ „ ersten Riß	2 „ 10 „	200 „ 8 „	250 „ 18 „	5 „ 26 „
„ „ Bruch	100 „ 14 „	300 „ 10 „	50 „ 20 „	220 „ 26 „

Nach dem Erscheinen der ersten feuchten Flecke konnten die Balken also bis zum Auftreten von Rissen noch eine erhebliche Lastvermehrung ertragen.

147. Gleichzeitig wurden unverstärkte Prismen gleichen Querschnittes und gleichen Gemenges, jedoch über einer kleineren freien Länge bis zum Bruch unter stetig wachsender Last erprobt. Aus den erreichten Bruchlasten wurden nach dem Verhältnis der Quadrate der Stützweiten die Lasten ermittelt, die über einer Freilänge von 50 cm — wie sie

[1]) Étude expérimentale du ciment armé, Paris 1906.



bei der Prüfung der verstärkten Prismen vorhanden war — ein gleiches Moment hervorbringen würden. Diese Last lag bei den drei ausgeführten Versuchen in den Grenzen von 3 bis 5 kg.

Da bei den verstärkten Prismen in der Nähe dieser Lasten auch die ersten Wassererscheinungen bemerkt wurden, schließt Feret, daß entgegen der Ansicht von Considère der Beton auch trotz der Anwesenheit von Einlagen angefangen habe zu reißen ungefähr unter derselben Last, die er auch ohne Verstärkung hätte tragen können.

148. Considère tritt diesem Schlusse mit dem Einwande entgegen, daß bei den vorliegenden Versuchen die Einlage zu schwach gewesen sei, um den Bruch des Mörtels aufzuhalten. Allerdings war bei den Versuchen von Considère mit kleinen Prismen die Einlage im Verhältnis doppelt so groß; bei den Biegungsversuchen der französischen Regierungskommission war sie das Dreifache.

8. Versuche von Talbot (Illinois) und Turneaure (Wisconsin).[1]

149. Talbot hat die Zunahme der Längenänderungen genauer beobachtet. Im Jahre 1904 hat er die Ergebnisse von 22 an der Universität Illinois untersuchten Balken veröffentlicht. Die Proben waren etwa 5,50 m lang und hatten 30 zu 34 cm Querschnitt; 30 cm der Höhe lagen über den Mittelpunkten der Einlage. Diese bestand teils aus Rundeisen, teils aus Quadrateisen oder aus besonders geformten Stäben und betrug 0,42 bis 1,67 % des über ihrer Mitte liegenden Betonquerschnittes.

Die Mörtelmischung enthielt 1 Teil Zement auf 3 Teile Sand und 6 Teile Schotter.

Die Balken wurden an den Viertelpunkten mit Einzelkräften belastet.

150. Talbot fand in seinen Beobachtungen vier Stufen der Formänderungen. Auf der ersten verlaufen die Formänderungen eines verstärkten Balkens wie die eines unbewehrten Betonbalkens — natürlich verringert durch die Eiseneinlage —, die Mitwirkung der gezogenen Betonfaser ist deutlich erkennbar. Auf der zweiten Stufe, etwa bei Überschreitung einer rechnungsmäßigen Betonzugspannung von 25 kg für das Quadratzentimeter, wachsen die Dehnungen und auch die Zusammendrückungen schneller; Risse wurden noch nicht entdeckt, Talbot meint jedoch, daß während dieses zweiten Abschnittes die Zugfähigkeit des Betons abnehmen müsse. Während des dritten Abschnittes nehmen die Dehnungen und die Verkürzungen annähernd im gleichen Verhältnis mit den Lasten zu; dabei werden Risse sichtbar. Der vierte kurz vor dem Bruch beginnende Abschnitt zeigt dann eine plötzliche Zunahme der Formänderung.

151. Turneaure fand nun an Versuchen, die in den Jahren 1902 und 1903 an der Universität Wisconsin vorgenommen wurden, daß die Erscheinung der ersten Wasserflecke mit dem Beginn des bei Talbot zweitgenannten Formänderungsabschnittes zusammenfällt.

160 Balken von 1,60 m Länge und 15 zu 15 cm Querschnitt wurden über 1,50 m Stützweite teils mit einer Last in der Mitte, teils mit zwei Lasten in den Drittelpunkten beschwert.

Die Einlage war verschieden. Der Beton enthielt an Gewicht 1 Teil Zement auf 2 Teile Sand und 3 Teile Schotter. Die Versuchskörper wurden, nachdem 48 Stunden seit ihrer Anfertigung vergangen waren, bis zum Versuch in warmem fließendem Wasser aufbewahrt.

152. Die Ergebnisse zeigt folgende Zusammenstellung:

[1] Engineering News 1904, Bd. 52, S. 122 u. 213.



1. Balken unter einer Mittellast.

Alter beim Versuch: 1 Monat, bei den Balken 2 und 4: 3 Monate.

Nr.	Einlage				%	Dehnung in mm : m	
	Zahl	Gestalt	Durchm. oder Seite	Längsform		beim Wasserfleck	beim Riß
2	—	—	—	—	—	—	0,13
4	—	—	—	—	—	—	0,11
3	—	—	—	—	—	—	0,14
1	—	—	—	—	—	—	0,10
7	4	Rundeisen	9,5	gerade	1,07	0,15	0,56
5	4	„	9,5	„	1,07	0,20	0,31
11	2	„	12,2	„	0,97	0,14	0,18
9	2	„	12,2	„	0,97	0,11	0,48
15	4	„	9,5	2 gerade, 2 aufgebogen	1,07	0,07	0,11
13	4	„	9,5	2 „ 2 „	1,07	0,09	0,11
23	4	„	9,5	2 gerade, 2 aufgebogen mit Bügeln	1,07	0,20	0.60
21	4	„	9,5	„	1,07	0,27	0,49
27	2	Johnson	12,2	gerade	0.89	0,11	0,31
25	2	„	12.2	„	0,89	0,09	0,48
29	2	Ransome	11,1	„	0,98	0,19	1,00
31	2	„	11,1	„	0,98	0,12	0,83
35	2	Thacher	12,2	„	0,97	0,13	0,53
33	2	„	12,2	„	0,97	0,21	0,95
39	4	Rundeisen	9,5	gerade mit Bügeln	1,07	0,23	0,53
37	4	„	9,5	„	1,07	0,10	0,33

2. Balken mit zwei Einzellasten.

Alter beim Versuch: 3 Monate.

8	4	Rundeisen	9,5	gerade	1,07	0,11	0,64
12	2	„	12,5	„	0,97	0.34	0,34
10	2	„	12,5	„	0,97	0,24	0,46
14	4	„	9,5	2 gerade, 2 aufgebogen	1,07	—	0,56
16	4	„	9,5	2 „ 2 „	1,07	—	0,32
22	4	„	9,5	2 gerade, 2 aufgebogen mit Bügeln	1,07	0,25	0.65
24	4	„	9,5	„	1,07	0,18	0,48
26	2	Johnson	12,2	gerade	0,88	0,16	0,56
28	2	„	12,2	„	0,88	0,13	0,40
30	2	Ransome	11,1	„	0,98	0,12	0,64
32	2	„	11,1	„	0.98	—	0,50
36	2	Thacher	12,2	„	0,97	0,28	0,90
34	2	„	12,2	„	0,97	0,25	0,50
38	4	Rundeisen	9,5	gerade mit Bügeln	1,07	—	0,66
40	4	„	9,5	„	1,07	—	0,50

Im Mittel aller Versuche ergibt sich:
bei den Balken der ersten Gruppe
beim Erkennen der ersten Wasserflecke und der ersten Risse die Dehnung
zu 0,15 0,38
und bei den Balken der zweiten Gruppe
zu 0,21 0,54 mm für 1 m.

In den Unterschieden dürfte das höhere Alter und vielleicht auch das Fehlen von Querkräften bei der Gruppe 2 eine Rolle spielen.

Der von Considère aufgestellten Rechnung gegenüber, durch welche dieser nachweisen will, daß mit der Dehnungsfähigkeit des Betons auch seine Spannungsfähigkeit erhalten bleibe, hebt auch Turneaure hervor, daß mit dem Entstehen von Rissen in dem Beton keineswegs die Fähigkeit der gezogenen Betongurtung als Ganzes betrachtet zur Aufnahme von Spannungen aufhöre; vielmehr könnten die zwischen den Rissen verbleibenden Stücke noch Spannungen aufnehmen, so daß auch nach dem Auftreten von Rissen im Beton die gesamten Zugkräfte nicht nur vom Eisen aufzunehmen seien.

9. Versuche von v. Bach (Stuttgart).[1])

153. v. Bach hat an 107 Versuchskörpern umfassende Versuche über die Dehnungsfähigkeit des Betons mit und ohne Eiseneinlagen festgestellt.

Er fand an Balken, die bis zur Prüfung auf feuchtem Sande gelagert hatten und stets mit nassen Decken bedeckt waren, unter steigender Belastung ebenfalls zuerst vereinzelt an der Balkenunterfläche kleine feuchte Flecke, die sich mit Zunahme der Belastung vergrößerten, und deren Zahl durch Entstehen solcher Wasserflecke an anderen Stellen vermehrt wurde. Die Abb. 130, welche das photographische Bild zweier Balkenunterflächen wiedergibt, läßt diese Erscheinung erkennen. Die Wasserflecke bildeten die Vorläufer von Rissen und zeigen an, daß an der betr. Stelle eine Lockerung des Gefüges eingetreten ist. In der Tat fielen die Risse, die bie weiterer Belastung auftraten, jedesmal auf solche Wasserflecke. Es entstanden aber nicht an allen Wasserflecken Risse.

154. v. Bach erklärt diese Erscheinung auf folgende Weise. Mit steigender Belastung findet an einzelnen Stellen der Unterfläche, die auf Zug beansprucht wird, eine Lockerung des Gefüges statt; Feuchtigkeit tritt von innen nach außen und liefert einen Wasserfleck. Bei Erhöhung der Belastung geht die Lockerung an dem einen oder anderen Fleck in einen Riß über. Dabei wird an der anderen benachbarten Stelle, die gleichfalls Wasserflecke zeigt, eine Verminderung der Spannung herbeigeführt, und das erklärt, daß nicht an allen Stellen mit Wasserflecken Risse auftreten. Auch der Umstand könne dabei wirksam werden, daß der Grad der Lockerung an verschiedenen Stellen verschieden ist. Bei der Natur des Betons erkläre es sich ganz von selbst, daß von einer gleich großen Zugfestigkeit der Masse an allen Stellen der Unterfläche nicht wohl die Rede sein kann, weshalb das Auftreten von Lockerungen in dem Gefüge an einzelnen Stellen ganz begreiflich erscheine.

155. Würde es sich nun nicht um einen Balken mit Eiseneinlage, sondern um einen durch Zug in Anspruch genommenen Betonkörper ohne Eiseneinlage handeln, so stände mit Eintritt der Lockerung im Gefüge sofort das Zerreißen, also der Bruch des Körpers zu erwarten. Auf Grund dieser Erwägung wird die Dehnung des Betons beim Eintritt von Wasserflecken im gebogenen Balken ungefähr dieselbe sein müssen wie die, welche im Augenblick des Zerreißens eines Körpers aus Beton ohne Eiseneinlage vorhanden ist. In der Tat ist das auch der Fall nach den in der Zusammenstellung 9 wiedergegebenen Zahlen der Bachschen Versuche.

Daraus ergibt sich für eine Zementart
die Dehnung beim Zerreißen durch Zug

zu 0,065 bis 0,09 mm für das Meter bei 5 Körpern ohne Eiseneinlage (Zusammenstellung unter a);

[1]) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure. 1907, S. 1027.



Zusammenstellung 9.

1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Bauart					Zahl der Körper	Alter der Körper	Zusammensetzung des Betons der Versuchskörper	Lagerung der Versuchskörper	gemessene Verlängerung des Betons unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (Durchschnittswerte)	berechnete Zugspannung σ_e des Eisens unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (nach den amtlichen preußischen Bestimmungen)	gemessene Verlängerung des Betons beim Eintritt der ersten Wasserflecke
	Querschnitt	Balkenabmessungen Breite	Balkenabmessungen Höhe	Eiseneinlagen	durchschnittliche Entfernung der Staboberfläche von der unteren Balkenfläche							
		cm	cm		cm		Monate			mm auf 1 m Länge	kg/cm²	mm auf 1 m Länge
a		Zugkörper 20/20		—	—	5	8	1 Raumteil Portlandzement A, 4 Raumteile Kies und Sand in dem Mischungsverhältnis von 3 Raumteilen Sand zu 2 Raumteilen Kies, 15 % Wasser (Raumprozente)	auf feuchtem Sand, mit nassen Säcken bedeckt	0,065 bis 0,09	—	—

Die Dehnungsmessungen reichen bis etwa 9,7 kg/cm² Zugspannung (die Zugfestigkeit beträgt durchschnittlich 13 kg/cm²); die angegebenen Werte sind durch Ergänzung der Dehnungslinien gewonnen worden.

1	2	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
b		15	30	ohne Einlagen	—	3	7	wie unter a)	wie unter a)	0,125	—	0,08
c		30	30	25 mm-Rundeisen, bearbeitet, Querschnitt: $f_e = 4{,}93$ cm², Umfang: $u_e = 7{,}87$ cm.	0,8	4	6	„	„	0,127	963	0,07
		30	30	25 mm-Rundeisen, $f_e = 4{,}89$ cm², $u_e = 7{,}83$ cm	0,8	4	6	„	„	0,132	1015	0,07
		30	30	25 mm-Rundeisen, bearbeitet, $f_e = 4{,}90$ cm², $u_e = 7.84$ cm.	0,9	3	7	„	„	0,141	1068	0,09
		30	30	25 mm-Rundeisen, $f_e = 4{,}87$ cm², $u_e = 7.82$ cm.	0,9	3	7	„	„	0,132	1105	0,09
		30	30	32 mm-Rundeisen, $f_e = 8{,}02$ cm², $u_e = 10.04$ cm.	0,9	3	6	„	„	0,136	741	0,08
d		20	30	18 mm-Rundeisen, $f_e = 2{,}53$ cm², $u_e = 5{,}63$ cm.	0,9	3	6	„	„	0,123	1235	0,06
		20	30	18 mm-Rundeisen, $f_e = 2{,}58$ cm², $u_e = 5.70$ cm.	1,3	3	6	„	„	0,133	1288	0,07
e		20	30	Thachereisen, $f_e = 2{,}3$ cm², $u_e = 6{,}2$ cm.	0,9	3	7	„	„	0,143	1437	0,06
f		15	30	22 mm-Rundeisen, $f_e = 3{,}72$ cm², $u_e = 6{,}84$ cm.	1,5	3	6	„	„	0,176	905	0,10
		15	30	22 mm-Rundeisen und 16 Bügel, $f_e = 3{,}71$ cm², $u_e = 6{,}83$ cm.	1,4	3	7	„	„	0,109 [1]) 0,141 [2])	782	0,08

[1]) Unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses an einer Bügelstelle außerhalb der Meßstrecke.
([2] Unmittelbar vor Beobachtung eines Risses innerhalb der Meßstrecke.

1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Bauart					Zahl der Körper	Alter der Körper	Zusammensetzung des Betons der Versuchskörper	Lagerung der Versuchskörper	gemessene Verlängerung des Betons unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (Durchschnittswerte)	berechnete Zugspannung σ_e des Eisens unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (nach den amtlichen preußischen Bestimmungen)	gemessene Verlängerung des Betons beim Eintritt der ersten Wasserflecke
	Querschnitt	Balkenabmessungen Breite	Balkenabmessungen Höhe	Eiseneinlagen	durchschnittliche Entfernung der Staboberfläche von der unteren Balkenfläche							
		cm	cm		cm		Monate			mm auf 1 m Länge	kg/cm²	mm auf 1 m Länge
f		15	30	22 mm-Rundeisen und 16 Bügel, $f_e = 3{,}74$ cm², $u_e = 6{,}86$ cm.	1,4	3	7	wie unter a)	wie unter a)	0,140[1]) 0,158[2])	899	0,08
g		30	30	3 Rundeisen 14 mm, $f_e = 4{,}70$ cm², $u_e = 13{,}32$ cm.	0,8	3	3	„	„	0,164	1051	0,09
		20	30	3 Rundeisen 10 mm, $f_e = 2{,}45$ cm², $u_e = 9{,}60$ cm.	0,8	3	6	„	„	0,196	1567	0,07
		15	30	3 Rundeisen 10 mm, $f_e = 2{,}40$ cm², $u_e = 9{,}55$ cm.	0,8	3	7	„	„	0,235	1456	0,06
h		15	30	3 Rundeisen 10 mm, $f_e = 2{,}38$ cm², $u_e = 9{,}44$ cm.	0,7	3	7	„	„	0,267	1466	0,06
		15	30	3 Rundeisen 10 mm, $f_e = 2{,}34$ cm², $u_e = 9{,}37$ cm.	1,4	3	7	„	„	0,207	1452	0,06
i		20	30	3 Rundeisen 18 mm, $f_e = 7{,}86$ cm², $u_e = 17{,}21$ cm.	0,7	3	8	„	„	0,211[3]) 0,257[2])	790	0,07
		20	30	3 Rundeisen 18 mm, $f_e = 7{,}81$ cm², $u_e = 17{,}20$ cm.	1,7	3	8	„	„	0,188	765	0,08
k		20	30	1 Rundeisen 18 mm, 2 „ 13 „ 2 „ 12 „ $f_e = 7{,}49$ cm², $u_e = 21{,}39$ cm.	0,8	3	7	„	„	0,242	879	0,08
		20	30	1 Rundeisen 18 mm, 2 „ 13 „ 2 „ 12 „ $f_e = 7{,}57$ cm², $u_e = 21{,}50$ cm.	1,5	3	7	„	„	0,185	765	0,07
l		15	30	1 Rundeisen 10 mm, 4 „ 7 „ $f_e = 2{,}35$ cm², $u_e = 12{,}02$ cm.	0,6	3	8	„	„	0,241	1428	0,07
m		Zugkörper 20/20		—	—	4	8	1 Raumteil Portlandzement B, 4 Raumteile Kies und Sand in dem Mischungsverhältnis von 3 Raumteilen Sand zu 2 Raumteilen Kies, 14 % Wasser (Raumprozente)	„	0,08 bis 0,10	—	—

Die Dehnungsmessungen reichen bis etwa 9,5 kg/cm² Zugspannung (die Zugfestigkeit beträgt durchschnittlich 12,6 kg/cm²; die angegebenen Werte der Dehnungen sind durch Ergänzung der Dehnungslinien gewonnen worden.

[1]) Unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses an einer Bügelstelle außerhalb der Meßstrecke.
[2]) Unmittelbar vor Beobachtung eines Risses innerhalb der Meßstrecke.
[3]) Unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses an der Biegungsstelle der Einlage 3.

1	2	3		4	5	6	7	8	9	10	11	12
	Bauart					Zahl der Körper	Alter der Körper	Zusammensetzung des Betons der Versuchskörper	Lagerung der Versuchskörper	gemessene Verlängerung des Betons unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (Durchschnittswerte)	berechnete Zugspannung σ_e des Eisens unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses (nach den amtlichen preußischen Bestimmungen)	gemessene Verlängerung des Betons beim Eintritt der ersten Wasserflecke
	Querschnitt	Balkenabmessungen Breite	Balkenabmessungen Höhe	Eiseneinlagen	durchschnittliche Entfernung der Staboberfläche von der unteren Balkenfläche							
		cm	cm		cm		Monate			mm auf 1 m Länge	kg/cm²	mm auf 1 m Länge
n		30	30	26 mm-Rundeisen, $f_e = 5.5$ cm², $u_e = 8,3$ cm.	1,0	4	50 Tage	wie unter m)	(Nr. 91 u. 92) an der Luft gelagert	0,097	502	—
									(Nr. 93 u. 94) unter Wasser gelagert	0,205	823	
		20	50	1 Rundeisen 32 mm, 2 " 25 ", $f_e = 17,79$ cm², $u_e = 25,70$ cm.	1,3	3	7	"	auf feuchtem Sand, mit nassen Säcken bedeckt	0,225	773	0,09
		20	50	1 Rundeisen 32 mm, 2 " 25 " 24 Bügel aus 7 mm-Rundeisen, $f_e = 17,72$ cm², $u_e = 25,65$ cm.	1,3	3	7	"	"	0,197 [1] 0,218 [2]	747	0,09
o		20	50	1 Rundeisen 32 mm, 2 " 25 " 48 Bügel aus Flacheisen. $f_e = 17,75$ cm², $u_e = 25,66$ cm.	1,6	3	7	"	"	0,149 [1] 0,181 [2]	642	0,10
		20	50	1 Rundeisen 32 mm, 4 " 18 " $f_e = 18,46$ cm², $u_e = 32,97$ cm.	1,2	6	7	"	"	0,217	725	0,09
					0,9					0,227	753	
		20	50	1 Rundeisen 32 mm, 4 " 18 " 24 Bügel aus Rundeisen. $f_e = 18,4$ cm², $u_e = 32,89$ cm.	1,6	6	7	"	"	0,180 [1]) 0,225 [2]	680	0,09
					1,8					0,183 [1]) 0,195 [2]	699	
p		15	20	ohne Einlagen	—	1	172 Tage	1 Raumteil Portlandzement A, 1 Raumteil Sand, 2 Raumteile Kies, 8 % Wasser (Gewichtsprozente)	in feuchtem Sand	0,091	—	—
q		15	20	Eisenblech mit Ausfräsungen, 7 mm stark, außen je 15, in der Mitte 30 mm breit, $f_e = 4,06$ cm², $u_e = 14,7$ cm.	0,75	4	100 Tage	"	(Nr. 98 und 99) auf feuchtem Sand und mit nassen Säcken bedeckt	0,324	1115	—
					0,86				(Nr. 100 und 101) unter Wasser gelagert	0,367	1145	

1) Unmittelbar vor Beobachtung des ersten Risses außerhalb der Meßstrecke an einer Bügelstelle.

2) Unmittelbar vor Beobachtung eines Risses innerhalb der Meßstrecke.



und die Dehnung beim Eintritt der ersten Wasserflecke unter Biegung
zu 0,06 bis 0,10 mm für das Meter bei 68 Betonbalken mit 0 bis 5 Eiseneinlagen (Zusammenstellung unter b bis l). Für eine zweite Betonart ist
die Dehnung beim Zerreißen durch Zug
0,08 bis 0,10 mm für das Meter bei 4 Körpern ohne Eiseneinlage (Zusammenstellung unter m);
und die Dehnung beim Eintritt der ersten Wasserflecke unter Biegung
0,09 bis 0,10 mm für das Meter bei 21 Betonbalken mit 3 bis 5 Eiseneinlagen (Zusammenstellung unter o).




Abb. 130.

156. In den Abb. 131 bis 139 sind die Dehnungen an der Unterkante, die Verkürzungen an der Oberkante und die Durchbiegungen der Sechstelpunkte eines der Balken, der auch zur Ermittelung des Gleitwiderstandes gedient hat, wiedergegeben. Es ist ein Balken der Bauart 2, der in den Abb. 140 bis 144 dargestellten Körper.

Er bestand aus einem Raumteil Zement, vier Teilen Sand und Kies und 15 % Wasser. Der Querschnitt der Einlage betrug 4,87 cm², d. h. 0,54 % des Gesamtquerschnittes oder 0,56 % der über der Mitte der Einlagen befindlichen Betonmasse.

Die Belastung des Balkens geschah folgendermaßen: im Anfangszustande d. h. unter der Wirkung des Eigengewichtes wurden sämtliche Meßgeräte abgelesen, und der Stand der Stifte zur Messung der Durchbiegungen bestimmt. Dann erfolgte die Belastung durch die Maschinenkraft P gleich 1000 kg. Nachdem diese Last rund drei Minuten gewirkt hatte, wurden die Ablesungen und die Beobachtungen der beiden Flächen vorgenommen. Sodann wurde der Balken auf den Anfangszustand entlastet, und nach drei Minuten wurden die Meßgeräte abgelesen. Dann folgte die Last 2000 kg usf. Wenn die Rißbildung oder die Höchstbelastung zu erwarten stand, so wurde die Belastung in kleineren Stufen von 100 bis 250 kg gesteigert. In dem abgebildeten Beispiel verlaufen die Dehnungen bis zu der Last von 3000 kg annähernd nach einer Geraden; in Wirklichkeit wachsen die Dehnungen etwas rascher als die Belastungen, so daß die Dehnungslinien von Anfang an ein wenig hohl gegen die Achse der Verlängerungen — die wagerechte Achse — erscheinen.

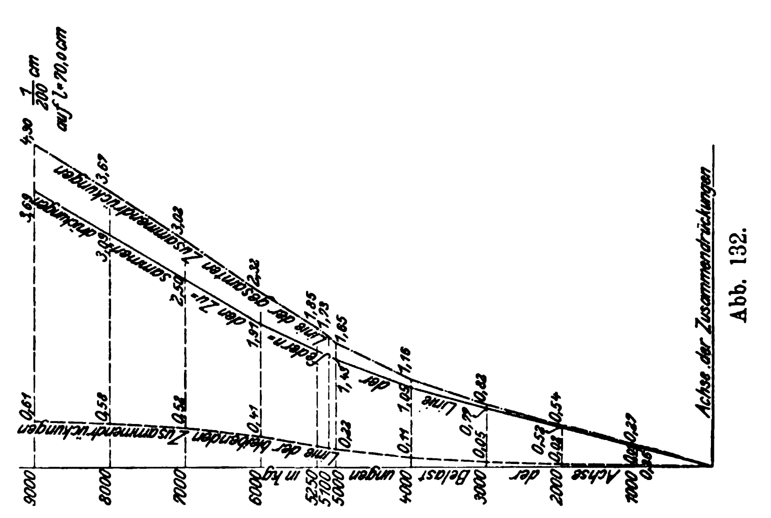


Abb. 132.

Zwischen 3000 und 6000 kg ist die verhältnismäßige Zunahme der Dehnungen gegenüber den Belastungen weit größer.

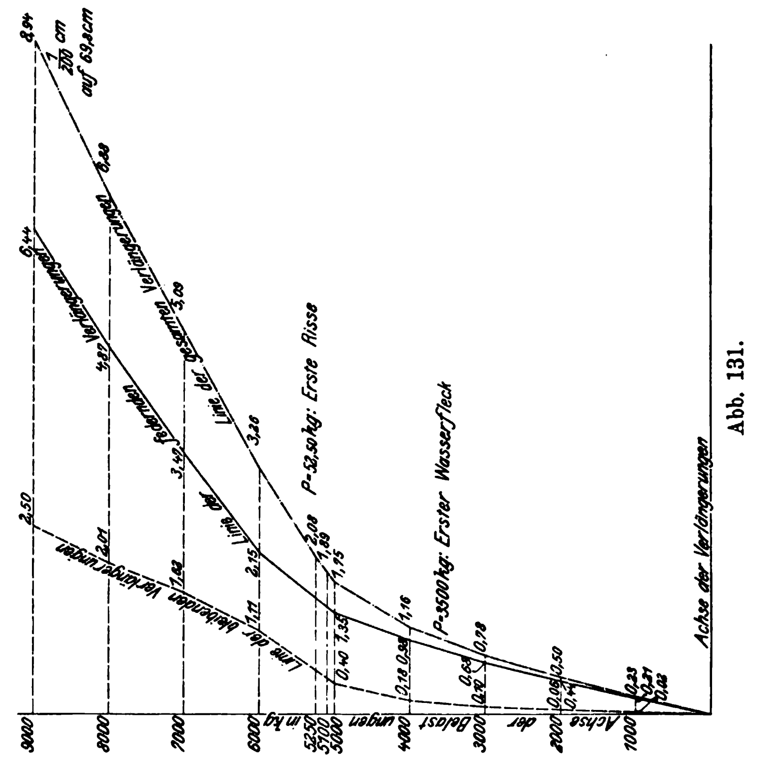


Abb. 131.

Oberhalb der Belastung von 6000 kg nähert sich die Dehnungslinie — etwas hohl gegen die Achse bleibend — abermals einer Geraden.

Im zweiten Abschnitt wurde unter 3500 kg der erste Wasserfleck beobachtet und unter 4000 kg sechs weitere; unter 5250 kg zeigten zich die ersten Risse.

v. Bach stellt danach fest, daß die Entstehung der ersten Wasserflecke und der ersten Risse in das Gebiet fällt, in dem die Dehnungslinien die stärksten Krümmungen

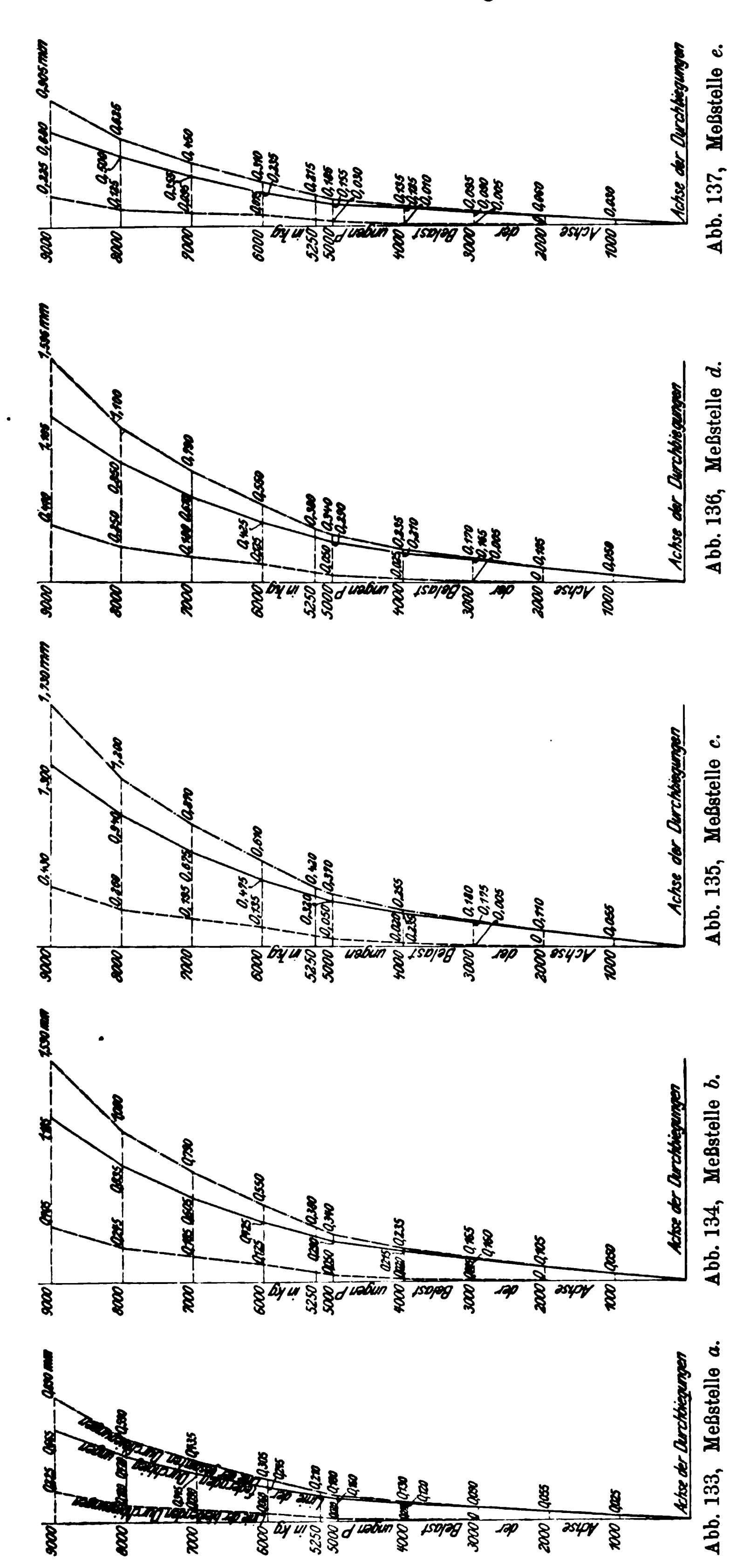


Abb. 133, Meßstelle *a*.
Abb. 134, Meßstelle *b*.
Abb. 135, Meßstelle *c*.
Abb. 136, Meßstelle *d*.
Abb. 137, Meßstelle *e*.

aufweisen. Das stimmt mit den Beobachtungen von Turneaure überein. v. Bach meint, daß diese Feststellung darauf hindeute, daß bis 3000 kg und noch etwas darüber der Balken als Ganzes wirkt, d. h. daß bis dahin die Zugspannungen des Betons mit wirksam sind. Von da werde die Übertragung der Zugkräfte im Balken mehr und mehr an das Eisen abgegeben. Schon vor 6000 kg ist die Beteiligung des Betons innerhalb der Meßstrecke an der Übertragung recht klein geworden: das Eisen hat diese Übertragung zum Teil übernommen und besorgt sie, bis bei 9000 kg unter Eintritt des vollständigen Gleitens des Eisens der Balken brach.

v. Bach gibt an, daß bei allen untersuchten Balken nicht nur die ersten Wasserflecke, sondern auch die ersten Risse immer in das Gebiet der stärksten Krümmungen der Dehnungslinien fallen, daß also die ersten Risse entdeckt wurden, kurz bevor die Dehnungslinien zum zweiten Male den einer Geraden sich nähernden Verlauf nehmen. v. Bach meint, daß bei dieser Sachlage der Schluß naheliege, daß in den Fällen, bei denen die Risse erst später bemerkt worden seien, d. h. nachdem bereits die Dehnungslinien das Gebiet der größten

Krümmungen hinter sich hatten und wieder nahezu in einer Geraden verliefen, die ersten Risse nicht rechtzeitig vom Beobachter wahrgenommen seien.

157. Durch diese Feststellungen fällt mit dem Satze Considères von der Erhaltung der Dehnungsfähigkeit des Betons bis zu den von Considère angegebenen Grenzen auch sein Folgesatz von der Erhaltung der unverminderten Spannungsfähigkeit.

158. Wohl aber bestätigen die Versuche von v. Bach die Richtigkeit der Gedankengänge Considères über die Möglichkeit an sich, unter Biegung eine größere Dehnung zu erzielen als unter Zug. Auch v. Bach fand nach der Richtung mehr oder minder

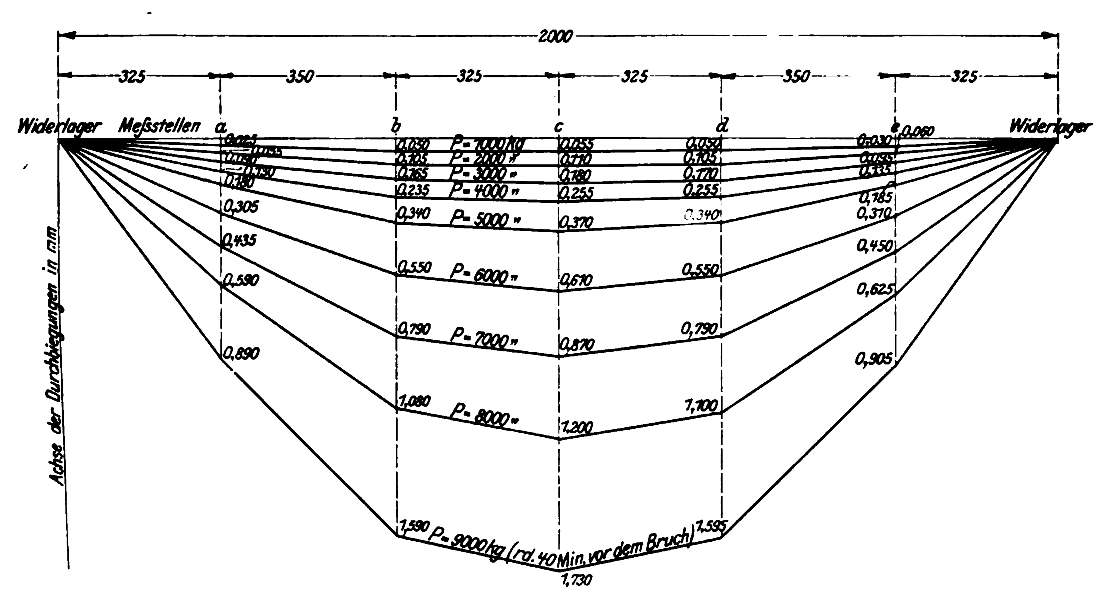


Abb. 138. Biegungslinien unter den Lasten.

Abb. 139. Bleibende Biegungslinien.

große Unterschiede. Er erklärt sie mit der folgenden Darlegung, die er im wesentlichen schon vor einer Reihe von Jahren gegeben hat, um klarzustellen, daß die zulässige Biegungsbeanspruchung in der Regel höher gewählt werden dürfe als die zulässige Zugbeanspruchung:

„Wir denken uns zwei rechteckige Stäbe aus Beton,

a) den einen auf Zug durch ruhende Belastung mit s_z in Anspruch genommen, wobei s_z ein wenig unterhalb der Zugfestigkeit liegen möge,

b) den anderen durch ein biegendes Moment so belastet, daß in dem am meisten beanspruchten Querschnitt in der äußersten Faser gleichfalls die Spannung s_z auftritt.

Im Falle a) ist in allen Punkten aller Querschnitte des prismatischen Stabteiles die Zugspannung s_z vorhanden und zwar immer unter der günstigsten Voraussetzung, daß die Zugkraft gleichmäßig über den Querschnitt verteilt ist. Bei der geringsten Abweichung hiervon — das Vorhandensein einer solchen wird die Regel sein — werden sich sofort höhere Spannungen einstellen; zu der Zugspannung s_z gesellen sich

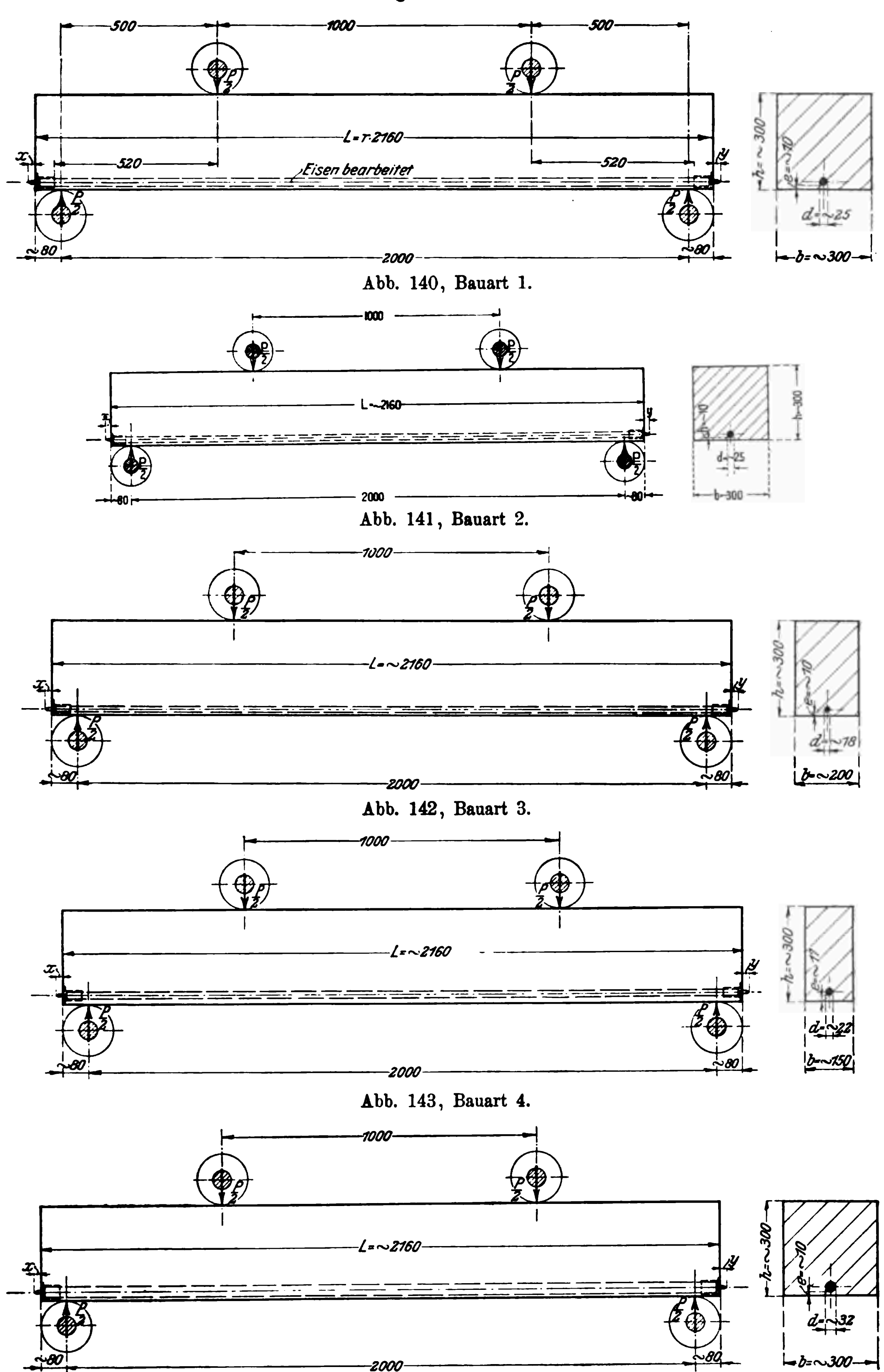


Abb. 140, Bauart 1.

Abb. 141, Bauart 2.

Abb. 142, Bauart 3.

Abb. 143, Bauart 4.

Abb. 144, Bauart 5.

Biegungspannungen, die, sofern sich das Gefüge des Betons an irgend einer Stelle lockert, sofort zum Zerreißen führen.

Im Falle b) dagegen ist die Spannung s_z meist nur in einem einzigen Querschnitte des Stabes vorhanden und daselbst nur in der äußersten Faserschicht wirksam. Tritt in dieser Faserschicht eine Lockerung des Gefüges ein, so greifen die im Querschnitt weiter innen gelegenen und weniger stark belasteten Fasern (wenn dieser Ausdruck für Beton gebraucht werden darf) unterstützend ein. Es braucht somit die Lockerung des Gefüges an einer Stelle noch nicht mit der Notwendigkeit wie bei a) zum Bruch zu führen, selbst wenn keine Eiseneinlagen vorhanden sind.

Solche Verhältnisse sind gegeben bei den drei Balken *b* der Zusammenstellung. Die Dehnung, unter welcher sich die Wasserflecke einstellten, betrug bei ihnen 0,08 mm auf 1 m Länge, während die Dehnung, die unmittelbar vor dem Bruch gemessen wurde, sich auf $\frac{0{,}128 + 0{,}120 + 0{,}127}{3}$ gleich 0,125 mm belief."

Die gleiche Überlegung führt — nach v. Bach — zu der Erkenntnis, daß wenn die auf Biegung in Anspruch genommenen Balken Eiseneinlagen besitzen, die Dehnung des Betons, bei der der erste Riß zu beobachten ist, größer sein müsse, als die Dehnung, bei der mit dem Erscheinen der Wasserflecke die erste Lockerung des Gefüges eintritt; denn die Eiseneinlage wird, sobald diese Lockerung beginnt, in verstärktem Maße unterstützend die gelockerte Stelle entlastend eingreifen und so die Rißbildung hinausschieben.

Demgemäß zeigen auch die 26 Balken *c*, *d* und *e* der Zusammenstellung 9 Dehnungen von 0,123 bis 0,143 mm für das Meter unmittelbar vor Beobachtung der ersten Risse. Diese unterstützende Wirkung der Eiseneinlagen, die nicht nur für gebogene, sondern auch für gezogene Körper gilt, wird von den Abmessungen und der Verteilung des Eisens im Beton abhängen. Diese auch von Möller nach der Richtung des Verhältnisses der Haftfestigkeit zwischen Beton und Einlage zu der Zugfestigkeit der Betonhülle erörterten Unterschiede bei der Bildung der Risse erläutern die beiden Bilder der Abb. 130. Das linke stellt die Unterfläche eines auf Biegung in Anspruch genommenen 300 mm breiten Balkens mit einer Eiseneinlage von 25 mm Durchmesser dar, nachdem sich Wasserflecke und Risse gebildet haben; das rechte gibt die Unterfläche eines in gleicher Weise beanspruchten Balkens von 150 mm Breite mit drei Eiseneinlagen von je 10 mm Durchmesser, die über dem Querschnitt verteilt angeordnet sind, wieder. „Die letztere Abbildung zeigt eine viel größere Anzahl von Wasserflecken bis zum Eintritt der Risse; sie läßt damit erkennen, daß in dem zweiten Balken an weit mehr Stellen eine Lockerung des Gefüges eingetreten ist als im ersten Balken. Die bessere Verteilung des Eisens im gezogenen Teile des zweiten Balkens hat somit zur Folge gehabt, daß an einer größeren Anzahl von Stellen das Gefüge sich gelockert hat, ehe Risse entstanden. Hiermit hängt es denn auch zusammen, daß bei ihm eine erheblich größere Dehnung des Betons zu messen ist, ehe Risse beobachtet werden können, als beim linken Balken, nämlich 0,171 mm gegen 0,153 mm."

Die gleichen Erwägungen werden für das Verhältnis der durch die Raummaßänderung während der Abbindung entstehenden Eisenanfangsspannungen und die daraus folgenden Betonzugspannungen entgegengesetzter Richtung gelten. Diese Spannungen des Betons werden in den Teilen, die dem Eisen am nächsten liegen, am größten sein und mit der Zunahme des Abstandes von der Eiseneinlage abnehmen.



Hat der Balken also nur eine Einlage, so wird die Wirkung dieser auf den Beton an den Seitenflächen unter sonst gleichen Verhältnissen kleiner sein, als wenn der Balken mehrere Eiseneinlagen besitzt, die sich gleichmäßig über die Balkenbreite verteilen. Die Wirkung auf die Unterfläche wird um so größer sein, je näher das Eisen dieser ist.

Tatsächlich sind auch die Dehnungen der schmaleren Balken mit einer Einlage (Zusammenstellung *f*) größer, als die der breiteren (Zusammenstellung *c*, *d*, *e*). Ebenso zeigen die neun Balken *g* den Einfluß der Verteilung der drei Eisen über den Querschnitt und sodann weiter die Zunahme dieses Einflusses mit abnehmender Balkenbreite. Die Dehnung steigt bei drei Eisen von 0,164 mm im breiten Balken auf 0,235 mm im schmalsten Balken. In gleicher Weise vermehrt sich die Dehnung bei den sechs Balken der Zusammenstellung *k* von 0,185 mm bei 15 mm Abstand des Eisens von der unteren Fläche auf 0,242 mm bei 8 mm Abstand; ähnliches gilt für die Gruppe *i*.

159. Wenn der Beton beim Abbinden in der Luft sein Raummaß verringert, so werden infolge des Vorhandenseins der das Schwinden hemmenden Eiseneinlage im Beton Anfangszugspannungen und eine Anfangsdehnung des Betons entstehen. Hingegen werden Druckspannungen verbunden mit einer Anfangsverkürzung entstehen, sofern der Beton sein Raummaß vergrößert, wenn er bald nach dem Abbinden unter Wasser oder doch feucht aufbewahrt wird. Im ersten Falle beginnen also die Dehnungen beim Aufbringen einer Belastung oberhalb, im letzteren Falle unterhalb des Nullpunktes des spannungslosen Zustandes, d. h. die Bruchdehnungen der in trockener Luft abgebundenen Balken werden kleiner sein, als die solcher Balken, die während des Abbindens feucht gehalten wurden. So erreichen je zwei Balken der Gruppe *n*: 0,097 mm für das Meter gegenüber 0,205 mm für das Meter.

Die Versuche von Bach scheinen daher zu erweisen, daß der Beton an sich mit einer Einlage nur dieselbe Dehnungsfähigkeit besitzt wie ohne eine solche.

10. Versuche von Labes (Berlin).[1])

160. In der Frage der Dehnungsfähigkeit des eisenbewehrten Betons hätte dann die Ansicht der Theoretiker — um an Considères einleitende Worte anzuknüpfen — gegenüber der der Praktiker recht behalten. Es wäre die nächste Frage an den Versuch, ob der weitere Schluß der Theoretiker, daß die Außerachtlassung der Dehnungsgrenze des Betons auf die Dauer nicht unbedenklich sei, berechtigt ist.

Nach der Richtung nimmt die Preußische Staatseisenbahn-Verwaltung auf Anregung von Labes Versuche vor, indem Plattenbalken aus Eisenbeton als Balken auf zwei Stützen in einem eisernen Kasten so gelagert werden, daß ihr Zuggurt von Wasser umspült werden kann, während zeitweise die Balkenmitte wechselnden Belastungen und Entlastungen ausgesetzt wird. Diese Proben sollen klarstellen, ob die Theorie, die im Zuggurt den Beton als tragenden Teil ausschaltet und alle Kräfte dem Eisen zuweist und somit für die Festigkeit ja in hohem Grade vertrauenerweckend ist, durch den Angriff der Zeit auf die Bauwerke gezwungen wird, die Dehnung und damit die Zugspannungen des Betons zur Sicherung des Verbundes und der dauernden Erhaltung der Bauwerke unter dem Einfluß der Witterung, der Nässe, der Rauchgase und ähnlicher schädlicher Einflüsse in Rechnung zu ziehen, um die Entstehung von Rissen zu vermeiden und um die Entwickelung des Eisenbetonbaues zu sichern.

[1]) Zentralblatt der Bauverwaltung 1906, S. 327.



b) Die Formänderungen unter Biegung im Balken als Ganzes in Richtung der Längsachse.

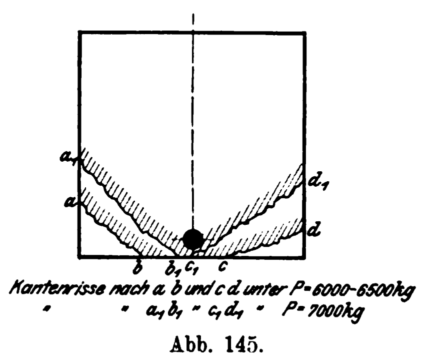
1. Bedingungen für die Gestaltung der Querschnitte.

161. An der Formänderung der Balkenquerschnitte arbeiten Momente und Querkräfte. Wirken erstere allein, liegt also reine Biegung vor, so kann man annehmen, daß eine Verdrehung der rechtwinklig zur Stabachse liegenden Querschnitte gegeneinander ohne Veränderung ihrer ebenen Form stattfindet. In den Abschnitten, in denen Querkräfte wirken, werden jedoch die ebenen Querschnitte in S-förmige Gestalt gebogen werden.

Besteht ein Balken aus einer einheitlichen Masse, so wäre damit die Formänderung der Querschnitte erledigt; sie würde also eine gekrümmte Fläche ergeben, deren Leitlinie eine wagerechte Gerade ist.

162. Anders beim Eisenbetonbalken, in dem zwei Bestandteile von verschiedener Elastizität vereint sind, von denen der eine — das Eisen mit höherem Elastizitätsmodul — durch den anderen — den Beton mit geringerem Elastizitätsmodul — erst zur Mitarbeit herangezogen wird. Um die Beziehungen zwischen der Verteilung der Kräfte im Beton und im Eisen und den Formänderungen beider zu erkennen, dazu wären genaue Messungen nötig, die bis heute fehlen.

Einige allgemeine Schlüsse ergeben die Beobachtungen von v. Bach. Er fand, daß in gebogenen Eisenbetonbalken die Formänderungen des Betons voreilen, die des Eisens nachfolgen. Die Risse bilden sich zuerst vorwiegend an den unteren Kanten, d. h. an den Stellen, die am weitesten vom Eisen, das die Zugspannungen aufnimmt, abliegen. Die Rißbildung vollzöge sich zunächst etwa nach der Linie a, b, c, d in der Abb. 145. Mit steigender Belastung rückt die Bruchlinie nach a^1, b^1, c^1, d^1 und so erst allmählich an das Eisen heran. (Die Abbildung bezieht sich auf den Balken, dessen Formänderungen in den Abb. 131 bis 139 dargestellt sind.) Das kommt daher, daß die Belastung zuerst auf den Beton wirkt. In dem Maße, wie sich der Beton durchbiegt, also seine unterhalb der Nullachse gelegenen Fasern dehnt, und die oberhalb gelegenen zusammendrückt, wird das Eisen durch den Beton zur Überführung der Zugkräfte herangezogen. Hieraus erkenne man — bei Annahme eines spannungslosen Zustandes beider Materialien vor der Belastung —, daß die Formänderung des Betons eine voreilende und die des Eisens eine nachfolgende ist, derart, daß die von dem Eisenstab seitlich gelegenen Querschnittseinheiten des Betons um so mehr aus der ursprünglichen Querschnittsebene hervordringen, je größer ihre Entfernung von dem Eisenstab ist. Die dem Stabe am nächsten gelegenen Betonteile, die diesen gewissermaßen mitnehmen, d. h. die Zugkräfte auf ihn zu übertragen haben, werden zurückbleiben. Daraus folge, daß der Querschnitt des Balkens nicht eben bleiben kann, sondern sich wölben muß.



Kantenrisse nach a b und c d unter P = 6000–6500 kg
" " $a_1 b_1$ " $c_1 d_1$ " P = 7000 kg

Abb. 145.

Der Unterschied zwischen der Dehnung des Betons und des Eisens wird um so größer sein, je weiter das Eisen vom Balkenrande entfernt ist. Das Gesetz der Dehnungänderung ist noch unbekannt.

Die Krümmung der Querschnitte eines Eisenbetonbalkens wird also, auch wenn keine Querkräfte vorhanden sind d. h. auch bei reiner Biegung, eintreten; es werden also auch die wagerechten Schnitte gekrümmt sein. Das trifft natürlich nur annähernd zu, da der Unterschied aus der voreilenden Formänderung des Betons und der folgenden des

Eisens von der wagerechten Ebene der Einlagen ab sich der Höhe nach bis zu der Oberkante des Balkens ausgleichen wird.

163. Wirken noch Querkräfte, so würden daraus die für den homogenen Körper entwickelten Formänderungen hinzutreten. Es würden sich also die anfangs ebenen Querschnitte eines Eisenbetonbalkens nach einer räumlichen Fläche gestalten.

164. Dazu kommt als drittes die Frage, ob bei der Eigenart der Betonmasse an sich auf die Erhaltung ebener Querschnitte gerechnet werden kann, und ob nicht auch noch daraus eine unbekannte Größe in die Gestaltung der Querschnitte hineingetragen wird.

165. Beim Vergleich von Versuchen, die aus geradliniger Verbindung der an der Unterkante gemessenen Längenänderung und der an der Oberkante gemessenen Zusammendrückung die Lage der spannungslosen Faser ermitteln, wird daher zuerst festzustellen sein, wie nach Art der Belastung der Einfluß der Querkräfte sich gestaltet.

Bei der Auslegung von Versuchsergebnissen, die auf Messungen an den Seitenflächen beruhen, werden zum zweiten vor der Übertragung der Messungen auf die Wirkungslinien der Träger, d. h. auf die lotrechte Ebene der Einlage, die Abstände zwischen den Seitenflächen des Balkens und den Eiseneinlagen zu berücksichtigen sein.

Nach diesen beiden Richtungen fehlen bis heute Versuchswerte.

In dem dritten Punkte, ob abgesehen von den beiden ersten — also im Falle von Messungen an den Seitenflächen eines mit reiner Biegung belasteten Balkens — die Querschnitte eben bleiben können, sind die Meinungen geteilt:

2. Versuche von Schüle (Zürich).[1])

166. Schüle hat im Jahre 1902 in der eidgenössischen Materialprüfungsanstalt zu Zürich Dehnungsmessungen an Eisenbetonbalken vorgenommen und zwar, wie die Abb. 146 zeigt, an sieben Punkten der Balkenhöhe über zwei nebeneinanderliegenden Meßstrecken von je 15 cm Länge. Die Balken wurden mit einer Mittellast bis auf 4 Tonnen belastet, dann entlastet und weiter bis auf 6 Tonnen belastet. Die Messungen erfolgten an Stiften, die im Beton befestigt waren.

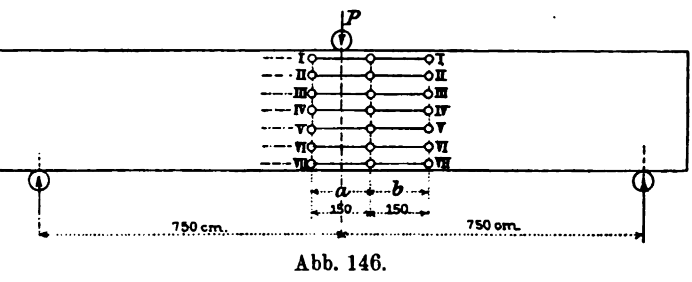


Abb. 146.

167. Die Abb. 147 zeigt die für die Belastung bis auf 6 Tonnen gemessenen Längenänderungen und in den gestrichelten Linien die bei der vorhergehenden Entlastung von 4 Tonnen auf 1 Tonne gebliebenen. Schüle bemerkt dazu, daß, wie die Abbildung ja auch zeigt, die Beobachtungen im Druckgurt eine gewisse Regelmäßigkeit haben, aber zahlreiche unerklärliche Abweichungen in den gezogenen Fasern, die auch in der Größe und Form durch die mit der Belastung durch eine Einzellast verbundene Wirkung der Querkraft kaum erklärt werden können, so daß von der Erhaltung des ebenen Querschnittes nicht die Rede sein könne. Er bemerkt, daß der Balken unter einer Last von 15,6 Tonnen gebrochen sei; unter 6 Tonnen zeigten sich die ersten Risse.

Schüle schließt daher, daß die Lage der Nullinie nur durch Dehnungsmessungen an verschiedenen Stellen der Druckgurte mit genügender Sicherheit bestimmt werden

[1]) Beton u. Eisen 1903, S. 32.



könne. Der Verlauf der Formänderung zeige, daß die Annahme einer geradlinigen Verbindung der Längenänderungen der untersten und der obersten Faser, eine zu hohe Lage der Nullinie ergebe, also eine kleinere Druckgurtung als die wirkliche.

3. Versuche von Talbot (Illinois).[1]

168. Talbot hat bei den schon erwähnten an der Universität in Illinois ausgeführten Versuchen außer den Dehnungen auch die Verkürzungen gemessen. Daraus sind Ergebnisse von zwei Balken hervorzuheben. An diesen lagen die oberen Dehnungsmesser 26 mm unterhalb der Oberkante, die unteren dagegen bei einem Balken 25 cm und an

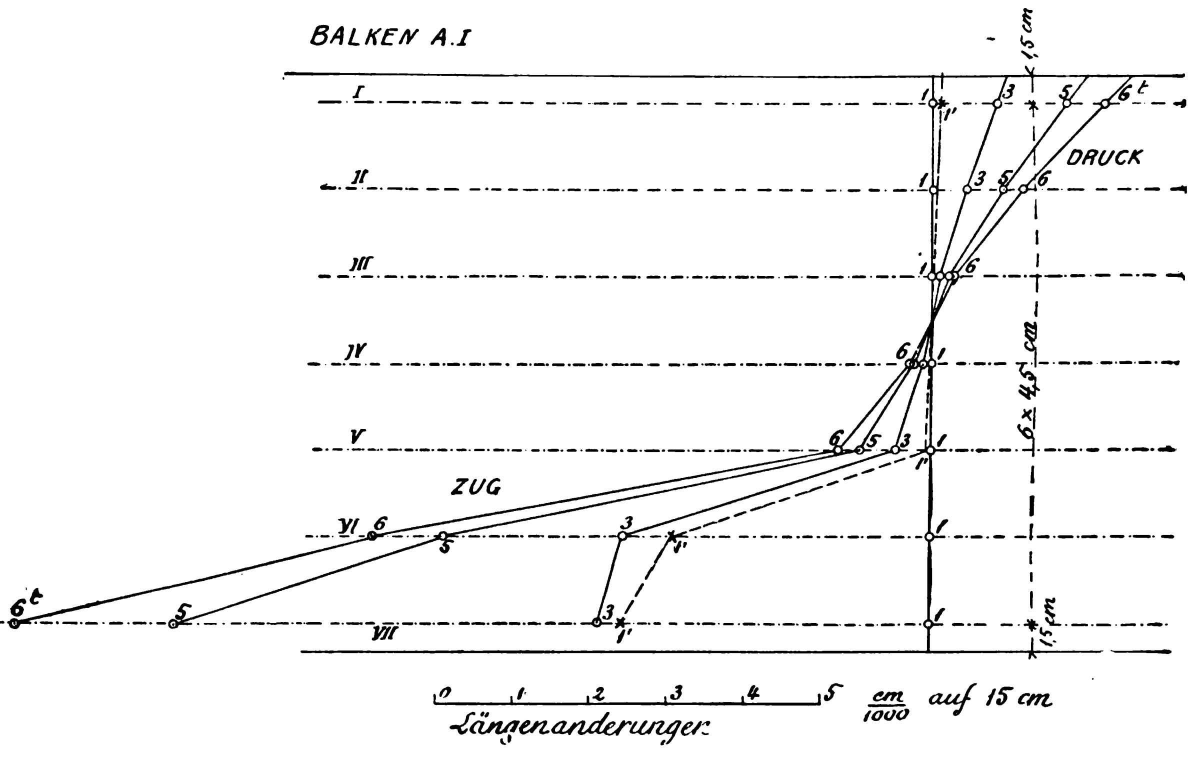


Abb. 147.

dem anderen 13,5 cm unterhalb der Oberkante. Die Höhe der Balken betrug 34 cm, die Mitte der Eiseneinlage lag 30 cm unterhalb der Balkenoberkante. Die Meßstrecke war von Querkräften frei.

169. Talbot fand zwischen den Messungen in den verschiedenen Höhenlagen eine geradlinige Beziehung, die das Gesetz von der Erhaltung der ebenen Querschnitte in der beobachteten Seitenfläche der Balken bestätigen würde. Allerdings zeigte sich diese Übereinstimmung für die unteren Laststufen nicht; auch für den Beweis der Richtigkeit für die oberen Laststufen würde der Vergleich zweier Balken nicht ausreichen.

4. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris).[2]

170. Die französische Regierungskommission zieht ebenfalls den Schluß, daß die ebenen Querschnitte keine nennenswerte Änderung erfahren. Sie stützt ihn auf Messungen, die nahe der Oberkante und der Unterkante und in der Mitte rechteckiger Balken über

[1]) Engineering news 1904, Bd. 52, S. 122.

[2]) Commission du ciment armé expériences etc. Paris 1907.



einer von Querkräften freien Meßstrecke an beiden Seitenflächen vorgenommen worden sind. Allerdings zeigen sich zwischen den Zahlen der beiden Seitenflächen an manchem Balken so erhebliche Unterschiede, daß die Werte bisweilen um die Hälfte voneinander verschieden sind und auf der in der halben Balkenhöhe liegenden Meßstrecke anfänglich sogar verschiedene Vorzeichen aufweisen. Bisweilen ergaben sich überhaupt keine vergleichsfähigen Zahlen mehr.

171. Die französische Regierungskommission vermutet daher selbst, daß doch wohl erheblich unregelmäßige Verschiebungen der Körper stattgefunden haben.

172. Von Plattenbalken haben der französischen Regierungskommission ebenfalls einige Versuche vorgelegen, bei denen die Längenänderungen an drei Punkten des Querschnittes in verschiedener Höhe gemessen waren. Sie schließt aus ihnen, daß auch bei Plattenbalken wie bei rechteckigen Balken die Veränderungen des ebenen Querschnittes, soweit sie von Zug- und Druckspannungen in der Längsachse des Balkens abhängig sind, so gering sind, daß man sie vernachlässigen kann, ohne damit bei der Berechnung von Eisenbetonkonstruktionen Fehler zu begehen, die größer sind als die mit der Annahme der Erhaltung der ebenen Querschnitte auch für Metallkonstruktionen verbundenen.

5. Die Lage der Nullachse.

173. Nach den Versuchen muß die Frage, wieweit die tatsächliche Formänderung der Balkenquerschnitte von der Geraden abweicht, offen gelassen werden, wenn man auch von den eingangs erwähnten Unterschieden, die zwischen den einzelnen senkrechten Längsebenen bestehen, und von den Abweichungen, die das Hinzutreten von Querkräften hereinbringt, absieht. Es scheint, daß die Unregelmäßigkeiten insbesondere in den unteren Laststufen vorhanden sind, daß hingegen, wenn der Beton gerissen ist und vorwiegend nur die Zugspannungen des Eisens und die Druckspannungen des Betons wirken, die Beziehungen zwischen den Längenänderungen eher dem Gesetze der geraden Linie folgen könnten.

Mit diesen Einschränkungen sind die Ableitungen, welche die Höhenlage der spannungslosen Faser durch geradlinige Verbindung der unteren Dehnungen und oberen Zusammendrückungen ermitteln, zu betrachten (siehe die folgenden Nr. 6 bis 9).

174. Übereinstimmend ergibt sich aus solchen Ableitungen, daß die Nullachse an jeder Stelle anfangs nahe der Höhenmitte des Balkens liegt und mit wachsender Belastung steigt, d. h. es nehmen die Zusammendrückungen langsamer zu als die Dehnungen. Messungen, die sich über Strecken mit verschiedenen Momenten ausdehnen, werden daher aus diesem Grunde einen Mittelwert geben, der für die Orte der höheren Momente zu hoch und für die geringeren Momente zu niedrig ist und der desto ungenauer ist, je länger die Meßstrecken sind. Ferner ist daraus abzuleiten, daß die Ebene der spannungslosen Faser über die ganze Balkenlänge eine zur Momentenfläche in umgekehrter Beziehung stehende, d. h. eine nach unten offene nach den Balkenenden abfallende Krümmung hat. Das zeigen auch gleichzeitig an verschiedenen Stellen eines Balkens vorgenommene Messungen von Feret und Schüle.

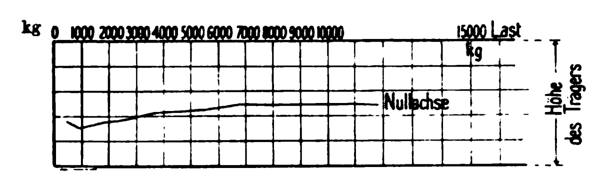
6. Versuche von Talbot (Illinois).[1]

175. Talbot fand aus seinen Versuchen, daß die Nullachse anfangs unterhalb der halben Betonhöhe liegt und dann bis zum Auftreten von Rissen in dem Beton ansteigt. Diese Steigerung erfolgt also während des von ihm abgeleiteten ersten Zustandes bis

[1]) Engineering news 1904, Bd. 52, S. 122.



zum Auftreten der Wasserflecke und des zweiten, an dessen Ende die Risse auftreten. Dann bleibt die Nullachse in gleicher Höhe, manchmal senkt sie sich sogar ein wenig in der Nähe der höheren Lasten. Die Abb. 148 zeigt die verhältnismäßige Lage der Nullachse zur Balkenhöhe für einen Balken und darunter den Verlauf der zugehörigen Dehnungen.



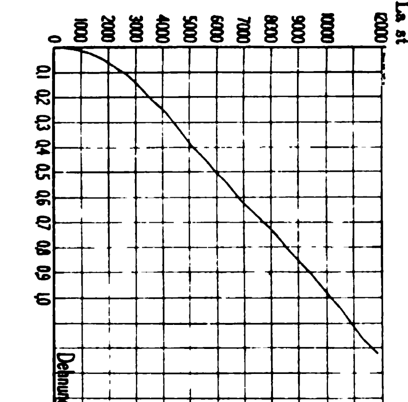


Abb. 148.

176. Talbot glaubt, daß sich aus allem für die höheren Lasten eine feste Beziehung ableiten lasse, nämlich

$$K = 0{,}26 + 0{,}18 \times p.$$

Darin bedeutet K die Höhenlage in Hundertsteln der über der Mitte der Einlagen vorhandenen Betonhöhe und p den Eisenquerschnitt in Hundertsteln des über der Mitte der Einlage vorhandenen Betonquerschnittes.

7. Versuche von Mörsch (Zürich).[1]

177. Mörsch schließt aus seinen Versuchen, daß bei schwacher Einlage die Anfangslage der Nullachse fast genau mit der Plattenmitte zusammenfällt, während sie bei den stärkeren Armierungen ziemlich unter die Plattenmitte fällt. In der Abb. 149 sind nach einem Versuche von Mörsch mit einem Hundertstel Eisengehalt die über einer von Querkräften freien 80 cm langen Strecke gemessenen Zusammendrückungen der oberen Betonfaser und die Dehnungen der Eisen von einer Senkrechten aus aufgetragen. Daraus ist durch geradlinige Verbindung jeweils der Nullpunkt ermittelt; auf Loten in diesem sind die den Längenänderungen entsprechenden Momente aufgetragen.

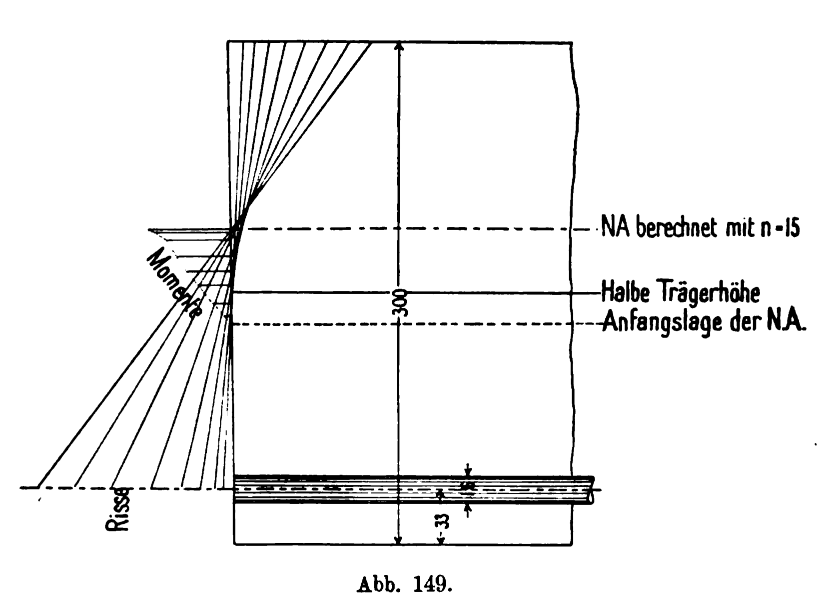


Abb. 149.

Der Nullpunkt steigt dauernd mit der Last und Mörsch meint, daß man aus der Linie der Momente mit Sicherheit schließen könne, daß er sich mit weiter zunehmenden Momenten einer Grenzlage nähern wird. Es zeigt sich also hier auch über die Bildung der Risse hinaus im Gegensatz zu Talbot noch eine Steigung.

---

[1]) Mörsch und Wayss u. Freytag, Der Eisenbeton, Stuttgart 1906.

8. Versuche von v. Bach (Stuttgart).[1])

178. v. Bach fand, wie die Abb. 150 zeigt, daß sich die Nullachse bis zum Auftreten von Rissen allmählich und danach rascher nach oben verschiebt. Die Darstellung des Verlaufes bezieht sich auf einen Balken von der Bauart der Abb. 141, dessen Formänderungen in den Abb. 131 bis 139 dargestellt sind.

9. Versuche der französischen Regierungskommission (Paris).[2])

179. Die französische Regierungskommission findet ebenfalls zwei Abschnitte in der Lage der Nullinie, die sie mit dem Considèreschen Gesetze von der nach anfänglicher Spannungszunahme bis zur Zugspannungsgrenze eintretenden Erhaltung der Spannungsfähigkeit des Betons in Beziehung bringt, d. h. sie findet mit v. Bach den Richtungswechsel in der Steigung am gleichen Punkte.

180. Für den zweiten Abschnitt, in dem die Zugspannungen des Betons nach der Annahme von Considère unter Erhaltung ihres Gefüges gleichmäßig, also auf die weiteren Formänderungen ohne Einfluß blieben, findet die Kommission eine Übereinstimmung der aus den Versuchen ermittelten Höhenlage mit der Formel:

$$x = 1 + n - \sqrt{(1+n)^2 - 1}.$$

Darin ist $n = \frac{K \cdot S}{b \cdot h}$

und weiter h die nutzbare Betonhöhe,
b die Balkenbreite,
S der Einlagequerschnitt,
und K das Verhältnis des Elastitätsmodul der Einlage und des Betons.

181. Diese Formel für rechteckige Balken hält die französische Regierungskommission nach einigen Versuchen auch für Plattenbalken anwendbar mit der Maßgabe, daß für b ein aus der Breite der gedrückten Fasern abgeleiteter Wert einzusetzen ist. Für diese Ansicht werden die Messungen an zwei Plattenbalken von 2,90 m Länge, bei einer Breite von 1,20 bezw. 2,00 m für die Platte und von 15 cm für den Unterzug angeführt. Die Gestalt des Querschnittes ergab sich nach den Messungen an drei Punkten in Höhe der Einlagen, dicht unter der Plattenunterkante und auf der Plattenoberkante als eben bleibend.

Um den Wert der wirksamen Breite b zu erhalten, soll man die Breite der Platte mit einer Zahl vervielfachen, die von dem Verhältnis der Breite der Platte zur Spannweite des Plattenbalkens abhängig ist. Dieser Wert wird angegeben auf:

	0,90,	wenn	das	Verhältnis	der	Breite	zur	Stützweite	0,40	ist
auf größer als	0,68,	„	„	„	„	„	„	„	0,52	„
und auf	0,55,	„	„	„	„	„	„	„	0,70	„

10. Versuche von Schüle (Zürich) an Plattenbalken.[3])

182. Schüle hat vom Jahre 1903 ab 13 Plattenbalken, wie sie in der Abb. 151 dargestellt sind, untersucht. Die Betonmischung enthielt 300 kg Zement auf 1 m³ Sand und Kies. Für die Balken 6 und 7 war ein Zement mit höherer Festigkeit verwandt.

[1]) Forschungsarbeiten des Vereins Deutscher Ingenieure, Heft 39.
[2]) Commission du ciment armé, expériences etc., Paris 1907.
[3]) Resultate der Untersuchung von armiertem Beton, Zürich 1906.



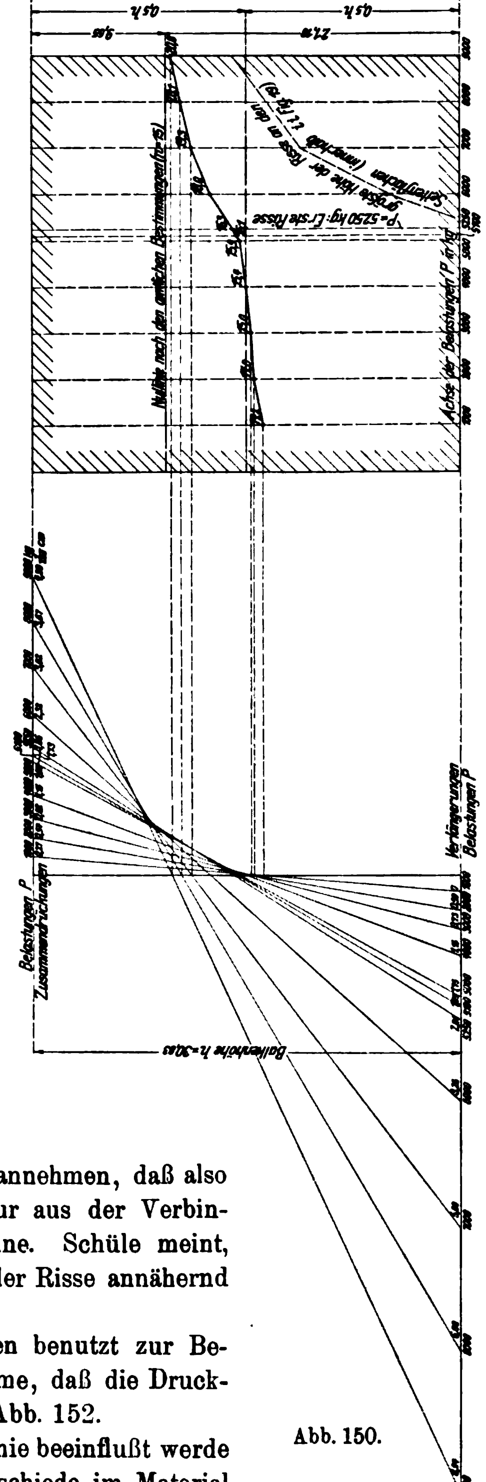
Die Balken der Reihe II (9 bis 13) waren beim Versuch etwa sechs Wochen alt, die der Reihe I (1 bis 4, 6 und 7) etwa 60 Wochen. Sie wurden über einer Stützweite von 4 m an den Achtelpunkten mit 7 gleichen unter Wasserdruck stehenden Kräften belastet und zwar von 0,15 t Anfangslast an unter Steigung in Stufen von je 0,1 t bei der Reihe I, und 0,15 t bei den älteren Balken. Vor dem Übergang auf eine höhere Laststufe wurde jedesmal auf die Anfangslast zurückgegangen; einzelne Laststufen wurden mehrmals wiederholt. Der Übergang von der Anfangs- bis zur Endlast jeder Stufe erfolgte unter Anwendung aller Zwischenstufen und Einhaltung einer kurzen Pause auf jeder. An Eigenlast kam auf jeden Lastpunkt rund 0,110 t, so daß also die tatsächliche Anfangslast, da der Balken von unten belastet wurde, 0,04 t betrug und kleiner als die Eigenlast war.

183. Beobachtet wurde unter anderem die Längenänderung an Stiften, die in den Beton eingelassen wurden über eine Meßlänge von 15 cm in der Mitte oben und unten an der Platte.

Die Ablesungen an den gleichgelegenen Strecken stimmen nicht ganz überein, ein Umstand, den Schüle auf kleine Unterschiede in der Dicke der Druckplatten oder in der genauen Lage der Einlagen oder in der Gleichförmigkeit der Betonmasse zurückführt. Kleinlogel fügt dem hinzu, daß diese Unterschiede wohl auch daher rühren können, daß es Schwierigkeiten habe, Balken von so großer Spannweite in die Prüfungsmaschine in genauer Mittellage einzubauen. Es könnten daher außer den lotrechten auch wagerechte Biegungsmomente eintreten. Im allgemeinen ergeben die Werte aber eine befriedigende Übereinstimmung.

Bei der Wahl der Meßstellen ging Schüle von der Ansicht aus, daß nach seinen früheren Versuchen nur die Verkürzungen der Druckgurtung einen einigermaßen regelmäßigen Verlauf annehmen, daß also die Lage der Nullachse mit einiger Sicherheit nur aus der Verbindung von Messungen im Druckgurt erfolgen könne. Schüle meint, daß die Zusammendrückungen bis zum Eintreten der Risse annähernd geradlinig verlaufen.

184. Die Mittelwerte der Dehnungen werden benutzt zur Bestimmung der Lage der Nullinie unter der Annahme, daß die Druckgurtung eben bleibe. Die Ergebnisse zeigt die Abb. 152.


Abb. 150.

Schüle bemerkt dazu, daß die Lage der Nullinie beeinflußt werde durch die Größe der Belastung, die kleinen Unterschiede im Material

der einzelnen Balken, durch das Auftreten der Risse im Beton, durch die Wiederholung der Belastung, durch das Alter der Balken und durch die Stärke der Einlage. Berechnungsverfahren, die nur die Stärke der Einlage bei sonst gleichen äußeren Abmessungen des Betons berücksichtigten, könnten daher die Frage der Lage der Nullinie nicht klären.

Auch Schüle stellt aus seinen Versuchen keine einzelnen Regeln auf, er erwähnt nur über die Einflüsse, die sich auf die Lage der Nullinie bemerkbar machen:

Die Unterschiede in der Betonart derselben Reihe haben nur kleine Abweichungen in der Lage der Nullinie verursacht;

die Größe der Belastung hat vor Auftreten der ersten Risse ein Steigen der Nullinie bewirkt. Nach dieser Erscheinung übt die Erhöhung der Belastung bei den älteren Balken nur noch einen geringen Einfluß aus, bei den jüngeren war dieser Einfluß größer, jedoch sehr unregelmäßig;

die Wiederholung der Belastung verursacht ein Sinken der Nullinie, welches hauptsächlich bei den jüngeren Balken beobachtet wurde;

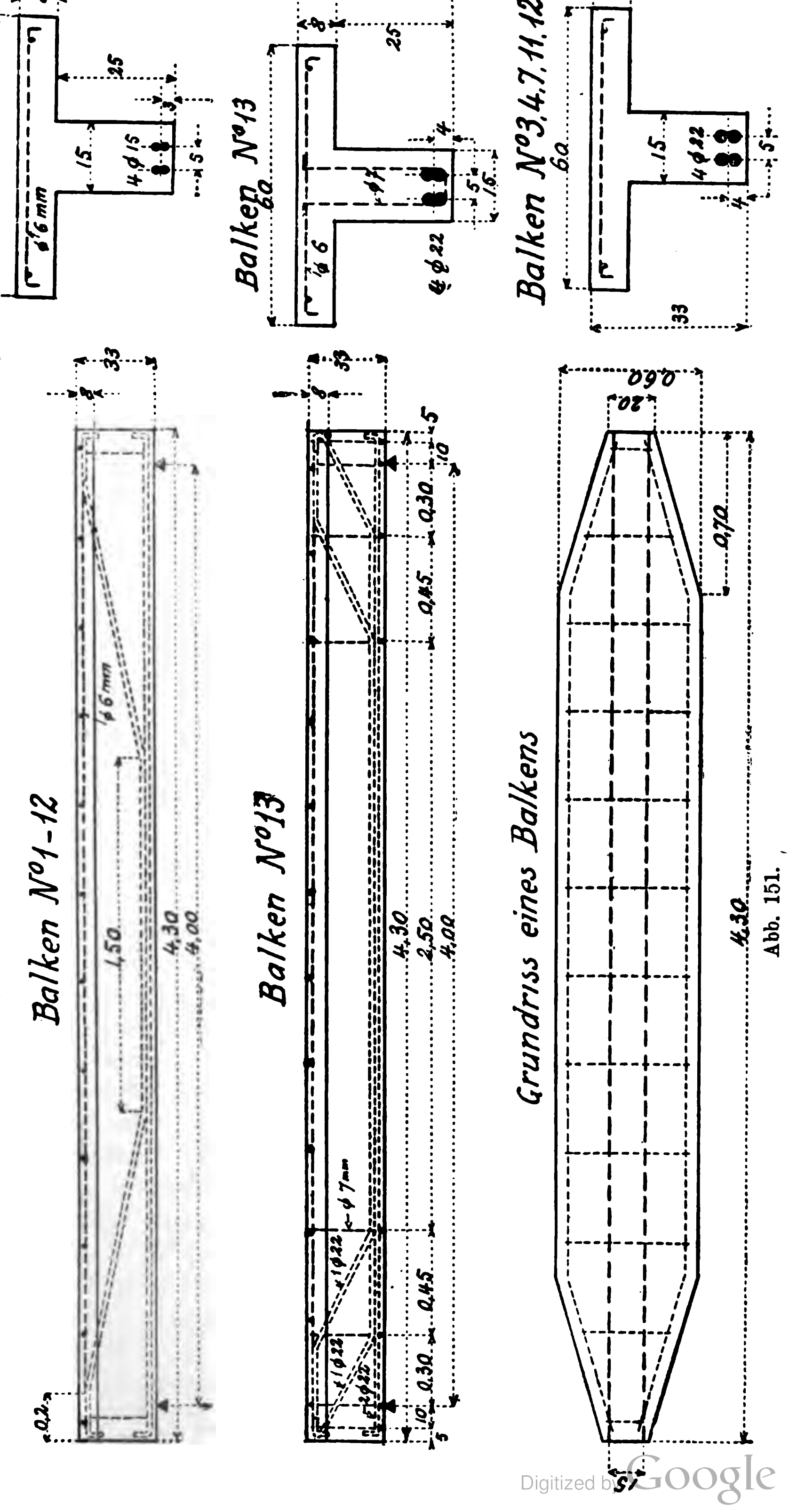


Abb. 151.

das Alter der Balken hat eine bedeutende Wirkung auf die Lage der Nullinie, welche die der anderen Einflüsse weit übertrifft; frische Balken zeigen eine tiefer liegende Nullinie als bereits gut erhärtete Balken;

die Stärke der Bewehrung hat bei dem über ein Jahr alten Balken nicht einen so großen Einfluß, wie aus dem Berechnungsverfahren geschlossen werden könnte. Der schwächeren Einlage entspricht jedoch auch eine geringere Druckgurthöhe. Bei den jüngeren Balken ist der Unterschied in der Lage der Nullinie nach den Beobachtungen ein größerer als nach den Berechnungsverfahren.

185. Als Ergebnis aller Versuche kann angenommen werden, daß vom Beginn der Belastung ein Steigen der anfangs der Lage in einem homogenen Balken gleicher Abmessungen naheliegenden Nullachse stattfindet. Wahrscheinlich schreitet diese Steigung auch nach der Entstehung von Rissen fort. Zahlenmäßige Angaben über die Höhenlage sind aus den Versuchen noch nicht herzuleiten.

Abb. 152.

11. Die bleibenden Formänderungen.

186. Ein Teil der unter der Belastung eingetretenen Formänderungen bleibt nach der Entlastung dauernd zurück. Bei Formänderungsmessungen, die nicht von dem Zustande der allerersten Belastung des Balkens ausgehen, kann daher der Nullpunkt der Spannungen mit dem Nullpunkte der Formänderungen nicht zusammenfallen. — Es sei bemerkt, daß ein solches Zusammenfallen ja auch bei der allerersten Belastung im allgemeinen nicht der Fall sein wird, da der Beton bei der Abbindung Formänderungen eingeht, die in der Einlage Spannungen gleichen Sinnes und im Beton entgegengesetzten Sinnes erregen. —

Bei Zugversuchen ergibt sich nach der Entlastung eine bleibende Verlängerung, die nach Schüle bis zu einem Drittel der gesamten betragen kann. Die Folge sind bleibende Zugspannungen des Eisens und bleibende Druckspannungen des Betons. Eine spätere, die bleibenden Dehnungen vernachlässigende Zugbelastung würde also auf zu kleine Zugspannungen im Eisen und auf zu große Zugspannnngen im Beton schließen lassen.

187. Bei der Biegung eines Eisenbetonbalkens bleiben im Betonzuggurt erhebliche dauernde Verlängerungen und im Druckgurt ebenfalls dauernde, wenn auch geringere Verkürzungen zurück. Schüle ermittelt aus seinen Versuchen, daß in den mittleren

Laststufen die bleibenden Dehnungen im Verhältnis zu der ganzen Verlängerung etwa die Hälfte und die bleibenden Verkürzungen etwa ein Viertel der ganzen betragen. Der in den Abb. 131 bis 139 dargestellte Versuch von v. Bach zeigt diese Verhältnisse.

Nach der ersten Biegungsbelastung entstehen durch die bleibenden Formänderungen in den Eiseneinlagen Zugspannungen und im Betonzuggurt als Gegenkräfte Druckspannungen und im gedrückten Betongurt ebenfalls Druckspannungen. Wird das nicht berücksichtigt, so führen spätere Messungen auf zu kleine Eisenzug- und Betondruckspannungen, und auf zu große Zugspannungen im Beton. Diese Unterschiede können in Anbetracht der großen bleibenden Formänderungen erheblich sein, ebenso führt die Vernachlässigung der bei der ersten Belastung bleibenden Durchbiegung zu falschen Schlüssen über die Steifigkeit.

Feret hat in der letzten Reihe seiner Versuche die Durchbiegungen und die Längenänderungen in der Ober- und der Unterkante zweier Balken von 3,5 m Länge unter wechselnden Lasten verfolgt.

Bei der Besprechung der Ergebnisse knüpft Feret an die Erscheinung bei reinem Beton an, bei dem nach der ersten Anwendung einer Last in bestimmter Höhe einen bleibende Formänderung zurückbleibe, die bei jeder weiteren Anwendung der gleichen Last sich um ein immer kleiner werdendes Stück vermehre, bis endlich ein Ruhestand eintritt. Diesen nennt Feret in Anlehnung an den ähnlichen Vorgang bei Metallen den Zustand der Aushämmerung für die angewandte Last. Bei Anwendung einer höheren Last wiederhole sich derselbe Vorgang jedesmal; bei Überschreitung einer gewissen Höhe der Last trete jedoch in der Zunahme der bleibenden Formänderungen kein Ruhezustand mehr ein, sondern sie vermehren sich jedesmal bei der Entlastung weiter, bis der Bruch eintritt.

Kann man ähnliche Vorgänge beim eisenverstärkten Beton vermuten, so wird man aus Bruchversuchen, die nur mit ständig wachsender Last vorgenommen werden, keine festen Schlüsse ziehen können, sondern man muß von Stufe zu Stufe die Belastung immer bis zur Aushämmerung anwenden und bei jeder neuen höheren Laststufe beobachten, ob die bleibenden Formänderungen, anstatt allmählich einen gleichbleibenden Wert zu erreichen, nicht zunehmen. Das würde nämlich zeigen, daß die Sicherheitsgrenze des Tragwerkes überschritten ist.

Feret teilt die bei den Versuchen beobachteten Zahlen nicht mit, sondern nur die Ergebnisse und zwar den Verlauf der Formänderungen für die Anwendung einer einzelnen Belastungsstufe und die Formänderungsgrenzen für den ganzen Versuch.

Wenn der Zustand der Aushämmerung, d. h. gleichbleibender Werte der federnden und der bleibenden Formänderung für eine Belastung in bestimmter Größe erreicht ist, zeigte sich, daß bei der Entlastung die Formänderung nicht im gleichen Verhältnis mit der Verringerung der Lasten abnahm, sondern anfangs weniger, später mehr. Wenn dagegen die Belastung wieder aufgebracht wird, so nehmen die Formänderungen in gleichem Verhältnis mit den Lasten zu. Feret schreibt die hinter der Lastabnahme zurückbleibende Verringerung der Formänderung beim Entlasten einer gewissen Trägheit der Balken zu.

Aus dem Vergleich der Formänderungen des ganzen Versuches, die den Zuständen der Aushämmerung für jede Stufe entsprechen, schließt Feret, daß zwischen den Angriffsmomenten einerseits, den Durchbiegungen, den Dehnungen im Zuggurt und den Zusammendrückungen im Druckgurt andererseits geradlinige Beziehungen bestehen. Er vermutet allerdings in der Befestigung der Längenänderungsmesser am Balken gewisse Fehlerquellen und hält deshalb das Ergebnis für die inneren Formänderungen nicht für einwandfrei, für die Durchbiegungen jedoch als richtig.

12. Die Gleitung des Eisens.

188. Die Versuche über die Formänderungen des Verbundes zwischen dem Beton und dem Eisen sind spärlich. v. Emperger hat die Gleitung an zwei früher erwähnten, im Jahre 1906 veröffentlichten Versuchen in ihren Grenzen verfolgt. Er befestigte die über die Balkenköpfe vorstehenden Enden der Einlagen mit Schraubenmuttern und lüftete diese ab und zu, um so festzustellen, ob die Einlage bereits an den Enden geglitten sei. Erst in der Nähe der Bruchlast zeigte sich eine Bewegung der Enden.

189. v. Bach hat an den im Jahre 1907 veröffentlichten Versuchen der Abb. 140 bis 144 die Verschiebung der herausragenden Enden der Eiseneinlagen gegen die Balkenstirn während der ganzen Belastung verfolgt. Er fand an dem häufiger erwähnten Balken der Bauart 2 unter einer Last von 8500 kg noch keine Verschiebung.

Die erste Änderung wurde gemessen unter 8750 kg und zwar nachdem die Belastung zwei Minuten gewirkt hatte,

links zu 0,010 rechts 0,020 mm.

Nach sechs Minuten war eine weitere Bewegung nicht zu verzeichnen.

Unter 9000 kg ergaben sich folgende Änderungen, vom Anfangszustand, d. h. von der äußeren Belastung 0 aus betrachtet:

Nach 2 Minuten	0,030	0,035 mm,
„ 10 „	0,050	0,050 „
„ 20 „	0,070	0,065 „
„ 25 „	0,075	0,070 „
„ 30 „	0,075	0,070 „

Bei einer dann folgenden Entlastung änderten sich die Verschiebungen nicht.

Bei weiterer Belastung mit 9000 kg ergab sich

nach 2 Minuten	0,115	0,120 mm
„ 10 „	0,130	0,150 „
„ 15 „	0,140	0,170 „
„ 20 „	0,145	0,180 „
„ 25 „	0,150	0,220 „

Nach 28 Minuten glitt das Eisen rechts so rasch, daß die Verschiebung nicht mehr verfolgt werden konnte, und der Balken brach.

Ähnlich wie bei diesem Balken wurde auch bei allen anderen eine Verschiebung der Einlage erst kurz vor der Bruchlast wahrgenommen. Danach würde also die erste Gleitung der Enden ohne rückläufige Bewegung bei der Entlastung zum Bruch führen, wenn die Belastung weiter fortgesetzt wird.

Die aus diesen Messungen ermittelten Werte des Gleitwiderstandes sind früher angegeben.

190. Die französische Regierungskommission hat die Verschiebung der Einlagen an zwei im Jahre 1902 untersuchten Balken gemessen, die 4 m lang waren und über 3,9 m Stützweite mit zwei Einzellasten, die je 1,05 m Abstand von der Mitte hatten, belastet wurden. Die Bewegung der Einlage wurde vor Kopf der Balken und 20 cm seitlich der Lastangriffe, also 70 cm im Beton von den Auflagern entfernt verfolgt. Zu letzterem Zwecke wurden die Einlagen an einer Stelle bloßgelegt, und die Verschiebung eines auf ihnen eingearbeiteten Körnerpunktes mikroskopisch beobachtet.

Auch hier fand sich an den Enden keine merkliche Verschiebung vor dem Nahen des völligen Zusammenbruches.

191. Dagegen wurde in den mittleren Meßstellen schon von vornherein eine Verschiebung der Einlage gegen den Beton beobachtet unter Lasten, die an der Unterfläche eine Dehnung des Betons von 0,04 bis 0,08 mm für 1 m gemessen wurde. Bei der Entlastung erfolgte eine rückläufige Gleitung, jedoch nicht bis zu dem Ausgangspunkte der Messung.

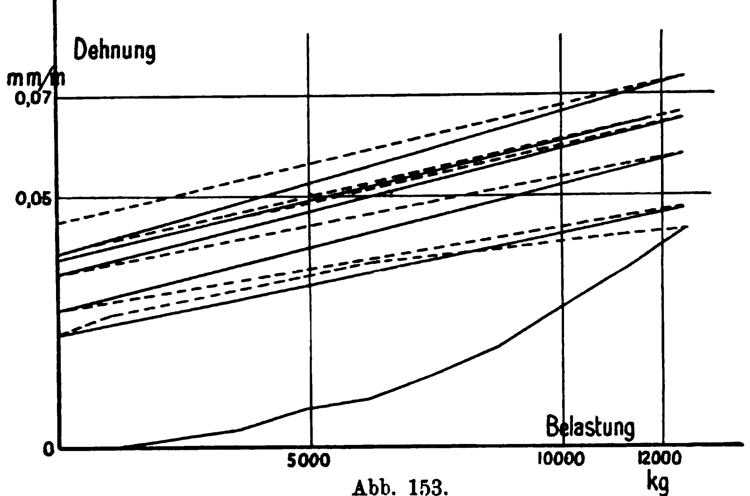


Abb. 153.

Die Abb. 153 stellt den Verlauf an einem Balken dar, der bis zum Auftreten von Rissen belastet und dann einige Male entlastet und wieder belastet wurde. Die Zahl der Versuche ist zu gering, um — was ja nahe läge — Beziehungen zwischen der Dehnungsfähigkeit des Betons und dem Verbunde zwischen Eisen und Beton aufzustellen.

c) Die Formänderungen geneigter Strecken.

192. Mit der Formänderung geneigter Strecken hat sich bisher nur die französische Regierungskommission beschäftigt. An einem 4 m langen Balken, der dem soeben zur Messung der Gleitungen benutzten glich, wurde auf der Mitte zwischen den Lasten und den Auflagern die Längenänderung an den Seitenflächen über einer senkrecht zur Stabachse, also lotrecht stehenden Meßstrecke von 15 cm Länge verfolgt. Hinter der Meßstrecke lagen im Balken senkrechte Flacheisenbügel. Die Dehnung zeigt einen ähnlichen Verlauf wie die in der Abb. 65 dargestellten Dehnungslinien der unter 45° geneigten Faser; jedoch liegt der Übergang aus dem ersten geradlinigen Abschnitt der Dehnung der dort bei etwa 0,02 mm für das Meter stattfindet, hier tiefer, etwa bei 0,007 mm für das Meter. Der erste Riß wurde entdeckt, nachdem etwa eine Längenänderung von 0,01 m für das Meter gemessen worden war.

Aus dem Verlauf der Dehnungslinie der unter 45° geneigten Fasern sind bereits rüher an Hand der Abb. 68 Schlüsse über das Eingreifen der Bügel gezogen worden.

193. Dort wie hier wird ähnlich der Dehnung der Längsfaser aus dem Knickpunkt der Dehnunglinie auf eine Änderung im Gefüge des Betons geschlossen werden können, die danach in den Grenzen einer Längenänderung der geneigten Faser von 0,01 bis 0,02 mm für das Meter eintritt. Diese Ansicht, daß am Knickpunkte eine Änderung im Gefüge der Balken eintritt, wird dadurch verstärkt, daß von dem Knickpunkte ab eine Verschiedenheit in der weiteren Zunahme der bis dahin gleichen, Dehnungen je nach der Stärke der Einlagen zweiter Ordnung sich zeigt.

194. Die an geneigten Fasern gemessene Längenänderung wird aber nur eine mittlere sein. Die französische Regierungskommission stellt darüber folgenden Gedankengang an: Bei der Biegung eines Balkens werden die oberen Fasern in der Längsrichtung zusammengedrückt und werden also im Querschnitt sich verdicken; die unteren Fasern werden gezogen, also sich zusammenschnüren. Die Wirkung der Querkräfte bringt eine Dehnung des Querschnittes senkrecht zur Achse mit sich. Diese

Dehnung wird also durch die Wirkung der Längskräfte oben verstärkt und unten verringert werden. Die über die ganze Höhe ermittelte Querdehnung wird also das Mittel von größeren Beiträgen in den oberen und von kleineren in den unteren Fasern sein.

An diese Betrachtung über die Formänderung läßt sich noch ein Schluß über die Dehnung und die Beanspruchung der Bügel knüpfen, der aus dem Vergleich der Brucherscheinungen bereits früher abgeleitet war. Die Bügel werden im Augenblick der Rißbildung eine mittlere Dehnung erleiden, die mit der an der Seitenfläche gemessenen in Beziehung steht, also im unteren Teil des Balkens wohl noch kleiner sein wird als die bei dem vorliegenden Versuche gemessenen Zahlen von 0,1 bis 0,02 mm für das Meter. Da nun aber die Zerstörung des Balkens von unten beginnt, so haben die Bügel bis zu dem Augenblicke, in dem die Zerstörung des Betongefüges zu vermuten ist, nur eine Beanspruchung erhalten, die kleiner als etwa 200 bis 400 kg für das Quadratzentimeter ist. Dabei wäre vorausgesetzt, daß die Formänderung durch die Querkräfte über die Balkenhöhe gleichmäßig erfolgt, was auch noch nicht feststeht.

Es scheinen also auch diese Formänderungsmessungen der französischen Regierungskommission an geneigten Fasern auf ähnliche Beziehungen in der Querrichtung zwischen dem Beton und dem Eisen hinzudeuten, wie sie die neueren Dehnungsmessungen für die Längsfasern im Gegensatz zu den Anschauungen von Considère ergeben haben.

C. Zusammenfassung.

195. Das sind heute — ausgangs 1907 — der Stand der Versuchsforschung an Platten und Balken aus Eisenbeton und die aus ihr abzuleitenden Folgerungen.

Will man das Wesentlichste aus ihnen nochmals zusammenfassen, so ergeben sich dafür zwei Gesichtspunkte:

einmal die Frage der Abhängigkeit der Bruchlasten von der Bauart

und zum zweiten die Untersuchung der Formänderungen während der Belastung; die Formänderungen wieder kann man nach zwei Richtungen betrachten: einerseits die äußeren (die Durchbiegungen) und andererseits die inneren (Längsdehnungen und Zusammendrückungen, Formänderung geneigter Fasern, Gleitung der Einlagen); im Zusammenhang damit ist die Wirkungsweise der inneren Kräfte zu verfolgen.

Bei der Betrachtung sind die beiden Bauweisen: Balken und Platten zu trennen; für sie liegt eine Scheidung durch strenge Begriffe nicht vor, im allgemeinen kann man sie aber so trennen, daß das größere Verhältnis zwischen der Trägerweite und der Trägerhöhe der Platte, das kleinere dem Balken zukommt. (In den behandelten Versuchen schwankt dies Verhältnis zwischen 40 und 10.)

Statisch betrachtet überwiegt also bei der Platte die Wirkung des Momentes gegenüber den Querkräften, bei den Balken hingegen tritt der Einfluß der Querkraft vor dem Moment hervor. Demgemäß werden Eisenbetonplatten im allgemeinen durch senkrechte Risse inmitten der Stützweite zerstört, Balken aber vorwiegend durch schräge, näher den Auflagern liegende Risse.

Für die Festigkeit von Platten werden daher die Längsfestigkeiten entscheidend sein (Betonzug, Eisenzug, Betondruck), hingegen tritt die Schubfestigkeit des Betons und die Verbundfestigkeit zwischen Beton und Eisen zurück. Die Betrachtung der Platten kann also im allgemeinen von dem Trägerquerschnitt aus gelöst werden, d. h. durch die Beziehungen zwischen der Güte des Betons und dem Verhältnis des Querschnitts der Eiseneinlage zum ganzen Trägerquerschnitt. Diese Verhältnisse beleuchten die Abb. 2 und 3 sowie 32 nach den Versuchen von Sanders und Feret:

Die Verbesserung des Betons bei Festhaltung der Eiseneinlage und ebenso die Vermehrung der Eiseneinlage bei Festhaltung derselben Betonmischung ergeben eine Steigerung der Bruchlasten. Diese Steigerung erfolgt aber von einem gewissen Punkte ab langsamer als vor diesem Punkte, d. h. es wird von da an durch die Verbesserung des Betons oder durch die Verstärkung der Einlage allein nicht mehr derselbe Vorteil für die Verstärkung des Trägers erzielt wie bisher. An diesem Punkte hätte also die Verstärkung beider Materialien einzusetzen, um die Steigerung der Bruchlast unter gleichmäßiger Ausnutzung des Eisens und des Betons zu erreichen. Es scheint hiernach zwischen dem Verhältniswert der Eiseneinlage und der Betongüte hinsichtlich der günstigsten statischen Ausnutzung ein festes Verhältnis zu bestehen. Es wäre daher eine Reihe von Versuchen erwünscht, um diesen Schluß zu sichern und um festzustellen, welche Annahmen über die zulässige Beanspruchung von Beton und Eisen zu der wirtschaftlichsten Ausnutzung beider Baustoffe führen.

Bei Balken, bei denen die Zerstörung von schrägen Rissen aus in den seitlichen Teilen erfolgt, kann die Last, die der Balken bis zur völligen Zerstörung aufnehmen kann, durch eine Sicherung der Längseinlagen gegen Gleiten oder durch eine Einlage zweiter Ordnung wesentlich erhöht werden. Eine Einlage zweiter Ordnung wirkt am günstigsten, wenn sie mit ihrer Längsrichtung möglichst die Zughauptspannungen aufnehmen kann, d. h. es wird eine Reihe von Bügeln oder von abgebogenen Eisen an den Balkenenden, die etwa in der Neigung von 45° liegen, am günstigsten wirken.

Die Betrachtung der Formänderungen hat sich zuerst auf die Durchbiegungen erstreckt; Tutein Noltenius hat eine Zunahme der Durchbiegungen im gleichen Verhältnis mit den Lasten angenommen; Rabut fand schon, daß die Durchbiegungen stärker als die Lasten zunehmen; v. Emperger unterschied alsdann im Verlauf der Durchbiegungen drei Grundlinien, in deren erster Betondruck und Eisenzug sowie Betonzug wirken, in deren zweiter die Betonzugspannungen nicht mehr zunehmen und in deren dritte die Brucherscheinungen fallen. Nach den neuesten Versuchen kann man den Verlauf der Durchbiegungen im Verhältnis zu den Spannungen noch genauer in vier Abschnitte teilen:

im ersten wirken Betondruck, Eisenzug und Betonzug; die Durchbiegungen nehmen annähernd im selben Verhältnis wie die Lasten zu,

im zweiten fallen die Betonzugspannungen ab; die Durchbiegungen wachsen merklich schneller als die Lasten,

im dritten ist der Beton im Zuggurt gerissen, Eisenzug und Betondruck wirken also im wesentlichen allein; die Durchbiegungen nehmen wieder annähernd im selben Verhältnis wie die Lasten zu, und

im vierten nähert sich der Träger schnell dem Bruch, die Durchbiegungen steigen plötzlich.

Ist der Balken mit einer Einlage zweiter Ordnung versehen, so scheint man aus den Versuchen der französischen Regierungskommission schließen zu können, daß die Durchbiegungen im dritten Abschnitt nicht sowohl ein geradliniges Ansteigen zeigen, vielmehr langsamer zunehmen, so daß sie einen nach oben offenen Bogen bilden.

Knüpft man bei der Betrachtung der inneren Formänderungen an die Worte von Wayss an, der die vortreffliche Zähigkeit des Eisens und die hohe Druckfestigkeit des Betons vereint durch die Adhäsion als das Wesen der Kraftwirkung im Eisenbeton hinstellte, so lehren die Versuche, daß zu den beiden Spannungseinheiten

noch zwei andere — die Zugfestigkeit des Betons in ihrer Abhängigkeit von der Dehnungsgrenze und die Schubfestigkeit des Betons — als Achtung heischende Größen hinzugetreten sind, und daß weiter die Erhaltung des Verbundes zwischen dem Beton und dem Eisen nicht unbegrenzt sicher ist.

Wohl können wir nun heute die Art der Wirkung der beiden im Verbundkörper vereinten Materialien erkennen: aus den Messungen der Formänderungen der gezogenen Gurtung kann der Schluß gezogen werden, daß die Dehnungsfähigkeit und die Fähigkeit des Betons zur Aufnahme von Zugspannungen durch die Verbindung mit dem Eisen an sich nicht geändert werden. Allerdings reißt der Beton nicht an seiner aus Zugversuchen reiner Betonkörper bekannten Dehnungsgrenze, vielmehr ist die Möglichkeit zur Erreichung größerer Dehnungen dadurch gegeben, daß bei Biegung vor dem Reißen der äußersten Fasern die weiter innen gelegenen, weniger beanspruchten entlastend eingreifen werden, und daß diese Entlastung bei Einlage von Eisenstäben noch sicherer sein wird.

Aus der Beobachtung, daß die Bildung der ersten geneigten Risse bei biegungsbeanspruchten Balken durch eine Einlage zweiter Ordnung in regelmäßiger Weise nicht hinausgeschoben wird; ferner aus der Beobachtung, daß bei reinen Scherversuchen an Körpern mit und ohne Eiseneinlagen in der Bildung der ersten Risse ein regelmäßiger Unterschied nicht zu erkennen ist; endlich aus dem Umstande, daß die Durchbiegungen von Balken mit einer Einlage zweiter Ordnung erst nach dem Beginn der Rißbildung einen Unterschied gegenüber solchen nur mit Längseinlage versehenen aufzuweisen scheinen, kann man folgern, daß auch die Betonschubfestigkeit und seine Querdehnungsfähigkeit durch eine Eiseneinlage an sich nicht geändert wird.

Daher liegt der Schluß nahe, daß beide Materialien im Verbundkörper ohne Änderung der Eigenschaften jedes einzelnen arbeiten: Betondruck-, Eisenzug- und Betonzug-Betonschubfestigkeit finden ihre Grenze bei der zulässigen Beanspruchung des Einzelmateriales, die Verbindung von Beton und Eisen erhöht ihre Eigenschaften nicht. Die Einlage nimmt nur den Teil der Spannungen auf, welcher der ihr gewordenen Formänderung und ihrem Elastizitätsmodul entspricht, und schiebt dadurch die Erreichung der Formänderungs- und der Festigkeitsgrenzen des Betons hinaus.

Es fragt sich dann, wie sich die Form der Querschnitte unter der Belastung ändert. Messungen, welche die Längenänderungen über die ganze Höhe des Balkens verfolgen, sind selten. Nach den Beobachtungen von Schüle ist der Verlauf der Dehnungen so unregelmäßig, daß eine Erhaltung ebener Querschnitte kaum angenommen werden kann. Die Richtigkeit der Bestimmung der Nullinie durch Teilung der Trägerhöhe im Verhältnis der Längenänderungen der untersten und der obersten Faser ist daher nicht nachgewiesen. Sicher scheint nur, daß die Dehnungen unten schneller zunehmen, als die Verkürzungen des Druckgurtes.

Wie nun in einer wagerechten Ebene, in der Eiseneinlagen liegen, die Formänderungen des Betons zu denen des Eisens sich verhalten, ist ebenfalls unbestimmt. Sicher ist, daß Unterschiede vorhanden sind; daß (nach den Versuchen von Rudeloff) bei Zugversuchen die Formänderung des Materials voreilt, an dem die äußere Kraft angreift, und daß (nach den Versuchen von v. Bach) bei Biegung die Formänderung der Betonhülle voreilt, und zwar um so mehr, je weiter das Eisen vom Balkenrande entfernt liegt.

Für den Verbund beider Materialien, d. h. die Haftfestigkeit und den Gleitwiderstand zwischen Beton und Eisen, fehlt bis heute eine Einheit. Die Bestimmung einer Grenzspannung des Zusammenhanges zwischen Einlage und Umhüllung, d. h. der

Summe der inneren Kräfte, die die Gleitung der Enden der Einlagen verhindern, wird nur möglich sein, wenn der Kreis der Versuche nach Art der Erregung der inneren Kräfte geteilt wird. Nur bei Biegungsversuchen, bei denen das Angriffsmoment gleichmäßig abfällt, und demnach die Verbundfestigkeit auf der ganzen Länge der Einlage gleichmäßig beansprucht wird, kann durch Teilung der Zugkraft im Eisen durch die Fläche des eingehüllten Stabes eine Einheit gefunden werden. Biegungsversuche mit anderem Kraftangriff und Versuche, Stäbe durch Druck oder Zug aus der Betonhülle zu entfernen, können wegen der Verschiedenheit der Oberflächenbeanspruchung der Einlage nur unvergleichbare Durchschnittswerte ergeben. Daß durch eine Sicherung der Enden der Einlagen der Beginn der Gleitung des ganzen Stabes hinausgeschoben, also die Bruchgrenze erhöht wird, ist sicher.

Außer der Betrachtung der Gleitung der Enden ist aber die Frage der Abhängigkeit des Verbundes von örtlichen Formänderungen zu lösen. Es muß geprüft werden, wie die örtliche Lösung des Verbundes zwischen dem Beton und dem Eisen, die mit der Erreichung der Dehnungsgrenze des Betons ja sicher eintreten muß, wirkt, wenn die Berührungsflächen unter wechselnden Belastungen Bewegungen in der und jener Richtung machen.

Das sind die Beziehungen gerader Einlagen in der Längsrichtung. Wie wirken die Scherkräfte und wie beanspruchen sie eine Einlage zweiter Ordnung?

Eine Einlage zweiter Ordnung und die Mitwirkung der Längseinlage können die Erhaltung des Betongefüges gegen Scherkräfte nur so weit sichern, als sie infolge der Formänderungen, zu denen sie vom Beton herangezogen werden, einen Teil der inneren Kräfte aufnehmen. Die Formänderungen, bei denen Querkräfte das Gefüge des Betons zerstören, scheinen aber so gering zu sein, daß eine nennenswerte Wirksamkeit der Eisen vor der Lösung des Gefüges des Betons nicht eintritt; sowohl nach den reinen Scherversuchen als auch nach Biegungsversuchen werden die ersten Veränderungen des Betongefüges infolge von Querkräften durch eine Einlage kaum hinausgeschoben.

Das kann allerdings nur mit dem Vorbehalte angenommen werden, daß Messungen der Veränderung von Fasern, welche den Einlagen zweiter Ordnung gleichgerichtet sind, bisher nur selten angenommen sind, und daher auch nur mit der Annäherung, wie sie der Vergleich von Bruchvorgängen gestattet.

Der Eisenbetonforschung liegt also heute vor allem die Frage des Verlaufs der Formänderungen in senkrechten Querschnitten des Betons und die der Kraftabgabe zwischen Beton und Eisen ob d. h. die Frage, in welcher Weise die Formänderung der beiden Stoffe von ihren Berührungsflächen ausgehend sich in die Massen beider Materialien verteilt; weiter die Frage der Beziehungen zwischen dem Verbunde an der Einbettungsfläche und der Zugdehnungsgrenze des Betons und endlich die Frage der Formänderungen des Betons in zur Stabachse geneigten Richtungen. Der Gebrauch und die Regeln des Baues werden dann zur Frage der zulässigen Grenzen Stellung zu nehmen haben.

Der Zufall hat den Eisenbetonbau geboren; bauliches Geschick, der glückliche Gedanke einer Rechnungsannahme und die Erfahrungen haben ihm ein weites Gebiet erobert; langsam folgte die Erkenntnis der Anwendung nach. Aber mit der wachsenden Ausdehnung seiner Aufgaben fordert der Eisenbeton von der Wissenschaft sichere Gesetze, die sich nicht aus den Grenzen des Gebrauches ableiten lassen, sondern die umgekehrt aus der Erkenntnis der Zusammenwirkung die Grenzen des Gebrauchs und ihre rechnerische Erfassung bestimmen müssen.

Soll der Versuch die Entwicklung des Eisenbetons wirksam fördern, so muß daher zuvörderst die Frage der Erhöhung der Bruchlasten durch die Bauart in Beton und Eisen ergänzt werden durch die Untersuchung der Formänderungen während einer genügenden Anzahl von Belastungen. Heute kann man aus den Versuchen dem allmählich gewordenen Erfahrungsbau und der angenommenen Rechnung wissenschaftliche Regeln noch nicht an die Hand geben. Man kann nur den Weg weisen, den die Forschung weiter zu gehen hat.

Quellenverzeichnis.

v. Bach, Versuche über den Gleitwiderstand einbetonierten Eisens, Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1905, S. 124. Erweiterung, Berlin 1905. Mitteilungen über Forschungsarbeiten des Vereins deutscher Ingenieure, Heft 39.

— *Versuche mit Eisenbetonbalken*, Mitteilungen über Forschungsarbeiten des Vereins deutscher Ingenieure, Heft 39.

— *Zur Frage der Dehnungsfähigkeit des Betons mit und ohne Einlagen.* Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure, 1907, S. 1027.

Breuillie, Über die Haftfestigkeit des Eisens im Beton, Engineering News Bd. 51, Nr. 24, S. 561; Tonindustrie-Zeitung 1904, Bd. II, S. 1293.

Bauschinger, Versuche über die Haftfestigkeit des Betons am Eisen, Tonindustrie-Zeitung 1905, S. 835.

— *Versuche an verschiedenen nach dem System Monier hergestellten Objekten*, München 1887; Berlin 1892.

Coignet et Tédesco, Du calcul des ouvrages en ciment avec ossature métallique, Mémoires et compte rendu des travaux de la société des ingénieurs civils de France 1894, S. 287.

Condron, Tests of bond between concrete and steel, Journal of the Western Society of Engineers 1907, Nr. 1 S. 100; Beton u. Eisen 1907, S. 47; Organ für die Fortschritte des Eisenbahnwesens 1907 S. 166.

Commission du ciment armé, Expériences, rapports et propositions, instructions ministérielles rélatives a l'emploi du béton armé, Paris 1907.

Considère, Influence des armatures métalliques sur les propriétés des mortiers et bétons, Le génie civil 1898 bis 99, 1. S. 213 u. f.; Beton u. Eisen 1905 S. 58, 125.

Christophe, Le Béton armé et ses applications, Berlin 1905.

Brik, Zwei Bruchversuche mit Massivdecken, Allgemeine Bauzeitung 1901, S. 19.

v. Emperger, Eine Reihe von Bruchversuchen mit Hochbaukonstruktionen, Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines 1895, S. 224 ff..

— *Zur Theorie der verstärkten Betonplatte*, ebenda 1897, S. 351 ff.

— *Die Durchbiegung und Einspannung von armierten Betonbalken und -platten*, Beton u. Eisen 1902, Heft 4.

— *Über die Berechnung von beiderseits armierten Betonbalken*, Beton u. Eisen 1903, S. 181 ff.

— *Die Bruchursachen der betoneisernen geraden Träger*, Beton u. Eisen 1906, S. 35. (Versuch von Guidi.)

— *Die Rolle der Haftfestigkeit im Verbundbalken*, Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft 3, Berlin 1905.

— *Die Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde*, Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Berlin 1905, Beton u. Eisen 1905, S. 307.

Elskes, Poutres en béton armé, Beton u. Eisen 1903, S. 277.

Feret, Über die Klemmfestigkeit des Eisens im Beton, Tonindustrie-Zeitung 1905, S. 988.

— *Étude expérimentale du ciment armé*, Paris 1906.

Gehler, Bruchprobe einer Hennebique-Brücke, Deutsche Bauzeitung 1904, Zementbeilage S. 133.

Haberkalt, Über Versuche mit Verbundkörpern und deren wissenschaftliche Verwertung, Deutsche Bauzeitung 1903, S. 341.

Koenen, Berechnung von Monierplatten, Zentralblatt der Bauverwaltung 1886.

— *Die Ergebnisse der Probebelastung durchgehender mit den unterstützenden Trägern zusammenhängender Platten*, Bericht über die X. Hauptversammlung des Deutschen Betonvereins, Berlin 1907.

Kleinlogel, Untersuchungen über die Dehnungsfähigkeit des nicht armierten und armierten Betons, Wien 1904, Beton u. Eisen 1905, S. 124; 1906 S. 17 ff., S. 132.

— *Zur Frage der Haftfestigkeit des Eisens im Beton*, Beton u. Eisen 1904, S. 227; Tonindustrie-Zeitung 1904, S. 1637.

Karéischa, Die Anfänge des Eisenbetons in Rußland, Beton u. Eisen 1905, S. 185 ff.



Johnson, The holding power of steel rods inbedded in concrete, Beton u. Eisen 1903, S. 277.
Johannsen, Einiges über Belastungsproben, Beton u. Eisen, S. 44.
Labes, Wie kann die Anwendung des Eisenbetons in der Eisenbahnverwaltung wesentlich gefördert werden? Zentralblatt der Bauverwaltung 1906, S. 327; Sitzungsbericht des Vereins für Eisenbahnkunde in Berlin vom 9. Oktober 1906 in Glasers Annalen für Gewerbe- und Bauwesen.
Laverne, Les travaux en ciment avec ossature métallique, le génie civil, 1894—95, S. 23.
Le béton armé, Bruch- und Abnahmeproben.
— *Résistance du béton armé aux chocs répétés*, Le béton armé 1901, Nr. 39, S. 32.
Liebau, Die Klemmfestigkeit des Eisens im Zementmörtel, Tonindustrie-Zeitung 1905, S. 715.
Lanza, Some recent tests in the Mass. Institute of technology, Vol. 50 of the transactions of the American society of civil engineers, S. 483 ff. Beton u. Eisen 1903, S. 325; 1904 S. 39.
Melan, Über Biegebruchversuche mit Betonplatten, Brünn 1899.
Oswald Meyer, Versuche über den Gleitwiderstand von Eisen- und Messingstäben in Betonkörpern, Österreichische Wochenschrift für den öffentlichen Baudienst, 1906, Heft 32.
de Mollins, Notice sur les planchers creux insonores, Lausanne 1894.
Mörsch, Über den Gleitwiderstand und die Haftfestigkeit einbetonierten Eisens, Deutsche Bauzeitung 1905, Zementbeilage S. 31.
— *Theorie der Betoneisen-Konstruktionen*, Bericht über die sechste Hauptversammlung des Deutschen Betonvereins 1903.
— *Versuche über Schubspannungen in Beton-Eisenträgern*, Beton u. Eisen 1903, S. 261.
— *Die Schub- und Scherfestigkeit des Eisenbetons*, Beton u. Eisen 1906, S. 289.
— *Versuche über die Schubwirkung bei Eisenbetonträgern*, Deutsche Bauzeitung 1907, S. 207 ff.
Mörsch und Wayss & Freytag, Der Eisenbetonbau, Stuttgart 1905.
Möller, Empirische Untersuchungen im Bauingenieurfach, Deutsche Bauzeitung 1894, S. 600.
— *Untersuchungen an Plattenträgern aus Eisenbeton*, Berlin 1907.
Noltenius, Mitteilungen über Belastungsversuche mit Monierplatten, Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1896, S. 6 und 1897, S. 561.
Ostenfeld, Das Gesetz von Considère im Lichte der Versuche Kleinlogels, Beton u. Eisen 1905, S. 278; 1906, S. 132.
Probst, Das Zusammenwirken von Beton und Eisen, Berlin 1906.
Platt, Die Erhöhung der Bahnsteige auf der Berliner Stadtbahn, Organ für Fortschritte des Eisenbahnwesens 1903.
Rabut, Lois de déformations, principes de calcul et règles d'emploi scientifique du béton armé, Le génie civil 1902, 2, S. 12.
Rudeloff, Ein Beitrag zum Studium der Festigkeitseigenschaften vom Beton mit Eiseneinlagen, Mitteilungen aus dem Königlichen Materialprüfungsamt zu Groß-Lichterfelde-West 1904.
Schaut-Breuillie, Some phenomena of the adhesion of steel and concrete, Engineering News 1904, Bd. 51, S. 161; Tonindustrie-Zeitung 1904, S. 1293.
Spitzer, Über Versuchsergebnisse bei Erprobung von Beton und Betoneisenkonstruktionen, Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereins 1901, S. 665.
Schüle, Die Festigkeit und Formänderung von Verbundbalken, Schweizerische Bauzeitung 1902; Beton u. Eisen 1903, S. 32 und 39.
— *Resultate der Untersuchung von armiertem Beton*, Zürich 1906.
Sanders, Belastungsproben mit doppelt armierten Betonplatten, Beton u. Eisen 1903, Heft 5, S. 16.
— *Versuche mit Platten*, Beton u. Eisen 1902, Heft 4, S. 37.
— *Vergleichende Proben mit ⊤- und ⊥-förmigen Verbundbalken*, Beton u. Eisen 1903, S. 27.
Spofford, Tests upon the bond of union between concrete and steel, Beton u. Eisen 1903, S. 274.
Talbot, Tests of reinforced concrete beams, Engineering News 1904, Bd. 52, S. 122.
Thacher, Are end stirrups an advantage in concrete-steel beams, Beton u. Eisen 1903, S. 274.
v. Thullie, Neue Versuche mit Hennebique-Trägern in Lemberg, Beton u. Eisen 1903, S. 40.
— *Die Schubspannungen in Betoneisenträgern*, Beton u. Eisen 1903, S. 117 ff., 331.
— *Die Bruchursachen der betoneisernen geraden Träger*, Beton u. Eisen 1905, S. 195.
Turneaure, Tests on reinforced concrete beams, Engineerings News 1904, Bd. 52, S. 213.
Vautier, Poutres en béton armé, Beton u. Eisen 1903, S. 275.
Wayss, Das System Monier in seiner Anwendung auf das gesamte Bauwesen, Berlin 1887.
van de Wijnpersee, Empirische Gegevens betrekkelijkde toepassing van cementbeton-ijzer voor vloeren en balklagen, De ingenieur 1899, S. 302.
Zipkes, Die Scher- und Schubfestigkeit des Eisenbetons, Berlin 1905.

c) Theorie des Eisenbetonbalkens.

Bearbeitet von **Ph. Völker**, Dr.-Ingenieur, i. Fa.: Grün u. Bilfinger A.-G., Tiefbauunternehmung Mannheim.
Dozent für Eisenbeton an der Großherzogl. Technischen Hochschule zu Darmstadt.

A. Die für die Entwickelung der Biegungstheorie in Frage kommenden Eigenschaften des Betons und Eisenbetons.

1. Einleitung.

Das größte Anwendungsgebiet des Eisenbetons bildet seine Benutzung zu den Konstruktionen, die nach der Mechanik auf Balkenwirkung beruhen, bei denen es demnach hauptsächlich auf die Übertragung von Biegungsmomenten ankommt, z. B. zu Platten, Plattenbalken, Konsolen, Fachwerkträgern u. dgl. Gerade auf diesem Anwendungsgebiet zeigt der Eisenbeton seine große Überlegenheit gegenüber den Stein- und reinen Betonkonstruktionen, da er durch die Eiseneinlagen imstande ist, größere Biegungsmomente aufzunehmen. Von der Theorie des Eisenbetons nimmt daher die Biegungstheorie das größte Interesse in Anspruch. Bei ihr treten die wichtigen Fragen, in welcher Weise die beiden so verschiedenen Baustoffe an der Übertragung der Lasten teilnehmen, wie sich die Dehnungen des Betons in Verbindung mit den Eiseneinlagen verhalten usw., am meisten in den Vordergrund. Die Lösung dieser Fragen kann nur durch die an den beiden Stoffen gemachten Erfahrungen und Versuchsergebnisse gewonnen werden, und nur auf den hierdurch festgestellten Eigenschaften der beiden Einzelstoffe Eisen und Beton sowie insbesondere deren Verbund, dem Eisenbeton, kann die Theorie aufgebaut werden. Die richtige Theorie muß somit immer mit den Versuchsresultaten und mit der Praxis im Einklang stehen. Die analytischen Entwickelungen sind demnach nur ein Mittel zur Erkenntnis des inneren Zusammenhangs der Erfahrungstatsachen. Letztere waren bei den ersten Konstruktionen aus Eisenbeton noch nicht vorhanden. Es ist daher natürlich, und ein auch auf anderen Gebieten des Bauwesens stets zu beobachtender Vorgang, daß die Abmessungen der Konstruktionen nur nach dem praktischen Gefühl und nach den an den Einzelstoffen gemachten Erfahrungen bestimmt werden konnten. — Die Eigenschaften und Versuchsresultate des Eisenbetons, und zwar sowohl die der Einzelstoffe als auch deren Verbund, sind, soweit sie für die Theorie des Balkens in Frage kommen, in den Abschnitten a und b eingehend besprochen worden. Auf Grund dieser Erfahrungstatsachen soll im Folgenden die Biegungstheorie des Eisenbetonbalkens, ihrem derzeitigen Stande entsprechend entwickelt, und sollen die bis jetzt vorliegenden Berechnungsverfahren besprochen werden. Die angestellten Versuche haben in mancher Hinsicht noch nicht in dem Maße die wünschenswerte Aufklärung über die statischen Verhältnisse des Eisenbetons gebracht, als daß die auf ihnen fußende Theorie als eine endgültige betrachtet werden könnte. Solange nicht zahlreichere und übereinstimmendere Versuchsergebnisse über die Dehnungsfähigkeit, Zug-, Schub- und Haftfestigkeit vorliegen, kann die Biegungstheorie des Eisenbetonbalkens, da die genannten Faktoren für sie von großer Bedeutung sind, nur als eine vorläufige und angenäherte betrachtet werden. Angenähert wird

zwar die Theorie, streng genommen, immer sein, und sie ist es auch bei denjenigen Körpern, deren statische Verhältnisse einfacher sind als die des Eisenbetons. Es wird niemals möglich sein, die bei irgend einer Belastung eintretenden Beanspruchungen der Wirklichkeit entsprechend genau anzugeben, da man nicht die Spannungen selbst, sondern nur die Dehnungen durch den Versuch direkt messen kann. Man ist somit immer auf gewisse Annahmen hinsichtlich der Größe der Beanspruchungen angewiesen. Es kann sich daher nur um den Grad der Annäherung zwischen den berechneten und den wirklich vorhandenen Spannungen handeln. Dieser Grad der Annäherung genügt aber vollkommen den Anforderungen, die man an die Berechnung unserer Baukonstruktionen stellen kann, da die bei einer Belastung auftretenden Beanspruchungen stets um ein gewisses Maß, den sogen. Sicherheitsgrad, unter denjenigen bleiben müssen, welche die betr. Konstruktion in Wirklichkeit aushalten kann.

Um daher den Wert der Theorie richtig schätzen zu können und um andererseits einer Überschätzung der auf Grund der Theorie ermittelten Resultate vorzubeugen, ist es erforderlich, die Annahmen zu kennen, welche der Theorie zugrunde liegen. Es sollen deshalb die Grundlagen der Biegungstheorie homogener Körper hier kurz zusammengestellt werden, damit geprüft werden kann, inwieweit jene für den nicht homogenen Baustoff, den Eisenbeton, Anwendung finden können, bezw. nach welcher Richtung sie der Abänderung oder Ergänzung bedürfen.

2. Vergleich der Grundlagen der Biegungstheorie des homogenen Balkens mit denen des Eisenbetonbalkens.

Der Biegungstheorie homogener Körper liegen nachstehende Voraussetzungen zugrunde:

1. Die Körper sind stabförmig; ihre Achse ist eine Gerade.
2. Die äußeren Kräfte liegen in einer Ebene, welche die Achse des Stabes enthält; sie lassen sich für jeden Querschnitt auf ein Kräftepaar zurückführen (Fall der reinen Biegung), dessen Ebene den Querschnitt senkrecht schneidet.
3. Die benachbarten Fasern des Körpers wirken nicht aufeinander ein; sie sind voneinander unabhängig.
4. Die Dehnungen sind proportional den Spannungen (Hookesches Gesetz).
5. Der Dehnungskoeffizient ist für alle Fasern gleich groß; er ist somit unabhängig von dem Vorzeichen der Spannungen. Die Nullinie geht folglich durch den Schwerpunkt des Querschnitts.
6. Die ursprünglich ebenen Querschnitte des Stabes bleiben auch nach der Biegung eben (Satz von Bernoulli); oder, infolge 4., die Spannungen sind proportional den Abständen von der neutralen Achse (Naviersches oder Geradliniengesetz).

Die obigen Voraussetzungen sind indessen schon beim homogenen Balken niemals alle streng erfüllt; es soll im Folgenden kurz besprochen werden, inwieweit sie beim homogenen Balken zutreffen. Abweichungen von den drei erstgenannten Bedingungen haben keinen wesentlichen Einfluß auf die Ergebnisse der Biegungsberechnung, während die drei letzten und für die Rechnungsergebnisse wichtigeren Voraussetzungen sich nach den Versuchen an einigen homogenen Baustoffen, z. B. Flußeisen, ziemlich gut mit der Wirklichkeit decken, wenigstens was die Beanspruchungen innerhalb der Elastizitätsgrenze anlangt. Die Bedingung 1 trifft sowohl für den homogenen, als auch für den Eisenbetonbalken meistens zu; auch dann, wenn der Körper eine gebogene



Achse besitzt, kann die Theorie mit genügender Annäherung Anwendung finden, falls der Krümmungshalbmesser der Achse genügend groß ist.

Die Voraussetzung 2 ist nur in ganz speziellen Belastungsfällen erfüllt. Außer dem Kräftepaar ist in der Regel im Querschnitt noch eine resultierende Kraft, die sogen. Querkraft, vorhanden, so daß außer Biegungsspannungen gleichzeitig Schubspannungen auftreten. Beim homogenen Balken können zwar, entsprechend der Bedingung Nr. 4, die durch die einzelnen Belastungszustände erzeugten Beanspruchungen addiert werden, jedoch schließt das Vorhandensein von Schubkräften die Bedingung 6 aus, d. h. die Querschnitte bleiben dann nicht mehr eben. Die Schubspannungen sind in der neutralen Faser am größten und verursachen daselbst die stärkste Winkeländerung zwischen der Stabachse und dem Querschnitt, während der Winkel an den Kanten, wo die Schubspannung den Wert Null hat, ungeändert bleibt. Die Bedeutung der Schubkräfte tritt zwar in vielen Fällen gegenüber den Normalspannungen in den Hintergrund, beim Eisenbetonbalken spielen die Schubspannungen indessen nicht die untergeordnete Rolle wie beim homogenen Balken. Beim Eisenbetonbalken ist eine Summierung der durch die einzelnen Belastungen hervorgerufenen Beanspruchungen nicht ohne weiteres angängig. Es hat dies seinen Grund darin, daß beim Beton und folglich auch beim Eisenbeton die Bedingungen 4 und 5 nicht erfüllt sind, wie weiter unten gezeigt wird. Was die Annahme 3 anlangt, so ist diese bei unseren sämtlichen Baustoffen nicht zutreffend. Es hat dies zur Folge, daß eine Beanspruchung einer Faser diejenige der benachbarten Fasern beeinflußt. Wird beispielsweise eine Faser durch die Wirkung eines Biegungsmomentes gedehnt, so sucht die mit ihr zusammenhängende Faser, deren Länge sich weniger ändert, an der größeren Dehnung teilzunehmen, so daß ein gewisser Ausgleich zwischen den Längenänderungen stattfindet, wodurch die größere Dehnung vermindert und die kleinere vermehrt wird. Hiernach werden in Wirklichkeit durch den Zusammenhang der einzelnen Schichten die größten Dehnungen und somit auch die größten Spannungen geringer ausfallen, als es die Berechnung nach der Biegungstheorie ergibt. Gleichzeitig folgt aus diesem Verhalten, daß die näher bei der neutralen Achse gelegenen Faserschichten relativ besser für die Kraftübertragung ausgenutzt werden. Da es schwierig ist, diesen Verhältnissen durch die Theorie Rechnung zu tragen, vernachlässigt man diese kleine Verminderung der ungünstigsten Beanspruchungen zugunsten der Sicherheit. Die gegenseitige Abhängigkeit der einzelnen Fasern ist beim Beton- und Eisenbetonbalken ebenfalls vorhanden. Sobald reine Biegung vorliegt, ist ein Zusammenhang des Betons mit dem Eisen und der einzelnen Betonschichten unter sich nicht notwendig; er würde nach obigem sogar mit den Forderungen der Theorie im Widerspruch stehen. Sobald aber Schubspannungen auftreten, muß dieser Zusammenhang unbedingt vorhanden sein, da andernfalls kein Gleichgewicht in den einzelnen Querschnitten hergestellt werden könnte. Hierbei treten die wichtigen Fragen auf, in welcher Weise der Übergang zwischen den Spannungen der Eiseneinlagen und dem sie unmittelbar berührenden Beton stattfindet und wie sich diese Spannungen zueinander verhalten. Die Lösung dieser Fragen birgt große Schwierigkeiten in sich, da diese Verhältnisse durch den Versuch nicht oder fast nicht geklärt werden können. Man macht gewöhnlich die Annahme, daß die beiden Verbundmaterialien die gleichen Dehnungen erleiden. Der Ausgleich der Spannungen zwischen dem Eisen und dem Beton kann nur mittels der Haftfestigkeit vor sich gehen, über die im Abschnitt b bereits das Nähere gesagt ist. Da es unmöglich sein dürfte, die hier in Frage kommenden Formänderungen (Gleiten der Eiseneinlagen, Abscherung des Betons) durch den Versuch zu bestimmen und auf diese Weise die gemachte

Annahme zu prüfen, müssen wir uns damit begnügen, daß die Annahme mit den praktischen Ausführungen im Einklang zu stehen scheint.

3. Zusammenhang zwischen Dehnungen und Spannungen.

Die Voraussetzungen 4 bis 6 dienen dazu, das Verhältnis zwischen Dehnungen und Spannungen festzulegen. Sie sind deshalb für die Theorie von ganz besonderer Wichtigkeit. Während die Versuche mit einigen homogenen Baustoffen eine ziemlich gute Übereinstimmung mit den drei genannten Voraussetzungen ergeben, zeigt das Verhalten des Betons und Eisenbetons teilweise starke Abweichungen hiervon. Da die ganze Biegungstheorie aber in der Hauptsache von diesen drei Punkten abhängt, sollen diese Verhältnisse in folgendem einzeln besprochen werden. Zunächst wird das Verhalten des reinen Betons betrachtet; im Anschluß hieran soll auf das Zusammenwirken der beiden Materialien Beton und Eisen eingegangen werden.

Sämtliche in den Abschnitten a und b angeführten Versuche zeigen das übereinstimmende Resultat, daß für den Beton das Hookesche Gesetz nicht gilt. Es besteht somit keine Proportionalität zwischen Spannungen und Dehnungen, es zeigt sich vielmehr, daß letztere mit zunehmender Belastung rascher wachsen als erstere, ein Verhalten, wie es z. B. auch Gußeisen, Sandstein und Granit aufweisen. Es war deshalb ein anderes, mit den Versuchsergebnissen im Einklang stehendes Abhängigkeitsverhältnis zwischen Spannungen und Dehnungen festzulegen. Auf Grund zahlreicher, von Bach ausgeführter Druckversuche wurde von Schüle und Bach vorgeschlagen, dem rascheren Anwachsen der Dehnungen dadurch Rechnung zu tragen, daß in der Gleichung des Hookeschen Gesetzes $\varepsilon = \alpha \cdot \sigma$ (1), worin ε die Dehnung, α den Dehnungskoeffizienten und σ die spezifische Spannung bezeichnet, der Wert σ mit einem Exponenten m versehen wird, der größer ist als 1. Die Größe von m wurde für die verschiedensten Mischungsverhältnisse ermittelt; sie schwankt

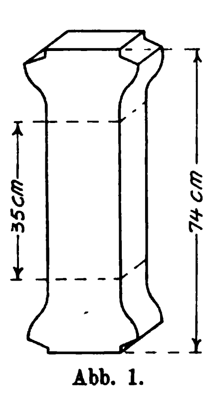


Abb. 1.

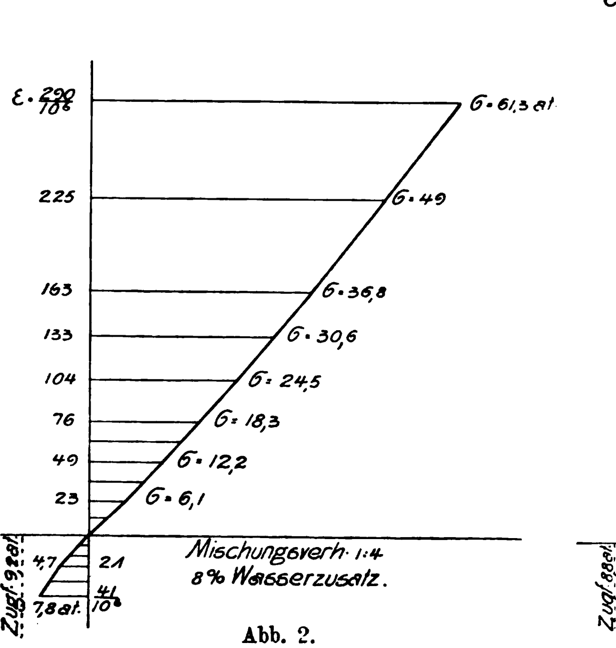


Abb. 2.

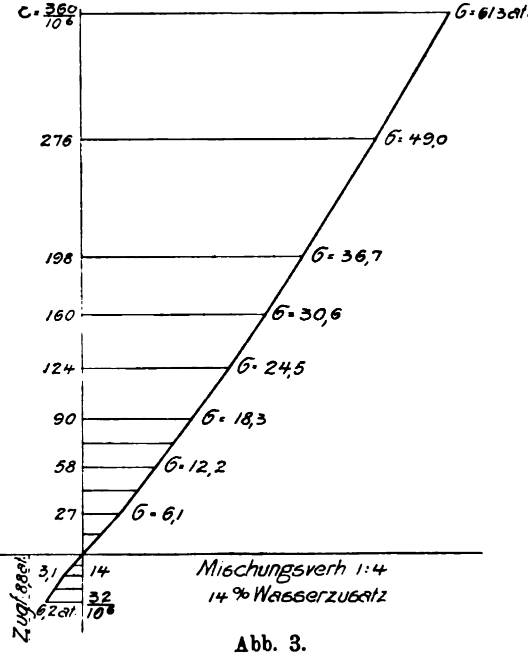


Abb. 3.



zwischen 1,0 und 2,0. Die Gleichung lautet somit: $\varepsilon = \alpha \cdot \sigma^m$ (2), für den besonderen Wert $m = 1$ stellt sie das Hookesche Gesetz dar. Einige dieser Werte von m sind von C. v. Bach in seinem Werke Elastizität und Festigkeit, 5. Auflage, Berlin 1905, Seite 67 u. 68, angegeben. Für solche Betonarten, wie sie für Eisenbetonkonstruktionen in Betracht kommen, sind von der Firma Wayss u. Freytag in der Materialprüfungsanstalt der Königlichen Technischen Hochschule in Stuttgart Versuche angestellt worden zwecks Feststellung des Zusammenhangs zwischen Dehnungen und Spannungen. Bezüglich der Ergebnisse dieser Versuche vergleiche: „Der Eisenbetonbau", herausgegeben von Wayss u. Freytag und Professor E. Mörsch. Die hierzu benutzten Probekörper hatten die in Abb. 1 gezeichnete Gestalt und bestanden aus Mannheimer Portlandzement und Rheinkies. Das Alter der Körper war 80 bis 90 Tage. Die Meßstrecke betrug 350 mm. In Abb. 2 und 3 sind die Ergebnisse an Probekörpern vom Mischungsverhältnis 1:4 und einem Wasserzusatz von 8 bezw. 14 % graphisch aufgetragen. Die nachfolgenden beiden Tabellen enthalten ebenfalls die Resultate an diesen Körpern:

	Spannung in kg/cm²	Wasserzusatz 8 %		Wasserzusatz 14 %	
		Längenänderung in Millionstel	E in kg/cm²	Längenänderung in Millionstel	E in kg/cm²
Druckspannung	61,3	290	211 000	360	170 000
	49,0	225	218 000	276	177 000
	36,7	163	225 000	198	185 000
	30,6	133	230 000	160	191 000
	24,5	104	235 000	124	198 000
	18,3	76	241 000	90	203 000
	15,3	62	247 000	73	210 000
	12,2	49	250 000	58	215 000
	9,2	36	257 000	42	219 000
	6,1	23	265 000	27	226 000
	3,0	11	273 000	12	250 000
	0	—	—	—	—
Zugspannung	1,6	6	266 000	6	250 000
	3,1	13	240 000	14	221 000
	4,6	21	224 000	22	200 000
	6,2	31	200 000	32	194 000
	7,8	41	190 000	—	—

Ob die Schüle-Bachsche Formel auch bei Zugbeanspruchung des Betons Anwendung finden kann, ist bis jetzt nicht festgestellt. Es ist dies indessen auch nicht von Belang, da die Zugfestigkeit des Betons keine große Rolle spielt. Ein anderer Vorschlag, das ungleiche Anwachsen zwischen Dehnungen und Spannungen durch eine Formel zu berücksichtigen, wurde von Lang gemacht, indem er E als Funktion von σ betrachtet. Jedoch soll hierauf nicht näher eingegangen werden. Da bei manchen homogenen Baustoffen, z. B. dem Flußeisen, die Dehnungen erst oberhalb der Proportionalitätsgrenze schneller zunehmen als die Spannungen, beim Beton dagegen schon zu Beginn der ersten Belastung, so folgt hieraus, daß der Beton eine eigentliche Proportionalitätsgrenze nicht besitzt. Während man ferner beim Flußeisen einen sicheren Anhalt für die Wahl der zulässigen Beanspruchung hat, indem diese die Elastizitätsgrenze keinesfalls überschreiten darf, scheint beim Beton die Festsetzung eines be-

stimmten Wertes als zulässige Spannung unsicherer; indessen scheinen die Versuche und die praktischen Ausführungen zu zeigen, daß es eine obere Grenze gibt, bis zu welcher die Konstruktion beliebig oft beansprucht werden darf, ohne daß die Sicherheit beeinträchtigt wird.

Aus der Tatsache, daß beim Beton keine Verhältnisgleichheit zwischen Spannungen und Dehnungen besteht, folgt einerseits, daß bei einer und derselben Beanspruchungsart der Dehnungskoeffizient bezw. der Elastizitätsmodul keinen konstanten Wert haben kann. Andererseits zeigen die Versuche, daß die Dehnungskoeffizienten für Spannungen mit entgegengesetztem Vorzeichen aber gleichem Absolutwerte ebenfalls nicht dieselbe Größe besitzen. Bei reiner Druck- bezw. Zugbeanspruchung läßt sich der Elastizitätsmodul durch den Versuch verhältnismäßig einfach bestimmen, da hierbei für eine gegebene Belastung die spezifische Spannung genau festliegt, was dagegen bei Biegungsbeanspruchung nicht der Fall ist. Versuche zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei Druck- bezw. Zugspannungen (vgl. S. 218) ergeben, daß für sehr niedere Spannungsgrenzen fast kein Unterschied zwischen den beiden Dehnungskoeffizienten besteht, daß aber die Änderung eines jeden hierbei ziemlich bedeutend ist. Dagegen zeigt sich bei höheren Spannungen entgegengesetzten Vorzeichens ein großer Unterschied der beiden Dehnungskoeffizienten, jedoch eine weniger starke Änderung der Dehnungen desselben Vorzeichens. So ändert sich z. B. der Druckelastizitätsmodul in der Tabelle auf S. 218 innerhalb der Spannungsgrenzen 0 und 30 kg/cm² etwa um $15^3/_4$ %, zwischen den Grenzen 30 und 60 kg/cm² nur um $8^1/_4$ %. Für die Druckspannungen zwischen 30 und 40 kg/cm², welche für den Eisenbetonbau hauptsächlich in Frage kommen, beträgt die Änderung des Elastizitätsmoduls nach der Tabelle nur etwa 3 %. Bei der Zugelastizität erreicht die obere Spannungsgrenze infolge der geringen Zugfestigkeit des Betons keinen hohen Wert. Geringe Zugspannungen erzeugen schon starke Dehnungen, die in der Nähe der Festigkeitsgrenze fast ohne Spannungszunahme weiter wachsen, bis der Bruch tatsächlich eintritt. Trägt man den Verlauf der Dehnungen bei den verschiedenen Spannungen graphisch auf, und zwar die Längenänderungen als Abszissen, die Spannungen als Ordinaten, so ergibt sich entsprechend den Abb. 2 und 3 eine Kurve, die sogen. Arbeitslinie, deren hauptsächlichste Eigenschaften aus Abb. 4 hervorgehen. Wollte man diesen Verhältnissen durch die Theorie genau Rechnung tragen, so müßte man bei niederen Druckspannungen geringere Dehnungskoeffizienten, d. h. größere Elastizitätszahlen, bei hohen Druckspannungen dagegen kleinere Elastizitätszahlen einführen. Eine der Änderung der Dehnungskoeffizienten sich eng anschließende Berechnung wäre jedoch sehr umständlich und folglich für praktische Zwecke ungeeignet; sie wäre außerdem meistens nur scheinbar genau, da im allgemeinen für den zu verwendenden Beton nicht übereinstimmende Resultate über die Änderung seiner Dehnungen vorliegen werden. Es wäre demnach auch in wissenschaftlicher Hinsicht zwecklos, auf ungenauen Voraussetzungen eine peinlich genaue Rechnung

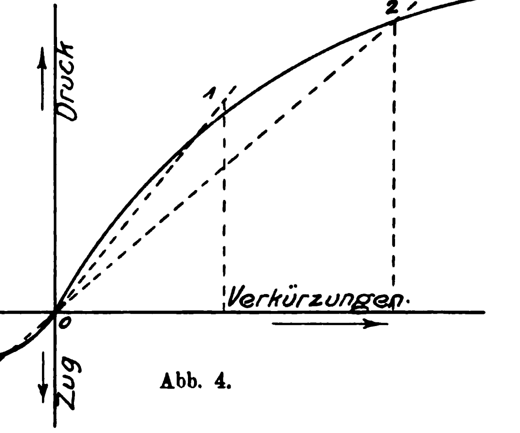


Abb. 4.

aufbauen zu wollen. Hiernach erscheint eine Vereinfachung der Rechnung durch geeignete Wahl des Elastizitätsmoduls gerechtfertigt, d. h. es ist zulässig, die in Abb. 4 gezeichnete Arbeitskurve durch Geraden zu ersetzen, durch eine steilere (0 — 1) für niedere, eine flachere (0 — 2) für höhere Druckspannungen, eine mit letzterer etwa zusammenfallende für niedere Zugspannungen (0 — 3) und einer zur Abszissenachse parallelen (3 — 4) für Spannungen nahe der Zugfestigkeitsgrenze. Da aber der Druckelastizitätsmodul, wie in der Tabelle auf S. 218 gezeigt ist, sich innerhalb der im Eisenbetonbau üblichen Beanspruchungsgrenzen (30 bis 40 kg/cm^2) nur unbedeutend ändert, kann man mit einer für unsere Bauwerksberechnungen genügenden Genauigkeit, unter Hinweis auf die in den Abschnitten IIa und b besprochenen Versuchsergebnisse, auch mit einem konstanten Elastizitätsmodul rechnen.

Die obige Besprechung der Voraussetzungen 1 bis 5 ist ausreichend, um die Theorie derjenigen Beton- bezw. Eisenbetonkonstruktionen aufzustellen, die nur durch axiale Druck- oder Zugkräfte beansprucht werden; sie genügt aber noch nicht zur Entwickelung der Biegungstheorie. Für diese ist die Prüfung der Bedingung 6 von ausschlaggebender Bedeutung. Durch diese Bedingung wird das Gesetz über das gegenseitige Verhältnis zwischen Dehnungen und Spannungen festgelegt; sie bildet somit die Grundlage der Biegungstheorie.

Infolge des abweichenden elastischen Verhaltens des Betons gegenüber anderen homogenen Baustoffen liegt die Vermutung nahe, daß im Gegensatz zu letzteren beim gebogenen Betonbalken die Querschnitte nicht mehr eben bleiben. Die Feststellung dieser Frage kann nur durch den Versuch und zwar nur dadurch erzielt werden, daß bei dem auf Biegung beanspruchten Balken die Dehnungsmessungen sich über die ganze Höhe des Balkens erstrecken müssen. Messungen an der Ober- und Unterkante des Balkens reichen hierzu nicht aus. Versuche erstgenannter Art liegen bislang erst wenige vor. Die vorliegenden Ergebnisse zeigen aber, daß, wenn auch ein Ebenbleiben der Querschnitte nicht angenommen werden kann, die Abweichungen von der Ebene, hauptsächlich in dem gedrückten Teil des Balkens, nicht erheblich sind. Das Verhalten des auf Zug beanspruchten Querschnittsteiles kommt hierbei, wie weiter unten gezeigt wird, beim Eisenbetonbau nicht sehr in Frage. Die neuesten Versuche Prof. Schüles (vgl. Abschnitt b) mit auf Biegung beanspruchten Eisenbetonbalken zeigen auf dem größeren Teil der Balkenhöhe nur geringe Abweichungen von dem Ebenbleiben der Querschnitte; auf dem übrigen Teil der Höhe weichen die Querschnitte dagegen z. T. stark von der Ebene ab. Es wird indessen durch weitere Versuche festzustellen, bezw. nachzuprüfen sein, inwieweit diese Erscheinungen richtig bezw. allgemeingültig sind.

Sobald die Form des auf Biegung beanspruchten Querschnitts festliegt, ist auch infolge der Abhängigkeit zwischen Dehnungen und Spannungen die Größe der letzteren gegeben. Bei dem durch die Versuche festgestellten elastischen Verhalten des Betons wird im allgemeinen weder eine geradlinige Änderung der Querschnitte noch eine solche bezüglich der Spannungen infolge einer Biegung eintreten. Es können bei der gegenseitigen Abhängigkeit zwischen Dehnungen und Spannungen durch die Wirkung eines Biegungsmomentes auf einen Betonbalken drei Fälle eintreten:

a) die Querschnitte bleiben nicht eben; die Spannungen ändern sich ebenfalls nach einer Kurve (Abb. 5);

b) die Querschnitte bleiben eben; dann müssen sich, da die Spannungen langsamer zunehmen als die Dehnungen, erstere nach einer Kurve ändern (Abb. 6);

c) die Querschnitte bleiben nicht eben; dann könnten sich unter bestimmten Verhältnissen die Spannungen noch geradlinig ändern. Ihre geringere Zunahme würde sich in diesem Spezialfalle gegenüber den stärkeren Dehnungen sozusagen wieder derart ausgleichen, daß das Spannungsdiagramm geradlinig begrenzt sein könnte (Abb. 7).

Im allgemeinen wird der Fall a vorliegen, während die Fälle b und c nur bei besondern Verhältnissen eintreten werden. Es liegt auf der Hand, daß die mathematische Einkleidung des Falles a zu sehr verwickelten Gleichungen führen muß. Da es, wie erwähnt, nicht zu erreichen ist, die Annahmen für die Berechnung der Wirklichkeit genau anzupassen und andererseits die Rechnung bei größter Annäherung an die wirklichen Verhältnisse möglichst einfach und leicht verwendbar sein soll, ist es naheliegend, zu untersuchen, ob auch hier, ähnlich wie beim Elastizitätsmodul, Vereinfachungen eingeführt werden können. Da sich nach den vorliegenden Versuchen insbesondere in den auf Druck beanspruchten Teilen des Balkens keine wesentlichen Abweichungen der Querschnitte von der Ebene ergeben, kann es als zulässig angesehen werden, den Querschnitt auch nach der Biegung noch als eben zu betrachten. Diese Annahme wird bislang allen Berechnungen der Eisenbetonkonstruktionen zugrunde gelegt. Sie entspricht dem oben erwähnten Fall b (Abb. 6). Die Änderung der Spannungen, und zwar sowohl der Druck- als auch der Zugspannungen, geht demnach jeweils nach einer Kurve vor sich. Die Ordinaten dieser Kurven ändern sich in der Nähe der neutralen Faser relativ stärker als nach den Rändern des Querschnittes. Um die Rechnung noch weiter zu vereinfachen, hat man die Form der Kurve, und zwar insbesondere die der Druckkurve durch eine bestimmte Gleichung festgelegt. Ritter hat vorgeschlagen[1]), die Druckspannungen durch eine Parabel zu begrenzen, deren Scheitel in der Oberkante des Querschnittes liegt (vgl. Abb. 22).

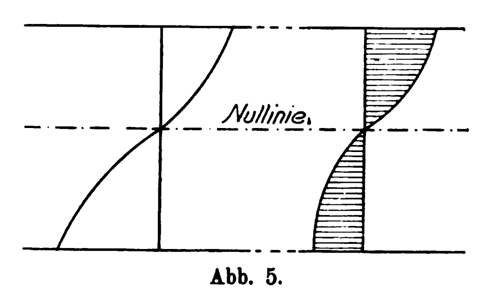


Abb. 5.

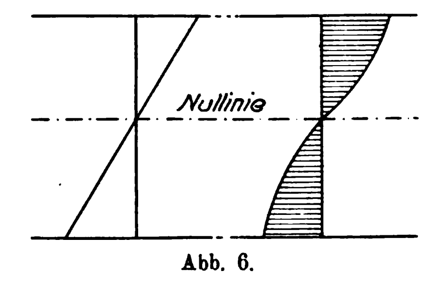


Abb. 6.

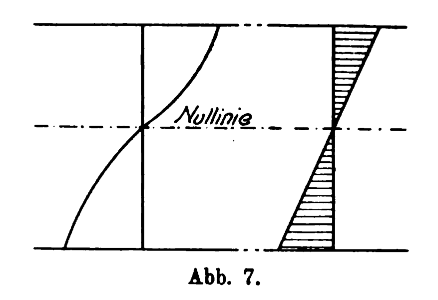


Abb. 7.

Anstatt die Druckspannungen durch eine Kurve darzustellen, hat Prof. v. Thullie ähnlich wie beim Elastizitätsmodul die Kurve durch zwei Geraden ersetzt, die sich eng an erstere anschließen (Abb. 21). Für die Abgrenzung der Zugspannungen, bis diese die Grenze der Zugfestigkeit erreichen, gilt die Verlängerung der Geraden (0 — 1) des Druckdiagrammes (Abb. 4).

Da unsere Bauwerksberechnungen eine möglichst große Einfachheit besitzen sollen, so ist es gerechtfertigt, die wirklich vorhandenen Verhältnisse zur Erreichung dieses Zieles durch Annahmen abzuändern, sobald nur die Sicherheit des Bauwerks

[1]) Schweiz. Bauzeitung 1899, Nr. 5, 6 und 7.

hierbei nicht leidet. Wenn man nun die Annahme macht, daß bei der Biegung nicht nur die Querschnitte eben bleiben, sondern auch die Spannungen sich geradlinig ändern (Abb. 8), so ist man sich zwar bewußt, daß diese beiden Annahmen mit den bekannten elastischen Eigenschaften des Betons im Widerspruch stehen, jedoch vermehrt diese Annahme, wie aus Abb. 8 ersichtlich ist, den Sicherheitsgrad des Betons. Die größten Druckspannungen werden nach der Rechnung ungünstiger, als die in Wirklichkeit vorhandenen. Somit hat diese Annahme in theoretischer Hinsicht keine Bedenken; in praktischer Hinsicht weist sie aber durch die vereinfachte Rechnung große Vorzüge auf. Die Annahme linearer Spannungsverteilung scheint sogar mit den Versuchsergebnissen besser übereinzustimmen, als die ebenso willkürlich gewählte Abgrenzung des Spannungsdiagrammes durch eine Parabel. Sie ist aus diesen Gründen, was die Ermittelung der Druckspannungen anlangt, weitaus am gebräuchlichsten und auch den „ministeriellen Bestimmungen“ zugrunde gelegt. Da wir z. Z. über manche wichtige Eigenschaften des Eisenbetons noch nicht in genügendem Maße durch Versuchsergebnisse unterrichtet sind, erscheint es nicht angebracht, die Abhängigkeit zwischen Dehnungen und Spannungen durch komplizierte Gleichungen festzulegen.

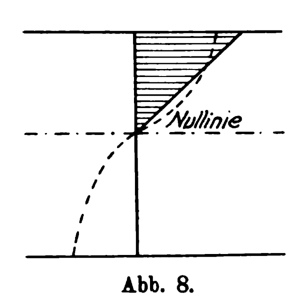


Abb. 8.

4. Biegung beim reinen Betonbalken.

Bei den obigen Besprechungen über die Gestaltung des Spannungsdiagrammes durch Biegung wurden hauptsächlich die Druckspannungen ins Auge gefaßt, da diese für die statischen Verhältnisse des Eisenbetons fast ausschließlich in Frage kommen. Da die Zugfestigkeit nach den Versuchsergebnissen des Abschnitts b nur den 10. bis 20. Teil der Druckfestigkeit beträgt, so spielen die Zugspannungen im Eisenbetonbau nur eine untergeordnete Rolle. Im reinen Betonbau sind sie indessen statisch unbedingt notwendig, weshalb ihre Bedeutung hier erörtert werden soll. Bei ganz geringen Biegungsspannungen unterscheiden sich die statischen Verhältnisse eines Betonbalkens infolge der annähernden Gleichheit der Dehnungskoeffizienten für Zug und Druck nur wenig von den Spannungsverhältnissen eines Balkens, welcher den Bedingungen 4 bis 6 auf S. 215 genügt. Es kann deshalb angenommen werden, daß die neutrale Faser mit der Balkenachse zusammenfällt. Bei einer Spannungszunahme wachsen nach den Versuchen die Dehnungen auf der Zugseite rascher als auf der Druckseite. Nimmt man hierbei ebene Querschnitte und für Zug und Druck dasselbe Abhängigkeitsverhältnis zwischen Spannungen und Dehnungen an, so würde hierdurch ein Höherrücken der neutralen Achse bedingt sein. Ferner wären nunmehr die vom Querschnitt geleisteten Zugspannungen größer als die Druckspannungen (Abb. 9), was mit dem Gleichgewicht in Widerspruch steht. Man könnte nun vermuten, daß unter Aufrechterhaltung der soeben gemachten Annahmen der Zugquerschnitt von der Stelle ab reißt, bei welcher der Beton die Grenze seiner Dehnungsfähigkeit erreicht, so daß der Querschnitt nicht auf seine ganze Höhe mitwirkt (Abb. 10). Die Versuchsergebnisse lassen jedoch eine solche Annahme nicht gerechtfertigt erscheinen.

Berechnet man für einen Betonbalken die Bruchlast nach der Navierschen Gleichung, unter der Annahme, daß die aus den Zugversuchen ermittelte Zugfestigkeit für die Größe der Bruchlast maßgebend ist, so zeigt der Versuch, daß der Balken etwa das Doppelte der so berechneten Bruchlast in Wirklichkeit zu tragen vermag.

Nach verschiedenen Versuchen, so denen C. von Bachs[1]), ist es jedoch fraglich, ob die aus dem Zugversuch ermittelte Zugfestigkeit derjenigen beim Biegeversuch gleich ist. Es ist vielmehr wahrscheinlich, daß die Zugfestigkeit bei Biegung größer ist als bei dem reinen Zugversuch. Es läßt sich dies daraus erklären, daß einmal bei letzterem infolge der Versuchsdurchführung, welche niemals eine völlig zentrische Krafteintragung ermöglicht, die ermittelte Zugfestigkeit etwas geringer ausfällt, als die wirklich vorhandene, und daß zweitens beim gebogenen Balken die benachbarten Fasern aufeinander einwirken. Hierdurch wird wahrscheinlich die größte Zugspannung, welche bei dem auf Biegung beanspruchten Querschnitt nur in der äußersten Faser auftritt, durch die benachbarten weniger beanspruchten Fasern verringert, so daß infolge der Mithilfe der mehr im Querschnittsinnern gelegenen Teile des Querschnitts die wirkliche Bruchlast gegen der nach den früheren Annahmen berechneten entsprechend größer wird.

Die Erhöhung der Bruchlast bei dem Versuche gegenüber der Rechnung wird auch folgendermaßen erklärt: Durch das oben erwähnte Höherrücken der Nullinie wird der Zugquerschnitt des Balkens vergrößert, die Druckfläche verringert. Infolge der bei höheren Spannungen auftretenden großen Verschiedenheit zwischen den Dehnungskoeffizienten für Zug und Druck gehören zu den am unteren Rande des Querschnittes erzeugten großen Dehnungen verhältnismäßig kleine Spannungen. Hierbei ist folglich nicht einmal notwendig, daß die Querschnitte nach der Biegung stark von einer Ebene abweichen. Die

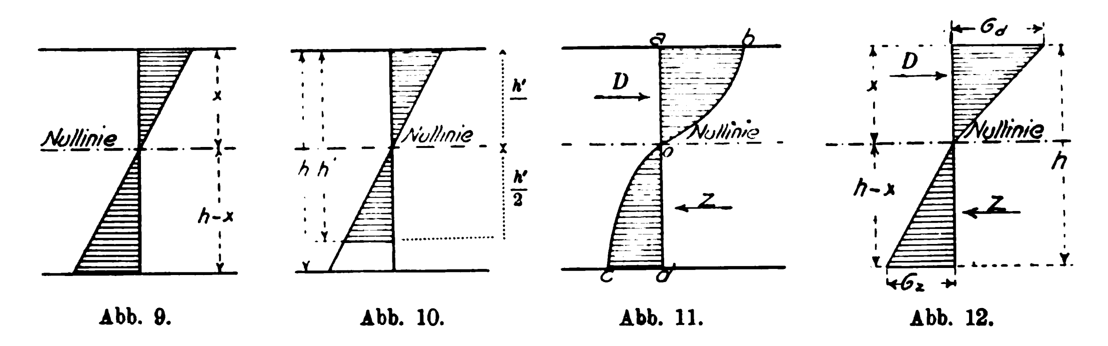


Abb. 9. Abb. 10. Abb. 11. Abb. 12.

Spannungsverteilung sieht dann wie in Abb. 11 gezeichnet aus. Die Fläche $o-a-b$ stellt die Druckkraft D, die Fläche $o-c-d$ die Zugkraft Z dar. Beide Flächen müssen, damit Gleichgewicht vorhanden ist, inhaltsgleich sein. Wenn von dem zu verwendenden Beton die Dehnungskoeffizienten für Zug und Druck, sowie der Exponent m (Gleichung 2 S. 218) bekannt sind, können die Biegungsspannungen auf Grund des Diagrammes in Abb. 11 berechnet werden. Zur Vereinfachung der Rechnung kann man aber, wie bereits erwähnt, geradlinige Begrenzung des Spannungsbildes annehmen. Setzt man ferner noch den Exponenten m gleich „Eins“, so wird die Rechnung zwar nur eine angenäherte, da aber die Biegungsspannungen im reinen Betonbau keine wichtige Rolle spielen, kann man die obigen Vereinfachungen für praktische Zwecke als zulässig erachten. Der sich hiernach ergebende Rechnungsgang soll der Vollständigkeit halber hier kurz zusammengestellt werden.

Setzt man das Verhältnis der Dehnungskoeffizienten für Druck und Zug $\alpha_d : \alpha_z = 1 : n$, so stehen zur Ermittelung der drei Unbekannten: 1. Abstand der Nulllinie von der Oberkante des Querschnittes, 2. größte Druckspannung und 3. größte Zugspannung des Betons, nachstehende Gleichungen zur Verfügung (vgl. Abb. 12).

[1]) Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure 1907, Nr. 26.

Nach der Bedingung $\Sigma(H)=0$ ist $D=Z$ oder: $\sigma_d \cdot \frac{x}{2} = \sigma_z \cdot \frac{h-x}{2}$ . . . . (3),

" " " $\Sigma(M)=0$ " $M = D \cdot \frac{2}{3} h = Z \cdot \frac{2}{3} h = \frac{\sigma_d x}{2} \cdot \frac{2}{3} h = \sigma_z \frac{h-x}{2} \cdot \frac{2}{3} h$ (4).

Ferner ist nach dem hier als gültig angenommenen Hookeschen Gesetz (siehe Gleichung 1): $\varepsilon_d = \alpha_d \cdot \sigma_d$ (5) und $\varepsilon_z = \alpha_z \cdot \sigma_z$ (6),

ferner verhält sich:

$$\frac{\varepsilon_d}{x} = \frac{\varepsilon_z}{h-x}; \quad \ldots \quad (7)$$

setzt man die Werte von ε_d und ε_z aus 5 und 6 in 7 ein, so folgt:

$$\frac{\alpha_d \cdot \sigma_d}{x} = \frac{\alpha_z \cdot \sigma_z}{h-x};$$

und mit $\frac{\alpha_z}{\alpha_d} = n$: $\frac{\sigma_d}{x} = \frac{n \cdot \sigma_z}{h-x}$ (8); aus 3 und 8 wird: $\frac{x}{h-x} = \frac{h-x}{n \cdot x}$; (9),

hieraus ergibt sich:

$$x = \frac{h}{1+\sqrt{n}} \quad \ldots \quad (10)$$

Setzt man den Wert von x in die Gleichungen 4 ein, so erhält man:

$$\sigma_d = \frac{3M}{h^2}(1+\sqrt{n}) \quad \ldots \quad (11)$$

$$\text{bezw: } \sigma_z = \frac{3M}{h^2}\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right) \quad \ldots \quad (12).$$

Aus den Gleichungen 10 bis 12 können die gesuchten Werte bestimmt werden, sobald eine Festsetzung über die Größe von n gemacht ist. Hinsichtlich der letzteren gehen die Ansichten stark auseinander und die bis jetzt vorliegenden Versuchsergebnisse sind noch so gering an Zahl, daß es zwecklos erscheint, auch nur annähernd einen bestimmten Wert anzugeben. Während die Bachschen Versuche auf kleine Werte von n hindeuten (etwa 1,25), findet man oft Werte für n von 9 und noch höher angegeben. Die Tatsache, daß die Balken aus reinem Beton eine höhere Tragfähigkeit zeigen, als nach den Zugversuchen und der Berechnung als homogene Balken zu erwarten wäre, scheint auf Werte von n hinzuweisen, die höher liegen als 1,25.

5. Zusammenwirken von Beton und Eisen. Frage der Berücksichtigung der Zugspannungen.

Während bei dem reinen Betonbalken ein Gleichgewichtszustand bei Biegung ohne Berücksichtigung der Zugspannungen im Beton unmöglich ist, können beim Eisenbetonbalken sich entweder beide Materialien an der Übertragung der Zugkräfte beteiligen, oder aber diese von den Eiseneinlagen allein aufgenommen werden. Die Aufnahme der Zugkräfte durch beide Materialien wird im allgemeinen bei relativ kleinen Biegungsmomenten stattfinden, während bei solchen Momenten, welche dem Bruche des betreffenden Körpers kurz vorhergehen, die Eiseneinlagen sämtliche Zugspannungen aufnehmen werden, indem der Betonquerschnitt infolge Rißbildung Kräfte nicht mehr zu übertragen vermag. Der Eintritt der einen oder der anderen dieser beiden Möglichkeiten hängt ab von der Dehnungsfähigkeit der beiden Einzelmaterialien und deren Verbund. Zunächst sei kurz das Verhalten der Einzelmaterialien besprochen.

Das elastische Verhalten des Eisens, soweit es für Eisenbetonkonstruktionen in Frage kommt, ist im III. Kapitel des zweiten Bandes beschrieben. Für den dort angegebenen Elastizitätsmodul von 2000000 bis 2100000 kg/cm², der für Zug und Druck der gleiche ist, beträgt die Dehnung dieses Materials $\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$ für je 1 kg/cm² Spannung

innerhalb der Proportionalitätsgrenze angenähert 0,5 Millionstel. Oberhalb dieser Grenze wachsen die Dehnungen rascher als die Spannungen (vgl. hiermit Abb. 1, Bd. II).

Der Beton erfährt dagegen bei gleicher Spannung eine weit größere Dehnung. Rechnet man die in den Tabellen auf Seite 218 angegebenen Dehnungszahlen auf 1 kg/cm² Spannung um, so ergibt sich, daß die Werte von ε zwischen 4 Millionstel bei kleinen und 6 Millionstel bei großen Beanspruchungen (60 kg/cm²) schwanken, also rund das Zehnfache der für Eisen ermittelten Längenänderungen betragen. Den genannten Werten von ε entspricht ein Elastizitätsmodul des Betons von 250000 bis 170000 kg/cm². Für Beanspruchungen in der Nähe der Bruchgrenze wird der Elastizitätsmodul noch geringer, so daß die Dehnungen des Betons bei gleicher Spannung bis zwanzigmal so groß werden können, als die des Eisens. Die Bruchdehnung ergab sich aus Zugversuchen zu 0,1 bis 0,2 mm f. 1 Meter. Bei einer solchen Dehnung würde das Eisen erst eine Spannung von 200 bis 400 kg/cm² erleiden; es hat somit seine Proportionalitätsgrenze noch lange nicht erreicht.

Das elastische Verhalten der beiden Einzelstoffe ist also ein vollständig verschiedenes. Es fragt sich nun, wie sich die Dehnung des Verbundmaterials gestaltet. Auch im Verbundbalken werden die Dehnungen der Einzelmaterialien nach den ihnen zukommenden Eigenschaften erfolgen, wenn keine Adhäsion zwischen den beiden Baustoffen vorhanden wäre. Da diese aber tatsächlich auftritt, müssen sich die Stoffe gegenseitig in ihren Dehnungen beeinflussen. Es muß somit ein gewisser Ausgleich in den Längenänderungen stattfinden, indem der Beton die Dehnung des Eisens zu vergrößern sucht, während umgekehrt das Eisen die Dehnungsfähigkeit des Betons verringern wird. Da bei unsern gewöhnlich verwendeten Eisenbetonkonstruktionen der Beton der eigentliche Baustoff ist, während das Eisen nur eine Einlage in dem Beton darstellt, welche meist kaum 1 % des Betonquerschnitts erreicht, wird der Einfluß des Eisens auf die Dehnung des Betons von nur untergeordneter Bedeutung sein. Daß dieses jedoch immerhin eine Wirkung ausübt, zeigen beispielsweise die Kleinlogelschen Versuche (Abb. 129, Abschnitt b). Das Eisen muß dagegen die Dehnungen des Betons, die allerdings rückwirkend etwas verringert sein werden, vermöge der Adhäsion mitmachen. Die diesen Dehnungen entsprechenden Spannungen im Eisen sind daher etwa um das Verhältnis der beiden Elastizitätsmoduli, folglich zehn- bis zwanzigmal größer als die Betonspannungen. Der Betonquerschnitt wird durch die größere Kraftaufnahme des Eisens etwas entlastet. Durch die oben ausgesprochene Forderung gleicher Dehnungen in beiden Materialien würden bei den geringen zulässigen Zugspannungen im Beton nur sehr kleine Eisenspannungen auftreten dürfen, so daß dieses Material entfernt nicht ausgenutzt wäre. Um ein derartig unökonomisches Vorgehen zu vermeiden, müßte man höhere Zugspannungen im Beton zulassen. Geht man hiermit selbst bis zur Grenze der Zugfestigkeit des Betons (10 bis 20 kg/cm²), so würden hieraus bei gleichen Dehnungen erst Eisenspannungen von 100 bis 400 kg/cm² folgen, so daß die Konstruktion immer noch sehr unrationell wäre. Wie früher ausgeführt, ist es allerdings möglich, daß die Zugfestigkeit des Betons bei Biegung einen höheren Betrag erreicht als 10 bis 20 kg/cm², welche Werte aus reinen Zugversuchen erhalten sind. Über die Höhe der Zugfestigkeit bei Biegung liegen Zahlenangaben nicht vor, auch dürfte es schwierig sein, diese zahlenmäßig festzustellen. Wollte man das Eisen wesentlich über die angegebenen Spannungswerte hinaus, etwa bis zu seiner zulässigen Beanspruchung, ausnützen, so würde dies die Überschreitung der Zugfestigkeitsgrenze des Betons zur Folge haben. Es müßten also im gezogenen Teil desselben Risse auftreten, die sich jedenfalls bis zur Eiseneinlage erstrecken und diese

äußeren Einflüssen zugänglich machen würden. Die Sicherheit der Konstruktion wäre hierdurch aufs erste nicht gefährdet, da das Eisen nicht über das zulässige Maß beansprucht wird. Nur wenn man in einer Konstruktion Risse unbedingt vermeiden will, muß die Eisenspannung durch die Zugfestigkeit des Betons bei Biegung begrenzt werden.

Die oben geschilderten Verhältnisse haben zur Voraussetzung, daß zwischen der Dehnungsfähigkeit des reinen und des armierten Betons kein wesentlicher Unterschied besteht. Über diese Frage sind in den letzten Jahren zahlreiche Versuche angestellt worden, welche im Abschnitt b ausführlich besprochen sind. Nachdem Considère auf Grund seiner bekannten Versuche gefunden, daß armierter Beton zehn- bis zwanzigmal so große Dehnungen erleiden kann (1,0 bis 2,0 mm f. 1 Meter) als reiner Beton, ohne daß Rißbildung eintritt, wurde dieses Ergebnis durch mehrere Forscher in verschiedenen Ländern mittels eingehender Versuche nachgeprüft. Das Ergebnis der meisten derselben bestätigte nicht die große Dehnungsfähigkeit des armierten Betons, wie sie Considère fand. Die meisten dieser Forscher wie Feret, Turneaure, Kleinlogel und Bach beobachteten vielmehr, daß kein wesentlicher Unterschied in der Dehnung des reinen und armierten Betons vor dem Bruche besteht. Bei einigen Versuchen wurde sogar eine geringere Dehnungsfähigkeit gefunden (vgl. die Versuche von Rudeloff). Dagegen tritt Schüle der Ansicht Considères bei.

Die Erklärung, welche Considère für das Ergebnis seiner Versuche gab, war folgende: Der das Eisen auf seine ganze Länge umgebende Beton ist nicht überall gleichartig. Infolgedessen wird bei Zug oder Biegung die Grenze der Dehnungsfähigkeit im Beton an irgend einer Stelle eher erreicht, als auf der übrigen Länge des Eisens. Dieses hat aber bei jenem Spannungszustand noch lange nicht seine Streckgrenze erreicht, so daß es an der betreffenden Stelle infolge der Adhäsion den Beton verhindert, größere Dehnungen durchzumachen, als auf der übrigen Länge des Balkens. Das Eisen zwingt also den Beton, solange es nicht seine Streckgrenze erreicht hat, gleiche Dehnungen wie es selbst anzunehmen. Es findet somit ein gewisser Ausgleich zwischen den Dehnungen des Betons auf die ganze Länge des Eisens statt und der Zeitpunkt des Eintritts der Bruchdehnung im Beton wird hierdurch hinausgeschoben, d. h. der Bruch wird tatsächlich erst bei solchen Längenänderungen auftreten, die bedeutend größer sind, als wenn keine Eiseneinlage vorhanden wäre. Considère schreibt also dem Beton ebenfalls die Eigenschaft des Fließens, der Kontraktion usw. zu, wie sie das Eisen besitzt.

Wenn der Beton im Zusammenhang mit dem Eisen wahrscheinlich auch nicht die vorstehenden Eigenschaften in dem von Considère ausgesprochenen Maße hat, so wird immerhin die verteilende Wirkung des Eisens auf die Längenänderungen des Betons vorhanden sein, so daß der Zeitpunkt der Rißbildung gegenüber dem reinen Beton etwas verzögert wird. Dies bestätigen auch die meisten übrigen Versuche.

Für die Bestimmung der Bruchdehnung des armierten Betons ist es vor allen Dingen wichtig, das Eintreten der ersten Risse rechtzeitig festzustellen. In diesem Punkte scheint der Hauptunterschied in den erwähnten Dehnungsversuchen zu liegen. Der Beginn der Rißbildung macht sich bei Probekörpern, welche feucht aufbewahrt werden, durch sogenannte „Wasserflecke" bemerkbar. Die bei Eintritt dieser Wasserflecke vorhandene Dehnung wurde von Bach und Turneaure zu einem von der Bruchdehnung des reinen Betons nur wenig verschiedenen Werte gefunden.

Die Frage der Dehnungsfähigkeit des Betons in reinem und armiertem Zustande kann auf Grund dieser letztgenannten Versuchsergebnisse zur Zeit dahin beantwortet

werden, daß die Längenänderungen des armierten Betons von denen des reinen Betons nur unwesentlich verschieden sind. Für die Entwickelung der Theorie müssen wir uns also mit dem Ergebnisse abfinden, daß bei einer Beanspruchung des Eisens bis zu seiner zulässigen Grenze die oben geschilderte Rißbildung im Beton eintritt. Da aber hierbei das Eisen nur sehr geringe Dehnungen erleidet, werden die Risse im Beton sehr klein sein, so daß sie für den Bestand der Konstruktionen, wie dies auch die bis jetzt vorliegenden Erfahrungen zeigen, keine Gefahr bilden.

Die vorstehenden Ausführungen entscheiden die für die Entwickelung der Theorie wichtige Frage, ob die Zugspannungen im Beton berücksichtigt werden sollen oder nicht. Wenn sich hieraus ergibt, daß für die Berechnung unserer Konstruktionen von einer Berücksichtigung der Zugspannungen im Beton abgesehen werden muß, so ist dies auch im Interesse einer vereinfachten Rechnung zweckmäßig. Es sprechen aber auch andere Umstände dafür, daß auf die Zugarbeit des Betons nicht stets gerechnet werden kann. Es sind dies die Formänderungen, die der Beton bereits beim Erhärten durchmacht, sowie diejenigen, welche er bei wiederholten Belastungen erleidet. Diese Verhältnisse sollen im Abschnitt 7: „Anfangs- und Nebenspannungen" besprochen werden.

Die Annahme, daß von einer Berücksichtigung der Zugspannungen im Beton abzusehen ist, ist in der Praxis des Eisenbetonbaues fast allgemein üblich, sie ist auch den „Leitsätzen" und den „Ministeriellen Bestimmungen" zugrunde gelegt. Für Konstruktionen, bei denen man Risse unbedingt vermeiden will, muß die Berechnung von der Grenze der Zugfestigkeit des Betons ausgehen; vergl. hierüber die diesbezüglichen Vorschriften der im IV. Band abgedruckten „ministeriellen Bestimmungen".

6. Die statischen Verhältnisse beim Eisenbetonbalken.

Die in den vorausgegangenen Erörterungen gemachten Annahmen reichen aus, um aus ihnen die Biegungstheorie des Eisenbetonbalkens zu entwickeln.

Die statischen Verhältnisse in einem Eisenbetonbalken, der durch ein zunehmendes Biegungsmoment beansprucht wird, scheinen demnach folgende zu sein:

1. Beim Beginn der Belastung nehmen die Spannungen im Beton und im Eisen geradlinig, oder nahezu geradlinig derart zu, daß die Dehnungen beider Materialien genau dieselben sind. Diesen Zustand nennt man auch das Stadium I oder die Phase I (Abb. 13).

2. Mit zunehmender Belastung erreicht der gezogene Beton in seinen äußersten Fasern die Grenze seiner Dehnungsfähigkeit, so daß in diesen Fasern eine Lockerung des Gefüges eintritt und auf eine Mitwirkung des Betons an der Zugarbeit nicht mehr

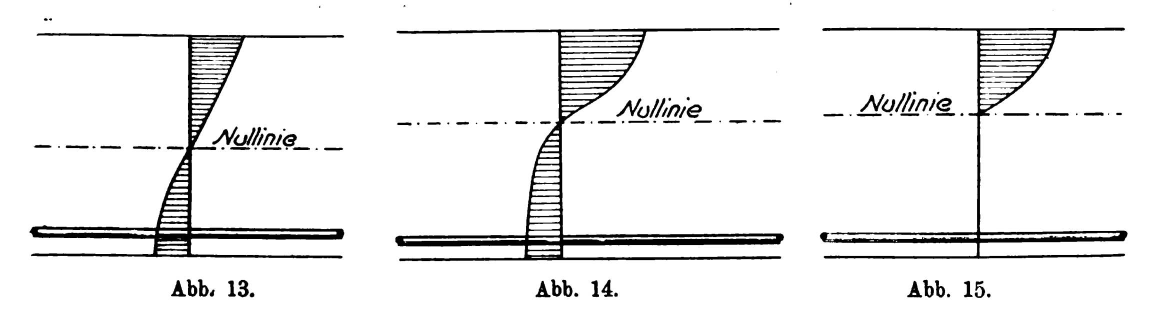


Abb. 13. Abb. 14. Abb. 15.

sicher gerechnet werden kann. Die Spannungsverteilung über den Querschnitt wäre in diesem Falle etwa wie in Abb. 21 gezeichnet. Schreibt man dem Beton jedoch die

Eigenschaften zu, wie sie Considère annimmt, so leistet der Betonquerschnitt auch in den äußersten Fasern noch Zugarbeit, welche den Zugspannungen des Betons kurz vor seiner Bruchdehnung entspricht. Es ergibt dies einen Spannungszustand, wie er in Abb. 14 gezeichnet ist. Eine Verteilung der Spannungen nach Abb. 21 und 14, bei der der Beton noch Zugkräfte überträgt, bezeichnet man als Stadium IIa. Bei weiterer Belastung tritt schließlich eine vollständige Trennung der beiden Materialien ein, so daß nur noch die Betondruckkraft und die Eisenzugkraft vorhanden ist (Abb. 15). Es ist dies der Spannungszustand, wie wir ihn der Entwickelung der Biegungstheorie zugrunde legen wollen. Er unterscheidet sich von dem der Abb. 21 bezw. 14 durch den Wegfall der Betonzugspannungen. Man nennt ihn das Stadium IIb. Erreicht bei zunehmenden Spannungen über das Stadium IIb hinaus eines der beiden Materialien seine Festigkeitsgrenze, so tritt der Bruch des Balkens ein (Stadium III). Dieser Belastungszustand entzieht sich der rechnerischen Behandlung, da die Gleichungen der Biegungstheorie hier keine Geltung mehr haben.

Wie bereits in Abschnitt 5 geschildert, ergaben die neueren Versuche, daß der Eisenbeton die große Dehnungsfähigkeit, wie sie Considère fand, nicht besitzt. Das Stadium IIa wird somit nur einen ganz vorübergehenden Spannungszustand darstellen, bei dem der Beton in der gezogenen äußersten Faser sich kurz vor seiner Bruchdehnung befindet, welche jedoch von der des reinen Betons nur unwesentlich verschieden ist. Bei zunehmender Belastung wird mit der beginnenden Lockerung des Gefüges Stadium IIa allmählich in IIb übergehen, und zwar derart, daß zunächst nur in den äußersten Fasern Zugkräfte nicht mehr übertragen werden, während die Querschnittsteile in der Nähe der Nullinie solche noch aufnehmen. Eine genaue rechnerische Verfolgung dieser stets wechselnden Spannungsverteilung wird jedoch kaum möglich sein, so daß man zweckmäßig auch für diese niederen Belastungszustände ein Spannungsbild nach Stadium IIb der Rechnung zugrunde legt.

7. Anfangs- und Nebenspannungen.

Wie in Kapitel III Band II erläutert, besitzt der Beton die Eigenschaft, bei Erhärtung unter Wasser sein Volumen zu vergrößern, während die Erhärtung an der Luft eine Volumenverminderung zur Folge hat. Diese Längenänderungen, welche nach den Beobachtungen bei den fetteren Mischungen größer sind, als bei den mageren, erzeugen bei einem reinen Betonbalken, der entsprechend aufgelagert ist, keine besonderen Spannungen. Anders verhält sich dies aber beim Eisenbetonbalken. Die Eiseneinlagen, die nicht das Bestreben haben, ihre Länge zu ändern, suchen naturgemäß die Volumenänderungen des Betons zu verhindern. Sind die Einlagen symmetrisch über den Querschnitt verteilt, so erzeugen sie beim Beton unter Wasser Druckspannungen und bei dem an der Luft erhärtenden Beton Zugspannungen. Sie selbst erleiden in jedem Falle die entgegengesetzte Beanspruchung wie der Beton. Sind die Einlagen unsymmetrisch, z. B. nur auf einer Seite des Querschnittes verteilt, so ändern sich hierdurch die Spannungen in den Eisen hinsichtlich des Vorzeichens nicht, dagegen kann im Beton ein anderes Spannungsbild eintreten, indem durch die exzentrische Belastung in beiden Fällen im Beton Zug- und Druckspannungen gleichzeitig auftreten können. Im Eisenbetonbau kommt eine Erhärtung des Materials unter Wasser äußerst selten vor. Der gewöhnliche Fall ist der der Erhärtung an der Luft, wobei also der Beton nach obigem Zugspannungen erhält, bevor er womöglich die eigentliche Belastung zu tragen hat. Falls der Beton während des Erhärtungsvorganges genügend feucht gehalten wird, wodurch die obigen Volumen-

änderungen sich entgegenwirken, werden auch die hieraus folgenden Anfangsspannungen gering sein. Geht aber die Erhärtung des Betons an der Luft ohne genügenden Wasserzutritt vor sich, so wird man mit der Zusammenziehung und den hieraus folgenden Zusatzspannungen zu rechnen haben. Die Verkürzung des Betons bei Erhärtung an der Luft beträgt nach französischen Versuchen 0,0004 bis 0,0005 f. d. Längeneinheit, also 0,4 bis 0,5 mm f. 1 Meter. Hieraus folgt, daß die hierdurch bedingten Druckspannungen der Eisen und Zugspannungen des Betons unter Umständen ziemlich beträchtliche Werte annehmen können. Diese Tatsache ist deshalb ein weiterer Grund, die Zugspannungen des Betons bei der Biegungsberechnung zu vernachlässigen. Die rechnerische Festlegung der Nebenspannungen durch die Volumenänderungen kann nur auf Grund genauer Messungen der letzteren erfolgen.[1] Da die gezogenen Einlagen bei der Erhärtung des Eisenbetonbalkens an der Luft entlastet werden, hat eine Vernachlässigung der obigen Anfangsspannungen eine Erhöhung der Sicherheit zur Folge. Die Eiseneinlagen in der Druckzone erleiden in diesem Falle allerdings eine Vermehrung der Spannungen. Da diese Einlagen aber, wie sich bei der Berechnung der doppelten Armierung zeigen wird, niemals bis zur zulässigen Grenze beansprucht sind, so sind auch hier diese Anfangsspannungen nicht von Belang.

Anders verhält es sich mit den Spannungen im Beton. Wie bereits erwähnt, erleidet dieser bei unsymmetrischer Armierung Zug- und Druckspannungen. Letztere addieren sich aber zu den durch die Biegungsmomente aus Eigengewicht und Nutzlast erzeugten Druckspannungen, so daß deren rechnerische Berücksichtigung angezeigt ist. Dasselbe gilt bei Erhärtung des Betons unter Wasser und zwar sowohl für die Beton- als auch in erster Linie für die Eisenspannungen. Versuche und Messungen zur Aufklärung der Volumenänderungen und deren Ursachen sind bis jetzt nur in unzureichendem Umfange angestellt worden.

Diese Vorgänge wurden übrigens nicht nur beim Beton, sondern auch bei anderen Baumaterialien, z. B. den verschiedenen Gesteinsarten, festgestellt. Solange nicht umfangreichere Versuche vorliegen, ist man auf eine angenäherte Berechnung dieser Nebenspannungen angewiesen. Bei einer sachgemäßen Bauausführung und Behandlung des Betons werden diese Spannungen indessen auch nicht von großer Bedeutung sein. Die genaue Berechnung der Spannung stößt überdies auf große Schwierigkeiten, weil der Beton in dem betrachteten Stadium noch nicht vollständig abgebunden hat und man daher keinen Anhaltspunkt über die Formänderungen der Querschnitte hat. Berücksichtigt man, daß die Rauminhaltsänderungen im ersten Stadium des Erhärtens nach den Versuchen am größten sind, wobei folglich die Haftfestigkeit des Betons an den Einlagen noch nicht voll zur Geltung kommen kann, so werden in Wirklichkeit die Zusatzspannungen bedeutend geringer sein, als man sie etwa aus der gemessenen Längenänderung berechnen würde.

Von größerer Wichtigkeit scheinen beim Eisenbetonbalken diejenigen Nebenspannungen zu sein, welche bei wiederholter Belastung infolge der bleibenden Formänderungen entstehen. Da der Beton, wie oben gezeigt, im Gegensatz zum Eisen keine Elastizitätsgrenze besitzt, ruft jede noch so kleine Belastung bleibende Dehnungen und somit auch bleibende Spannungen im Eisenbetonbalken hervor. Diese Spannungen sind verschieden, je nachdem der Balken in seiner Längsachse gezogen, gedrückt oder auf Biegung beansprucht wird. In diesem Abschnitt kommen die aus letzterer Wirkung

[1] Über die Berechnung vgl. Saliger: Über die Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, insbesondere von Eisenbetonbauten. Leipzig 1904.



folgenden Nebenspannungen in Frage. Für die drei Belastungsarten gilt allgemein, daß bei Wiederholung einer Be- und Entlastung die Formänderungen zwischen oberer und unterer Grenze um die bleibenden Dehnungen kleiner werden. Es kann daher nach vorangegangener Be- und Entlastung die Beobachtung eines Spannungszustandes nicht nur die durch die Belastung selbst hervorgerufenen Dehnungen zeigen, sondern diese, vermehrt oder vermindert um die von den vorhergehenden Be- und Entlastungen im Balken zurückgebliebenen Anfangsspannungen. Die Versuche ergeben, daß die größten bleibenden Formänderungen bei den unteren Belastungsstufen und niedrigen Spannungswerten eintreten; bei zunehmender Belastung und somit höheren Spannungen nimmt ihre Bedeutung ab; ob sie sich aber bei genügend oft wiederholter Belastung einer bestimmten Grenze nähern, ist durch die bis jetzt angestellten Versuche noch nicht dargetan. Bei dem auf Biegung beanspruchten Balken erleidet der Zugquerschnitt des Betons die größten bleibenden Formänderungen und nur sehr geringe elastische Dehnungen. Das Eisen im Zugquerschnitt muß nach den Voraussetzungen diese Dehnungen mitmachen, die aber bei ihm elastische sind. Der gedrückte Teil des Betonquerschnittes erhält elastische und geringe bleibende Verkürzungen. Bei der Entlastung suchen vor allen Dingen die Eiseneinlagen ihre frühere Länge wieder anzunehmen. Sie werden aber hieran durch die bleibenden Dehnungen des Betons gehindert. Infolgedessen treten im gezogenen Querschnitt im Beton Druck- und im Eisen Zugspannungen auf. Die Verhältnisse im gedrückten Betonquerschnitt liegen weniger einfach. Dadurch, daß infolge der bleibenden Dehnungen des Betons im Eisen Zugspannungen entstehen, tritt eine exzentrische Belastung des ganzen Querschnittes ein, die im oberen Teile Zugspannungen zu erzeugen sucht, welche ihrerseits wieder die dort durch Eigengewicht bestehenden Druckspannungen verringern.

Sobald bei genügend oft wiederholter Belastung der Beton die Grenze seiner Dehnungsfähigkeit erreicht hat und Risse auftreten, ändern sich die oben geschilderten Spannungsvorgänge. An den Stellen des durch Risse zerstörten Betons erhalten die Eisen nach der Entlastung keine Zusatzkräfte mehr, sondern nur noch da, wo die innige Verbindung zwischen Eisen und Beton noch besteht. Die Zusatzspannungen in den Eisen verringern sich somit, während diejenigen im gedrückten Betonquerschnitt keine Änderungen erleiden, vorausgesetzt, daß die Nullinie ihre Lage beibehält. In Wirklichkeit wird sich aber auch diese in jedem neuen Belastungsintervall ändern, so daß sich die Spannungsverhältnisse hierdurch noch verwickelter gestalten.

Den Zustand, bei welchem Zugspannungen im Beton nicht vorhanden sind, wollten wir der Berechnung zugrunde legen. Daher ist der Einfluß der bleibenden Dehnungen auf den gezogenen Betonquerschnitt nicht von Interesse, sondern nur derjenige auf die Eiseneinlagen und den gedrückten Teil des Betons. Beide erleiden somit nach vorstehendem durch die bleibenden Dehnungen Nebenspannungen. Für die Bestimmung der Bruchlast kommen letztere jedoch, sobald sie von den Eiseneinlagen abhängt, nicht in Frage; denn sobald die Haftfestigkeit überschritten ist, können keine Nebenspannungen mehr auf das Eisen übertragen werden. Sobald aber die Druckfestigkeit des Betons die Bruchlast bestimmt, wird diese durch die obigen Nebenspannungen beeinflußt. Für die Spannungsgrenzen unserer Berechnungen kommen aber diese Nebenspannungen sowohl für die Eisen als für den Beton in Betracht. Es entsteht nun die Frage, können und sollen diese Nebenspannungen in der Rechnung berücksichtigt werden? Bis jetzt liegen in dieser Hinsicht nur die Versuche Prof. Schüles vor, die zeigen, daß diese Nebenspannungen unter Umständen bedeutend werden können. Somit wäre eine rechnerische Berücksichtigung angezeigt. Bei dem geringen Versuchsmaterial,

das zum Teil noch nicht die wünschenswerte Übereinstimmung zeigt, fehlt aber bis jetzt jegliche Handhabe, inwieweit die Bewertung der Nebenspannungen bei den Berechnungen geschehen solle. Bevor man etwa daran denken könnte, den Nebenspannungen infolge der bleibenden Dehnungen durch Herabsetzung der zulässigen Beanspruchungen Rechnung zu tragen, muß die ganze Frage erst durch weitere Versuche geklärt werden.

Eine dritte, nicht minder wichtige Entstehungsursache von Nebenspannungen im Eisenbetonbalken bilden die Temperaturänderungen. Sobald der Balken derart gelagert ist, daß die durch Temperaturwechsel erzeugten Längenänderungen ungehindert stattfinden können, erhält er hierbei keine Nebenspannungen, da beide Materialien bekanntlich fast denselben Ausdehnungskoeffizienten besitzen.

Letzterer beträgt nach Versuchen für Eisen: 0,00001235 für 1° Temperaturänderung. Für Beton schwankt er für die verschiedenen Mischungsverhältnisse nur zwischen 0,000011 und 0,0000145. Bei diesem geringen Unterschiede in den Wärmeausdehnungskoeffizienten kann man davon absehen, daß sich eines der beiden Materialien rascher ausdehnt als das andere und daß auch hierdurch Nebenspannungen auftreten. Ferner soll hier von einer ungleichen Erwärmung einzelner Teile oder Stellen des Balkens abgesehen werden. Kann der Balken infolge seiner Auflagerbedingungen den Längenänderungen durch Temperaturwechsel nicht stattgeben, so muß er diese Dehnungen durch seine Spannungen verhindern. Er erhält somit in axialer Richtung Zusatzspannungen, deren Wirkung ihrer Art nach gleich ist der im Vorhergehenden besprochenen.

Eine Temperaturerhöhung erzeugt Zusatzspannungen in den gedrückten Querschnittsteilen, eine Verminderung der Temperatur erhöht die Spannungen in den gezogenen Querschnittsteilen. Für den Beton ist besonders die letztere Wirkung zu berücksichtigen, weil die hierdurch erzeugten Zugspannungen des Betons sich unter Umständen noch mit den durch die Erhärtung des Betons an der Luft hervorgerufenen Zugspannungen summieren und hierdurch zu Rißbildungen Anlaß geben können. Eine Vermehrung der Druckspannungen im Beton ist demgegenüber nicht so wichtig, da diese zwar den Sicherheitsgrad der Konstruktion verringern, ohne daß sie aber eine direkte Gefahr in sich schließen. Aus diesen Gründen ist einer Verminderung der Temperatur eine größere Bedeutung beizumessen. Diesem Umstande trägt man auch in konstruktiver Hinsicht dadurch Rechnung, daß man bei größeren zusammenhängenden Konstruktionen, wenn irgend möglich, Temperatur- oder Dilatationsfugen anordnet, bei denen der Ausgleich der Längenänderungen ohne Zusatzspannungen vor sich gehen kann. Daß der Temperaturwechsel beträchtliche Nebenspannungen hervorrufen kann, zeigt nachstehende angenäherte Berechnung.

Setzt man: den Ausdehnungskoeffizienten des Eisens und des Betons $\alpha_t = 0{,}0000125$,
den Elastizitätskoeffizienten für Zug $E_t = 200000$ kg/cm²,
so erzeugt eine Temperaturerniedrigung um t^0 im Beton eine Spannung:

$$\sigma_t = t^0 \cdot \alpha_t \cdot E_t = t^0 \cdot 200000 \cdot 0{,}0000125.$$

Durch eine Abnahme der Temperatur um 1° entsteht folglich bereits eine Zusatzspannung von 2,5 kg/cm². Da die Zugfestigkeit des Betons gering ist, erscheint es daher vorteilhafter, die Eisenbetonbauten bei nicht zu hohen Temperaturen herzustellen.

8. Die verschiedenen Vorschläge für die Berechnung.

Bevor wir zur Entwickelung der eigentlichen Biegungstheorie übergehen, sollen in folgendem einige der über diesen Gegenstand bis jetzt vorgeschlagenen Berechnungs-

verfahren kurz zusammengestellt werden. In den Erörterungen auf S. 217 u. ff. wurden die verschiedenen zahlreichen Möglichkeiten der Abhängigkeit zwischen Dehnungen und Spannungen bereits angedeutet. Fast jede dieser Möglichkeiten wurde als Grundlage für die Berechnung in Vorschlag gebracht, von der rohesten Näherungsrechnung bis zur genauesten Anlehnung an die bis jetzt beobachteten Spannungsvorgänge und die Eigenschaften beider Materialien. Da wir die Biegungstheorie unter bestimmten, jetzt in Deutschland allgemein gebräuchlichen Voraussetzungen ableiten wollen, sollen die übrigen Berechnungsverfahren nur durch eine Zusammenstellung der ihnen charakteristischen Spannungsdiagramme und erläuternde Bemerkungen veranschaulicht werden.

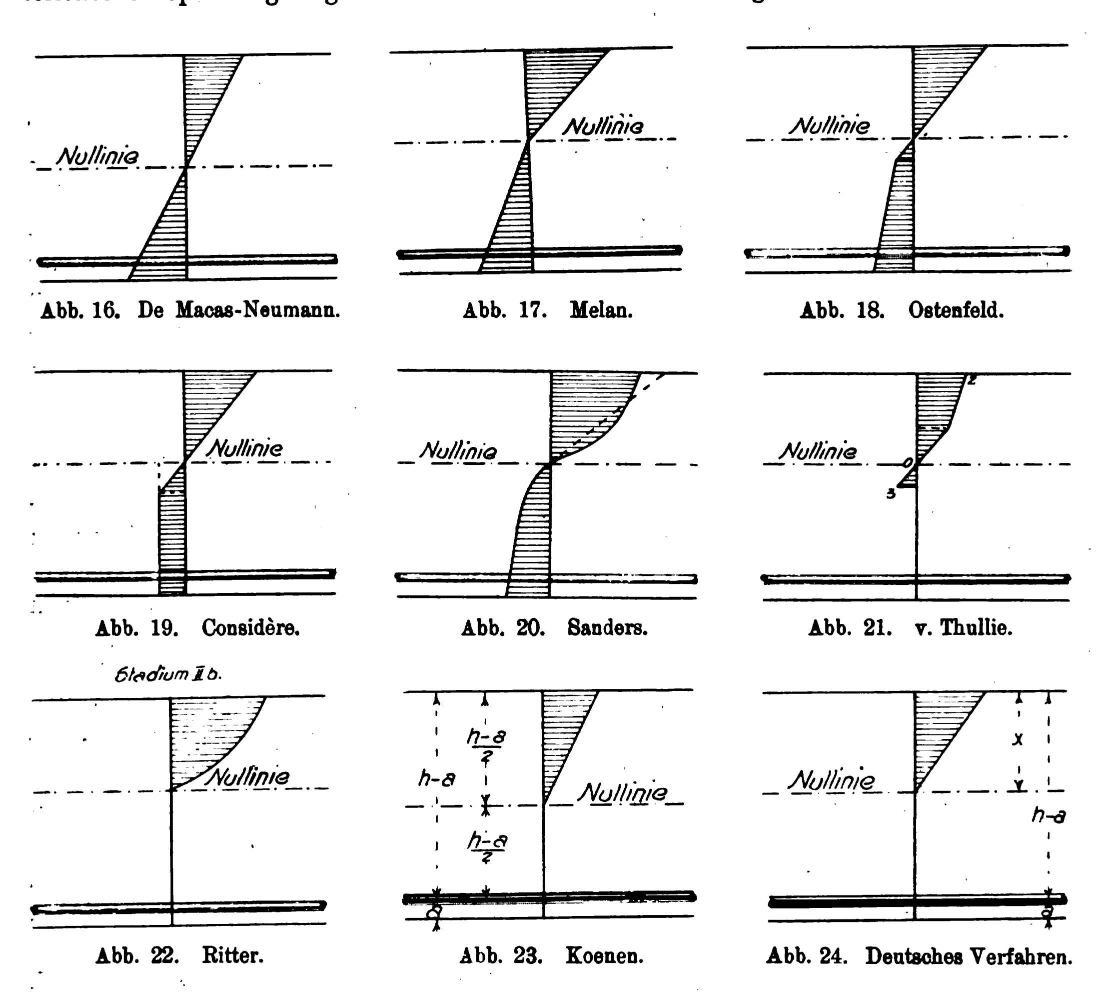


Abb. 16. De Macas-Neumann. Abb. 17. Melan. Abb. 18. Ostenfeld.

Abb. 19. Considère. Abb. 20. Sanders. Abb. 21. v. Thullie.

Abb. 22. Ritter. Abb. 23. Koenen. Abb. 24. Deutsches Verfahren.

Die Zusammenstellung ist nicht nach ihrer geschichtlichen Entwickelung, sondern hauptsächlich nach der Bewertung der Zugspannungen im Beton geordnet. Die Spannungsbilder Abb. 16 bis 20 zeigen, von der Annäherungsrechnung (Abb. 16) ausgehend, eine fortschreitende engere Anlehnung an die wirklichen Verhältnisse. Während die Verfahren Abb. 16 bis 20 die Zugspannungen im Beton berücksichtigen, werden sie bei den Verfahren Abb. 21 bis 23 ganz vernachlässigt, während Abb. 21 in der Mitte beider Gruppen steht und Zugspannungen des Betons nur so weit berücksichtigt, bis der Beton die Grenze seiner Dehnungsfähigkeit erreicht hat. Mit Ausnahme des Verfahrens Abb. 16 tragen alle übrigen dem Unterschied zwischen Druck- und Zugelastizitätsmodul des Betons Rechnung. Einen Wechsel des Elastizitätsmoduls eines und desselben Vorzeichens

berücksichtigen die Spannungsbilder Abb. 18 bis 22. Es ist natürlich, daß die nach obigen Verfahren gewonnenen Rechnungsergebnisse zum Teil erheblich voneinander abweichen. Hierzu muß aber bemerkt werden, daß von sämtlichen Verfahren nur noch einige wenige den Vorzug häufiger Verwendung besitzen, während die übrigen mehr eine geschichtliche Entwickelung darstellen. Erstere, in den verschiedenen Ländern z. Z. in Anwendung befindlichen Rechnungsmethoden weichen aber in ihren Ergebnissen nicht derart ab, daß man die Benutzung der einen oder anderen als bedenklich bezeichnen könnte. Eine gute Ausführung ist wichtiger als kleine Spannungsunterschiede, die sich bei den verschiedenen Methoden ergeben. Trotzdem müssen wir bestrebt sein, durch neue Versuche immer mehr in das Wesen der Spannungsverteilung des Eisenbetons einzudringen. Die Versuche der nächsten Jahre werden insbesondere zu entscheiden haben, ob die Rechnungsmethoden Abb. 17 bis 20 eine allgemeine und dauernde Berechtigung im Eisenbetonbau haben, d. h. ob man sich auf die Zugfestigkeit des Betons derart verlassen kann, daß sie bei den Ausführungen rechnerisch zu verwerten ist, und in welcher Weise dies zu geschehen hat.

9. Annahmen für die Entwickelung der Theorie.

Auf Grund der vorangegangenen Besprechungen im Abschnitt A soll die Biegungstheorie des Eisenbetonbalkens nach folgenden Voraussetzungen entwickelt werden:

a) Die Dehnungen sind proportional den Spannungen.
b) Die Querschnitte bleiben auch nach der Biegung eben.
c) Die Spannungen sind infolge a und b proportional den Abständen von der neutralen Achse.
d) Die Zugspannungen des Betons werden vernachlässigt; alle auftretenden Zugkräfte müssen durch die Eiseneinlagen aufgenommen werden.
e) Außerdem werden die auf S. 215 erwähnten Voraussetzungen 1 bis 3 des homogenen Balkens auch hier als zutreffend betrachtet.

Diesen Voraussetzungen entspricht das auf S. 232 in Abb. 24 gezeichnete Spannungsbild. Das auf Grund derselben entwickelte Verfahren ist in den „Leitsätzen" (IV. Bd.) und „amtlichen Bestimmungen" (IV. Bd.) aufgenommen und gegenwärtig in Deutschland und Österreich allgemein angewandt. In demselben ist das Verhältnis des Elastizitätsmoduls des Eisens zu dem des Betons zu $n = 15$ gewählt. Im übrigen ist nachstehend bei der Berechnung der einzelnen Konstruktionsarten des Eisenbetons im allgemeinen folgende Reihenfolge eingehalten worden:

1. Berechnung der Beanspruchungen nach dem deutschen Verfahren.
2. Herleitung der Dimensionierungsformeln.
3. Überblick über andere Rechnungsarten; neuere Vorschläge.
4. Berechnung der Schub- und Haftspannungen.
5. Allgemeine Gesichtspunkte; ökonomische Dimensionierung.

Im Anschluß an die einzelnen Abschnitte dienen Zahlenbeispiele zur Erläuterung der entwickelten Rechnungsarten.

Die zur Aufstellung der Formeln angewandten Bezeichnungen seien vorangestellt und zwar sei:

P die den Balken beanspruchende Kraft,
M das „ „ „ Biegungsmoment,
V die „ „ „ Querkraft,
b die Balken- bezw. Plattenbreite,
b_1 die Rippenbreite beim Plattenbalken,



h die Höhe des Balkens bezw. der Platte,
d die Deckenstärke beim Plattenbalken,
x der Abstand der Nullinie von der Druckkante des Betons,
a der Schwerpunktsabstand der gezogenen Eiseneinlagen von dem Betonrand in der Zugzone (die sogen. Überdeckung der Zugeisen), oder der Schwerpunktsabstand der gedrückten Eiseneinlagen von dem Betonrand in der Druckzone (Überdeckung der Druckeinlagen),
$h - a$ die nutzbare Deckenstärke,
E_b der Elastizitätsmodul des Betons,
ε_b die spezifische Dehnung des Betons,
α_b der Dehnungskoeffizient des Betons,
σ_b die größte Druckspannung des Betons,
σ_o „ „ „ „ „ in Deckenoberkante } beim Plattenbalken,
σ_u „ „ „ „ „ „ Deckenunterkante } beim Plattenbalken,
σ_{bd} „ „ „ „ „ } bei Berücksichtigung von Betonzugspannungen,
σ_{bz} „ „ Zugspannung „ „ } bei Berücksichtigung von Betonzugspannungen,
τ_s „ „ Schubspannung „ „
τ_h „ „ Haftspannung „ „
D die Mittelkraft der Druckspannungen des Betons,
D_2 „ „ „ „ „ „ bei doppelter Armierung,
Z_b „ „ „ Zugspannungen „ „
f_b der wirksame Querschnitt des Betons,
y der Abstand der Kraft D von der Nullinie,
E_e der Elastizitätsmodul des Eisens,
ε_e die spezifische Dehnung des Eisens,
α_e der Dehnungskoeffizient „ „
σ_e die größte Zugspannung „ „
σ_e' „ „ Druckspannung des Eisens,
f_e der Querschnitt der auf Zug beanspruchten Eiseneinlagen,
f_e' „ „ „ „ Druck beanspruchten Eiseneinlagen,
Z die Zugkraft des Eisens,
Z_e „ „ „ „ bei Berücksichtigung von Betonzugspannungen,
D_1 „ Druckkraft des Eisens,
y_1 der Abstand der Mittelkraft von D_1 und D_2 von der Nullinie,
n das Verhältnis der Elastizitätsmaße des Eisens und des Betons,
ν das Verhältnis der Spannungen, $\sigma_e : \sigma_b$.

B. Einfache Biegung (ohne Axialdruck).

I. Rechteckiger Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen.

1. Das Biegungsmoment ist gegeben.

Bei den folgenden Untersuchungen sollen zunächst die Größen: M, b und a stets gegeben sein. Als Unbekannte können dann auftreten: Die Beanspruchungen σ_b und σ_e, der Eisenquerschnitt f_e, sowie die nutzbare Deckenstärke $h - a$. Zur Bestimmung der Unbekannten stehen die drei allgemeinen Gleichgewichtsbedingungen: $\Sigma(H) = 0$, $\Sigma(V) = 0$ und $\Sigma(M) = 0$ zur Verfügung, von welchen im vorliegenden Falle der reinen Biegung die Gleichung $\Sigma(V) = 0$ in Wegfall kommt. Es können somit aus den beiden verbleibenden Gleichungen $\Sigma(H) = 0$ und $\Sigma(M) = 0$ zwei Unbekannte berechnet werden. Daraus folgt, daß von den obigen Größen σ_b, σ_e, f_e und h stets zwei gegeben sein müssen.

Je nach der Wahl der zwei gegebenen Größen und der verbleibenden zwei Unbekannten können sechs verschiedene Fälle eintreten, die in folgendem zusammengestellt sind.

Fall	Gegeben	Gesucht
1	h und f_e	σ_b und σ_e
2	σ_b „ σ_e	h „ f_e
3	h „ σ_b	f_e „ σ_e
4	h „ σ_e	f_e „ σ_b
5	f_e „ σ_e	h „ σ_b
6	f_e „ σ_b	h „ σ_e

In praktischer Hinsicht ist die Bedeutung dieser sechs Fälle verschieden; am wichtigsten ist der Fall 2. Im Laufe der Untersuchungen tritt ferner noch als Unbekannte der Abstand x der neutralen Faser auf, zu dessen Ermittelung die aus den Voraussetzungen a bis c (S. 233) folgende Gleichung zur Verfügung steht.

Fall 1.

Die Abmessungen des Eisenbetonbalkens liegen vor; gesucht sind die auftretenden Spannungen (Abb. 25) σ_b und σ_e, sowie ferner x.

Die Druckspannungen des Betons setzen sich zu der Druckkraft D zusammen, welche mit der Eisenzugkraft ein Kräftepaar bildet, das dem äußeren Biegungsmoment das Gleichgewicht hält.

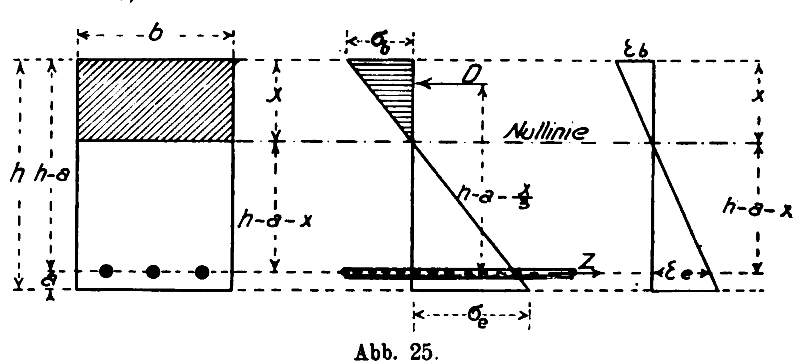


Abb. 25.

1. Aus der Gleichung $\Sigma(H) = 0$ folgt:

$$D = Z \text{ oder } \sigma_b \cdot b \cdot \frac{x}{2} = \sigma_e \cdot f_e. \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13)$$

2. Die Gleichung $\Sigma(M) = 0$ ergibt:

$$M = D\left(h - a - \frac{x}{3}\right) = Z\left(h - a - \frac{x}{3}\right) = \sigma_b b \frac{x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) = \sigma_e \cdot f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \quad (14)$$

3. Die Dehnungen sind proportional den Abständen von der neutralen Achse.

Somit verhält sich: $\frac{\varepsilon_b}{x} = \frac{\varepsilon_e}{h - a - x}$,

ferner ist nach dem als gültig angenommenen Hookeschen Gesetz:

$$\varepsilon_b = \alpha_b \cdot \sigma_b; \quad \varepsilon_e = \alpha_e \cdot \sigma_e;$$

setzt man diese Werte ein, so ergibt sich:

$$\frac{\alpha_b \cdot \sigma_b}{x} = \frac{\alpha_e \cdot \sigma_e}{h - a - x}, \text{ oder, da } \frac{\alpha_b}{\alpha_e} = \frac{E_e}{E_b} = n \text{ ist,}$$

$$\frac{n\,\sigma_b}{x} = \frac{\sigma_e}{h - a - x} \quad (15) \quad \text{und } \sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h - a - x}{x}. \quad \ldots \ldots \quad (15^*)$$

Die Größe der drei Unbekannten bestimmt sich aus den Gleichungen (13), (14) und (15) wie folgt:

Setzt man in (13) den Wert von σ_e aus (15) ein, so erhält man:

$$n \cdot f_e \frac{h - a - x}{x} = \frac{b\,x}{2} \text{ oder } n\,f_e(h - a - x) = b\,x \cdot \frac{x}{2}. \quad \ldots \ldots \quad (16)$$

Letztere Gleichung besagt, daß die neutrale Achse im Schwerpunkt des wirksamen Querschnittes liegt; der Eisenquerschnitt ist hierbei in n-facher Größe einzuführen.

Aus Gleichung (16) wird:

$$x^2 + \frac{2\,n\,f_e}{b} \cdot x - \frac{2\,n\,f_e}{b}(h-a) = 0 \quad (17) \quad \text{oder } x^2 + kx - k(h-a) = 0;$$

$$\text{aus (17) folgt: } x = \frac{n\,f_e}{b}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2\,b\,(h-a)}{n\,f_e}}\right] \quad \ldots \ldots \quad (18)$$

Nach Ermittelung der Lage der neutralen Faser findet man die Unbekannten:

$$\text{aus Gleichung (14): } \sigma_b = \frac{M}{\frac{b\,x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (19)$$

$$\text{und } \sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \quad (20) \quad \text{oder auch aus Gleichung (15}^a\text{): } \sigma_e = n\,\sigma_b \cdot \frac{h-a-x}{x}.$$

Aus den Gleichungen (18), (19) und (20) können die Unbekannten bestimmt werden.

Diese Berechnungsweise ist sowohl in den „Leitsätzen" als auch den „amtlichen Bestimmungen" aufgenommen.

Die Berechnung ist an Zahlenbeispiel 1 gezeigt (siehe S. 253).

Trägheitsmoment und Widerstandsmoment.

Da man beim homogenen Körper die Biegungsspannung σ gewöhnlich durch die Beziehung $\sigma = \frac{M}{W}$ ausdrückt, soll der Zusammenhang dieses Ausdrucks mit den Gleichungen (19) und (20) untersucht werden.

Zu diesem Zwecke muß man sich zunächst darüber klar werden, wie bei der Aufstellung der Trägheitsmomente, Widerstandsmomente und statischen Momente der Eisenquerschnitt im Vergleich zum Betonquerschnitt einzuführen ist. Es soll also untersucht werden, durch welchen Betonquerschnitt ein an gleicher Stelle befindlicher Eisenquerschnitt f_e ersetzt werden kann.

Nach der Voraussetzung, daß die Querschnitte eben bleiben, müssen die Dehnungen des Eisens und des Betons an ein und derselben Stelle des Querschnittes gleiche Größe haben.

Es muß also sein: $\varepsilon_b = \varepsilon_e$ oder $\alpha_b \cdot \sigma_b = \alpha_e \cdot \sigma_e$; da $\frac{\alpha_b}{\alpha_e} = n$ gesetzt wurde, ergibt sich:

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (21)$$

Ferner ist, bei Einwirkung irgend einer Kraft P:

$$\sigma_e = \frac{P}{f_e} \text{ und } \sigma_b = \frac{P}{f_b}; \text{ oder } \sigma_e \cdot f_e = \sigma_b \cdot f_b.$$

Setzt man hierin für σ_e seinen Wert aus Gleichung (21) ein, so ergibt sich:

$$n \cdot \sigma_b \cdot f_e = \sigma_b \cdot f_b \text{ oder } n\,f_e = f_b \quad \ldots \ldots \ldots \quad (22)$$

Wir müssen daher, um den Betonquerschnitt mit dem Eisenquerschnitt vergleichen zu können, letzteren in n-facher Größe einführen.

Hiermit wird das Trägheitsmoment des wirksamen Querschnittes bezogen auf die neutrale Achse:

$$J = \frac{bx^3}{3} + n \cdot f_e (h - a - x)^2 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Hierbei ist das Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes in bezug auf seine eigene Schwerachse als sehr gering vernachlässigt. Die Höhe der Eiseneinlagen muß aber

in diesem Falle, streng genommen, unendlich klein sein. Man kann aber auch bei endlicher, aber kleiner Höhe der Einlagen die Spannung σ_e als über den ganzen Eisenquerschnitt gleichmäßig verteilt annehmen. Dagegen ändert sich die Rechnung, wenn die Eiseneinlagen eine größere Höhe besitzen (sogen. großprofilige oder steife Armierung). In diesem Falle darf das Trägheitsmoment der Einlagen selbst nicht vernachlässigt und die Spannung σ_e nicht über die ganze Höhe des Profils gleichmäßig verteilt angenommen werden. Die „steife Armierung" ist in Absatz III, S. 274, bezw. V, S. 286, besprochen. Hier wollen wir annehmen, daß es sich stets um Eiseneinlagen geringer Höhe (sogen. „schlaffe Armierung") handle.

Das Widerstandsmoment in bezug auf die Druckkante ist:

$W_d = \frac{J}{x}$, (24) in bezug auf die gezogene Kante: $W_z = \frac{J}{h - a - x}$ . . (25)

Zur Vereinfachung der Gleichung (23) wird noch das statische Moment S des Querschnittes in bezug auf die Nullinie eingeführt. Da diese die Schwerpunktsachse des wirksamen Querschnittes ist, wird:

$S = n \cdot f_e (h - a - x) - \frac{b x^2}{2} = 0$, (26) hieraus ist: $f_e = \frac{b x^2}{2 n (h - a - x)}$ · (27)

Setzt man diesen Wert von f_e in Gleichung (23) ein, so ergibt sich nach kurzer Umformung:

$$J = \frac{b x^2}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (27a)$$

oder

$$W_d = \frac{b x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (28)$$

bezw.

$$W_z = \frac{b x^2\left(h - a - \frac{x}{3}\right)}{2 (h - a - x)}$$ oder mit dem Werte der Gl. (27)

$$W_z = n \cdot f_e \cdot \left(h - a - \frac{x}{3}\right) \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (29)$$

Führt man die Werte der Gleichungen (28) und (29) in die Gleichungen $\sigma_b = \frac{M}{W_d}$ und: $\sigma_z = \frac{M}{W_z}$ ein, so ergibt sich:

$$\sigma_b = \frac{M}{\frac{b x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (30)$$

und

$$\sigma_z = \frac{M}{n \cdot f_e \left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots (30a)$$

da aber nach Gleichung (21) $n \cdot \sigma^z = \sigma_e$ ist; wird: $\sigma_e = \frac{M}{f_e \left(h - a - \frac{x}{3}\right)}$ . . (31)

Die Gleichungen (30) und (31) sind aber identisch mit den Gleichungen (19) und (20); die Nennerwerte in den beiden letzteren Gleichungen können somit als die Widerstandsmomente des Querschnittes betrachtet werden, und die Gleichungen sind zurückgeführt auf die bekannte Beziehung der Biegungstheorie homogener Körper: $\sigma = \frac{M}{W}$.

Die nachstehende Tabelle enthält einen Vergleich zwischen den Widerstandsmomenten des homogenen Balkens von der Höhe $h - a$ und denjenigen des Eisen-

betonbalkens von der Nutzhöhe $h-a$. Erstere sind berechnet für die in der ersten Spalte enthaltenen Spannungen. In den beiden letzten Spalten sind ferner die erforderlichen Trägerhöhen (im Quadrat) angegeben. Der Vergleich ergibt die interessante Tatsache, daß z. B. für die Spannungen $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ fast kein Unterschied zwischen den beiden Widerstandsmomenten besteht. Man könnte für diese Spannungswerte folglich mit hinreichender Genauigkeit die erforderliche Nutzhöhe des Eisenbetonbalkens auch aus dem Widerstandsmoment des homogenen Balkens für $\sigma = 40$ bestimmen.

σ_b	σ_e	x	$W_b = \frac{b(h-a)^2}{6}$	$W_b = \frac{b \cdot x}{2}\left(h-a-\frac{x}{3}\right)$	$(h-a)^2$ berechnet nach $W_b = \frac{b(h-a)^2}{6}$	$(h-a)^2$ berechnet nach $W_b = \frac{b \cdot x}{2}\left(h-a-\frac{x}{3}\right)$
30	750	0,375 $(h-a)$	0,167 $b(h-a)^2$	0,164 $b(h-a)^2$	0,200 $\frac{M}{b}$	0,203 $\frac{M}{b}$
35	„	0,412 „	„ „	0,178 „	0,171 „	0,161 „
40	„	0,444 „	„ „	0,190 „	0,150 „	0,132 „
45	„	0,474 „	„ „	0,200 „	0,133 „	0,111 „
50	„	0,500 „	„ „	0,208 „	0,120 „	0,096 „
30	1000	0,310 „	„ „	0,139 „	0,200 „	0,240 „
35	„	0,344 „	„ „	0,152 „	0,171 „	0,188 „
40	„	0,375 „	„ „	0,164 „	**0,150** „	**0,152** „
45	„	0,403 „	„ „	0,175 „	0,133 „	0,128 „
50	„	0,429 „	„ „	0,184 „	0,120 „	0,109 „
30	1200	0,273 „	„ „	0,124 „	0,200 „	0,269 „
35	„	0,305 „	„ „	0,137 „	0,171 „	0,209 „
40	„	0,333 „	„ „	0,148 „	0,150 „	0,169 „
45	„	0,361 „	„ „	0,158 „	0,133 „	0,141 „
50	„	0,385 „	„ „	0,170 „	0,120 „	0,119 „

Fall 2 („Normalfall“).

Gegeben σ_b und σ_e; gesucht h und f_e.

Beim Entwerfen und Berechnen der Eisenbetonkonstruktionen sind die Abmessungen der Balken zumeist erst zu suchen, während für die Spannungen in der Regel bestimmte Werte als zulässige Höchstwerte vorgeschrieben sind. Die Aufgabe liegt somit für den Entwerfenden meistens anders, als sie auf S. 235 und 236 entwickelt ist; für ihn handelt es sich gewöhnlich nicht darum, für eine gegebene Deckenstärke und einen bestimmten Eisenquerschnitt die größten Spannungen zu ermitteln, sondern bei gewissen zulässigen Beanspruchungen die Deckenstärke und den Eisenquerschnitt zu bestimmen. Die so gestellte Aufgabe kommt weitaus am häufigsten vor. Sie entspricht den oben angeführten Bedingungen; es soll deshalb dieser Fall als „Normalfall“ bezeichnet werden. Die Unbekannten sind also, anstatt: σ_b, σ_e und x, nunmehr: h, f_e und x.

Zur Bestimmung dieser Unbekannten berechnet man zunächst wieder x.

Aus Gleichung (15) wird $x = \frac{n \cdot \sigma_b (h-a)}{\sigma_e + n \cdot \sigma_b}$ . . . . (32)

oder, wenn man den in vorliegendem Falle konstanten Wert: $\frac{n\,\sigma_b}{\sigma_e + n\,\sigma_b}$ gleich s setzt, ergibt sich:

$$x = s(h-a) \quad \ldots \ldots \quad (33)$$

Setzt man diesen Wert von x in Gleichung (14) ein, so ergibt sich:

$$M = \frac{\sigma_b \cdot b}{2} \cdot s(h-a)\left[h - a - \frac{s(h-a)}{3}\right]$$

oder:

$$M = \frac{\sigma_b b}{2} \cdot s(h-a)^2 \left[1 - \frac{s}{3}\right]$$

hieraus ist:

$$(h-a)^2 = \frac{2}{s \cdot \sigma_b \cdot \left(1 - \frac{s}{3}\right)} \cdot \frac{M}{b};$$

und:

$$h - a = \sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s \cdot \sigma_b}} \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad (34)$$

In Gleichung (34) ist $h-a$ nur durch gegebene Größen ausgedrückt, es kann somit hieraus bestimmt werden.

Setzt man $\sqrt{\frac{2}{\left(1 - \frac{s}{3}\right) \cdot s \cdot \sigma_b}} = C_1$, so ist:

$$h - a = C_1 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \qquad (35)$$

Hieraus läßt sich folglich $h-a$ aus dem Biegungsmoment und den Spannungen berechnen.

In derselben Weise wird der Eisenquerschnitt bestimmt. Aus Gleichung (14) ist:

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{M}{\sigma_e\left(h - a - \frac{s(h-a)}{3}\right)};$$

setzt man für $h-a$ den Wert aus Gleichung (35) ein, so wird:

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e\left[C_1 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} - \frac{s}{3} \cdot c_1 \sqrt{\frac{M}{b}}\right]} = \frac{\sqrt{M \cdot b}}{C_1\left(\sigma_e - \sigma_e \cdot \frac{s}{3}\right)} = \frac{\sqrt{M \cdot b}}{C_1 \cdot \sigma_e\left(1 - \frac{s}{3}\right)}; \qquad (36)$$

oder wenn man: $\frac{1}{C_1 \cdot \sigma_e\left(1 - \frac{s}{3}\right)} = C_2$ setzt: $f_e = C_2 \cdot \sqrt{M \cdot b}$ . . . . . . (37)

Aus den Gleichungen (33), (35) und (37) lassen sich die Unbekannten: $h-a$, f_e und x verhältnismäßig leicht bestimmen. Zur raschen Berechnung dieser Werte hat man Tabellen aufgestellt, die für jedes beliebige Biegungsmoment und für gewisse meist vorkommende Beanspruchungen eine schnelle Auffindung von h, f_e und x ermöglichen. Wir geben nachstehend eine solche Tabelle, worin auf der linken Seite die Werte so aufgestellt sind, daß sie für beliebige Breiten b rasch berechnet werden können, während auf der rechten Seite zur besseren Übersicht alle Werte von h, f_e und x in M und b ausgedrückt sind. Als Maßeinheiten gelten für sämtliche Größen: kg und cm.

Für die in den „Leitsätzen" bezw. den „amtlichen Bestimmungen" zugelassene Höchstbeanspruchung des Eisens ($\sigma_e = 1000\,\text{kg/cm}^2$) gilt der mittlere stark umrahmte Teil der Tabelle. Es ist:

für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$: $(h-a)^2 = \sim 0{,}15\frac{M}{b}$; $f_e = \frac{3}{4}(h-a)$; $x = \frac{3}{8}(h-a)$

„ $\sigma_e = 1200$ und $\sigma_b = 40$: $(h-a)^2 = \sim 0{,}17\frac{M}{b}$; $f_e = \frac{5}{9}(h-a)$; $x = \frac{1}{3}(h-a)$

Dimensionierungstabelle.

σ_b	σ_e	$(h-a)^2$	f_e	x	$h-a-\frac{x}{3}$	$h-a$	f_e	x
30	750	$0{,}203 \cdot \frac{M}{b}$	$0{,}750 \cdot \frac{b(h-a)}{100}$	$0{,}375\,(h-a)$	$0{,}875\,(h-a)$	$0{,}451\sqrt{\frac{M}{b}}$	$0{,}00338\sqrt{M \cdot b}$	$0{,}169\sqrt{\frac{M}{b}}$
35	750	0,161 „	0,961 „	0,412 „	0,863 „	0,401 „	0,00385 „	0,165 „
40	750	0,132 „	1,185 „	0,444 „	0,852 „	0,363 „	0,00430 „	0,161 „
45	750	0,111 „	1,421 „	0,474 „	0,842 „	0,334 „	0,00475 „	0,158 „
50	750	0,096 „	1,667 „	0,500 „	0,833 „	0,310 „	0,00518 „	0,155 „
30	1000	0,240 „	0,466 „	0,310 „	0,896 „	0,490 „	0,00228 „	0,152 „
35	1000	0,188 „	0,603 „	0,344 „	0,885 „	0,434 „	0,00262 „	0,149 „
40	**1000**	**0,152** „	**0,750** „	**0,375** „	**0,875** „	**0,390** „	**0,00298** „	**0,146** „
45	1000	0,128 „	0,910 „	0,403 „	0,866 „	0,358 „	0,00324 „	0,144 „
50	1000	0.109 „	1,070 „	0,429 „	0,857 „	0,330 „	0.00352 „	0,142 „
30	1200	0,269 „	0,342 „	0,273 „	0,909 „	0,519 „	0,00177 „	0,140 „
35	1200	0,209 „	0,443 „	0,305 „	0,898 „	0,456 „	0,00202 „	0,139 „
40	1200	0,169 „	0,556 „	0,333 „	0,889 „	0,411 „	0,00228 „	0,137 „
45	1200	0,141 „	0,676 „	0,361 „	0,880 „	0.375 „	0.00254 „	0,135 „
50	1200	0,119 „	0,802 „	0,385 „	0,872 „	0,345 „	0,00277 „	0,133 „

Vergleicht man in der 4. Spalte die Größe des erforderlichen Eisenquerschnittes f_e mit dem Betonquerschnitt $b \cdot h$ so beträgt beispielsweise

bei $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ der Eisenquerschnitt 0,75 % vom Betonquerschnitt.

und „ $\sigma_b = 40$ „ $\sigma_e = 1200$ „ „ 0,56 % „ „

Die Anwendung der Berechnung nach Fall 2 zeigt das Zahlenbeispiel 2 auf S. 254. Über die Dimensionierung bei alleiniger Kenntnis der Nutzlast ohne Aufstellung des Biegungsmoments vgl. S. 259.

Fall 3.

Gegeben h und σ_b; gesucht f_e und σ_e.

Aus der Gleichung (14) $M = \frac{b\,x}{2} \cdot \sigma_b \left(h - a - \frac{x}{3}\right)$ läßt sich zunächst die Lage der neutralen Achse bestimmen, da außer x sämtliche Werte nach den obigen Annahmen bekannt sind. Aus der Gleichung ist die Abhängigkeit von x und $h-a$ ersichtlich. Bei gleichbleibendem M, b und σ_b wird für kleiner werdendes $h-a$ der Wert von x größer und umgekehrt.

Der Wert von f_e ergibt sich dann aus Gleichung (27) $f_e = \frac{b\,x^2}{2\,n\,(h-a-x)}$. Diese Gleichung zeigt, daß bei konstantem $h-a$ der Wert von f_e mit zunehmendem x sehr rasch wächst.

σ_e kann aus Gleichung (15): $\sigma_e = \frac{n\,\sigma_b\,(h-a-x)}{x}$ bestimmt werden.

Wie oben gezeigt, wird bei gleichbleibenden M, b und σ_b der Wert von x für kleiner werdendes $h-a$ größer, als es sich im Falle 2 unter Ausnutzung beider Materialien bis zur zulässigen Grenze ergeben würde, und für größer werdendes $h-a$ kleiner. In Abb. 26 ist unter Berücksichtigung der oben gefundenen Beziehung zwischen x und $h-a$ gezeigt, in welcher Weise sich die Spannungsbilder bei Beibehaltung von σ_b für kleiner und größer werdendes h gegenüber dem Normalfall ändern. Daraus geht hervor, daß bei kleiner werdendem $h-a$ der Eisenquerschnitt nicht mehr ausgenutzt werden

kann (Abb. 26b), bei größer werdendem $h-a$ dagegen σ_e größer als die im Normalfall zugelassene Grenzspannung wird (Abb. 26c). Man kann daher sagen:

Ist h gegeben, so kann man σ_b bis zu seinem zulässigen Grenzwerte nur so lange ausnutzen, d. h. also als gegeben betrachten, als die Nutzhöhe $h-a$ gleich oder kleiner als im Normalfall ist.

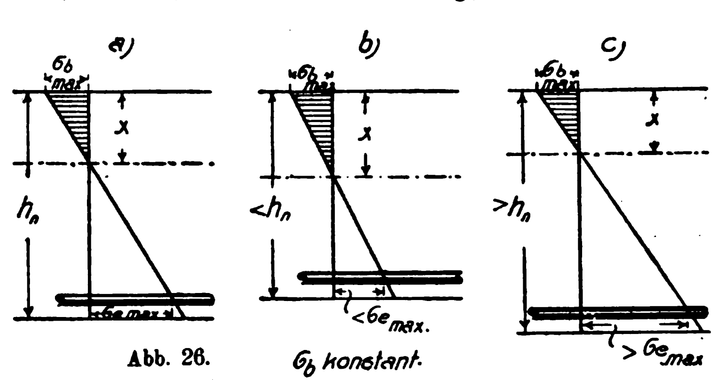


Abb. 26.

Praktisch ist dieser Fall folglich dann anzuwenden, wenn man aus irgend welchen Gründen die nutzbare Deckenstärke $h-a$ kleiner machen muß, als sie nach Gleichung (35) unter voller Ausnutzung beider Materialien erforderlich wäre. Es ist sodann offenbar notwendig, um der Absicht, den Betonquerschnitt zu verringern, nicht entgegenzuarbeiten, die zulässige Spannung des Betons unter allen Umständen auszunutzen. Eine Ausnutzung der Eiseneinlage kann jedoch nunmehr nicht eintreten, so daß, wie im Zahlenbeispiel 3 gezeigt, der Eisenquerschnitt bei einer nur geringen Verkleinerung der Deckenstärke gegenüber dem Normalfall bedeutend anwächst.

Es geht hieraus hervor, daß es unzweckmäßig ist, die Deckenstärke wesentlich kleiner zu wählen als im Normalfall, da die Eisenquerschnitte, sofern man an der einfachen Armierung festhalten will, sehr bald so große Werte erreichen, daß sie nicht mehr ausführbar sind. Ein geringerer Eisenverbrauch ergibt sich im vorliegenden Fall, wenn man doppelte Armierung anwendet, und es empfiehlt sich, wenn die Deckenstärke erheblich geringer ist, als sie nach Fall 2 erforderlich wäre, unter allen Umständen den Balken doppelt zu armieren. (Hierüber vgl. Abschn. B II.)

Fall 4.

Gegeben h und σ_e; gesucht f_e und σ_b.

Ersetzt man in Gleichung (14): $M = \frac{b\,x}{2} \cdot \sigma_b \left(h - a - \frac{x}{3}\right)$ den Wert von σ_b aus Gleichung (15a): $\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n\,(h-a-x)}$, so ergibt sich:

$$M = \frac{\sigma_e \cdot b\,x^2 \left(h - a - \frac{x}{3}\right)}{2\,n\,(h-a-x)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (38)$$

Diese Gleichung läßt sich auch folgendermaßen schreiben:

$$x^2 \left(h - a - \frac{x}{3}\right) = k\,(h-a-x) \quad (39), \quad \text{worin } k = M \cdot \frac{2\,n}{\sigma_e \cdot b} \quad (40) \text{ ist.}$$

Aus Gleichung (39) kann x bestimmt werden.

Die beiden Unbekannten f_e und σ_b ergeben sich dann zu:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n\,(h-a-x)}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15\,a)$$

$$f_e = \frac{M}{\sigma_e \left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{b\,x^2}{2\,n\,(h-a-x)} \quad \text{(aus Gleichung 27).}$$

In Gleichung (38) nimmt bei konstantem M, b und σ_e für wachsendes h auch x zu. Trägt man analog dem Fall 3, jedoch nunmehr unter Beibehaltung von σ_e für verschiedene Höhen $h-a$ die Spannungsbilder auf (Abb. 27), so kann man sagen:

Ist h gegeben, so kann man σ_e nur so lange bis zu seinem zulässigen Grenzwerte ausnutzen, d. h. als gegeben betrachten, als die Nutzhöhe $h-a$ größer als im Normalfall ist.

Praktisch erlangt dieser Fall also dann Bedeutung, wenn die nutzbare Deckenstärke aus irgend welchen Gründen größer gegeben ist, als sie nach dem Normalfall notwendig wäre. Es wird also der Betonquerschnitt verstärkt, um die Eiseneinlage möglichst zu verringern. Um dieser Absicht nicht entgegenzuwirken, ist es notwendig, das Eisen bis zu seinem zulässigen Höchstwert zu beanspruchen. Eine Ausnutzung des Betonquerschnittes kann jedoch, wie die Spannungsbilder in Abb. 27 zeigen, nicht mehr eintreten.

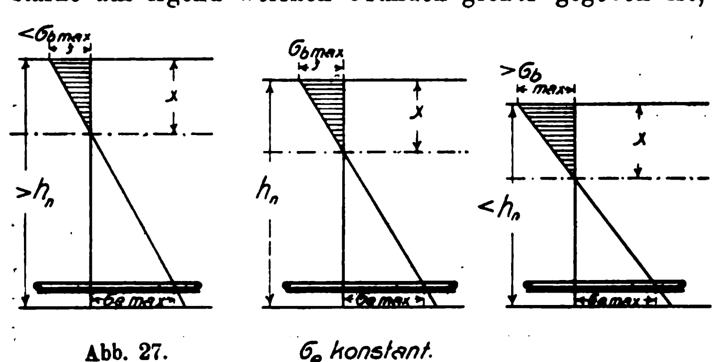


Abb. 27. σ_e konstant.

Wie aus der Tabelle auf S. 240 hervorgeht, wächst x nicht so rasch an als h selbst. Die Änderung von x ist vielmehr so gering, daß man nach der Tabelle auf S. 240 bei gleicher Eisenspannung und für verschiedene Betonspannungen für x nachstehende angenäherte Werte setzen kann:

$$\text{für } \sigma_e = 1200 \text{ kg/cm}^2\text{:} \quad x = 0{,}14 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}};$$

$$\text{„ „ } = 1000 \quad \text{„} \quad x = 0{,}15 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}};$$

$$\text{„ „ } = 750 \quad \text{„} \quad x = 0{,}16 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}}.$$

Durch Einführung dieser Werte entfällt die umständliche Auflösung der Bestimmungsgleichung 3. Grades für x.

Fall 5.

Gegeben f_e und σ_e; gesucht h und σ_b.

Ermittelt man aus den beiden Gleichungen:

$$(27) \quad f_e = \frac{b\,x^2}{2\,n\,(h-a-x)} \text{ und } (20)\ f_e = \frac{M}{\sigma_e\left(h-a-\frac{x}{3}\right)}$$

beide Male den Wert von $h-a$ und setzt die beiden Ausdrücke für $h-a$ einander gleich, so ergibt sich nachstehende quadratische Gleichung zur Bestimmung von x:

$$3\,b \cdot \sigma_e \cdot x^2 + 4\,n\,f_e \cdot \sigma_e \cdot x - 6\,M \cdot n = 0 \quad \ldots \ldots \quad (41)$$

Nach Ermittelung von x kann $h-a$ aus obiger Gleichung (27) gefunden werden. Es ist:

$$h - a = \frac{b\,x^2}{2\,n\,f_e} + x \quad \ldots \ldots \ldots \quad (42)$$

und

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n\,(h-a-x)}.$$

Dieser Fall ist verwandt mit dem vierten; in praktischer Hinsicht ist er dann von Interesse, wenn der Eisenquerschnitt gegeben ist, und zwar kleiner, als er im „Normalfall“ erforderlich wäre. Dementsprechend muß auch hier σ_e bis zur zulässigen Grenze ausgenutzt werden.

Die Anwendung des Falles 5 zeigt das Zahlenbeispiel Nr. 5 auf S. 255.

Fall 6.

Gegeben f_e und σ_b; gesucht h und σ_e.

Setzt man in Gleichung (14) $M = \sigma_b \frac{bx}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)$ für $h - a$ den Wert aus Gleichung (42) $h - a = \frac{bx^2}{2nf_e} + x$ ein, so ergibt sich zur Bestimmung von x die kubische Gleichung:

$$\frac{3bx^3}{n \cdot f_e} + 4x^2 - \frac{12M}{b \cdot \sigma_b} = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (43)$$

Ist hieraus x ermittelt, so kann $h - a$ aus Gl. (42) und σ_e aus Gl. (15ᵃ) berechnet werden.

Dieser Fall ist von praktischer Bedeutung, sobald der Eisenquerschnitt gegenüber dem „Normalfall“ vergrößert wird, um die Deckenstärke möglichst gering zu halten. In dieser Beziehung ähnelt der Fall 6 dem Fall 3. Da demnach der Betonquerschnitt gegenüber dem Normalfall verringert ist, muß zweckmäßig die Betonspannung bis zu ihrem zulässigen Höchstwerte ausgenutzt werden. Denselben Zweck kann man erreichen durch eine doppelte Armierung des Balkens, und zwar ist hierbei der Eisenverbrauch wie bereits bei Fall 3 erwähnt, ein geringerer. (Hierüber vgl. S. 263 u. f.)

Beispiel 6 auf S. 256 zeigt die Anwendung des Falles 6.

Vergleicht man die obigen sechs Fälle hinsichtlich ihrer Anwendung auf die Berechnung von Eisenbetonbalken, so wird am häufigsten der Fall 2 vorliegen, bei dem also die beiden Materialien bis zu ihrer zulässigen Grenze beansprucht werden. Eine solche Ausnutzung erweist sich in der Regel auch hinsichtlich der Baukosten am günstigsten. Die andern Fälle kommen indessen auch nicht selten vor, insbesondere dann, wenn ein Balken an verschiedenen Stellen verschieden große Momente aufzunehmen hat, und man aus praktischen Gründen überall dieselbe Deckenstärke oder denselben Eisenquerschnitt ausführen will, wenn eine geringere Konstruktionshöhe, als sie Fall 2 erfordert, zur Verfügung steht, wenn nur Eiseneinlagen von bestimmtem Querschnitt vorhanden sind, usw.

2. Das Biegungsmoment ist gesucht.

Bei den seitherigen Berechnungen war angenommen, daß das Biegungsmoment der äußeren Kräfte gegeben sei. Dieser Fall liegt meistens vor, denn fast stets hat der Entwerfende die Aufgabe, die Abmessungen des Eisenbetonbalkens, dessen ungünstigste Belastung vorliegt, unter Zugrundelegung der zulässigen Spannungen zu ermitteln. Will man dagegen bestimmen, welche Belastung ein Balken von gegebenen Abmessungen ohne Überschreitung der zulässigen Beanspruchungen oder welche Bruchlast er aushalten kann, so ist das Biegungsmoment M unbekannt.

Da die Bruchlast von einem der beiden Materialien abhängen wird, ist außer M, noch σ_b oder σ_e als Unbekannte zu betrachten. Es ist daher:

gegeben: h, f_e, σ_e; gesucht M und σ_b

oder „ h, f_e, σ_b; „ M „ σ_e.

Außerdem tritt, wie früher, noch x als Unbekannte auf, zu dessen Bestimmung Gleichung (18) zur Verfügung steht. Da hiernach x nur von den gegebenen Größen h und f_e abhängt, kann es ohne weiteres aus Gleichung (18) bestimmt werden.

Je nachdem die zulässige oder die Bruchspannnung σ_b bezw. σ_e gegeben ist, kann man das gesuchte M aus Gleichung (19) bezw. Gleichung (20) ermitteln.

3. Berücksichtigung der Betonzugspannungen.

Die vorausgegangenen Berechnungen geben keinen Aufschluß über die Spannungsverhältnisse des auf Zug beanspruchten Betonquerschnittes, und zwar ist die vollständige Außerachtlassung der Betonzugspannungen gerechtfertigt im Interesse einer einfacheren Berechnung und vor allem einer wirtschaftlicheren Ausnutzung beider Materialien unter voller Gewährleistung einer genügenden Standsicherheit der Konstruktion. Will man aus irgend welchen Gründen das Auftreten von Rissen im Beton unbedingt vermeiden, so muß eine andere Berechnungsweise Platz greifen. Hierbei entsteht die Frage, mit welchem Werte das Zugelastizitätsmaß E_z des Betons und die zulässige Betonzugspannung eingeführt werden soll. Nach den „vorläufigen Bestimmungen für das Entwerfen und die Ausführung von Ingenieurbauten in Eisenbeton im Bezirke der Eisenbahndirektion Berlin“ vom Februar 1906 sowie den „ministeriellen Bestimmungen“ vom 24. Mai 1907 soll — jedenfalls im Interesse einer einfacheren Rechnungsweise — $E_z = E_b$ gesetzt werden. Dagegen gehen die beiden Vorschriften in der Festsetzung der zulässigen Betonzugspannung σ_{b_z} auseinander. Die ersteren bestimmen σ_{b_z} aus Biegungsversuchen — und zwar an nicht armierten Betonbalken — während die letzteren Zugversuche vorschreiben bezw. in Ermangelung solcher für σ_{b_z} $^1/_{10}$ der Druckfestigkeit des Betons zulassen. Gegen die Art dieser Festsetzungen können bei beiden Vorschriften begründete Bedenken erhoben werden.[1] [2]

Die Berechnungsweise mit Berücksichtigung der Betonzugspannungen auf Grund der „ministeriellen Bestimmungen“ ist im IV. Band dieses Handbuchs abgedruckt, weshalb hierauf verwiesen werden soll. Über die statischen und elastischen Eigenschaften des auf Zug beanspruchten Betons, insbesondere auch hinsichtlich der Nebenspannungen, ist unter A 3, 4 und 8 das Nähere bereits gesagt.

4. Überblick über andere Rechnungsarten.

Von den zahlreichen bisher bekannt gewordenen Rechnungsvorschlägen haben vor allem diejenigen Verfahren Existenzberechtigung, welche bei genügender Anlehnung an die Eigenschaften der Materialien die für den Gebrauch in der Praxis hinreichende Einfachheit besitzen und gleichzeitig eine Gewähr für die Sicherheit der Konstruktion bieten.

Es werden dies folglich in erster Linie die Verfahren sein, welche geradlinige Spannungsverteilung voraussetzen und womöglich die Zugspannungen im Beton außer acht lassen.

a) Älteres Verfahren Koenen.

Neben dem bereits vorgeführten Rechnungsgange, wie er auch den deutschen „ministeriellen Bestimmungen“ zugrunde liegt, ist hier an erster Stelle zu nennen die zuerst von Koenen vorgeschlagene und neuerdings von Schüle empfohlene Berechnungs-

---

[1]) Prof. Melan: Berechnungsnormen für Tragwerke aus Beton und Eisen. Zeitschr. „Beton u. Eisen“ 1907 Heft II und III.

[2]) Prof. Mörsch: Über die Vorschriften für Eisenbetonbauten. (I. Die preuß. Bestimmungen vom 24. Mai 1907.) Deutsche Bauzeitung 1908.



weise, bei der die vereinfachende Annahme gemacht wird, daß die Nullinie in halber Höhe des nutzbaren Querschnittes liegt. Diese Annahme wird beim Beginn der Belastung (Stadium I) ziemlich gut mit der Wirklichkeit übereinstimmen, dagegen ist für das Stadium II eine höhere Lage der Nullinie durch die Versuche erwiesen. Das Verfahren ergibt gegenüber dem der „ministeriellen Bestimmungen" größere Eisenspannungen und kleinere Betonspannungen (vgl. Zahlenbeispiel 8, Seite 257).

Abb. 28.

Nach Abb. 28 ist:

$$D = Z = \frac{M}{\frac{5}{6}(h-a)} \quad \ldots \ldots \quad (44)$$

$$\sigma_b = \frac{M}{\frac{5}{24}\, b\,(h-a)^2}; = \frac{M}{W_b} \quad \ldots \ldots \quad (45)$$

$$\sigma_e = \frac{M}{\frac{5}{6}(h-a)\, f_e}; = \frac{M}{W_e} \quad \ldots \ldots \quad (46)$$

b) Verfahren nach Professor Ritter.

Unter anderem wurde von Ritter eine Berechnungsweise vorgeschlagen (Schweiz. Bauztg. 1899), welche mittlerweile in der Schweiz allgemeine Annahme fand. Hiernach wird die wagerechte Schwerlinie des Rechteckquerschnittes ermittelt und als neutrale Achse betrachtet. Für diese Ermittelung werden die Zugspannungen des Betons berücksichtigt und die Eisenfläche durch die n-fache Betonfläche ersetzt (n ist $= 20$ angenommen). Für die anschließende Spannungsermittelung wird das Trägheitsmoment in bezug auf die neutrale Achse berechnet und σ_b wie beim homogenen Balken bestimmt. Zur Berechnung von σ_e werden dagegen die Zugspannungen im Beton vernachlässigt, trotzdem wird aber die Lage der Nullinie beibehalten. Nach dem Rechnungsgange Ritters muß sich eine noch tiefere Lage der Nullinie ergeben als beim vorhergehenden Verfahren. Folglich werden die Eisenspannungen vergleichsweise noch höher und die Betonspannungen noch geringer gefunden als unter a. Dementsprechend ist nach den schweizerischen Normen auch eine geringere Betonspannung zulässig und zwar ist vorgeschrieben $\sigma_b \leq 35$ kg/cm². Trotzdem erscheint dieser Wert noch reichlich hoch; er entspricht bei den deutschen Normen bei mittleren Armierungsprozenten etwa einem Werte $\sigma_b = 30$ kg/cm².

Die Berechnung nach dem Verfahren Ritter zeigt Zahlenbeispiel 9, Seite 257.

c) Verteilung der Spannungen nach einer Parabel (Ritter).

Der weitere Vorschlag Prof. Ritters, die Spannungsverteilung parabolisch anzunehmen, ist bereits auf S. 221 besprochen. Durch die Annahme des Parabelscheitels in der Außenkante des Querschnittes ergibt auch dieses Verfahren verhältnismäßig zu geringe Betonspannungen. Die Betonzugspannungen werden hier von vornherein vernachlässigt. Nach Abb. 29 ist:

$$D = \frac{2}{3}\, b \cdot x \cdot \sigma_b \quad \ldots \ldots \quad (47)$$

$$Z = f_e \cdot \sigma_e; \text{ folglich ist: } \frac{2}{3}\, b\, x\, \sigma_b = f_e \cdot \sigma_e \quad \ldots \quad (48)$$

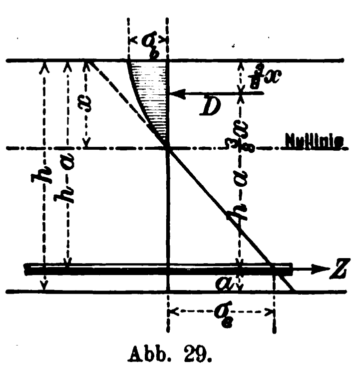


Abb. 29.

Ferner verhält sich:

$$\frac{x}{h-a-x} = \frac{2\sigma_b \cdot n}{\sigma_e} \quad (49) \qquad \sigma_e = \frac{2\,\sigma_b\, n\,(h-a-x)}{x} \quad \ldots \quad (50)$$

Setzt man den Wert von σ_e aus Gleichung (50) in Gleichung (48) ein, so ergibt sich eine Bestimmungsgleichung für x:

$$b\,x^2 = 3\,n\,f_e\,(h-a-x). \quad \ldots \quad (51)$$

$$D = Z = \frac{M}{h-a-\frac{3}{8}x};$$

folglich ist:

$$\sigma_b = \frac{3\,D}{2\,b\,x} \quad \ldots \quad (52)$$

$$\sigma_e = \frac{Z}{f_e} \quad \ldots \quad (52a)$$

Das Zahlenbeispiel Nr. 10 zeigt die Berechnung nach diesem Verfahren.

5. Der Einfluß von *n*.

Da der Elastizitätsmodul des Betons mit abnehmendem Zementgehalt und wachsender Beanspruchung kleiner wird, können sehr verschiedene Werte von $n = \frac{E_e}{E_b}$ in Frage kommen. Es ist deshalb von Interesse zu wissen, welchen Einfluß die Wahl von n auf das Ergebnis der Spannungsberechnung hat.

Aus der Gleichung (18) ist ersichtlich, daß mit zunehmendem n auch x wächst, d. h. daß die Nullinie tiefer rückt. Folglich wird auch σ_e größer (vgl. Gleichung (20), dagegen σ_b kleiner (Gleichung (19). Für einen Beton von geringem Mischungsverhältnis, d. h. höherem n, findet man daher eine kleinere Druckspannung, als für einen solchen von besserer Mischung. Die Verminderung von σ_b durch zunehmendes n ist indessen — wie auch an Beispiel Nr. 9 gezeigt ist — viel geringer, als die Abnahme der Druckfestigkeit durch die Wahl des geringwertigeren Betons, so daß hierdurch das aus anderen Gründen festgesetzte Mischungsverhältnis nicht geändert werden darf.

Den Ausschlag für die Wahl von n gibt dessen Zunahme mit wachsender Beanspruchung. Innerhalb der gewöhnlichen Belastungsgrenzen ist nach Versuchen n kleiner als 15; der Wert nähert sich vielmehr eher der Zahl 10. Somit wären die Betonspannungen für $n = 15$ und 20 rechnungsmäßig zu klein. Dem steht die Tatsache gegenüber, daß sich der Zugquerschnitt des Betons innerhalb gewöhnlicher Belastungsgrenzen an der Kraftübertragung beteiligt und deshalb sowohl die Betondruckspannungen, als auch insbesondere die Eisenzugspannungen rechnungsmäßig zu groß gefunden werden. Erst bei dem wirklichen Auftreten der Risse stimmen die berechneten Spannungen mit den tatsächlichen etwa überein. Die auf Grund der „ministeriellen Bestimmungen" berechneten Betondruckspannungen sind deshalb unterhalb Stadium IIb trotz der Wahl $n = 15$ größer als die tatsächlich auftretenden Spannungen; das gleiche gilt für die Eisenspannungen. Die Berechnung nach dem Verfahren Ritter ergibt dagegen zu geringe Werte für σ_b. Die höheren Werte von n sind aber dadurch gerechtfertigt, daß durch sie den Spannungsverhältnissen in der Nähe des Bruches Rechnung getragen wird, denn mit der Steigerung der Belastung bis zum Bruche ist eine Zunahme von n verbunden. Andererseits zeigen zahlreiche Biegungsbruchversuche eine Zunahme von n mit wachsenden Armierungsprozenten, weil hierdurch eine Vergrößerung der Druckfestigkeit des Betons erzielt wird. Aus diesem Grunde stimmen

auch bei stärkeren Armierungen (über $^3/_4\,^0/_0$) die rechnungsmäßigen Spannungen unterhalb Stadium IIb besser mit den tatsächlichen überein, als bei schwachen Armierungen.

6. Schub- und Haftspannungen.

a) Schubspannungen.

Die der Biegungstheorie zugrunde gelegten Gleichungen gelten, wie bereits auf S. 215 erwähnt, streng genommen nur unter der Bedingung, daß die äußeren Kräfte nur ein Biegungsmoment M, dagegen keine Querkraft V liefern. Nur in diesem Falle sind keine Schubspannungen vorhanden und die Voraussetzung der ebenbleibenden Querschnitte ist erfüllt. Sobald aber die äußeren Kräfte in einem Querschnitt außer dem Moment noch eine Scherkraft V erzeugen, und dieses ist fast stets der Fall, so treten außer den Biegungsspannungen noch Schubspannungen auf.

Da der Beton nach den Versuchen keine große Scherfestigkeit besitzt, spielen die Schubspannungen im Eisenbetonbau eine wichtige Rolle, denn nicht selten kommt es vor, daß die Bruchlast eines Eisenbetonbalkens nicht durch die Biegungs-, sondern durch die Scherfestigkeit bestimmt wird. Zur Herleitung einer Beziehung für die Größe der Schubspannungen geht man in derselben Weise vor, wie beim homogenen Balken. Man läßt also, wie bei letzterem, den Einfluß der Schubspannungen auf die Gestalt der Querschnitte außer acht und setzt folglich auch beim Vorhandensein von Schubspannungen ebenbleibende Querschnitte voraus. Es gelten dann, wie beim homogenen Balken, folgende Beziehungen für die Schubspannungen des Eisenbetonbalkens:

Die Summe der lotrechten Schubspannungen in einem Querschnitte ist gleich der Querkraft für den betreffenden Querschnitt.

Die wagerechten Schubspannungen sind die Unterschiede der Biegungsspannungen je zweier benachbarter Querschnitte.

Die Summen der wagerechten Schubspannungen oberhalb und unterhalb der neutralen Achse sind gleich und entgegengesetzt gerichtet.

In jedem Punkte des Querschnittes ist die lotrechte Schubspannung gleich der wagerechten. Die größte Schubspannung in ein und demselben Querschnitte tritt ein in der neutralen Faser. Die größten Schubspannungen beim Balken von gleichbleibendem Querschnitt treten ein, wo die Querkraft am größten ist, d. h. über den Stützpunkten.

Beim homogenen Balken von der Breite b ist die Größe der Schubspannung in irgend einer Faser bekanntlich:

$$\tau \cdot b = \frac{V \cdot S}{J} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

Hierin ist: S das statische Moment des Querschnittsteiles außerhalb der betreffenden Schicht, bezogen auf die neutrale Achse, J das Trägheitsmoment des Querschnittes, bezogen auf die neutrale Achse.

Abb. 30.

Für die größte Schubspannung, d. h. in der neutralen Faser, lautet die Gleichung (53):

$$\tau \cdot b = \frac{V b \cdot \frac{h^2}{8}}{\frac{b \cdot h^3}{12}} = \frac{V}{\frac{2}{3} h} \quad \ldots\ldots \quad (54)$$

$\frac{2}{3} h$ ist die Entfernung der Zug- und Druckkraft (Abb. 30).

Wendet man Gleichung (53) auf den Eisenbetonquerschnitt mit einfachen Eiseneinlagen und der nutzbaren Höhe $h-a$ an, so wird:

$$S = b\,x \cdot \frac{x}{2} = \frac{b\,x^2}{2};$$

$$J = \frac{b\,x^3}{3} + 2\,n\,f_e\,(h-a-x)^2;$$

oder nach Gleichung (27a): $J = \frac{b\,x^2}{2}\left(h-a-\frac{x}{3}\right).$

Folglich ist: $\frac{J}{S} = h-a-\frac{x}{3}$ und $\tau_s \cdot b = \frac{V}{h-a-\frac{x}{3}}$ . . . . (55)

$h-a-\frac{x}{3}$ ist nach früherem ebenfalls der Abstand der Zug- und Druckkraft (Abb. 31).

Die Verteilung der Schubspannungen unterscheidet sich von derjenigen des homogenen Balkens nur im gezogenen Querschnitt. Da nach den Voraussetzungen die Zugspannungen des Betons außer acht bleiben, tritt bei den Schubspannungen zwischen der neutralen Achse und den Eiseneinlagen keine Änderung ein (Abb. 31). Erst bei den Eiseneinlagen werden die Schubkräfte durch den Unterschied der Zugkräfte zweier benachbarter Eisenquerschnitte, d. h. durch die Haftspannungen, aufgehoben. Der Wert für τ_s ist also bei der Eiseneinlage genau so groß wie in der neutralen Achse, wie aus folgendem hervorgeht: Ist auf die Strecke $d\,l$ der Stützweite l der Unterschied der Eisenzugkräfte $= d\,Z$, so ist:

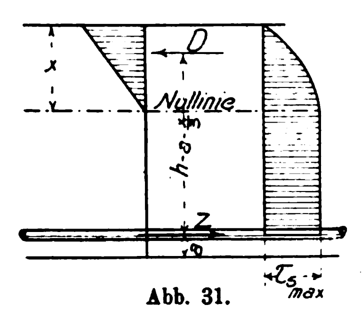


Abb. 31.

$$\tau_s \cdot b \cdot d\,l = d\,Z;$$

$$Z = \frac{M}{h-a-\frac{x}{3}} \text{ nach Gleichung (14);}$$

$$\frac{d\,Z}{d\,l} = \frac{d\,M}{d\,l} \cdot \frac{1}{h-a-\frac{x}{3}}; \quad \frac{d\,M}{d\,l} \text{ ist aber bekanntlich } = V;$$

$$\tau_s b = \frac{d\,Z}{d\,l} = \frac{V}{h-a-\frac{x}{3}};$$ dies ist aber der in Gleichung (55) gefundene Wert.

Für den Fall, daß der Zugquerschnitt des Betons noch wirksam ist, was an den Stellen der größten Schubspannungen häufig eintreten wird, gestaltet sich die Verteilung der Schubkräfte über den Querschnitt etwa wie in Abb. 32 angegeben.

Die Bedeutung der Schubspannung ist für Balken und Platten mit gewöhnlicher Belastung im allgemeinen gering, da τ_s in der Regel kleiner ist als 4,5 kg/cm², dem nach den „Bestimmungen" zugelassenen Werte. Bei größeren Belastungen jedoch, wie sie im Tiefbau, z. B. bei Fundamentplatten, vorkommen können, trifft dies nicht mehr zu. Es hängt dies damit zusammen, daß die Plattenstärke nur proportional der Quadratwurzel aus dem Widerstandsmoment wächst, während die Schubspannung τ_s proportional der Plattenstärke zunimmt.

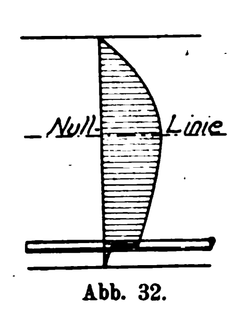


Abb. 32.

In folgendem soll untersucht werden, von welcher Grenze der Belastung ab die Schubspannungen für Balken von gleichbleibender Höhe zu berücksichtigen sind. Die Belastung des Balkens auf die Breite b sei $= P$; dann ist $V = \frac{P}{2}$. Es ist:

$$\tau_s = \frac{P}{2b\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \text{ (nach Gleichung 55);}$$

nach Gleichung (14) ist: $$M = \frac{bx}{2} \cdot \sigma_b \left(h - a - \frac{x}{3}\right);$$

ferner ist für jeden Balken, der durch P belastet ist: $M = \frac{Pl}{\mu}$ (56), wobei μ ein von der Auflagerung der Platte abhängiger Koeffizient ist. μ wechselt zwischen 2 und 24 (gewöhnlich ist $\mu = 8$ bis 12). — Aus Gleichung (14) und (56) wird:

$$h - a - \frac{x}{3} = \frac{Pl}{\mu} \cdot \frac{2}{b \cdot x\sigma_b};$$

bei Einsetzung dieses Wertes in (55) wird:

$$\tau_s = \frac{\mu \cdot \sigma_b x}{4l} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (57)$$

aus Gleichung (14) ist: $$h - a = \frac{6M + b\sigma_b \cdot x^2}{3b\sigma_b \cdot x};$$

ferner ist aus Gleichung (32): $$h - a = \frac{(\sigma_e + n\sigma_b)x}{n\sigma_b};$$

setzt man die rechten Seiten einander gleich, so ergibt sich:

$$x^2 = \frac{6Mn}{b[3\sigma_e + 2n\sigma_b]} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (58)$$

und: $$\tau_s^2 = \frac{\mu^2\sigma_b^2}{16l^2} \cdot \frac{6M \cdot n}{b(3\sigma_e + 2n \cdot \sigma_b)}; = \frac{3\mu \cdot P \cdot n \cdot \sigma_b^2}{8b \cdot l(3\sigma_e + 2n\sigma_b)}.$$

Setzt man: $P = p \cdot bl$, wobei p die Belastung in kg/cm² bedeutet, und:

$$\frac{n \cdot \sigma_b^2}{3\sigma_e + 2n \cdot \sigma_b} = \gamma, \text{ so wird: } \tau_s^2 = \frac{3}{8}\mu \cdot p \cdot \gamma \quad \ldots \ldots \quad (59)$$

oder: $$p = \frac{8\tau_s^2}{3\mu\gamma} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (60)$$

für den zulässigen Grenzwert $\tau_s = 4{,}5$ kg/cm² ist:

$$p = \frac{54}{\mu \cdot \gamma} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (61)$$

Aus dieser Gleichung kann p bestimmt werden, da μ und γ bekannt sind. γ ist von n, σ_e und σ_b abhängig; diese Größen sind aber aus der Dimensionierung des Balkens gegeben. In nachstehender Tabelle sind für einige häufig vorkommende Werte von σ_e und σ_b, für verschiedene Werte von μ und für $n = 15$ die Grenzwerte p zusammengestellt. — Alle Dimensionen sind in kg und cm ausgedrückt.

μ	σ_e	σ_b	γ	p	μ	σ_e	σ_b	γ	p	μ	σ_e	σ_b	γ	p
8	1000	30	3,462	1,95	10	1000	30	3,462	1,55	12	1000	30	3,462	1,30
8	1000	40	5,714	1,18	10	1000	40	5,714	0,94	12	1000	40	5,714	0,79
8	1000	50	8,333	0,81	10	1000	50	8,333	0,64	12	1000	50	8,333	0,54
8	1200	30	3,000	2,25	10	1200	30	3.000	1,80	12	1200	30	3,000	1,50
8	1200	40	5,000	1,35	10	1200	40	5,000	1,08	12	1200	40	5,000	0,90
8	1200	50	7,353	0,92	10	1200	50	7,353	0,73	12	1200	50	7,353	0,61

Sobald die Schubspannung den zulässigen Grenzwert 4,5 übersteigt, so ist entweder der Betonquerschnitt zu vergrößern, oder es sind andere Hilfsmittel zur Aufnahme der überschüssigen Schubspannungen anzuwenden. Diese Hilfsmittel bestehen entweder in der Anordnung neuer Eiseneinlagen, der sogenannten Bügel, oder in dem Abbiegen der vorhandenen Zugarmierung oder aber aus beiden Maßnahmen zu gleicher Zeit.

Verwendet man lotrechte Bügel, so können diese so dimensioniert werden, daß sie die wagerechten Schubspannungen zu übertragen imstande sind. Zur Aufnahme der gleich großen lotrechten Schubkräfte müßten nun auch wagrechte Einlagen angeordnet werden. Die wagrechte Zugarmierung in der Nähe des Plattenrandes genügt zu diesem Zwecke nicht, da die zu großen Werte der Schubspannungen auf einem beträchtlichen Teil des Querschnitts vorhanden sind, und somit ein Ausgleich der lotrechten Schubkräfte mit der Querkraft nicht stattfinden könnte.

Die Entfernung e zweier lotrechter Bügel ergibt sich aus folgender Überlegung: Ist τ_s' die Schubspannung, welche nicht mehr vom Beton aufgenommen werden kann, $2 f_e$ der wagrechte Querschnitt eines Bügels, k_s die zulässige Schubspannung des Eisens, so muß sein: $e \cdot b \tau_s' = 2 f_e \cdot k_s$ oder: $e = \frac{2 f_e \cdot k_s}{b \tau_s'}$ . . . . (62)

für Rundeisenbügel ist: $2 \cdot f_e = \frac{d^2 \pi}{2}$ und: $e = \frac{d^2 \pi}{2} \frac{k_s}{b \cdot \tau_s'}$ . . . . (63

Auch in die lotrechten Bügel kann die Krafteintragung nur mittels der Haftspannung erfolgen, die in diesem Falle gleich der lotrechten Schubspannung ist. Ergibt sich für letztere ein größerer Wert als die zulässige Haftspannung, so ist mit Rücksicht hierauf die Bügelentfernung zu bestimmen.

Versuche haben gezeigt, daß lotrechte Bügel allein zur Aufnahme der Schubspannungen nicht oder nur in geringem Maße geeignet sind. Über die Wirkungsweise der Schubarmierungen, deren statische Verhältnisse jedenfalls nicht einfach sind, gehen die Ansichten auseinander; ferner auch darüber, ob diese Armierungen erst dann zur Wirkung kommen, wenn die Schubfestigkeit des Betons schon überschritten ist, oder ob sie bereits vorher wesentlich an der Übertragung der Schubkräfte teilnehmen.

Aus konstruktiven Gründen zieht man es in der Regel vor, anstatt der lotrechten und wagerechten Schubeisen nur eine einzige Eiseneinlage zu verwenden. Diese muß natürlich derart angeordnet werden, daß sie die lotrechten und wagerechten Schubspannungen gleichzeitig aufnehmen kann; sie muß folglich in der Richtung der Mittelkräfte aus den Schubspannungen liegen. Da diese Richtung mit der Balkenachse einen Winkel von 45° bildet, müssen die entsprechenden Eisen ebenfalls in dieser Richtung liegen. Schräg gestellte Bügel sind nun für die praktischen Ausführungen ebenfalls unbequem, sie haben sich überdies nach Versuchen der Firma Wayss & Freytag aus anderen Gründen nicht sehr bewährt, da bei ihnen sehr leicht ein Gleiten längs der Zugarmierung stattfinden kann. Sobald keine feste Verbindung zwischen den schrägen Bügeln und den wagerechten Zugeisen vorhanden ist und die Überleitung der Schubkräfte auf die Zugeisen nicht unbedingt gewährleistet wird, ist das Abbiegen der letzteren allen anderen Hilfsmitteln vorzuziehen. Die schrägen Zugeisen müssen dann sowohl zur Aufnahme der Normal- als auch der Schubspannungen dienen, wenn man von etwaigen wagerecht durchlaufenden Zugeisen absieht. Die Abbiegung der Zugeisen müßte sich dann, streng genommen, in jedem Querschnittsteil der Richtung der Hauptspannungen anpassen. Folglich ist die Neigung von 45° nur in der neutralen Achse theoretisch richtig, da hier die Schubspannungen ihren Größtwert haben, und

die Normalspannungen = Null sind. Aus praktischen Gründen wird man aber im allgemeinen bei einem abgebogenen Eisen ein und dieselbe Richtung beibehalten.

Die Größe der Hauptspannung in der neutralen Achse, d. h. die schiefe Zug- bezw. Druckspannung, ist bekanntlich gleich der Schubspannung. Somit läßt sich die Anzahl, bezw. die Entfernung der abzubiegenden Zugeisen berechnen. Derjenige Teil der Querkraft V, welcher durch den Beton bei $\tau_s = 4{,}5$ kg/cm² unmittelbar aufgenommen werden kann, sei $= V_0$. An allen Stellen des Balkens, wo V den Wert V_0 nicht überschreitet, ist daher eine Schubarmierung nicht erforderlich.

Nach Gleichung (55) ist: $V_0 = b \cdot 4{,}5\left(h - a - \frac{x}{3}\right)$ (64); der Überschuß V_1 der Querkraft V muß durch Eiseneinlagen aufgenommen werden, und zwar soll dies durch Schrägeisen geschehen. Dann ist:

$$V_1 = V - V_0 = b(\tau_s - 4{,}5)\left(h - a - \frac{x}{3}\right) \quad \text{(65)}$$

Die Strecke, auf welcher Schubarmierung notwendig ist, sei $= c$ (Abb. 33). Die Schubspannungen, welche auf die Eisen entfallen, nehmen von ihrem Größtwerte $(\tau_s - 4{,}5)$ bei A (Abb. 33) bis zum Punkte B geradlinig auf Null ab. In B sei $V = V_0$.

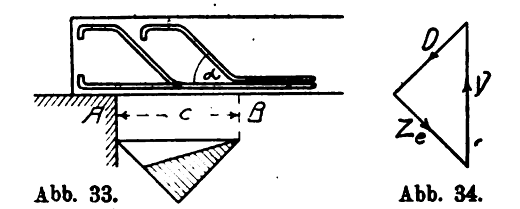


Abb. 33. Abb. 34.

Die gesamte durch die Eisen aufzunehmende Schubkraft ist dann:

$$V_e = \frac{b(\tau_s - 4{,}5)}{2} \cdot c \quad \text{(66)}$$

Ist der Neigungswinkel der abgebogenen Eisen gegen die Wagerechte $= \alpha$, so ist die Zugkraft Z_e, welche diese aufzunehmen haben:

$$Z_e = \sin\alpha \left[b(\tau_s - 4{,}5) \cdot \frac{c}{2}\right] \text{ (67); für } \alpha = 45^0 \text{ ist } Z_e = 0{,}707\, V_e.$$

Die Kraft D (Abb. 34) kann entweder durch den Beton oder durch schräge Druckeisen aufgenommen werden.

Die Berechnung der Schubspannungen zeigt Zahlenbeispiel 11.

b) Haftspannungen.

Der Ausgleich der Schubkräfte zwischen dem Beton- und dem Eisenquerschnitt, d. h. die Überleitung der Schubspannungen in die Eiseneinlagen, kann nur mit Hilfe der Haftspannungen erfolgen. Die Größe der letzteren ist umgekehrt proportional dem Umfange der Eiseneinlagen. Ist die Summe der Schubspannungen auf die Querschnittsbreite $= \tau_s \cdot b$, so beträgt die Haftspannung τ_h f. 1 cm² Eisenoberfläche:

$$\tau_h = \frac{\tau_s \cdot b}{u} \quad \text{(68)}$$

Während die Zugspannungen nur einen bestimmten Eisenquerschnitt f_e erfordern, geben die Haftspannungen einen Maßstab, wie dieser Eisenquerschnitt aufzuteilen ist, d. h. welche Eisenoberfläche damit erzielt werden muß.

Nach den „amtlichen Vorschriften" beträgt die zulässige Haftspannung ebenfalls 4,5 kg/cm², bezw. $^1/_5$ der nachgewiesenen Haftfestigkeit. Da von der Haftfestigkeit (auch Haftfähigkeit, Adhäsion, Gleitwiderstand genannt) das gute Zusammenarbeiten von Eisen und Beton abhängt, ist sie für die Verbundkonstruktionen von großer Wichtigkeit. Nach neueren Versuchen scheint die Schubfestigkeit größer zu sein als

die Haftfestigkeit. Zur Erzielung einer größeren Sicherheit ist es unter allen Umständen geboten, die Eiseneinlagen, falls diese nicht mit besonderen Mitteln zur Verankerung des Eisens in Beton ausgestattet sind, an den Enden umzubiegen. Vgl. auch die Bachschen Versuche. Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure 1908, Heft 6.

7. Berechnung des rechteckigen Querschnittes mit einfachen Eiseneinlagen mittels Tabellen und graphischer Tafeln.

Der Zusammenhang der hier in Frage kommenden vier Größen h, f_e, σ_b und σ_e ist für den wichtigsten und häufigsten Fall 2 bereits in der Tabelle auf S. 240, der sogen. „Dimensionierungstabelle“, festgelegt. Es ist einleuchtend, daß eine derartige Zusammenstellung bei häufig sich wiederholenden Berechnungen derselben Art sehr viel Zeit und Rechenarbeit erspart. Dabei ist die Verwendungsmöglichkeit der Tabelle für den Fall 2 ganz unbegrenzt, da die Werte h und f_e für jedes beliebig große Biegungsmoment berechnet werden können. Um auch die Berechnung des Momentes noch zu ersparen, sind Tabellen aufgestellt worden, aus denen für die in der Praxis häufig vorkommenden Stützweiten, sowie die gleichmäßig verteilt angenommenen Eigengewichte und Nutzlasten der betreffenden Konstruktion die Werte h und f_e für bestimmte σ_b und σ_e direkt entnommen werden können. Eine beträchtliche Anzahl derartiger Tabellenwerke ist bereits in fast allen Ländern erschienen. Die Verwendungsfähigkeit derartiger Tabellenwerke ist meist nur eine begrenzte, indem sie sich auf die gewöhnlich vorkommenden Belastungen und Stützweiten beschränken. Die Anwendung vieler solcher Tabellen, die meistens zur Verringerung ihres Umfanges noch mit sogen. Umrechnungs- oder Umwandlungstafeln für die verschiedenen Beanspruchungen und die jeweilige Auflagerung des Balkens versehen sind, birgt eine gewisse Gefahr in sich, insofern als sie in der Hand des Unkundigen leicht Unheil stiften können. Gegenüber einer tabellarischen Zusammenstellung von Rechnungsergebnissen hat deren graphische Aufzeichnung stets den Vorzug der größeren und leichteren Übersichtlichkeit. Dementsprechend ist auch bereits eine große Anzahl graphischer Zusammenstellungen bekannt geworden. Auch bei ihnen kann man zwei große Gruppen unterscheiden, und zwar solche, die für bestimmte Belastungen und Stützweiten die fertigen Resultate liefern, und solche, die — entsprechend der Dimensionierungstabelle für Fall 2 — nur den Zusammenhang zwischen den Größen h, f_e, σ_b und σ_e graphisch zum Ausdruck bringen, wobei noch, auf Grund der Gleichung (35) und (37) die Konstanten C_1 und C_2 in Frage kommen. Die Verwendungsmöglichkeit der letzteren Gruppe der graphischen Tafeln ist dementsprechend die größere. Der Aufbau dieser Tafeln ist derart, daß von den vier Größen h, f_e, σ_b und σ_e jeweils zwei gegeben sind und für die verschiedenen Werte dieser beiden der Verlauf der beiden anderen graphisch aufgetragen ist. Berücksichtigt man noch die beiden Konstanten C_1 und C_2, so ergeben sich für die Anordnung solcher Tafeln zahlreiche Möglichkeiten. So ist z. B. in der beigegebenen Tafel I der Verlauf der nutzbaren Trägerhöhen $(h - a)$ und der Eisenquerschnitte f_e für die jeweiligen Werte von σ_b und σ_e graphisch aufgetragen.[1]) Die Tafel kann für die sämtlichen sechs Fälle (S. 235 bis 243) Verwendung finden. Für Fall 2 führt die auf S. 240 gegebene Dimensionierungstabelle ebenso rasch oder noch rascher zum Ziel. Insbesondere bei den Fällen 3 bis 6, bei denen sich der rechnerische Weg sehr umständlich gestaltet, kann die Tafel mit sehr großem Vorteil angewendet werden. Die Werte der Tafel sind berechnet für $n = 15$ und eine Balkenbreite $b = 100$ cm. Ist die Breite des Balkens nicht $= 100$ cm, sondern $= b'$ cm, so ist das für b' berechnete

[1]) Vgl. Prof. Melan: Österr. Wochenschrift für den öffentl. Baudienst, 1904. Heft 51.

Moment (in kgcm) mit $\frac{100}{b'}$ zu vervielfachen und hierauf sind die gesuchten Größen zu ermitteln. Der endgültige Wert von f_e ist dann noch mit $\frac{b'}{100}$ zu vervielfachen.

Die Anordnung der Tafel ist folgende:

Als Abszissen sind die Eisenspannungen σ_e von 0 bis 1800 kg/cm², und als Ordinaten die Werte der Größen C_1' bezw. C_2' von 0,00 bis 0,120 (aus Gleichung 35 und 37) aufgetragen, wobei gesetzt wurde: $C_1' = \frac{C_1}{\sqrt{b}} = \frac{h-a}{\sqrt{M}}$; und: $C_2' = C_2 \cdot \sqrt{b} = \frac{f_e}{\sqrt{M}}$. Das Biegungsmoment M ist bezogen auf eine Breite $b = 100$ cm. Aus letzteren beiden Gleichungen wurden für bestimmte Werte von σ_b in Abständen von je 5 kg/cm² und σ_e in Abständen von 50 bezw. 100 kg/cm² die Konstanten C_1' und C_2' ermittelt, senkrecht über den betreffenden Eisenspannungen aufgetragen und die Punkte durch Kurven verbunden. Aus den nach rechts steigenden Kurven ergeben sich dann die Höhen, aus den nach links steigenden die Eisenquerschnitte durch Vervielfachung mit $\sqrt{M}$. Die Benutzung der Tafel ist an einer Reihe von Zahlenbeispielen nachstehend gezeigt, indem deren Lösung außer auf rechnerischem Wege auch auf graphischem Wege mit Hilfe der Tafel angegeben ist.

8. Zahlenbeispiele zum rechteckigen Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen.

Beispiel 1.

Eine beiderseits eingespannte Decke von 3,80 m lichter Weite und einer mittleren Stärke $h = 16$ cm erhält auf eine Breite von 100 cm in der Mitte ein gesamtes Biegungsmoment von 130000 kgcm. In der Zugzone ~~sind sechs Rundeisen vom~~ Durchmesser 15 mm eingelegt, deren Achse um $a = 2$ cm von der Deckenunterkante entfernt ist.

Es soll x, σ_b und σ_e ermittelt werden.

Nach obigem beträgt: $h - a = 16 - 2 = 14$ cm und $f_e = 6 \cdot 1{,}767 = 10{,}60$ cm².

a) Rechnerische Lösung:

Nach Gleichung (18) ist: $x = \frac{15 \cdot 10{,}6}{100}\left[-1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 100 \cdot 14}{15 \cdot 10{,}6}}\right] = 5{,}27$ cm.

„ „ (19) „ $\sigma_b = \frac{2 \cdot 130000}{100 \cdot 5{,}27\left(14 - \frac{5{,}27}{3}\right)} = 40{,}3$ kg/cm².

„ „ (20) „ $\sigma_e = \frac{130000}{10{,}6 \cdot \left(14 - \frac{5{,}27}{3}\right)} = 1001$ kg/cm².

b) Graphische Lösung:

Es ist:

$$\sqrt{M} = 360{,}56$$

$$C_1' = \frac{(h-a)}{\sqrt{M}} = \frac{14}{360{,}56} = 0{,}039$$

$$C_2' = \frac{f_e}{\sqrt{M}} = \frac{10{,}6}{360{,}56} = 0{,}029.$$

Denkt man sich in der Tafel I in Höhe der beiden Konstanten 0,039 und 0,029 zwei wagerechte Geraden gezogen, so ist nachzusehen, über welcher Eisenspannung diese zwei Geraden gleiche Betonspannungen aus den beiden Kurvenscharen ausschneiden. Dieses geschieht etwa bei $\sigma_e = 1000$ kg/cm². Der betreffende Wert der Betonspannung beträgt rund 40 kg/cm².

Beispiel 2.

Die Abmessungen einer beiderseits eingespannten Decke, welche in der Mitte auf 100 cm Breite ein Moment von 130000 kg cm aufzunehmen hat, sollen so bestimmt werden, daß σ_b den Wert 40 und σ_e den Wert 1000 nicht überschreitet.

Gesucht ist folglich: h und f_e.

a) Rechnerische Lösung:

Nach der Tabelle auf S. 240 ist für $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$:

$$h = 0{,}39\sqrt{\frac{M}{b}} = 0{,}39 \cdot 36{,}056 = 14{,}06 \text{ cm}.$$

$$f_e = 0{,}00293\sqrt{M \cdot b} = 0{,}00293 \cdot 3605{,}6 = 10{,}56 \text{ cm} = 6 \text{ Durchmesser } 15 \text{ mm}.$$

b) Graphische Lösung:

Auf der Senkrechten über $\sigma_e = 1000$ findet man bei der rechtssteigenden Kurve $\sigma_b = 40{,}0$ kg/cm² den Wert $C_1' = 0{,}039$; folglich ist $(h - a) = 0{,}039 \cdot 360{,}56 = 14{,}06$ cm; auf derselben Senkrechten ergibt sich bei der linkssteigenden Kurve: $C_2' \cong 0{,}03$; folglich ist $f_e \cong 0{,}03 \cdot 360{,}56 = \sim 10{,}8 \text{ cm}^2 = 6$ Durchmesser 15 mm.

Beispiel 3.

Die den Zahlenbeispielen 1 und 2 zugrunde gelegte Decke soll bei demselben Biegungsmoment eine nutzbare Höhe $h - a$ von nur 12 cm erhalten. Die größte Betonspannung soll 40 kg/cm² betragen. Wie groß muß f_e und σ_e sein?

a) Rechnerische Lösung: Da Fall 3 vorliegt, suchen wir aus Gleichung (2) zunächst x.

Es ist (nach Fall 3): $$x^2 - 3(h - a) \cdot x + \frac{6M}{\sigma_b \cdot b} = 0,$$

$$x^2 - 3 \cdot 12 \cdot x + \frac{6 \cdot 130000}{40 \cdot 100} = 0.$$

Hieraus ist: $x = 6{,}64$ cm, also beträchtlich größer wie in Beispiel 1 u. 2.

Ferner wird nach Gleichung (15):

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_b \cdot \frac{h - a - x}{x} = 15 \cdot 40 \cdot \frac{12 - 6{,}64}{6{,}64} \cong 485 \text{ kg/cm}^2$$

und nach Gleichung (27):

$$f_e = \frac{b x^2}{2n(h - a - x)} = \frac{100 \cdot 6{,}64^2}{30 \cdot 5{,}38} = \text{rund } 28 \text{ cm}^2.$$

Durch die Verringerung der nutzbaren Deckenstärke um nur 2 cm hat sich der Eisenquerschnitt somit gegenüber dem Beispiel 1 und 2 nahezu verdreifacht.

b) Graphische Lösung:

Der Wert C_1' wird für $M = 130000$ und $h - a = 12$: $C_1' = \frac{h-a}{\sqrt{M}} = 0{,}0333$.

Dieser Wert findet sich auf der rechts steigenden Kurve $\sigma_b = 40$ bei einer Eisenspannung $\sigma_e =$ rund 485 kg/cm².

Auf der Senkrechten über dieser Eisenspannung findet man auf der linkssteigenden Kurve $\sigma_b = 40$ den Wert $C_2' = 0{,}076$; folglich ist: $f_e = 0{,}076 \cdot 360{,}56 = 27{,}4 \text{ cm}^2$.

Beispiel 4.

Eine Decke habe auf 100 cm Breite in der Mitte ein Biegungsmoment von 130000 kgcm, und über den Stützen ein solches von 195000 kgcm auszuhalten. Die nutzbare Höhe über den Stützen sei nach Fall 1 unter Zugrundelegung von $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ zu rund 17,0 cm gefunden. Der Eisenquerschnitt betrage hierbei

12,94 cm². Aus praktischen Gründen soll die Decke in der Mitte ebenfalls die nutzbare Höhe von 17 cm erhalten. Wie groß ist f_e und σ_b in Deckenmitte, wenn daselbst σ_e den Wert 1000 nicht übersteigen soll?

a) Rechnerische Lösung:

Zunächst ist nach Fall 4 x zu bestimmen aus Gleichung (38).

$$x^2\left(h-a-\frac{x}{3}\right)=\frac{M\cdot 2n}{b\cdot\sigma_e}\left(h-a-x\right)$$

$$x^2\left(17-\frac{x}{3}\right)=\frac{130\,000\cdot 30}{100\cdot 1000}\left(17-x\right).$$

Die Auflösung dieser kubischen Gleichung ergibt $x=5{,}45$ cm.

Nach Gleichung (15) ist dann: $\sigma_b=\frac{\sigma_e\cdot x}{n\,(h-a-x)}=\frac{1000\cdot 5{,}5}{15\,(17-5{,}5)}=31{,}4$ kg/cm².

" " (27) ist: $f_e=\frac{b\,x^2}{2n(h-a-x)}=\frac{100\cdot 5{,}5^2}{30\,(17-5{,}5)}=8{,}56$ cm².

Die Eisenersparnis gegenüber Beispiel 1 und 2 ist folglich nicht sehr groß; sie wird in Wirklichkeit, wenn man die Erhöhung des Biegungsmomentes durch Eigengewicht in Betracht zieht, noch etwas geringer.

b) Angenäherte rechnerische Lösung:

Nach S. 242 kann man im vorliegenden Fall setzen:

$$x=0{,}15\sqrt{\frac{M}{b}}=0{,}15\cdot 36{,}056=5{,}41 \text{ cm}.$$

Somit ergeben sich für σ_d und f_e ziemlich genau dieselben Werte wie bei (4a).

c) Graphische Lösung:

Es ist wieder: $C_1'=\frac{h-a}{\sqrt{M}}=\frac{17}{360{,}56}=0{,}0472.$

Dieser Wert findet sich auf der Senkrechten über $\sigma_e=1000$ auf den rechtssteigenden Kurven bei einer Betonspannung von rund 31,5 kg/cm²; auf derselben Senkrechten ergibt sich bei der linkssteigenden Kurve $\sigma_b=31{,}5$ der Wert $C_2'=0{,}024$, daher ist $f_e=0{,}024\cdot 360{,}56=$ rund 8,60 cm².

Beispiel 5.

Bei der in den Beispielen 1 bis 4 behandelten Platte soll die nach Beispiel 2 berechnete Eiseneinlage f_e von 10,6 cm² auch über den Stützen beibehalten werden. Wie groß ist die nutzbare Plattenhöhe über den Stützen zu wählen, wenn $\sigma_e=1000$ betragen und σ_b den Wert 40 kg/cm² nicht übersteigen soll? Gegeben ist folglich f_e und (nach Fall 5) $\sigma_e=1000$ kg/cm².

a) Rechnerische Lösung:

Nach Gleichung (41) ist zunächst x zu ermitteln:

$$3\,b\,\sigma_e\cdot x^2+4\,n\,f_e\cdot\sigma_e\cdot x-6\,M\,n=0;\text{ hieraus ist } x=6{,}66 \text{ cm.}$$

Dann ist nach Gleichung (42): $h-a=\frac{b\,x^2}{2\,n\,f_e}+x=20{,}66$ cm

und $\sigma_b=\frac{\sigma_e\cdot x}{n\,(h-a-x)}=31{,}7$ kg/cm².

b) Graphische Lösung:

Die Konstante C_2' wird $= \frac{f_e}{\sqrt{M}} = \frac{10,6}{441,6} = 0,024$. Dieser Wert findet sich auf der Senkrechten über der Eisenspannung $\sigma_e = 1000$ bei einer Betonspannung $\sigma_b =$ rund 31,5 kg/cm². Auf derselben Senkrechten ergibt sich bei der rechtssteigenden Kurve $\sigma_b = 31,5$: $C_1' = 0,047$; folglich ist $h - a = 0,047 \cdot 441,6 = 20,75$ cm.

Beispiel 6.

Es sollen dieselben Annahmen gemacht werden, wie im Beispiel 4, dagegen soll anstatt der Endhöhe der Eisenquerschnitt auf die ganze Länge beibehalten werden. Gegeben ist entsprechend Fall 6: $M = 130\,000$ kgcm; $f_e = 12,94$ cm², $\sigma_b = 40$ kgcm².

Gesucht ist die nutzbare Höhe in Deckenmitte und σ_e.

a) Rechnerische Lösung:

Nach Gleichung 43 bestimmt man zunächst x.

$$\frac{3\,b\,x^3}{n \cdot f_e} + 4\,x^2 - \frac{12\,M}{b \cdot \sigma_b} = 0; \quad x = 5,56 \text{ cm}.$$

Ferner ist $h - a = \frac{b\,x^2}{2\,n\,f_e} + x$; hieraus $h - a = 13,56$ cm, $\sigma_e = n\,\sigma_b \frac{h - a - x}{x} = 860$ kg.

b) Graphische Lösung:

Es ist: $C_2' = \frac{f_e}{\sqrt{M}} = \frac{12,94}{360,56} = 0,0359$.

Dieser Wert findet sich auf der linkssteigenden Kurve $\sigma_b = 40$ bei einer Eisenspannung $\sigma_e = 860$ kg/cm²; auf derselben Senkrechten findet man auf der rechtssteigenden Kurve $\sigma_b = 40$ den Wert $C_1' = 0,0378$; daher ist $h = 0,0378 \cdot 360,56 = 13,6$ cm.

Beispiel 7.

An diesem Beispiel soll die Benutzung der Dimensionierungstabelle auf S. 240 und der graphischen Tafel I gezeigt werden für den Fall, daß die Breite b nicht $= 100$ cm ist:

Ein Balken von einer Breite $b' = 25$ cm habe ein Moment von 32 500 kgcm auszuhalten. Wie groß ist die nutzbare Höhe und die Eiseneinlage zu wählen, ohne daß die Randspannungen die zulässigen Grenzen $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ überschreiten?

a) Rechnerische Lösung:

In der Tabelle auf S. 240 ist für $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$:

$(h - a)^2 = 0,152 \cdot \frac{M}{b'} = 1976$; $h - a = 14,06$ cm²; $h =$ rund 16 cm; ferner ist:

$$f_e = 0,750 \cdot \frac{b'(h - a)}{100} = 2,64 \text{ cm}^2.$$

b) Graphische Lösung:

Es ist: $b' = 25$ cm.

$$M = M' \cdot \frac{100}{b'} = 130000; \quad \sqrt{M} = 360,56.$$

Folglich wie bei Beispiel 2: $h = 14,06$ cm und $f_e' = 10,8 \cdot \frac{b'}{100} = 2,7$ cm².

Beispiel 8.

Die dem Zahlenbeispiel 1 zugrunde liegende Decke soll nach dem älteren Koenenschen Verfahren berechnet werden (vgl. S. 245).

Hiernach ist: $$D = Z = \frac{M}{\frac{5}{6}(h-a)} = 11143 \text{ kg}$$

$$\sigma_b = \frac{M}{\frac{5}{24} b \cdot (h-a)^2} = 31{,}8 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_e = \frac{M}{\frac{5}{6}(h-a) f_e} = 1051 \text{ kg/cm}^2$$

Beispiel 9.

Dieselbe Decke soll nach dem schweizerischen Verfahren (Ritter) berechnet werden (vgl. S. 245).

Ermittelung der wagerechten Schwerlinie:

Das statische Moment in bezug auf die Oberkante des Betons beträgt unter Einsetzung der Verhältniszahl $n = 20$ und unter Berücksichtigung, daß der Eisenquerschnitt im Betonquerschnitt bereits enthalten ist:

$$S = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} + (n-1) f_e (h-a) = 15620 \text{ cm}^3.$$

Daher ist: $$x = \frac{S}{F} = \frac{S}{b \cdot h + (n-1) f} = 8{,}67 \text{ cm}.$$

Ermittelung des Trägheitsmoments:

a) In bezug auf die Oberkante des Betons:

$$J_o = b \cdot \frac{h^3}{3} + (n-1) f_e (h-a)^2 = 176007 \text{ cm}^4.$$

b) In bezug auf die Schwerlinie:

$$J_x = J_o - F \cdot x^2 = 40626 \text{ cm}^4.$$

Somit ist: $$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{J} = 27{,}7 \text{ kg/cm}^2$$

und $$\sigma_e = \frac{M}{f_e\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = 1104 \text{ kg/cm}^2.$$

Rechnet man dasselbe Beispiel unter Einsetzung von $n = 10$ durch, so ergeben sich folgende Werte:

$$x = 8{,}34 \text{ cm}; \qquad \sigma_b = 29{,}04 \text{ kg/cm}^2; \qquad \sigma_e = 1093 \text{ kg/cm}^2.$$

Beispiel 10.

Dieselbe Decke soll unter Annahme parabolischer Spannungsverteilung (nach Ritter) berechnet werden (für $n = 15$).

Nach Gleichung (51) ist:

$$b x^2 = 3 n f_e (h - a - x) \text{ hieraus: } x = 6{,}13 \text{ cm};$$

$$D = Z = \frac{M}{h - a - \frac{3}{8} x} = 11110 \text{ kg};$$

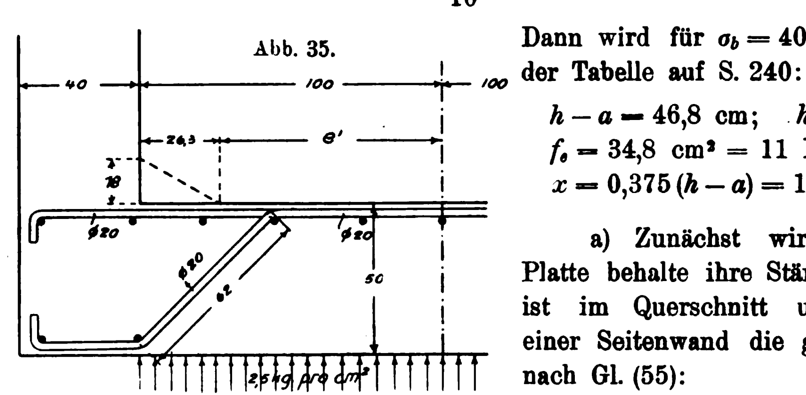
$$\sigma_b = \frac{3D}{2bx} = 27{,}2 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_e = \frac{Z}{f_e} = 1050 \text{ kg/cm}^2.$$

Beispiel 11. Schub- und Haftspannungen.

Die Sohlenplatte einer im Lichten 2 m weiten Fußwegunterführung (Abb. 35), deren Seitenwände 0,40 m stark sind, habe bei größter Verkehrslast in und über dem Tunnel eine gleichmäßig verteilte Bodenpressung von 2,5 kg/cm² auszuhalten. Die zulässigen Biegungsspannungen seien $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ kg/cm². Das Biegungsmoment soll für eine zu 2,40 m angenommene Stützweite mit $(g+p)\frac{l^2}{10}$ in Rechnung gestellt werden. Es ist die Aufnahme der Schub- und Haftspannungen nachzuweisen. Das Biegungsmoment auf eine Breite von 100 cm wird:

$$M = \frac{2{,}5 \cdot 240^2 \cdot 100}{10} = 1\,440\,000 \text{ cmkg.}$$



Dann wird für $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ nach der Tabelle auf S. 240:

$h - a = 46{,}8$ cm; $h =$ rd. 50 cm;
$f_e = 34{,}8$ cm² = 11 Rundeisen Ø 20 mm;
$x = 0{,}375\,(h-a) = 17{,}55$ cm.

a) Zunächst wird angenommen, die Platte behalte ihre Stärke überall bei; dann ist im Querschnitt unter der Innenkante einer Seitenwand die größte Schubspannung nach Gl. (55):

$$\tau_s = \frac{V}{b\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} = \frac{200 \cdot 100 \cdot 2{,}5}{2 \cdot 100 \cdot \left(46{,}8 - \frac{17{,}55}{3}\right)} = 6{,}10 \text{ kg/cm}^2.$$

Hiervon soll der Beton 4,5 kg/cm² aufnehmen, während der Rest durch abgebogene Eisen übertragen werden soll. Zunächst erfolgt die Ermittelung der Stelle, von welcher ab der Beton allein die ganze Schubkraft aufnehmen kann: Der Abstand von Plattenmitte sei e'; dann ist, auf 1 cm Breite bezogen, nach Gl. (64):

$$4{,}5 \cdot \left(h - a - \frac{x}{3}\right) = e' \cdot 2{,}5$$

$$4{,}5 \cdot 40{,}95 = e' \cdot 2{,}5;\; e' = 73{,}7 \text{ cm.}$$

Der betreffende Querschnitt ist somit $100 - 73{,}7 = 26{,}3$ cm von der Innenkante der Seitenmauern entfernt.

Die schiefe Zugkraft, welche von den abzubiegenden Eisen aufzunehmen ist, beträgt dann bei $\alpha = 45^0$ nach Gl. (67):

$$Z = 0{,}707 \cdot 100 \cdot (6{,}1 - 4{,}5) \cdot \frac{26{,}3}{2} = 1488 \text{ kg.}$$

Diese Zugkraft ist so gering, daß ein abgebogenes Eisen bereits imstande wäre, sie aufzunehmen, vorausgesetzt, daß die Eintragung der Kraft in das Eisen mittelst der Haftspannungen erfolgen könnte. Die Länge der unter 45⁰ abgebogenen Strecke eines Eisens beträgt etwa $44 \cdot 1{,}414 =$ rd. 62 cm. Die Haftspannung, welche durch die Aufnahme der 1488 kg bei einem Eisen auftritt, beträgt somit:

$$\tau_h = \frac{Z}{62 \cdot \mu} = \frac{1488}{62 \cdot 6{,}28} = 3{,}82 \text{ kg/cm}^2.$$

Ein abgebogenes Rundeisen Ø 20 mm genügt folglich zur Aufnahme der überschüssigen Schubspannungen. Es wird jedoch zweckmäßig sein, die Abbiegung mit

mehreren Rundeisen vorzunehmen. Weiter ist noch zu untersuchen, ob die nicht abgebogenen Rundeisen die auf sie entfallenden Haftspannungen — herrührend aus den Schubspannungen des Betons — aufnehmen können, oder ob der Umfang der Eiseneinlagen zu vergrößern ist (vgl. hierzu das unter b Gesagte).

b) Die Platte wird in der Nähe der Seitenwände verstärkt, und zwar derart, daß der Betonquerschnitt allein zur Aufnahme der Schubkräfte genügt.

Erforderliche Plattenstärke, damit τ_s den zulässigen Wert von 4,5 nicht überschreitet:

$$h-a-\frac{x}{3}=\frac{V}{b\cdot\tau_s}=\frac{25000}{100\cdot 4{,}5}=55{,}5 \text{ cm}$$

$$h-a-\frac{0{,}375}{3}(h-a)=55{,}5\ ; \qquad h-a=\frac{55{,}5}{0{,}875}=63{,}5\ ; \qquad h=\sim 68 \text{ cm}.$$

Zu dem genannten Zwecke reicht eine Verstärkung der Sohlenplatte um 18 cm aus und zwar muß dieses Maß nur unter den Innenkanten der Seitenwände vorhanden sein, von wo es auf die Strecke von 26,3 cm nach der Mitte zu auf Null abnehmen kann. Die Aufnahme der Schubspannungen wäre somit auch ohne abgebogene Eisen gesichert, so daß nur noch die Haftspannungen zu ermitteln sind.

Bei den Querschnitten in der Nähe der Seitenwände ist die Summe der Haftspannungen f. d. laufende Zentimeter auf 1 m Tiefe der Platte: $\Sigma(\tau_h)=4{,}5\cdot 100=450$ kg. Der Umfang der gewählten Eiseneinlagen beträgt: $11\cdot 6{,}28=69{,}08$ cm². Somit ist

$$\tau_h=\frac{450}{69{,}08}=6{,}53 \text{ kg/cm}^2.$$

Diese Haftspannung überschreitet aber das zulässige Maß. Um sie herabzumindern, könnte man den Umfang der Eiseneinlagen durch Vergrößerung deren Anzahl vermehren. Legt man z. B. f. 1 Meter Tiefe 23 Stück ø 14 mm ein mit $f_e=35{,}42$ und $u=101{,}11$ cm², so wäre $\tau_h=\frac{450}{101{,}11}=4{,}46$ kg/cm². Eine derart große Anzahl Eisen ist aber in praktischer Hinsicht unzweckmäßig. Falls man deshalb nicht Eisen, welche mit mechanischen Hilfsmitteln zur Erhöhung der Haftfestigkeit versehen sind, anwenden wollte, müßte man eine weitere Verstärkung der Platte an den Auflagern vornehmen, um die Schub- und folglich auch die Haftspannungen auf einen auch hinsichtlich der Eiseneinlagen zweckmäßigen Wert herabzudrücken.

Aus dem Beispiel 11 geht hervor, daß die Aufnahme der Schub- und Haftspannungen in manchen Fällen konstruktiv größere Sorgfalt erfordert, als die Aufnahme der Biegungsspannungen.

9. Dimensionierung bei alleiniger Kenntnis der Nutzlast ohne Aufstellung des Biegungsmomentes.

In den Fällen der reinen Dimensionierung macht die Aufstellung des Biegungsmomentes durch Eigengewicht einige Schwierigkeiten, da man die Höhe des Betonquerschnitts zunächst noch nicht kennt. Man muß deshalb die Deckenstärke zunächst schätzungsweise festlegen und die Berechnung allenfalls nochmals durchführen, falls die berechnete Stärke von der angenommenen wesentlich abweicht. Eine Vereinfachung des Rechnungsganges hat R. Wuczkowski in „Beton u. Eisen“ 1907, Heft IX gezeigt. Das Eigengewicht kann von vornherein derart bestimmt werden, daß Wiederholungen der Rechnung nicht notwendig sind.

Die Berechnungsweise sei deshalb hier noch beigefügt:

Allgemein kann nach S. 239 geschrieben werden: $h-a=C_1\cdot\sqrt{\frac{M}{b}}$.

Das Eigengewicht g der Platte läßt sich durch ihre äußeren Abmessungen bei einem spez. Gewicht des Eisenbetons von 2,4 ausdrücken zu: $g = 24\,h$ in kg/m² (h in cm eingesetzt) oder, da $h - a$, wie früher gezeigt, etwa zu $\frac{9}{10}\,h$ angenommen werden kann, zu: $g = 26{,}7\ (h - a)$.

Ist q die Nutzlast in Kilogramm für 1 m², so ist allgemein das Moment:

$$M = \frac{(q+g)\,b\,l^2}{\mu}\ \text{cmkg};$$

worin q und g in Kilogramm f. 1 Quadratmeter, b in Zentimetern und die Spannweite l in Metern einzusetzen ist. Die Größe μ ist abhängig von der Auflagerung des Balkens (vgl. Gl. 56 S. 249).

Es ist somit: $h - a = C_1 \cdot l \sqrt{\frac{q + 26{,}7\,(h-a)}{\mu}}$.

Hieraus erhält man die quadratische Gleichung:

$$(h-a)^2 - \alpha\,(h-a) - \beta = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (69)$$

worin $\alpha = C_1^2 \cdot l^2 \cdot \frac{26{,}7}{\mu}$ (69a) und $\beta = C_1^2 \cdot l^2 \cdot \frac{q}{\mu}$ (69b) ist.

Die Konstanten C_1 sind aus der Tabelle auf S. 240 für die verschiedenen Randspannungen zu entnehmen, oder nach Gl. (34) zu berechnen.

Der Eisenquerschnitt ist allgemein:

$$f_e = C_2 \cdot \sqrt{M \cdot b} = C_2 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot b \text{ oder, da } \sqrt{\frac{M}{b}} = \frac{h-a}{C_1} \text{ ist,}$$

$$f_e = \frac{C_2}{C_1} \cdot b\,(h-a) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

Die Konstanten C_2 sind ebenfalls aus der Tabelle zu entnehmen oder aus Gl. (36) zu berechnen. Der Eisenquerschnitt kann auch ermittelt werden aus der Gleichung:

$$f_e = \frac{n\,b\,h}{2\,\nu\,(\nu + n)}, \text{ worin } \nu = \frac{\sigma_e}{\sigma_b} \text{ ist.}$$

Die Anwendung der Gl. (69) ist in nachstehendem Zahlenbeispiel 12 gezeigt.

Beispiel 12.

Eine beiderseits frei aufliegende Decke von 4,90 m Spannweite habe eine Nutzlast von 1000 kg/m² zu tragen. Wie groß ist die Deckenstärke und die Eiseneinlage zu wählen, wenn die Randspannungen $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ kg/cm² betragen sollen.

Da das Moment durch Eigengewicht zunächst unbekannt ist, werde Gl. (69) benutzt: $(h-a)^2 - \alpha(h-a) - \beta = 0$.

Hierin ist: $\alpha = (C_1 \cdot l)^2 \cdot \frac{26{,}7}{\mu}$ und $\beta = (C_1 \cdot l)^2 \cdot \frac{q}{\mu}$.

C_1 ergibt sich aus der Tabelle auf S. 240 zu 0,39,
ferner ist: $l = 4{,}9$ m; $q = 1000$ kg/m² und $\mu = 8$;

folglich: $$\alpha = (0{,}39 \cdot 4{,}9)^2 \cdot \frac{26{,}7}{8} = 12{,}18.$$

und $$\beta = (0{,}39 \cdot 4{,}9)^2 \cdot \frac{1000}{8} = 456{,}5$$

$$(h-a)^2 - 12{,}18\,(h-a) - 456{,}5 = 0,$$

hieraus findet man: $$h - a = 28{,}31 \text{ cm}$$

und ferner nach Gl. (70): $f_e = \frac{C_2}{C_1}\,b\,(h-a) = \frac{0{,}00293}{0{,}39} \cdot 100 \cdot 28{,}31 = 21{,}3$ cm².

Die erhaltenen Resultate sollen nun noch nachgeprüft werden.

Die Eigenlast beträgt bei einer Deckenstärke von rund 31 cm

$$g = 24 \cdot 31 = 744 \text{ kg/m}^2.$$

Das Moment wird somit:

$$M = \frac{q+g}{\mu} \cdot b \cdot l^2 = \frac{1744 \cdot 100 \cdot 4{,}9^2}{8} = 523410 \text{ cmkg.}$$

Mithin

$$\sqrt{\frac{M}{b}} = \sqrt{5232} = 72{,}35$$

und

$$h - a = C_1 \sqrt{\frac{M}{b}} = 0{,}39 \cdot 72{,}35 = 28{,}22 \text{ cm,}$$

ferner

$$f_e = C_2 \sqrt{M \cdot b} = 0{,}00293 \cdot 7235 = 21{,}2 \text{ cm}^2.$$

Diese Werte stimmen mit den oben erhaltenen also gut überein.

II. Rechteckiger Querschnitt mit doppelten Eiseneinlagen.

1. Allgemeines.

Während auf der Zugseite eines Eisenbetonbalkens stets eine Eiseneinlage notwendig ist, kann bisweilen auch auf der Druckseite eine Armierung erforderlich oder zweckmäßig sein. Erforderlich ist die doppelte Armierung, wenn eine Konstruktion in demselben Querschnitt in ihrem Vorzeichen wechselnde Biegungsmomente auszuhalten hat, wie z. B. eine Trennungswand in einem Wasserbehälter oder einem Silo. Derart armierte Querschnitte können sich auch bei durchlaufenden Trägern und Decken infolge wechselnder Verkehrsbelastung ergeben. Als zweckmäßig erweist sich eine doppelte Eiseneinlage bei Konstruktionsteilen, welche in fertigem Zustande einen Transport mitzumachen haben, z. B. Monierplatten, Betonpfähle u. dergl. Aus theoretischen Gründen zweckmäßig wird die doppelte Armierung auch bei Balken und Decken, welche Biegungsmomente in nur einer Richtung erfahren, bei denen aber die zur Aufnahme eines bestimmten Biegungsmomentes vorhandene nutzbare Höhe kleiner ist, als sie sich nach dem auf S. 238 behandelten Normalfall ergeben müßte, d. h. wenn es nicht mehr möglich ist, die Eiseneinlage in der Zugzone auszunutzen. Die Hinzufügung einer Eiseneinlage in der Druckzone ermöglicht es in diesem Falle mit einem geringeren Eisenaufwand auszukommen, als dies bei Anordnung einer einfachen Einlage möglich wäre. Der Nutzen wird hierbei um so größer sein, je kleiner die vorhandene Konstruktionshöhe gegenüber der aus dem Normalfall berechneten Höhe ist, und auch je näher sich die gedrückte Eiseneinlage am Rande des Betons befindet. Indessen muß davor gewarnt werden, den Abstand a der Einlage vom Druckrande des Betons (Abb. 36) zu klein zu wählen, da sonst, wie insbesondere v. Emperger durch Versuche nachwies, sehr leicht ein Ausknicken der gedrückten Einlagen eintreten kann. Die Druckeisen müssen daher durch Bügel gut mit dem Beton verankert werden.

Der Abstand a der Einlagen wird gewöhnlich zu etwa $^1/_{10}$ der Balkenhöhe angenommen. Bei Decken von 15 bis 50 cm Höhe wird dies in der Regel auch zutreffen; a jedoch kleiner als 1,5 cm zu wählen, erscheint kaum ratsam. Bei größeren Deckenhöhen (über 50 cm) kann a kleiner als $^1/_{10}$ der Höhe gewählt werden. Beim doppelt armierten Querschnitt kann die gedrückte Eiseneinlage niemals bis zur zulässigen Grenze ausgenutzt werden, was sich aus den der Theorie zugrunde gelegten Annahmen ohne weiteres ergibt. Ob es zweckmäßig ist, die Zugeisen stets bis zur zulässigen Grenze zu beanspruchen, soll weiter unten untersucht werden. Es wird hierbei die Frage interessieren, bei welcher Ausnutzung der Materialien sich der kleinste Eisenaufwand $f_e + f_e'$ ergibt.

Das Verhältnis beider Einlagen zueinander ergibt sich aus der theoretischen Untersuchung von selbst, indem bei einer, gegenüber dem Normalfall abnehmenden Konstruktionshöhe und gleichbleibendem Biegungsmoment, die Größe der Eiseneinlage in der Zugzone abnimmt, während die gedrückte Einlage, von Null beginnend, anwächst und schließlich bei kleinen Konstruktionshöhen den Wert der gezogenen Einlage überschreitet.

2. Bestimmung der Spannungen und Abmessungen.

Wollte man den doppelt armierten Balken in derselben Weise behandeln, wie dies für die einfache Armierung geschah, so ergäben sich bei Variation der untenstehenden 5 Veränderlichen 10 verschiedene Fälle. Wir beschränken uns jedoch im folgenden auf diejenigen Fälle, denen praktische Bedeutung zukommt.

Nach Abb. 36 sind die veränderlichen Größen im Balken mit doppelter Eiseneinlage

$$h,\ a,\ f_e,\ f_e'$$
$$b,\ M,\ n$$
$$\sigma_b,\ \sigma_e,\ \sigma_e',\ x.$$

Von diesen Größen werden in den folgenden Entwickelungen als stets gegeben betrachtet:

$$M,\ n,\ b,\ a.$$

Somit bleiben als Veränderliche:

$$h,\ f_e,\ f_e'$$
$$\sigma_b,\ \sigma_e$$

und von diesen abhängig: σ_e' und x.

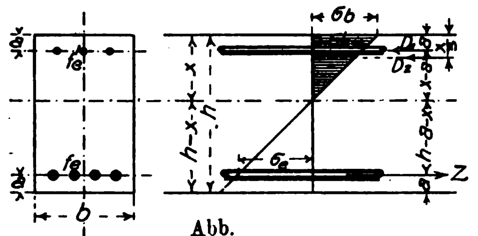


Abb.

Fall 1. Berechnung der Spannungen bei gegebenen Abmessungen.

Gegeben: h, f_e und f_e'. Gesucht: σ_b, σ_e σ_e' und x.

Zur Ermittelung der vier Unbekannten stehen folgende vier Gleichungen zur Verfügung:

$$\Sigma(H) = 0 : \sigma_b \cdot \frac{bx}{2} + f_e' \sigma_e' = f_e \sigma_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (71)$$

$$\Sigma(M) = 0 : \sigma_b \cdot \frac{bx}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) + f_e' \sigma_e' (h - 2a) = M \quad \ldots \quad (72)$$

ferner:

$$\sigma_e = n\, \sigma_b \frac{h - a - x}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (15a)$$

$$\sigma_e' = n\, \sigma_b \frac{x - a}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (73)$$

Diese Gleichungen können nach Abb. 36 ohne weitere Erläuterung aufgestellt werden. Setzt man die Werte von σ_e und σ_e' aus den beiden letzten Gleichungen in Gl. (71) ein, so erhält man nachstehende Bestimmungsgleichung für die Lage der neutralen Achse:

$$x^2 + \frac{2n(f_e + f_e')}{b} \cdot x - \frac{2n}{b}[f_e (h - a) + f_e' \cdot a] = 0 \quad \ldots \ldots \quad (74)$$

Für den Fall $f_e' = 0$ geht Gl. (74) über in Gl. (18) der einfachen Armierung.

Für den Fall: $f_e = f_e'$ lautet die Gl. (74).

$$x^2 + \frac{4n}{b} \cdot f_e \cdot x - \frac{2n}{b} f_e h = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (74a)$$

Ist nunmehr x bekannt, so kann man σ_b aus Gl. (72) bestimmen, nachdem hierin σ_e' nach Gl. (73) in σ_b ausgedrückt ist. Es ergibt sich:

$$\sigma_b = \frac{2\,M x}{b\,x^2\left(h-a-\frac{x}{3}\right)+2\,n\,f_e'\,(x-a)\,(h-2\,a)} \quad \ldots\ldots \quad (75)$$

Mit dem Werte $f_e'=0$ geht die Gl. (75) über in Gl. (19).

Die beiden letzten Unbekannten σ_e und σ_e' können nunmehr aus Gl. (15a) und (73) ermittelt werden.

Die Anwendung zeigt Zahlenbeispiel 14.

Fall 2. Berechnung der Eiseneinlagen bei gegebener Konstruktionshöhe und gegebenen Spannungen.

Gegeben h, σ_b und σ_e; Gesucht: x, σ_e', f_e und f_e'.

Da die Randspannungen bekannt sind, können die beiden Unbekannten x und σ_e sofort aus Gl. (33) bezw. (73) bestimmt werden.

Aus der Momentengleichung in bezug auf die Eiseneinlage in der Druckzone erhält man:

$$f_e = \frac{M+\frac{\sigma_b\,b\cdot x}{2}\left(\frac{x}{3}-a\right)}{\sigma_e\,(h-2\,a)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (76)$$

und in derselben Weise aus der Momentengleichung in bezug auf die gezogene Einlage:

$$f_e' = \frac{M-\frac{\sigma_b\cdot b\,x}{2}\left(h-a-\frac{x}{3}\right)}{\sigma_e'\,(h-2\,a)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (77)$$

Aus der Bedingung $\Sigma(H)=0$ hätte man auch erhalten können:

$$f_e' = \frac{2\,f_e\cdot\sigma_e-\sigma_b\cdot b\cdot x}{2\,\sigma_e'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (78)$$

Bei der einfachen Armierung war es möglich, die beiden Randspannungen zu geben und hierfür h und f_e zu berechnen. Durch Hinzukommen der weiteren Größe f_e' kann dies nun nicht mehr geschehen, da zur Auflösung der zwei Gleichungen $\Sigma(H)=0$ und $\Sigma(M)=0$, welche fünf Unbekannte enthalten, drei derselben stets gegeben sein müssen.

Im vorliegenden Falle wird daher außer den Randspannungen σ_e und σ_b, die Höhe h bezw. $h-a$ als gegeben betrachtet. Dieser Fall ist somit verwandt mit den Fällen 3 und 4 der einfachen Armierung. Durch den Umstand, daß häufig eine gegenüber dem Normalfall zu geringe Konstruktionshöhe vorliegt und somit eine doppelte Armierung erforderlich wird, kommen die für den vorliegenden Fall getroffenen Annahmen sehr oft vor.

Ändert man zu einem bestimmten, gleichbleibenden Biegungsmoment die Höhe $h-a$, so kann man allgemein sagen: Ist die Höhe $h-a$ dieselbe, wie sie im Normalfall bei einfacher Eiseneinlage erhalten würde, so ergibt sich aus Gl. (76) und (77) die Eiseneinlage f_e zu demselben Werte wie im Normalfall, und f_e' wird gleich Null.

Ist die Höhe $h-a$ größer, als sie für den Normalfall erforderlich wäre, so hat das Einlegen einer Druckeiseneinlage keinen Zweck, sie vergrößert nur den gesamten Eisenquerschnitt, da die Zugeinlage hierdurch nur belanglos verringert werden kann. Ist dagegen die Höhe $h-a$ geringer als im Normalfall, so wird die doppelte Armierung vorteilhaft.

Hiernach kann der vorliegende Fall 2 folgendermaßen definiert werden:

Es ist die Höhe $h-a$ gegeben und zwar kleiner als sie im Normalfall bei einfacher Eiseneinlage erforderlich wäre; es ist sodann, wie im Fall 3 der einfachen

Armierung unter allen Umständen die Betonspannung σ_b mit ihrem höchsten zulässigen Werte auszunützen; σ_b ist also gegeben. Über den Wert der Eisenspannung σ_e ist erst noch eine Bestimmung zu treffen; offenbar ist es zweckmäßig, für σ_e denjenigen Wert zu wählen, für welchen der gesamte Eisenaufwand $f_e + f_e'$ am kleinsten wird.

Die Aufgabe kann auch so gestellt werden, daß man diejenige Lage x der Nulllinie aufsucht, für welche der gesamte Eisenaufwand seinen Kleinstwert erreicht.

Zu diesem Zwecke werde zunächst die Summe $f_e + f_e'$ gebildet, wobei gleichzeitig σ_e und σ_e' nach Gl. (16) und (73) in σ_b ausgedrückt werden. Es ist sodann:

$$f_e + f_e' = \frac{x}{n \cdot \sigma_b (h - 2a)} \cdot \frac{\left[M + \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left(\frac{x}{3} - a\right)\right](x - a) + \left[M - \frac{\sigma_b\, b\, x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)\right](h - a - x)}{(h - a - x)(x - a)}$$

und nach Ausrechnung des Zählers:

$$f_e + f_e' = \frac{x}{n \cdot \sigma_b} \cdot \frac{\left[M + \frac{2}{3}\sigma_b \cdot b x^2 - \sigma_b \frac{bx}{2} \cdot h\right]}{(h - a - x)(x - a)} \quad \ldots \ldots \quad (79)$$

oder auch kürzer:

$$f_e + f_e' = \frac{M + \frac{\sigma_b b \cdot x}{6}(4x - 3h)}{\sigma_e (x - a)} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (79\text{a})$$

Der Wert von $f_e + f_e'$ wird zu einem Minimum, wenn

$$\frac{d(f_e + f_e')}{dx} = 0$$

gesetzt wird und aus dieser Gleichung x berechnet wird. Die durch die Ausführung der Differentiation sich ergebende Gleichung wird vierten Grades und lautet:

$$2x^4 - 4hx^3 + 3\left[\frac{h^2}{2} + 2(h - a) \cdot a - \frac{M}{\sigma_b b}\right] \cdot x^2 - 3h(h - a)a \cdot x + \frac{3M(h - a) \cdot a}{\sigma_b \cdot b} = 0 \quad (80)$$

Aus dieser Gleichung kann x bestimmt werden und zwar am zweckmäßigsten durch Probieren.

Nach Berechnung von σ_e und σ_e' aus den Gl. (15a) und (73) erhält man durch Einsetzen der gefundenen Werte x, σ_e und σ_e' in Gl. (76) und (77) diejenigen Eisenquerschnitte f_e und f_e', welche zusammen den geringsten Eisenaufwand ergeben.

Zur besseren Übersicht der Verhältnisse ist in Abb. 37 (S. 265) ein Beispiel mit sehr geringer Konstruktionshöhe gegeben. Es ist aufgestellt für ein Biegungsmoment $M = 500000$ cm kg und eine Breite $b = 100$ cm. Die verfügbare Konstruktionshöhe $h - a$ ist durch äußere Gründe zu 22 cm gegeben. Die eingezeichneten Kurven stellen die Eisenquerschnitte f_e, f_e' sowie deren Summe $f_e + f_e'$ dar und zwar für ein konstantes $\sigma_b = 40$ kg/cm² und wechselnde Eisenspannungen σ_e von 300 bis 1800 kg/cm². Für $\sigma_e = 303$ kg/cm² wird $f_e' = 0$ und $f_e = 95{,}80$ cm². Einen solchen Eisenaufwand würde man somit bei Verwendung einfacher Eiseneinlage erhalten. Der Verlauf der Kurven zeigt, daß bei größerer Ausnutzung von σ_e der Eisenverbrauch zunächst rasch abnimmt und bei $\sigma_e = 1020$ kg/cm² seinen Mindestwert $f_e + f_e' = 48{,}20$ cm² erreicht. Gegenüber der einfachen Einlage kann man folglich im vorliegenden Beispiel bei doppelter Armierung den Eisenverbrauch um die Hälfte verringern. Der weitere Verlauf der Kurven zeigt jedoch, daß eine höhere Ausnutzung der Randspannung σ_e keine weiteren Vorteile bringen würde, ja sogar eine, allerdings langsame Vermehrung des Eisenaufwandes zur Folge hätte. Da sich der Eisenverbrauch in der Nähe des Minimums nur wenig ändert, wird es in den Fällen der Praxis nicht unbedingt auf die Erreichung des absoluten Kleinstwertes $f_e + f_e'$ ankommen. Ohne wesentliche Eisenverschwendung wird man es daher

vorziehen, σ_e nicht unbedingt bis zur zulässigen Grenze auszunutzen, wodurch die Konstruktion gleichzeitig eine größere Sicherheit gegen das Auftreten von Zugrissen erhält.

Die Auflösung der Gleichung vierten Grades (80) durch Probieren ist immerhin umständlich. Schneller kommt man mit der Auffindung des Minimums bei Benutzung graphischer Tafeln zum Ziele. Eine solche ist von Professor Melan in den „Technischen Blättern", Vierteljahrsschrift des „Deutschen Polytechnischen Vereins in Böhmen", 38. Jahrgang, 4. Heft gegeben worden und als Abb. 38 (S. 266) unter Ergänzung für die deutschen „ministeriellen Bestimmungen" und „Österreichischen Regierungsvorschriften" beigefügt.

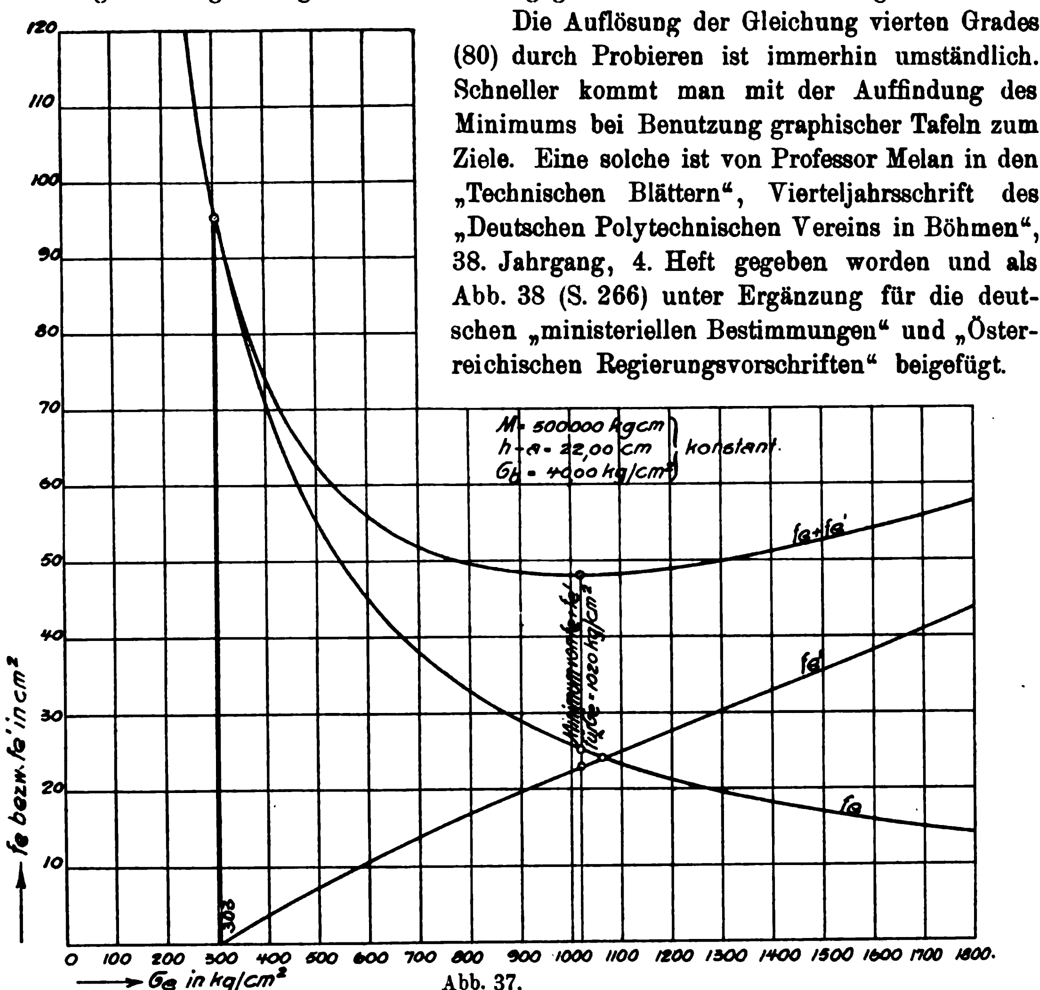


Abb. 37.

Zur kurzen Erläuterung der Tafel diene folgendes: Drückt man in den Gleichungen (76) und (77) die Eisenquerschnitte in Prozenten des Betonquerschnittes aus, setzt man also

$$f_e = \alpha_z \cdot \frac{b \cdot h}{100} \quad \text{und} \quad f_e' = \alpha_d \cdot \frac{bh}{100}$$

und ferner, entsprechend Gl. (33): $x = s' \cdot h$, und $a = 0{,}10\,h$, $M = mh^2 \cdot \sigma_b$ (81), so wird für $n = 15$ nach Ausrechnung:

$$\alpha_z = \frac{[6m + b \cdot s'(s' - 0{,}3)] \cdot s'}{0{,}72(0{,}9 - s')b};$$

$$\alpha_d = \frac{[6m - bs'(2{,}7 - s')] \cdot s'}{0{,}72(s' - 0{,}1) \cdot b};$$

und für ein auf die Breite $b = 1$ cm bezogenes Moment M:

$$\alpha_z = \frac{[6m + s'(s' - 0{,}3)] \cdot s'}{0{,}72(0{,}9 - s')} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (82)$$

$$\alpha_d = \frac{[6m - s'(2{,}7 - s')]s'}{0{,}72(s' - 0{,}1)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (83)$$

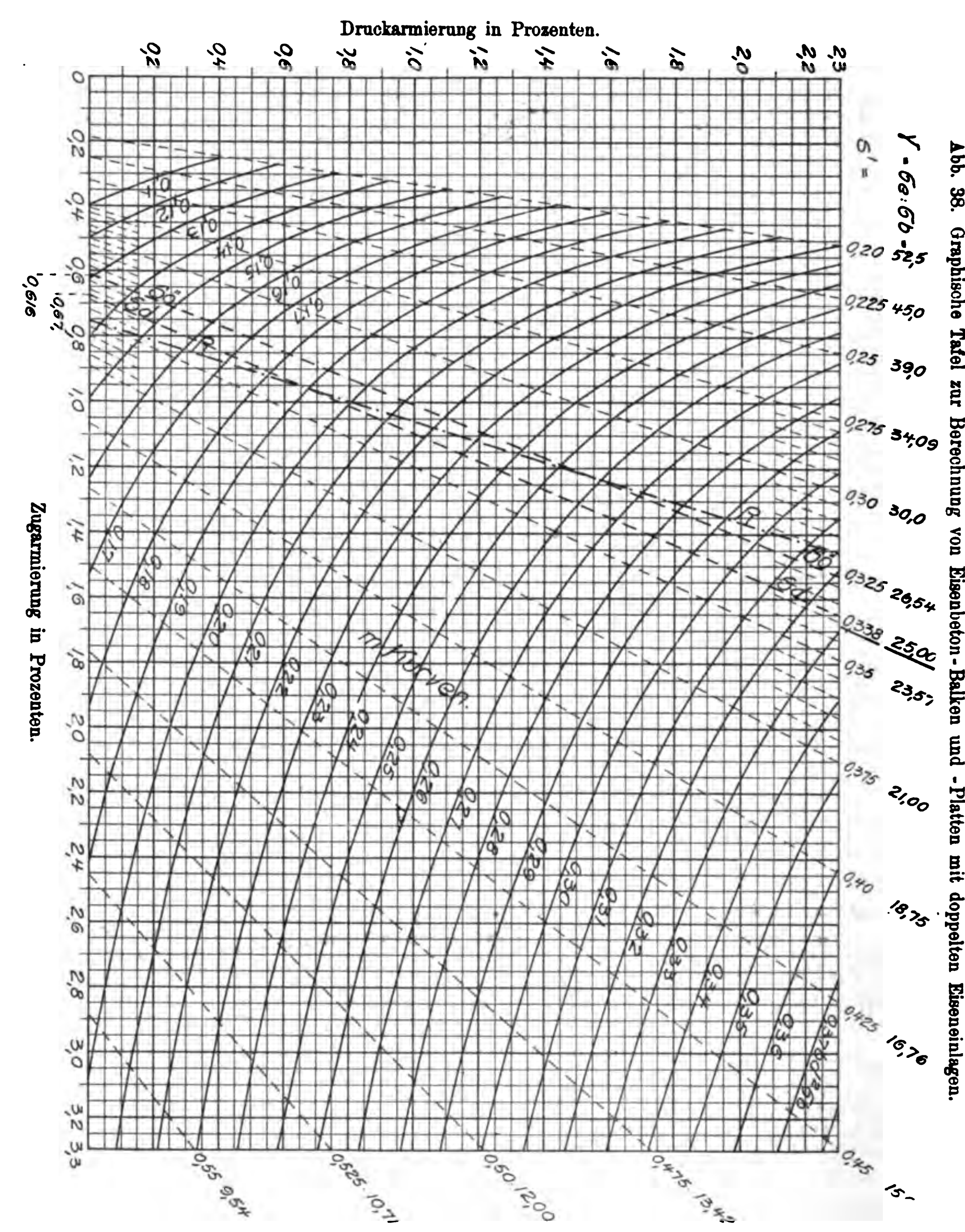


Abb. 38. Graphische Tafel zur Berechnung von Eisenbeton-Balken und -Platten mit doppelten Eiseneinlagen.

Setzt man ferner in Gl. (74) zur Bestimmung der Lage der Nullinie obige Ausdrücke ein, so wird:

$$s'^2 + \frac{2n}{100}(a_z + a_d) \cdot s' - \frac{2n}{100}(0{,}10 \cdot a_d + 0{,}9 \cdot a_z) = 0;$$

hieraus wird nach Umformung:

$$a_z = \frac{s' - 0{,}1}{0{,}9 - s'} \cdot a_d + \frac{s'^2}{0{,}27 - 0{,}3 s'} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (84)$$

Die Einsetzung von $a = 0{,}10\,h$ entspricht den praktisch meist vorkommenden Werten.

Trägt man nun die Armierungsprozente a_x und a_d, wie in Abb. 38 geschehen, nach einem rechtwinkligen Achsenkreuz auf, so stellt Gleichung (84) bei veränderlichem s' eine Schar gerader Linien dar, welche durch 2 Punkte z. B. für $a_d = 0$ und $a_d = 2{,}0$ leicht festgelegt werden können.

Auf diese Weise wurden die Geraden für $s' = 0{,}20$ bis $0{,}55$ eingetragen. Legt man ferner in der Gleichung: $M = mh^2 \cdot \sigma_b$ (81) m einen gewissen Wert bei (z. B. $m = 0{,}2$) und rechnet damit aus den Gl. 82 und 83 für die verschiedenen Werte von s' die zugehörigen Armierungsprozente a_x und a_d aus, so geben die auf den s'-Strahlen so erhaltenen Punkte die Kurve dieses Wertes m bezw. des Tragmomentes $M = mh^2 \cdot \sigma_b$.

Da im vorliegenden Fall die Konstruktionshöhe meistens kleiner ist als im Normalfall, σ_b folglich zweckmäßig mit seinem Höchstwert auszunutzen ist, wird derjenige Strahl s' eine Grenze für die Benutzung der Tafel bilden, welcher für ein Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ gefunden wird, in dem beide Spannungen ihre Höchstwerte besitzen.

Für das nach den „amtlichen Bestimmungen“ vorgeschriebene Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = \frac{1000}{40} = 25$ wird nach Gl. (32): $x = \frac{n}{\nu + n}(h - a)$; oder: $x = \frac{0{,}9n}{\nu + n} \cdot h$; und da $x = s' \cdot h$ gesetzt wurde, ist $s' = \frac{0{,}9n}{\nu + n} = 0{,}338$.

Aus Gl. (84) wird: $a_x = 0{,}675$ für $a_d = 0\ \%$;
$a_x = 1{,}523$ „ $a_d = 2\ \%$.

Der betreffende Strahl ist in der Tafel stark punktiert eingetragen und mit s_d bezeichnet. Links von diesem Strahl wird für $\sigma_b = 40$, σ_e größer als 1000.

Für die „Österreichischen Regierungsvorschriften“ mit den zugelassenen Maximalspannungen $\sigma_b = 36$ und $\sigma_e = 950$ ist in ähnlicher Weise der Strahl $s_{0''}$ berechnet und in Abb. 38 eingetragen.

Aus der Tafel ist zu entnehmen, daß für ein bestimmtes m bezw. ein Moment M bei gegebener Plattenstärke der kleinste Eisenaufwand bei einem bestimmten Verhältnis der beiden Eiseneinlagen bezw. bei einem bestimmten Randspannungsverhältnis erreicht wird. Diese günstigsten Armierungsziffern werden in der Tafel gefunden im Berührungspunkte von Tangenten, die unter 45° an die m-Kurven gezogen werden.

Die Verbindungslinie $R - R$ dieser Punkte ist in der Tafel eingetragen; sie schneidet den Begrenzungsstrahl s_d für $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ kg/cm². In dem Falle also, daß die Betondruckspannung σ_b mit dem Werte von 40 kg/cm² ausgenutzt wird, ist es zumeist auch bezüglich des Eisenverbrauches am günstigsten, σ_e mit 1000 kg/cm² auszunutzen.

Für höhere Werte als $m = 0{,}19$ stellt der Strahl s_d überhaupt die günstigste Armierungsart dar, da der noch günstigere Strahl $R - R$ nicht benutzt werden kann, weil für diesen von $m = 0{,}19$ ab die zulässige Eisenspannung σ_e überschritten wird.

Bei geringeren Betondruckspannungen als $\sigma_b = 40$ erhält man die günstigsten Eisenquerschnitte ebenfalls etwa für ein Verhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25$. Zur genauen Ermittelung der Armaturen bediene man sich der oben beschriebenen Tafel.

Die Benutzung der Tafel, die eine äußerst rasche und wirtschaftliche Berechnung des doppelt armierten Querschnittes ermöglicht, ist in Zahlenbeispiel 18 gezeigt.

Nach den vorstehend ausgeführten Entwickelungen über die günstigsten Werte der Randspannungen σ_e und σ_b können nunmehr die eingangs dieser Ausführungen genannten Gleichungen (76) und (77) direkt zur Ermittelung der Eisenquerschnitte benutzt werden.

Die Gleichungen (76) und (77) sind bereits des öfteren in verschiedenen Formen ermittelt worden, so verweisen wir auf den Aufsatz von Dr. Milankowitsch [1]), der dieselben Gleichungen in etwas veränderter Gestalt enthält.

Die Gleichungen können auch auf die Form gebracht werden:

$$f = k_1 \cdot \frac{M}{h} + k_2 \cdot b \cdot h;$$

$$f_e' = k_3 \cdot \frac{M}{h} - k_4 \cdot b \cdot h.$$

Die Konstanten k_1 bis k_4 sind vom Randspannungsverhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ abhängig und können für wechselnde Verhältnisse graphisch dargestellt werden.[2])

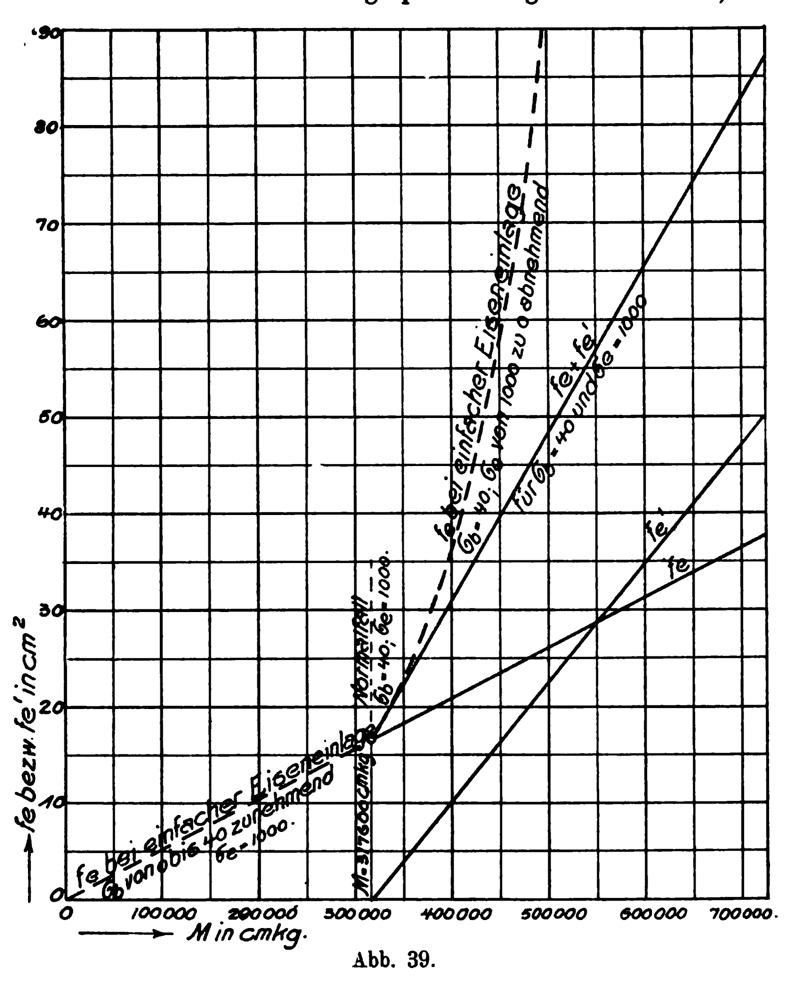


Abb. 39.

Obige Gleichungen stellen für veränderliches Biegungsmoment bei konstanter Höhe h und konstantem Randspannungsverhältnis $\frac{\sigma_e}{\sigma_b}$ zwei Gerade dar, die von Milankowitch „konjugierte Armaturlinien" genannt werden.

Für $\frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25$ stellen diese auch etwa die günstigsten Eisenquerschnitte dar.

Zum Schluß möge noch für den Fall einer bestimmten gegebenen Deckenstärke h (also für die Fälle 3 und 4 der einfachen, sowie für Fall 2 der doppelten Armierung) gezeigt werden, wie die günstigste Armierung unter Zugrundelegung von bestimmten Größtwerten der Spannungen bei einem veränderlichen von Null aus anwachsenden Biegungsmomente zu erreichen ist.

Das in Abb. 39 dargestellte Beispiel ist aufgestellt für eine Deckenstärke $h = 24{,}4$ cm ($h - a = 22$ cm), eine Breite $b = 100$ cm und für Momente, die von 0 bis 700000 cmkg anwachsen bei zulässigen Grenzspannungen $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ kg/cm². Die gestrichelten Linien bedeuten die Eiseneinlage f_e bei einfacher Armierung (nach den Fällen 3 und 4).

[1]) Beitrag zur Theorie der Betoneisenträger. Wien 1905, Verlag von Lehmann u. Wentzel.

[2]) Dipl.-Ing. Haimovici: Deutsche Bauzeitung 1907, Nr. 20.

Die ausgezogenen Linien stellen die Eisenquerschnitte f_e und f_e' dar, wie sie sich aus Gl. (76) und (77) für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ ergeben. Ferner ist noch die Gerade des gesamten Eisenverbrauches $f_e + f_e'$ bei doppelter Armierung eingetragen. Aus der Abb. 39 ist ersichtlich, daß für $M = 0$ bis $M = 317600$ cmkg einfache Eiseneinlage ausreichend ist. Für $M = 317600$ cmkg tritt der Normalfall ein, für welchen bei einfacher Einlage beide Randspannungen gerade voll ausgenutzt sind. Für größere Momente kann einfache oder doppelte Einlage verwendet werden. Bei ersterer wächst indessen der Eisenverbrauch sehr rasch an, so daß hier die doppelte Armierung wirtschaftlicher ist.

Fall 3.

Gegeben: σ_e, σ_b und das Verhältnis der beiden Eiseneinlagen. Es sei: $f_e' = \mu \cdot f_e$.
Gesucht: h; f_e und f_e'.

Es liegt somit, indem die eine (f_e') der drei gewöhnlich zu bestimmenden Veränderlichen h, f_e und f_e' durch eine Beziehung zu f_e festgelegt ist, der Fall der reinen Dimensionierung wie bei Fall 2 der einfachen Eiseneinlage vor.

Multipliziert man Gl. (76) mit μ und setzt sie nach obigem Gl. (77) gleich, so wird, nachdem σ_e und σ_e' in σ_b ausgedrückt sind:

$$\left[M + \frac{\sigma_b b x}{2}\left(\frac{x}{3} - a\right)\right]\mu(x-a) = \left[M - \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)\right](h-a-x)$$

Setzt man in dieser Gleichung wiederum

$$x = s(h-a) = \frac{n}{\nu + n}(h-a) \text{ und } a = 0{,}10\,h,$$

mithin auch: $$x = \frac{9}{10} s \cdot h,$$

so wird: $$x - a = \frac{h}{10}(9s-1);\quad \frac{x}{3} - a = \frac{h}{10}(3s-1)$$

und: $$h - a - x = \frac{h}{10}(9-9s);\quad h - a - \frac{x}{3} = \frac{h}{10}(9-3s).$$

Nach Einsetzung dieser Werte und Umformung erhält man schließlich:

$$h^2 = \frac{200\,M[(9-9s) - \mu(9s-1)]}{3\sigma_b \cdot bs[81s^2(\mu+1) - (36\mu+324)\cdot s + 3\mu + 243]} \text{ oder: } h = C_1 \cdot \sqrt{\frac{M}{b}} \cdot \quad (85)$$

worin $$C_1 = \sqrt{\frac{200[(9-9s) - \mu(9s-1)]}{3\sigma_b \cdot s[81s^2(\mu+1) - (36\mu+324)s + 3\mu + 243]}} \quad \ldots\ldots\ldots (85a)$$
ist.

Für die Ermittelung der Eisenquerschnitte ergibt sich aus der Gleichung der wagerechten Kräfte:

$$f_e = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2(\sigma_e - \mu\,\sigma_e')}.$$

Nachdem hierin σ_e und σ_e' in σ_b ausgedrückt und die Glieder $h - a - x$, $x - a$ und x mit denselben Werten, wie vorstehend, eingesetzt sind, erhält man:

$$f_e = \frac{81\,b \cdot s^2 \cdot h}{20\,n\,[(9-9s) - \mu(9s-1)]} = C_2 \cdot \sqrt{M \cdot b} \quad \ldots\ldots (86)$$

worin

$$C_2 = \frac{81s}{n}\sqrt{\frac{s}{6\sigma_b[(9-9s) - \mu(9s-1)]\cdot[81s^2(\mu+1) - (36\mu+324)s + 3\mu + 243]}} \quad (86a)$$

ist.

Für den besonderen, häufig vorkommenden Fall $\mu = 1$, d. h. $f_e = f_e'$ erhält man:

$$h^2 = \frac{100\,M[10 - 18\,s]}{9\,\sigma_b \cdot b \cdot s\,[27\,s^2 - 60\,s + 41]} \quad \ldots \ldots \quad (87)$$

$$f_e = \frac{81\,b \cdot h \cdot s^2}{20\,n\,(10 - 18\,s)} \quad \ldots \ldots \quad (88)$$

und für den Fall $\mu = {}^1/_2$, d. h. $f_e' = \frac{f_e}{2}$:

$$h^2 = \frac{200\,M[19 - 27\,s]}{9\,\sigma_b \cdot b \cdot s\,[81\,s^2 - 228\,s + 163]} \quad \ldots \ldots \quad (87\text{a})$$

$$f_e = \frac{162\,b \cdot h\,s^2}{20\,n\,(19 - 27\,s)} \quad \ldots \ldots \quad (88\text{a})$$

Ähnliche Gleichungen, wie die obigen, sind von Drach gegeben worden.[1])

Die Anwendung des Falles 3 ist an Zahlenbeispiel 19 gezeigt.

3. Wirtschaftliche Dimensionierung des Rechteckquerschnittes mit einfachen und doppelten Eiseneinlagen.

Bei den reinen Dimensionierungsfällen (Fall 2 der einfachen und Fall 3 der doppelten Eiseneinlage) entsteht die Frage, ob die Ausnutzung beider Randspannungen σ_b und σ_e bis zu ihren höchsten zulässigen Werten auch die wirtschaftlich günstigste Lösung darstellt, d. h. ob hierbei der Kostenkleinstwert der Konstruktion erreicht wird. Mit Rücksicht auf die an den verschiedenen Orten verschiedenen Materialpreise und die besonderen Verhältnisse läßt sich obige Frage nicht eindeutig lösen. Im allgemeinen aber kann man feststellen, daß die volle Ausnutzung der zulässigen Beanspruchungen auch wirtschaftlich am günstigsten ist. Wählt man beispielsweise die Betonspannung σ_b geringer als zulässig, und behält man die Eisenspannung σ_e mit ihrem Höchstwerte bei, so ist die dadurch erzielte Eisenersparnis gegenüber der Vermehrung des Betonquerschnittes nicht so erheblich, als daß die Kosten verringert würden, wenn man berücksichtigt, daß infolge des größeren Biegungsmomentes durch Eigengewicht eine größere Deckenstärke erforderlich ist. Andererseits wächst bei Festhaltung der höchst zulässigen Betonbeanspruchung und Verminderung der Eisenspannung der Eisenquerschnitt so rasch an, daß die hierdurch erzielte Verminderung des Betonquerschnittes demgegenüber bedeutungslos für die Kosten ist, diese vielmehr erheblich wachsen.

Die vorstehenden Verhältnisse seien an einem Beispiel einer Decke mit einfacher Eiseneinlage dargelegt.

Zahlenbeispiel 13.

Eine Decke soll beiderseits frei aufliegen mit einer Spannweite von 4,90 m. Die Nutzlast betrage 1000 kg f. 1 Quadratmeter.

Es sind nun für verschiedene Eisen- und Betonspannungen die Deckenstärken und Eisenquerschnitte, sowie die Kosten f. 1 Quadratmeter Decke berechnet. Als Materialpreise sind für den Beton — und zwar der Einfachheit halber ohne Rücksicht auf dessen verschieden große Beanspruchung — 35 Mk. f. 1 Kubikmeter, für das Eisen 0,30 Mk. f. 1 Kilogramm angenommen. Für einen entsprechend geringeren Betonpreis ändert sich das Ergebnis nur unwesentlich.

Das Moment M_p durch Verkehrslast ist für alle Fälle dasselbe und zwar ist $M_p = \frac{pl^2}{8} = 300\,000$ cmkg.

---

[1]) „Beton u. Eisen", 1906, Heft VIII, S. 203. — M. Foerster, Das Material und die stat. Berechnung der Eisenbetonbauten, Fortschritte der Ingenieurwissenschaften, II. Gruppe, Heft 13, S. 154.

Die Ergebnisse sind in nachstehender Tabelle zusammengestellt:

Spannung im		Moment durch		erforderl. nutzbare Deckenstärke $h-a$ cm	erforderlicher Eisenquerschnitt cm²	gewählte Deckenstärke h	Eisengewicht f. 1 m²	Kosten des		Gesamtkosten in ℳ
Beton	Eisen	Eigengewicht	Verkehrslast					Eisens in ℳ	Betons in ℳ	
50[1])	1000	180000	300000	22,9	24,4	25,0	19,1	5,72	8,75	14,47
40	1000	216000	300000	28,0	21,0	30,0	16,4	4,93	10,50	15,43
35	1000	241000	300000	32,0	19,2	34,0	14,9	4,47	11,90	16,37
30	1000	290000	300000	38,3	17,6	40,3	13,7	4,11	14,10	18,21
40	900	210000	300000	27,1	23,2	29,1	18,1	5,43	10,15	15,58
40	750	201000	300000	25,8	30,6	28,0	23,9	7,17	9,80	16,97

4. Zahlenbeispiele zur doppelten Armierung.

Beispiel 14 (zu Fall 1).

Eine Decke von einer Nutzhöhe $h-a = 17$ cm habe auf eine Breite von 100 cm ein gesamtes Biegungsmoment von 130000 cmkg in der Mitte aufzunehmen. Die Decke ist mit einer doppelten Eiseneinlage versehen und zwar beträgt die Zugeinlage f_e wie in Beispiel 4 8,57 cm² und die Druckeinlage $f_e' = 5{,}03$ cm². Diese liege in einem Abstand $a = 1{,}5$ cm vom Rande des Querschnitts.

Wie groß werden die Spannungen σ_b, σ_e und σ_e'? Nach Gl. (74) ergibt sich die Lage der Nullinie aus:

$$x^2 + \frac{2 \cdot 15\,(8{,}57 + 5{,}03)}{100} \cdot x - \frac{2 \cdot 15}{100}(8{,}57 \cdot 17{,}0 + 5{,}03 \cdot 1{,}5) = 0$$

zu $x = 5{,}04$ cm. — Ferner wird nach Gl. (75):

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 130000 \cdot 5{,}04}{100 \cdot 5{,}04^2\,(17{,}00 - 1{,}68) + 2 \cdot 15 \cdot 5{,}03\,(5{,}04 - 1{,}5)\,(17{,}0 - 1{,}5)} = 27{,}77 \text{ kg/cm}^2$$

und nach Gl. (15a) und (73):

$$\sigma_e = 15 \cdot 27{,}77 \cdot \frac{17{,}00 - 5{,}04}{5{,}04} = 988 \text{ kg/cm}^2;$$

$$\sigma_e' = 15 \cdot 27{,}77 \cdot \frac{(5{,}04 - 1{,}5)}{5{,}04} = 292 \text{ kg/cm}^2.$$

Vergleicht man dieses Ergebnis mit dem in Zahlenbeispiel 4, so erkennt man, daß für Beispiel 14 die Einlage f_e' in der Druckzone in diesem Fall der zu großen Konstruktionshöhe gegenüber dem Normalfall wirtschaftlich vollständig verfehlt ist. Man hat nur erreichen können, daß die ohnehin nicht ausgenutzte Betonspannung σ_b von 31,4 auf 27,77 kg/cm² verringert wurde; die Eisenspannung σ_e ist dagegen nur von 1000 auf 988 kg/cm² herabgegangen. Es liegt dies daran, daß der Hebelarm von f_e bis zum Druckmittelpunkt nur sehr wenig durch die Eiseneinlage f_e' vergrößert werden kann, so daß in der Gleichung $f_e = \frac{M}{\sigma_e r}$, worin r diesen Hebelarm bedeutet, bei gleichem f_e die Spannung σ_e nur um weniges geringer wird. Will man σ_e mit 1000 ausnutzen, so kann f_e allerdings etwas kleiner werden; der gesamte Eisenverbrauch wird aber beträchtlich höher als bei einfacher Einlage.

Anders wird dies in:

Beispiel 15 (zu Fall 1).

Die nutzbare Höhe $h-a$ der Decke sei nunmehr nur 12 cm; im übrigen sei M, b und a wie in Beispiel 14. Die Verhältnisse sind also ähnlich Beispiel 3. Die Eisen-

[1]) Diese Betonspannung ist nach den „amtlichen Bestimmungen" nur dann zulässig, wenn eine Druckfestigkeit von 300 kg/cm² nachgewiesen wird.

einlage in der Zugzone betrage jedoch statt der in Beispiel 3 ermittelten 28 cm² nur 12,38 cm². Ferner werde in der Druckzone eine Einlage $f_e' = 8{,}45$ cm² eingelegt. Wie groß sind die Randspannungen?

Aus denselben Gleichungen wie in Beispiel 14 ergibt sich:

$$x = 4{,}5 \text{ cm}; \; \sigma_b = 40{,}0 \text{ kg/cm}^2 \text{ und } \sigma_e = 1000 \text{ kg/cm}^2.$$

Hier wurde also, ohne die zulässigen Spannungen zu überschreiten, mit Hilfe einer Eiseneinlage in der Druckzone der gesamte Eisenquerschnitt auf $12{,}38 + 8{,}45 = 20{,}83$ cm² verringert, er ist somit um 7,17 cm² kleiner als bei einfacher Einlage.

Die in Beispiel 15 benutzten Eisenquerschnitte wurden auf die in Beispiel 16 gezeigte Art erhalten.

Beispiel 16 (zu Fall 2).

Für dieselbe Decke mit $h - a = 12$ cm, $M = 130000$ cmkg, $b = 100$ cm und $a = 1{,}5$ cm sollen die Eiseneinlagen f_e und f_e' bestimmt werden, wobei σ_b und σ_e ihre zulässigen Höchstwerte 40 bezw. 1000 kg/cm² besitzen sollen.

Zunächst findet man x aus Gl. (33) zu:

$$x = \frac{15 \cdot 12{,}0}{25 + 15} = 4{,}5 \text{ cm und aus Gl. (73)}$$

$$\sigma_e' = 15 \cdot 40 \frac{4{,}5 - 1{,}5}{4{,}5} = 400 \text{ kg/cm}^2.$$

Dann wird nach Gl. (76) und (77):

$$f_e = \frac{130000 + \frac{40 \cdot 100 \cdot 4{,}5}{2}\left(\frac{4{,}5}{3} - 1{,}5\right)}{1000\,(12{,}0 - 1{,}5)} \quad \text{und}$$

$$f_e' = \frac{130000 - \frac{40 \cdot 100 \cdot 4{,}5}{2}\left(12{,}0 - \frac{4{,}5}{3}\right)}{400\,(12{,}0 - 1.5)}, \text{ woraus sich}$$

$$f_e = 12{,}38 \text{ cm}^2 \text{ und } f_e' = 8{,}45 \text{ cm}^2 \text{ ergibt.}$$

Beispiel 17 (zu Fall 2).

Im vorigen Beispiel sind die Eisenquerschnitte f_e und f_e' für $\sigma_e = 1000$ und $\sigma_b = 40$ kg/cm² berechnet. Es soll nunmehr gezeigt werden, welche Spannungen eintreten, wenn die Eisenquerschnitte derart gewählt werden, daß der Eisenaufwand $f_e + f_e'$ zum Minimum wird.

In diesem Falle dient zur Auffindung der Nullinie Gl. (80):

$$2x^4 - 4\,(12{,}0 + 1{,}5)x^3 + 3\left[\frac{13{,}5^2}{2} + 2 \cdot 12{,}0 \cdot 1{,}5 - \frac{130000}{4000}\right] \cdot x^2 - 3 \cdot 13{,}5 \cdot 12{,}0 \cdot 1{,}5 \cdot x + \frac{3 \cdot 130000 \cdot 12{,}0 \cdot 1{,}5}{4000} = 0.$$

$$2x^4 - 54x^3 + 283{,}88x^2 - 729x + 1755 = 0.$$

Durch Einsetzen von $x = 4{,}5$ in obige Gleichung ergibt sich:

$$820{,}1 - 4920{,}7 + 5748{,}6 - 3280{,}5 + 1755 = +\,122{,}5$$

für $x = 4{,}6$: $\quad 895{,}5 - 5256{,}1 + 6006{,}9 - 3353{,}4 + 1755 = +\;47{,}9,$

hiernach kann man hinreichend genau $x = 4{,}64$ annehmen.

Ferner wird, da σ_b zu 40,0 notwendig ausgenutzt werden muß:

$$\sigma_e = 15 \cdot 40{,}0 \frac{(12{,}0 - 4{,}64)}{4{,}64} = 952 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{und}$$

$$\sigma_e' = 15 \cdot 40{,}0 \frac{(4{,}64 - 1{,}5)}{4{,}64} = 406 \;\text{„ „}$$

Für diese Randspannungen wird:

$$f_e = \frac{130000 + \frac{40 \cdot 100 \cdot 4{,}64}{2}\left(\frac{4{,}64}{3} - 1{,}5\right)}{950(12{,}0 - 1{,}5)} \text{ und}$$

$$f_e' = \frac{130000 + \frac{40 \cdot 100 \cdot 4{,}64}{2}\left(12{,}0 - \frac{4{,}64}{3}\right)}{406\,(12{,}0 - 1{,}5)}, \text{ woraus sich ergibt:}$$

$f_e = 13{,}11$ cm² und $f_e' = 7{,}69$ cm².

$f_e + f_e'$ wird also $= 20{,}80$ gegenüber $20{,}83$ bei voller Ausnutzung beider Randspannungen.

Der erzielte Vorteil ist also verschwindend, weil sich, wie bereits erwähnt, $f_e + f_e'$ in der Nähe des Minimums wenig ändert.

Wären dagegen die zugelassenen Höchstspannungen $\sigma_b = 30$ und $\sigma_e = 1000$, so ergibt sich das Minimum des Eisenaufwandes nicht bei voller Ausnutzung dieser beiden Spannungen, sondern etwa bei $\sigma_b = 30$ und $\sigma_e = 750$. Die Rechnung bei obigem Beispiel ergibt nämlich:

für $\sigma_b = 30$ und $\sigma_e = 1000: f_e = 12{,}24;\ f_e' = 24{,}6;\ \ f_e + f_e' = 36{,}84 \left\{\begin{array}{l} x = 3{,}72 \\ \sigma_e' = 269. \end{array}\right.$

für $\sigma_b = 30$ und $\sigma_e = \ \ 750: f_e = 16{,}51;\ f_e' = 18{,}77;\ f_e + f_e' = 35{,}28 \left\{\begin{array}{l} x = 4{,}50. \\ \sigma_e' = 300. \end{array}\right.$

Ähnlich liegen die Verhältnisse für die nach den früheren „amtlichen Bestimmungen" geltenden Grenzspannungen $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1200$, für welche sich ebenfalls nicht das Minimum des Eisenaufwandes ergab.

Beispiel 18 (zu Fall 2).

An diesem Beispiel, dem im übrigen genau dieselben Verhältnisse wie in 16 und 17 zugrunde gelegt sind, soll die Anwendung der Abb. 38 für die doppelte Armierung gezeigt werden.

Es ist: $M = 130\,000$ cmkg auf 100 cm Breite.
oder: $M = \ \ 1\,300$ „ „ 1 „ „
Dann wird:

$$m = \frac{M}{h^2 \cdot \sigma_b} = \frac{1300}{(12{,}0 + 1{,}5)^2 \cdot 40} = \frac{1300}{7290} = 0{,}178.$$

Für $m = 0{,}178$ findet man auf dem Strahl $R - R$, der hier noch benutzt werden kann, da er für $\sigma_b = 40$ und $\sigma_e = 1000$ noch rechts vom Strahl s_d liegt, die Armierungsprozente zu:

$$\alpha_d = 0{,}52\,\% \text{ und } \alpha_z = 0{,}92\,\% \text{ des Betonquerschnitts.}$$

Es wird also: $f_e' = 0{,}52 \cdot \frac{13{,}5 \cdot 100}{100} = \ \ 7{,}02$ cm²

und $f_e = 0{,}92 \cdot \frac{13{,}5 \cdot 100}{100} = 12{,}42$ cm²

$\Big\}\ f_e + f_e' = 19{,}44$ cm².

Diese Werte weichen von den in Beispiel 17 gefundenen etwas ab, und zwar sind sie etwas geringer; es rührt dies daher, daß in Beispiel 16 a nicht zu $^1/_{10}\,h = 1{,}3$ cm, sondern zu 1,5 cm gewählt wurde.

Beispiel 19 (zu Fall 3).

Eine Trennungswand in einem Silo erfahre nach beiden Richtungen dasselbe Biegungsmoment, dessen Größtwert $M = 500\,000$ cmkg beträgt. Welche Stärke erhält

die Wand und wie stark sind die Eiseneinlagen zu wählen, wenn σ_e zu 1000 und σ_b zu 40 kg/cm² erhalten werden soll?

Da das Biegungsmoment nach beiden Richtungen gleich groß ist, muß man in der Wand beiderseits die gleiche Eiseneinlage einlegen. Es ist also $f_e = f_e'$ zu setzen.

Man verwendet also nach Fall 3 die Gl. (87) und (88) und erhält:

$$h^2 = \frac{100\,M[10 - 18\,s]}{9\,\sigma_b \cdot b \cdot s\,[27\,s^2 - 60\,s + 41]}.$$

Hierin ist $s = \frac{n}{\nu + n}$; ν ist im vorliegenden Fall $= \frac{\sigma_e}{\sigma_b} = 25$ und $n = 15$, mithin $s = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$.

Es wird also:

$$h^2 = \frac{100 \cdot 500000\left[10 - 18 \cdot \frac{3}{8}\right]}{9 \cdot 40 \cdot 100 \cdot \frac{3}{8}\left[27 \cdot \frac{3^2}{8^2} - 60 \cdot \frac{3}{8} + 41\right]}$$

$$h^2 = 540 \quad h = 23{,}3\text{ cm}$$

und

$$f_e = \frac{81 \cdot b \cdot h \cdot s^2}{20\,n\,(10 - 18\,s)} = \frac{81 \cdot 100 \cdot 23{,}3 \cdot 3 \cdot 3}{20 \cdot 15\left(10 - 18 \cdot \frac{3}{8}\right) \cdot 8 \cdot 8}$$

$$f_e = 27{,}22\text{ cm}^2.$$

Das Ergebnis werde mittels Gl. (74a) und (75) nachgeprüft.

Nach Gl. (74a) wird

$$x^2 = \frac{2 \cdot 15}{100} \cdot 2 \cdot 27{,}22\,x - \frac{2 \cdot 15}{100} \cdot 27{,}22 \cdot 23{,}3 = 0$$

$x = 7{,}87$ und nach Gl. (75)

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 500000 \cdot 7{,}87}{100 \cdot 7{,}87^2\left(23{,}33 - 2{,}33 - \frac{7{,}87}{3}\right) + 2 \cdot 15 \cdot 27{,}22\,(7{,}87 - 2{,}33)\,(23{,}33 - 2 \cdot 2{,}33)}$$

$$\sigma_b = 39{,}8$$

$$\sigma_e = 15 \cdot 39{,}8\left(\frac{23{,}33 - 2{,}33 - 7{,}87}{7{,}87}\right) = 998\text{ kg/cm}^2.$$

III. Rechteckiger Querschnitt mit großprofiliger (steifer) Armierung.

Anstatt den erforderlichen Eisenquerschnitt aus zahlreichen Teilen von je geringer Höhe herzustellen (sogenannte schlaffe Armierung), verwendet man bisweilen zu demselben Zwecke Eiseneinlagen von größerer Höhe und Tragfähigkeit (sogenannte steife Armierung). Diese besteht in der Regel aus Normalprofilen (Abb. 42) oder aus Sonderprofilen, z. B. Differdinger Trägern (Abb. 53), Bulbeisen (Abb. 54). Die genannten Eiseneinlagen haben gegenüber der schlaffen Armierung den Vorteil, daß infolge ihrer eigenen Tragfähigkeit eine besondere Unterstützung der Schalung nicht erforderlich ist, daß das Zurichten und Biegen der Eisen entfällt und die ganze Verlegungsarbeit sich vereinfacht. Ferner wird mit einer großprofiligen Armierung eine gute Aussteifung der Seitenwände erzielt und die Träger ergeben durch Abdeckung mit einem Bohlenbelag bei der Herstellung der Maurerarbeiten zweckmäßige Arbeitsböden. Ein Nachteil der großprofiligen Armierung ist der, daß man sich mit den Eisen den wechselnden Biegungsmomenten nicht anpassen kann; sie eignet sich daher in erster Linie für Balken, welche auf zwei Stützen frei aufliegen. Auch sind bei großprofiligen Einlagen die Schubarmierungen meistens in nicht so bequemer Weise herzustellen wie bei schlaffen Einlagen. Dieser Umstand

gewinnt hauptsächlich beim Plattenbalken größere Bedeutung. Der Eisenverbrauch ist naturgemäß bei der steifen Armierung größer als bei schlaffen Einlagen, weil der Schwerpunkt der letzteren stets einen größeren Abstand von der neutralen Achse haben wird. Hinsichtlich des Zusammenwirkens beider Materialien Beton und Eisen verdient die schlaffe Armierung den Vorzug vor der steifen, weil sie mehr dem Wesen des Eisenbetons entspricht und der Spannungsausgleich unmittelbarer vor sich gehen kann. Wenn die in den vorangehenden Abschnitten benutzte Berechnungsweise auch auf die steife Armierung angewendet wird, so ist dabei nicht zu übersehen, daß bei letzterer die beiden Materialien sich in anderer Weise in ihren Dehnungen beeinflussen, wie bei der schlaffen Armierung, da das Eisen als Baustoff gegenüber dem Beton nicht mehr eine so untergeordnete Rolle spielt. Von diesem Unterschied wurde jedoch im folgenden abgesehen.

Für die Berechnung der Spannungen bei gegebenen Abmessungen können dann die bereits entwickelten Gleichungen mit einigen Erweiterungen unmittelbar Anwendung finden.

Ist, wie früher, a der Schwerpunktsabstand der Eiseneinlagen von dem gezogenen Plattenrande, so läßt sich zunächst der Abstand x der Nullinie nach Gl. (18) berechnen zu:

$$x = \frac{n \cdot f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b\,(h-a)}{n \cdot f_e}} - 1\right]$$

oder mit den Bezeichnungen in Abb. 40

$$x = \frac{n \cdot f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b\,(h - s_u - a_1)}{n \cdot f_e}} - 1\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (89)$$

Ist die Eiseneinlage symmetrisch und hat sie die Höhe h_1, so ist

$$x = \frac{n \cdot f_e}{b}\left[\sqrt{1 + \frac{2\,b\left(h - \frac{h_1}{2} - a_1\right)}{n \cdot f_e}} - 1\right] \quad . \; . \; . \; . \quad (90)$$

Die Spannungen σ_b, σ_e und σ_e' (Abb. 41) werden wie folgt gefunden:

Nach Gl. (23) bis (31) sind die Bestimmungsgleichungen für σ_b und σ_e zurückgeführt auf die Form

$$\sigma_b = \frac{M}{W_b} = \frac{M \cdot x}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (91)$$

und

$$\sigma_e = \frac{M}{W_e} = \frac{M \cdot n\,(h - a - x)}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (92)$$

worin J das Trägheitsmoment des wirksamen Querschnitts in bezug auf die Nullinie bedeutet.

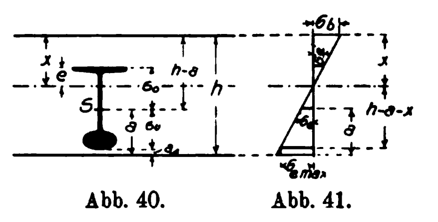


Abb. 40. Abb. 41.

Bezeichnet man mit J_b das Trägheitsmoment des wirksamen Betonquerschnitts und mit J_{ex} das Trägheitsmoment des gezogenen Eisenquerschnitts in bezug auf die Nullinie, sowie ferner im Falle, daß die Nullinie den Eisenquerschnitt schneidet, mit J_{ed} das Trägheitsmoment des gedrückten Eisenquerschnitts, so ist allgemein

$$J = J_b + J_{ed} + J_{ex}.$$

Das Trägheitsmoment der Eiseneinlagen in bezug auf ihren Schwerpunkt ist hierbei, da es meist recht bedeutend, in Rechnung zu stellen. Nach Gl. (91) und (92) ist nunmehr

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{J_b + J_{ed} + J_{ex}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (93)$$

$$\sigma_e = \frac{M \cdot n\,(h - a - x)}{J_b + J_{ed} + J_{ex}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (94)$$

$$\sigma_{e\,\max} = \frac{M \cdot n\,(h - a_1 - x)}{J_b + J_{ed} + J_{ex}}. \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (95)$$

Wird die Eiseneinlage von der Nullinie nicht geschnitten, so ist $J_{ed} = 0$. Ist σ_b ermittelt, so findet sich σ_e' nach Abb. 41 aus der Beziehung

$$\sigma_e' = \frac{e \cdot n \cdot \sigma_b}{x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (96)$$

Die Ermittelung von σ_e' ist indessen nicht von Belang, da es stets kleiner als $\sigma_{e_{max}}$ ist.

Je nach der Ausführungsweise derart armierter Konstruktionen sind auch die Anfangsspannungen in den Eiseneinlagen zu berücksichtigen. Solange der Beton noch nicht erhärtet ist, kann er zur Übertragung der inneren Kräfte nicht herangezogen werden. Die Eiseneinlagen müssen folglich zunächst die Biegungsmomente durch das Eigengewicht der Konstruktion allein aufnehmen. Diese Momente können aber, falls die Schalung nur in größeren Entfernungen unterstützt ist, oder gar Zwischenstützen überhaupt fehlen, unter Umständen sehr groß werden, wie Zahlenbeispiel 20b zeigt. Falls daher die Eiseneinlagen als vollkommen selbsttragend hergestellt werden, und dies ist oft gerade der Zweck mancher derart armierter Deckensysteme, so kann die Konstruktion nur für die Nutzlast als Verbundkonstruktion angesehen werden.

Zahlenbeispiel 20.

Eine beiderseits frei aufliegende Decke von 4,60 m Stützweite und 0,24 m Stärke habe eine Nutzlast von 250 kg f. 1 Quadratmeter zu tragen. In Abständen von je 0,60 m seien I-Träger N. P. Nr. 12 eingelegt, deren Unterkante 2 cm von Deckenunterkante entfernt ist. Das Eigengewicht einschl. Deckenbelag betrage 600 kg f. 1 Quadratmeter. Es sollen die größten Spannungen im Eisen und Beton ermittelt werden.

a) Berechnung für den Fall, daß die Eiseneinlagen nicht zum Tragen der Schalung herangezogen werden (Abb. 42).

Es ist: $M = 0{,}6(0{,}6 + 0{,}25) \cdot \frac{4{,}6^2}{8} = \sim 1{,}349 \text{ tm} = 134\,900 \text{ kgcm},$

$$x = \frac{15 \cdot 14{,}27}{60}\left[\sqrt{1 + \frac{120 \cdot (24 - 8)}{15 \cdot 14{,}27}} - 1\right] = 7{,}72 \text{ cm}.$$

Nach Gl. (93) ergibt sich dann:

$$\sigma_b = \frac{134\,900 \cdot 7{,}72}{\frac{60 \cdot 7{,}72^3}{3} + 15(331 + 14{,}27 \cdot 8{,}28^2)} = 36{,}10 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{e_{max}} = \frac{15 \cdot 36{,}10 \cdot (22 - 7{,}72)}{7{,}72} = 1002 \text{ kg/cm}^2.$$

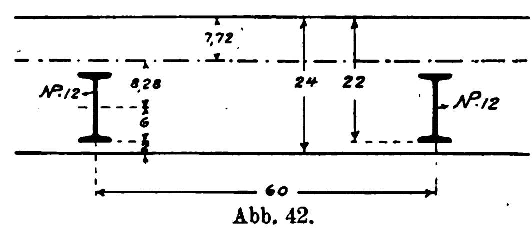


Abb. 42.

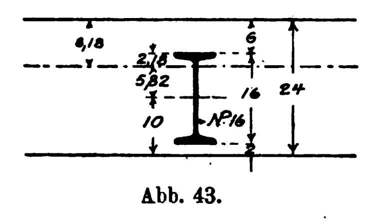


Abb. 43.

b) Berechnung für den Fall, daß die Schalung an die I-Träger angehängt wird, so daß letztere das ganze Eigengewicht zu tragen haben.

Gewählt werden I-Träger N.P. Nr. 16 mit $W_x = 118 \text{ cm}^3$ in Abständen von 60 cm (Abb. 43).

Beanspruchung des Eisens durch das Eigengewicht der Konstruktion:

$$M = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}6 \cdot 4{,}6^2}{8} = 0{,}9522 \text{ tm} = 95\,220 \text{ kgcm}.$$

Eisenspannung: $\sigma_{ed} = \sigma_{ex} = \frac{95220}{118} = 807 \text{ kg/cm}^2.$

Die Konstruktion wirkt nur bei Verkehrsbelastung als Verbundkonstruktion.

Berechnung der hierdurch eintretenden Spannungen:

$$M = \frac{0{,}6 \cdot 0{,}25 \cdot 4{,}6^2}{8} = 0{,}3968 \text{ tm} = 39680 \text{ kgcm}.$$

$$x = \frac{15 \cdot 22{,}9}{60}\left[\sqrt{1 + \frac{120 \cdot 14}{15 \cdot 22{,}9}} - 1\right] = 8{,}18 \text{ cm}.$$

$$\sigma_b = \frac{39680 \cdot 8{,}18}{\frac{60}{3} \cdot 8{,}18^3 + 15\,(933 + 22{,}9 \cdot 5{,}82^2)} = 10{,}80 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\sigma_{e_{max}} = \frac{15 \cdot 10{,}8\,(22 - 8{,}18)}{8{,}18} = 274 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Gesamtspannung des Eisens beträgt somit: $807 + 274 = 1081 \text{ kg/cm}^2$. Zu der berechneten Betonspannung kommt sowohl bei a) als auch bei b) eine weitere Beanspruchung dadurch hinzu, daß sich der Beton zwischen zwei benachbarten I-Trägern frei tragen muß.

IV. T-förmiger Querschnitt (Plattenbalken, Rippenplatten) mit einfachen und doppelten Eiseneinlagen.

1. Allgemeines.

Nach den Voraussetzungen der vorgeführten Berechnungsweise wird der Zugquerschnitt des Betons nicht in Rechnung gestellt. Es liegt deshalb nahe, diesen Querschnittsteil auch in Wirklichkeit wegzulassen und unter dem Druckquerschnitt des Betons einzelne Rippen oder Stege zur Unterbringung der Eiseneinlagen anzuordnen. Es ergibt sich dann die in Abb. 44 dargestellte sogen. Plattenbalkenkonstruktion. Die Entstehung der Plattenbalken ist zwar nicht auf obige Erwägungen zurückzuführen, sie rührt vielmehr daher, daß man ursprünglich Eisenbetonplatten zwischen eisernen Trägern herstellte und später auch diese Träger durch Eisenbetonbalken ersetzte. Wegen der Ersparnis an Betonmaterial und der damit verbundenen Verringerung des Eigen- und folglich auch des Eisengewichts, stellen die Plattenbalken eine sehr zweckmäßige Konstruktion dar,

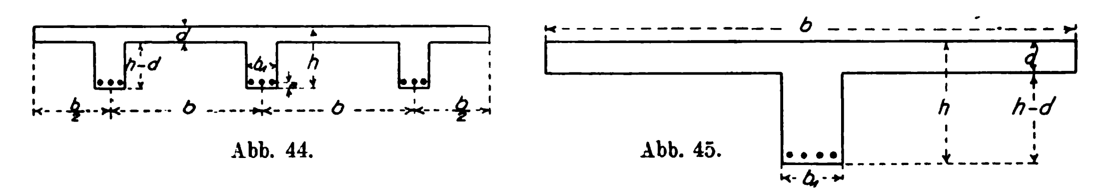


Abb. 44. Abb. 45.

die bei größeren Stützweiten den massiven Platten weit überlegen ist. Dieser Vorteil in der Anwendung von Plattenbalken ist nur dann vorhanden, wenn die Platte auf Druck beansprucht wird. Ist das Biegungsmoment derart, daß die Platte Zugspannungen erhalten würde (z. B. an den Einspannstellen), so ist nach unsern Voraussetzungen die Konstruktion als einfacher Balken von der Breite des Steges b_1 Abb. 45 zu berechnen.

Die Entfernung der Rippen ist einerseits dadurch bedingt, daß sich die Platte zwischen zwei Rippen als Träger auf zwei Stützen frei tragen muß; andererseits ist für diesen Abstand die Frage maßgebend, inwieweit die Platte als statisch wirksame Druckpartie für eine Rippe in Rechnung gestellt werden kann. Einen beachtenswerten Versuch einer theoretischen Lösung letzterer Frage, die endgültig nur im Zusammenhang mit

Versuchen wird entschieden werden können, hat Dr. Járay[1]) gemacht. Andererseits hat v. Emperger nachgewiesen, daß die Bruchlast, soweit sie durch die Eiseneinlagen bestimmt wird, von dem Abstand der Rippen unabhängig ist.

Nach den „amtlichen Bestimmungen“ darf die Breite des zu einer Rippe gehörenden plattenförmigen Teiles mit nicht mehr als einem Drittel der Balkenlänge in Rechnung gestellt werden. — Die Stärke der Platte ist so zu wählen, daß letztere sowohl als Druckgurt des Plattenbalkens, als auch als selbständige Tragkonstruktion zwischen zwei Rippen nicht über das zulässige Maß beansprucht wird. Für die Stärke des Steges ist in erster Linie die Aufnahme der Schubspannungen am Übergang der Rippe in die Platte maßgebend; in zweiter Linie die Rücksicht auf die praktische Anordnung und Unterbringung der Eiseneinlagen.

2. Berechnung der Plattenbalken mit einfachen Eiseneinlagen.

In folgendem soll der Fall der Biegung betrachtet werden, bei dem in der Platte durch das Biegungsmoment Druckspannungen hervorgerufen werden.

Fall 1.

Gegeben: h; f_e; b; b_1; d. Gesucht: σ_e und $\sigma_b = \sigma_0$.

Sobald die neutrale Achse in die Platte fällt oder den unteren Plattenrand nicht überschreitet, gelten ohne weiteres die in Abschnitt B. I. entwickelten Gleichungen. Als Breite b ist dabei die ganze Breite b (Abb. 46) der Platte einzusetzen. Die Eiseneinlagen sind ebenfalls für diese ganze Breite b auszurechnen, sind aber dann in ihrer Gesamtheit in den Steg von der Breite b_1 einzulegen.

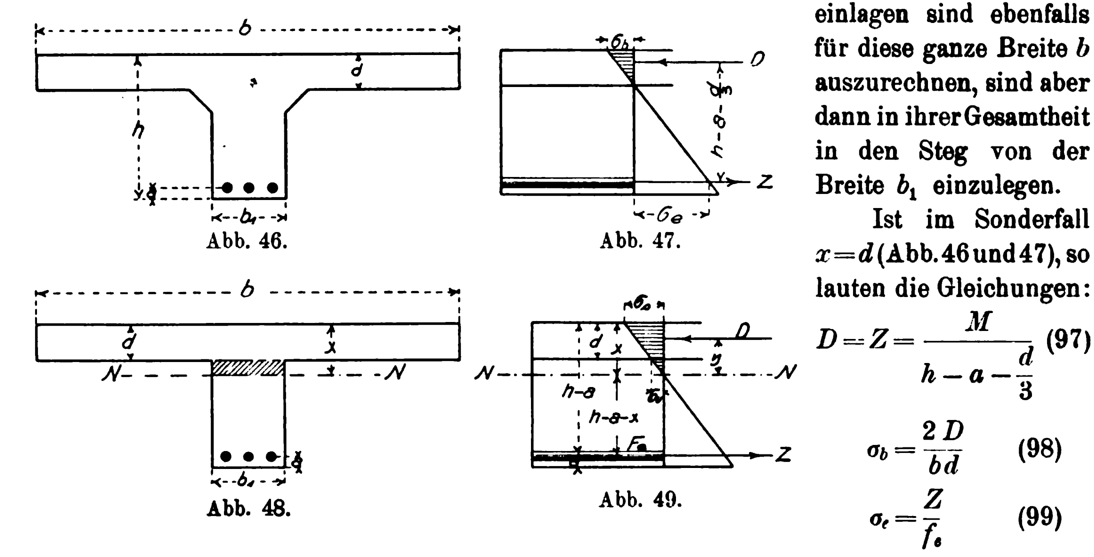


Abb. 46. Abb. 47. Abb. 48. Abb. 49.

Ist im Sonderfall $x = d$ (Abb. 46 und 47), so lauten die Gleichungen:

$$D = Z = \frac{M}{h - a - \frac{d}{3}} \quad (97)$$

$$\sigma_b = \frac{2D}{bd} \quad (98)$$

$$\sigma_e = \frac{Z}{f_e} \quad (99)$$

Eine besondere Behandlung beansprucht der Fall, daß die neutrale Achse unter die Platte d. h. in den Steg zu liegen kommt.

Mit den Bezeichnungen der Abb. 48 und 49 ist:

$$\sigma_e = n \cdot \sigma_0 \frac{h - a - x}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (100)$$

$$\sigma_u = \sigma_0 \cdot \frac{x - d}{x} = \sigma_0 \cdot \frac{\delta}{x} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (101)$$

---

[1]) Technische Blätter, Jahrg. 1905 u. 1906.

Aus $\Sigma(H)=0$ ist: $\sigma_0 \cdot \frac{b x}{2} - (b - b_1) \cdot \sigma_u \frac{x-d}{2} = \sigma_e \cdot f_e$ . . . . (102)

Drückt man hierin σ_u und σ_e durch σ_0 aus, so ergibt sich:

$$\sigma_0 \frac{b x}{2} - (b - b_1) \cdot \sigma_0 \frac{(x-d)^2}{2x} = n \cdot \sigma_0 \frac{h-a-x}{x} \cdot f_e.$$

Nach kurzer Umformung ergibt sich die Bestimmungsgleichung für x:

$$b_1 \cdot x^2 + 2x[n f_e + d(b - b_1)] = 2n(h-a) f_e + (b - b_1) \cdot d^2 \quad . . . \quad (103)$$

Der Schwerpunktsabstand y der Druckspannungen ergibt sich aus der Gleichung der statischen Momente dieser Spannungen in bezug auf die neutrale Achse:

$$y = \frac{\sigma_0 b \frac{x}{2} \cdot \frac{2}{3} x - \sigma_u (b - b_1) \frac{\delta}{2} \cdot \frac{2}{3} \delta}{\sigma_0 b \frac{x}{2} - \sigma_u (b - b_1) \cdot \frac{\delta}{2}} \quad . . . . \quad (104)$$

Drückt man auch hierin wieder σ_u durch σ_0 aus, so ergibt sich nach einer kleinen Umformung:

$$y = \frac{2}{3} \frac{[b x^3 - \delta^3 (b - b_1)]}{[b x^2 - \delta^2 (b - b_1)]} \quad . . . . \quad (105)$$

Da x bekannt ist, kann aus dieser Gleichung y berechnet werden.

Dann ist: $$D = Z = \frac{M}{h-a-x+y} \quad . . . . \quad (106)$$

$$\sigma_e = \frac{M}{f_e (h-a-x+y)} \quad . . . . \quad (107)$$

$$\sigma_0 = \sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n(h-a-x)} \quad . . . . \quad (108)$$

Da bei den gewöhnlichen im Hochbau vorkommenden Abmessungen der Plattenbalken die neutrale Achse stets in die Nähe der Plattenunterkante fällt, kann man die geringen Druckspannungen, welche auf den Steg entfallen, zur Vereinfachung der Rechnung vernachlässigen. Setzt man daher in den obigen Gleichungen überall den Wert b_1 gleich Null, so ergibt sich aus Gl. (103) ohne weiteres:

$$x = \frac{2n(h-a) \cdot f_e + b \cdot d^2}{2(n f_e + b \cdot d)} \quad . . . . \quad (109)$$

Ferner aus Gl. (105): $$y = \frac{2}{3} \frac{(x^3 - \delta^3)}{(x^2 - \delta^2)} \quad . . . . \quad (110)$$

Die Gl. (106) bis (108) behalten mit den neuen Werten x und y ihre Gültigkeit.

Bei Plattenbalken im Brückenbau, wobei oft der Querschnitt des Steges groß und derjenige der Platte verhältnismäßig klein ist, empfiehlt es sich, bei größeren Stützweiten mit den genaueren Gl. (103) bis (108) zu rechnen.

Setzt man in der Gl. (109) für x den Wert d und folglich für δ den Wert Null ein, so ist $y = \frac{2}{3} d$, d. h. der Druckmittelpunkt ist um $\frac{d}{3}$ vom äußeren Plattenrand entfernt. Bei Vernachlässigungen der Druckspannungen im Steg kann die Höhenlage des Druckmittelpunktes nur innerhalb sehr enger Grenzen schwanken.

Die höchste Lage ist gegeben durch den Abstand $\frac{x}{3}$, die tiefste Grenzlage ist die Entfernung $\frac{d}{2}$ vom äußeren Plattenrand. In letzterem Falle müßte das Spannungsbild in der Platte ein Rechteck sein. Durch die geringe Änderung des Druckmittelpunktes ändert sich auch der Hebelarm h des inneren Kräftepaares sehr wenig, weshalb man die Stärke der Eiseneinlagen von vornherein mit großer Annäherung feststellen kann.

Fall 2.

Gegeben: σ_e; $\sigma_b = \sigma_0$ (d, b, b_1, M und n). Gesucht: h und f_e.

Hier soll für ein bestimmtes Randspannungsverhältnis, bei gegebenem äußerem Moment, h und f_e ermittelt werden. Es würde dieses bei voller Ausnutzung der Randspannungen dem „Normalfall" der einfachen Armierung entsprechen. Es ist indessen im allgemeinen für Plattenbalken nicht zweckmäßig, die Höhe h hiernach zu bestimmen, sondern es erweist sich vorteilhafter, ein größeres h zu wählen (vgl. hierüber S. 283). Man wird in den meisten Fällen ein möglichst großes h zu erreichen suchen und die vorhandene Konstruktionshöhe voll ausnutzen. Es ist deshalb h meistens gegeben, wobei man gleichzeitig die Eisenspannung möglichst ausnutzen wird. Der hieraus folgende Fall 3 hat sonach weitaus die größere praktische Bedeutung, weshalb für ihn die Gleichungen für die weitere Dimensionierung entwickelt werden sollen.

Fall 3.

Gegeben: h; σ_e; (d, b, b_1, a, M und n). Gesucht: $\sigma_b = \sigma_0$; f_e; (x).

Momentengleichung in bezug auf die Eiseneinlage (Abb. 49):

$$\frac{\sigma_b \cdot b\,x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - (b - b_1)\,\sigma_u \cdot \frac{(x-d)}{2}\left(h - a - x + \frac{2(x-d)}{3}\right) = M \quad (111)$$

ferner ist:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_e \cdot x}{n\,(h - a - x)}; \quad \sigma_u = \frac{\sigma_e\,(x-d)}{n\,(h - a - x)} \quad \ldots\ldots \quad (112)$$

mit diesen Werten geht die Gl. (111) über in:

$$\frac{\sigma_e\,b\,x^2}{2n\,(h-a-x)}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - (b - b_1)\frac{\sigma_e\,(x-d)^2}{2n\,(h-a-x)}\left(h - a - \frac{x+2d}{3}\right) = M$$

oder:

$$b\,x^2\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - (b - b_1)\,(x-d)^2\left(h - a - \frac{x+2d}{3}\right) - \frac{2n\,(h-a-x)}{\sigma_e}\cdot M = 0 \quad (113)$$

Aus dieser Gleichung kann x ermittelt werden. Dies geschieht zweckmäßig durch Probieren, wobei man vorläufig das zweite Glied außer Acht lassen kann.

Nach Ermittelung von x findet man σ_b aus Gl. (112) und f_e aus der Gleichung der statischen Momente in bezug auf die neutrale Achse:

$$\frac{b\,x^2}{2} - (b - b_1)\frac{(x-d)^2}{2} = n\,f_e\,(h - a - x) \quad \ldots\ldots \quad (114)$$

oder:

$$f_e = \frac{b x^2 - (b - b_1)\,(x-d)^2}{2\,n\,(h-a-x)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (115)$$

Diese Gleichung unterscheidet sich von der für die einfach armierte Platte aufgestellten (27) nur durch das zweite Glied des Zählers.

3. Plattenbalken mit doppelten Eiseneinlagen.

Der Fall der doppelten Armierung kommt bei Plattenbalken in der Regel nur für größere, stark belastete Konstruktionen (z. B. bei Balkenbrücken größerer Stützweite) in Frage, bei welchen die Bauhöhe gering ist, und ferner eine der Stützweite angepaßte wirksame Plattenbreite nicht zur Verfügung steht. Von einer Vernachlässigung der auf die Rippen entfallenden Druckspannungen wird man in diesen Fällen naturgemäß absehen.

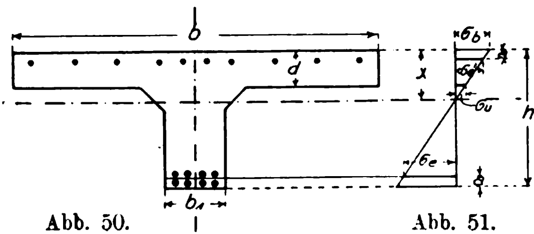


Abb. 50. Abb. 51.

Fall 1.

Gegeben: h; f_e; f_e'; [b, b_1, d, a, M, n]. Gesucht: σ_b; σ_e; σ'_e [x].

Die Bedingung $\Sigma(H) = 0$ ergibt: [Abb. 50 und 51]

$$\sigma_b \cdot b\frac{x}{2} - \sigma_u \cdot \left(\frac{x-d}{2}\right)(b - b_1) + f_e' \cdot \sigma_e' = f_e \cdot \sigma_e \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (116)$$

Ersetzt man alle Spannungen durch σ_b, so ist:

$$\sigma_b \cdot \frac{bx}{2} - \sigma_b \frac{(x-d)^2}{2x}(b - b_1) + f_e' \cdot n\,\sigma_b \frac{(x-a)}{x} = f_e \cdot n\,\sigma_b \frac{(h-a-x)}{x}.$$

oder:
$$bx^2 - (x-d)^2(b-b_1) + 2nf_e'(x-a) = 2nf_e(h-a-x) \quad . \; . \quad (117)$$

Schreibt man diese Gleichung entsprechend der Gl. (103), so ist:

$$b_1x^2 + 2x[nf_e + nf_e' + db - b_1d] = 2n[f_e(h-a) + f_e' \cdot a] + d^2(b - b_1). \quad (118)$$

Aus dieser Gleichung kann x ermittelt werden.

Momentengleichung in bezug auf die gezogene Eiseneinlage:

$$\sigma_b \cdot \frac{bx}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - \sigma_u\left(\frac{x-d}{2}\right)(b-b_1)\left(h - a - x + \frac{2(x-d)}{3}\right) + \sigma_e' \cdot f_e'(h - 2a) = M$$

oder:
$$\sigma_b \frac{bx}{2}\left(h-a-\frac{x}{3}\right) - \sigma_b\frac{(x-d)^2}{2x}(b-b_1)\left(h-a-\frac{x+2d}{3}\right) + n\sigma_b\frac{(x-a)}{x}f_e'(h-2a) = M \quad (119)$$

In dieser Gleichung ist σ_b die einzige Unbekannte. Nach Ermittelung von σ_b können σ_e und σ' nach Gl. (15a) u. (73) bestimmt werden.

Fall 2.

Gegeben: h; σ_e; σ_b; [b, b_1, d, a, M, n]. Gesucht: f_e; f_e' [σ_e', x];

x und σ_e' können wie bei Fall 2 der doppelt armierten Platte bestimmt werden (S. 263).

Aus der Momentengleichung in bezug auf die Zugarmatur ergibt sich:

$$f_e' = \frac{2M - \sigma_b\left[bx\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - (x-d)^2 \cdot (b - b_1)\left(h - a - \frac{x+2d}{3}\right)\right]}{2\sigma_e'(h - 2a)} \quad (120)$$

nnd aus Gl. 117 ist:

$$f_e = \frac{bx^2 - (x-d)^2(b-b_1) + 2nf_e'(x-a)}{2n(h-a-x)} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (121)$$

4. Schubspannungen beim Plattenbalken.

Während bei den massiven Platten (ohne Verstärkungsrippen) die Schubspannungen erst bei ungewöhnlich hohen Belastungen eine Rolle spielen, kommen sie beim Plattenbalken auch bei den gewöhnlichen Belastungen bereits in Frage; die nutzbare Plattenbreite, sowie die Stegstärke sind sogar in erster Linie von der Größe der Schubspannungen abhängig.

Bei den Platten steht zur Aufnahme der Schubkräfte die volle Querschnittsbreite b zur Verfügung; bei den Plattenbalken dagegen müssen an der Übergangsstelle zwischen Platte und Steg die Schubspannungen durch einen Querschnitt von der Breite b_1 übertragen werden, dessen Größe nur einen Bruchteil von b beträgt. Es ist somit:

$$\tau_s = \frac{V}{b_1\left(h - a - \frac{x}{3}\right)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (122)$$

Im übrigen gelten die im Abschn. B I, 6 entwickelten Gleichungen unter Berücksichtigung der jeweiligen Querschnittsbreite ohne weiteres auch für die Plattenbalken.

Da die neutrale Achse fast stets in der Nähe der Übergangsstelle von Platte und Steg liegt, treten dort die Größtwerte der Schubspannungen auf. Zu ihrer Verminderung

verbreitert man deshalb in den meisten Fällen den Steg durch Anordnung sogen. Übergangsprismen, Ausschrägungen oder Ausrundungen (Abb. 52). Da die Platte gewöhnlich über einer Anzahl Rippen kontinuierlich durchläuft, sind die Verstärkungen an den Übergangsstellen zugleich sehr erwünscht und wirksam zur Aufnahme der gegenüber den in Plattenmitte größeren Biegungsmomenten. Nach den Voraussetzungen unserer Berechnungsweise bleibt die Größe der Schubspannung zwischen der neutralen Achse und der Zugeiseneinlage dieselbe (Abb. 31), so daß die Anordnung der Übergangsprismen streng genommen nur dann Zweck hat, wenn diese sich bis zu den Eisen erstrecken; da sich aber der Beton in Wirklichkeit an der Übertragung der Zugspannungen beteiligt, und hiermit die Größe der Schubspannung von der neutralen Achse nach den Eiseneinlagen abnimmt (Abb. 32), werden die Verstärkungen zwischen Platte und Steg auch dann schon zweckmäßig sein, wenn sie sich nicht auf die ganze Steghöhe erstrecken.

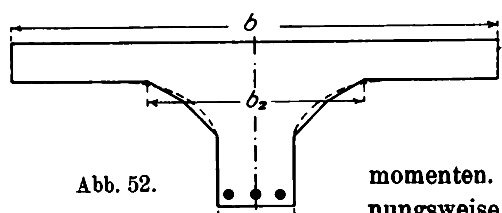


Abb. 52.

5. Maßgebende Gesichtspunkte für die Dimensionierung der Plattenbalken.

Bezüglich der Dimensionierung der Plattenbalken sind die statischen Verhältnisse weit verwickelter als bei den massiven Platten.

a) Stützweite:

Im Gegensatz zu den massiven Platten erfolgt die Auflagerung der Plattenbalken auf einzelnen Stützpunkten, die in den Achsen der Rippen liegen. Die Entfernung dieser Stützpunkte, d. h. die Spannweite ist entweder gegeben oder man hat in deren Wahl innerhalb gewisser Grenzen freie Hand. In letzterem Falle muß man zur Ermittelung der günstigsten Stützweite vergleichende Berechnungen anstellen, wie dies auch für die übrigen Baukonstruktionen geschieht. Hierbei ist es meist vorteilhaft, die verfügbare Konstruktionshöhe unbedingt voll auszunutzen.

b) Entfernung der Rippen und Plattenstärke:

Diese Frage ist bereits auf S. 278 berührt. Falls der Abstand der Rippen nicht durch äußere Umstände festliegt, wird man ihn zunächst zu $^1/_3$ der Stützweite annehmen und hierfür sowohl die senkrecht, als auch in der Richtung der Rippen erforderliche Plattenstärke bestimmen. Ist der erste Wert der größere, so ist die Entfernung der Rippen zu verkleinern oder es können Querrippen eingeschaltet werden. Die Ermittelung der in Richtung der Rippen erforderlichen Plattenstärke (Druckgurt) hat zur Voraussetzung, daß die Höhe der Konstruktion gegeben ist. Bei Plattenbalken erweist es sich zweckmäßig, die nutzbare Höhe nicht derart zu bestimmen, wie dies für einfach armierte Platten nach Fall 2, S. 238, geschieht, sondern sie größer zu wählen, als sie nach diesem Fall erforderlich wäre. Die Vermehrung der Rippenhöhe erfordert nur wenig Betonmaterial, während die hierdurch erzielte Eisenersparnis ziemlich beträchtlich ist. Gleichzeitig erlangt dadurch die Konstruktion eine größere Steifigkeit. Ist dann die Platte als Druckgurt des Steges nicht so hoch beansprucht, als in der dazu senkrechten Richtung, so ist dies nicht von Belang. Jedenfalls ist es für die zweckmäßige Dimensionierung einer Plattenbalkenkonstruktion nicht maßgebend und nicht erstrebenswert, Höhe und Abstand der Rippen derart zu wählen, daß die Platte nach beiden Richtungen gleich stark und womöglich bis zur Grenze beansprucht wird; dagegen ist es bei großer Konstruktionshöhe vorteilhaft, sie in der zu den Rippen senkrechten Richtung voll auszunutzen.

Die Eiseneinlagen wird man in den soeben besprochenen Fällen selbstverständlich bis zur zulässigen Grenze (1000 kg/cm²) beanspruchen. Sobald die Konstruktionshöhe beliebig gewählt werden darf, erweist es sich hinsichtlich der Baukosten als zweckmäßig, den Beton des Druckgurtes, d. h. in Längsrichtung der Rippen (bei $\sigma_e = 1000$ kg) mit nicht mehr als 15 bis 25 kg/cm² zu beanspruchen. Nach S. 279 kann f_e bestimmt werden zu: $f_e = \frac{M}{\left(h - a - \frac{d}{2}\right) \cdot 1000}$; $h - a - \frac{d}{2}$ ist der Hebelarm des inneren Kräftepaares $= i$;

$$f_e \text{ ist dann} = \frac{M}{1000\, i} \quad \text{. . . . . (123)}$$

Die Spannungswerte $\sigma_b = 15$ bis 25 werden dann erreicht, wenn i etwa $= 2 f_e$ ist. Setzt man in Gl. (123) für f_e den Wert $\frac{i}{2}$ ein, so ergibt sich eine Gleichung, aus der die günstigste Bauhöhe ermittelt werden kann.

Es ist:
$$i^2 = \frac{M}{500} \text{ oder } i = \sqrt{\frac{M}{500}} \quad \text{. . . . . (124)}$$

h ist dann etwa $= i + a + \frac{d}{2}$.

Ist die Konstruktionshöhe geringer, als sie nach Fall 2, S. 238, für die Grenzspannungen erforderlich ist, so ist die Platte in der Längsrichtung voll auszunutzen, unabhängig davon, welche Werte die Beanspruchungen in der Querrichtung annehmen. Erforderlichenfalls ist in der Längsrichtung doppelte Armierung anzuwenden.

Die besprochenen Verhältnisse sind an dem Zahlenbeispiel 21 näher erläutert.

c) Stärke der Rippen.

Für die Stärke der Rippen in der Querrichtung (Rippenbreite) sind maßgebend die Schubspannungen, sowie der Umstand, daß bei durchlaufenden Plattenbalken die Stützenmomente das entgegengesetzte Vorzeichen haben, wie die Mittenmomente. Da der Druckgurt aus praktischen Gründen seine Höhenlage nicht wechseln kann, haben die Rippen über den Stützen sämtliche Druckspannungen aufzunehmen. Dementsprechend ist der Stegquerschnitt zu bemessen.

6. Querrippen.

Bei großer Entfernung der Hauptrippen ordnet man zur Verringerung der freitragenden Länge der Platten sogen. Neben- oder Querrippen an, ähnlich den Längsträgern II. Ordnung bei eisernen Brücken. Die nutzbare Höhe der Querrippen kann man nach Fall 2, S. 238, bestimmen, da bei ihnen der Abstand x der neutralen Achse selten größer ist als die Plattenstärke. Von Wichtigkeit sind jetzt die Spannungsverhältnisse in der Platte. Sind nur Hauptrippen vorhanden, so wird die Platte in zwei zueinander senkrechten Richtungen beansprucht. Bei Anordnung von Haupt- und Nebenrippen wird dagegen die Platte sowohl als Freiträger zwischen zwei Nebenrippen als auch als Druckpartie der Hauptrippe in ein und derselben Richtung beansprucht. Folglich addieren sich in diesem Falle die Spannungen und ihre Summe darf die zulässige Grenze nicht übersteigen. Ob auch im ersteren Falle, d. h. bei Beanspruchung in zwei zueinander senkrechten Richtungen eine gewisse Vermehrung der Spannungen eintritt, ist zweifelhaft. Da es sich in beiden Richtungen um Druckspannung handelt, wird die eine die in ihrer Richtung durch die andere erzeugte Querdehnung zu verhindern suchen, so daß man sogar auf eine günstige Wirkung der gegenseitigen Spannungen schließen könnte, wie dies ähnlich bei dem „umschnürten Beton" festgestellt wurde. In der zur Platten-

ebene senkrechten Richtung können allerdings die beiden Querdehnungen sich addieren, so daß in dieser (lotrechten) Richtung einer Vergrößerung der ideellen Hauptspannung stattfinden kann. Ebenso liegen die Verhältnisse bei der Plattenunterkante, woselbst sich die Querdehnungen ebenfalls addieren. Jedoch ist hier die Druckspannung in der Richtung der Rippen bereits geringer als in Plattenoberkante. Versuche über Beanspruchungen in mehrfacher Richtung liegen bis jetzt auch für andere Stoffe sehr wenige vor (vgl. Wehage, Z. d. V. d. J. 1905). Da aber derartige Spannungsverhältnisse bei unseren Baukonstruktionen ziemlich häufig sind, so werden sich unsere Materialprüfungsanstalten mit derartigen Versuchen in absehbarer Zeit eingehend befassen müssen.

7. Zahlenbeispiel 21.

Ein rechteckiger Raum von 28 m Länge und 7,80 m Breite soll durch eine Plattenbalkenkonstruktion ohne Verwendung von Zwischenstützen überdeckt werden. Als Nutzlast ist 1000 kg/m² in Rechnung zu stellen. Die zulässigen Beanspruchungen sollen 40 bezw. 1000 kg/cm² nicht übersteigen.

Als Stützweite der Plattenbalken wird $7{,}80+0{,}30+0{,}30=8{,}40$ m angenommen.

1. Die Konstruktionshöhe soll derart gewählt werden, daß die zulässige Beanspruchung der Materialien gerade die Grenze erreicht. Die nutzbare Plattenbreite für eine Rippe darf nach den „ministeriellen" Bestimmungen zu $\frac{8{,}4}{3}=2{,}8$ m eingeführt werden. Das Biegungsmoment der Platte zwischen zwei Rippen soll in der Mitte mit $(g+p)\frac{l^2}{12}$ und über den Rippen mit $(g+p)\frac{l^2}{8}$ gerechnet werden. Der Plattenbalken selbst wird als auf zwei Stützen frei aufliegend betrachtet.

a) Die Platte. Das Eigengewicht g betrage f. 1 Quadratmeter: 380 kg.

$$M_{\text{Mitte}}=(380+1000)\cdot\frac{2{,}8^2}{12}=901{,}6 \text{ kgm}=90160 \text{ kgcm}$$

$$M_{\text{Stütze}}=1{,}5\ M_{\text{Mitte}}=135\,240 \text{ kgcm}$$

$$\sqrt{M_m}=\backsim 302;\quad (h-a)_m=0{,}039\cdot 302=11{,}78;$$

gewählt wird: $$h_m=15 \text{ cm};\quad f_{em}=0{,}0293\cdot 302=8{,}85 \text{ cm}^2$$

$$\sqrt{M_{St}}=\backsim 368;\quad (h-a)_{St}=0{,}039\cdot 368=14{,}35;$$

gewählt wird: $$h_{St}=18 \text{ cm};\quad f_{eSt}=0{,}0293\cdot 368=10{,}78 \text{ cm}^2.$$

b) Der Plattenbalken.

Eigengewicht f. 1 laufendes Meter: Platte: $2{,}80\cdot 380=1064$ kg

Rippe: $0{,}3\cdot 0{,}3\cdot 2400=\ 216$ „

$$M_{max}=(1280+2{,}8\cdot 1000)\cdot\frac{8{,}4^2}{8}=35\,985 \text{ kgm}=3\,598\,500 \text{ kgcm}$$

$$\sqrt{\frac{M}{b}}=\sqrt{\frac{3\,598\,500}{280}}=113{,}37$$

$$h-a=0{,}39\cdot 113{,}37=44{,}21 \text{ cm};\quad h=\backsim 50 \text{ cm}$$

$$f_e=0{,}00293\cdot\sqrt{M\cdot b}=0{,}00293\cdot 31\,742{,}4=93{,}00 \text{ cm}^2.$$

Die neutrale Faser fällt somit ziemlich genau mit der Plattenunterkante zusammen; die vorstehende Berechnung der nutzbaren Höhe des Plattenbalkens ist daher berechtigt. Die größte Beanspruchung des Betons beträgt bei a) und b) d. h. nach beiden Richtungen je 40 kg/cm².

Die größte Schubspannung beträgt: $\tau_s = \frac{1/2\,(4070 \cdot 7{,}8)}{30\,(44{,}16 - 5{,}52)} = 13{,}70$ kg/cm².

Diejenige Stelle, von welcher ab der Beton imstande ist, die Schubspannung allein aufzunehmen, wenn $\tau_s = 4{,}5$ kg zugelassen wird, ergibt sich aus der Gleichung:

$$4{,}5 = \frac{4070 \cdot x}{30(44{,}16 - 5{,}52)}; \quad x = 1{,}28 \text{ m.}$$

Im Abstande $\frac{7{,}8}{2} - 1{,}28 = 2{,}62$ m von den Seitenwänden muß folglich mit dem Abbiegen der Zugeisen begonnen werden, wenn nicht andere Maßregeln zur Aufnahme der Schubspannungen vorgesehen werden sollen. Die Berechnung der abzubiegenden Eisen ist bereits in Zahlenbeispiel 11 gezeigt, desgl. die Bestimmung der Haftspannungen.

2. Es soll für die Bemessung der Plattenbalkenkonstruktion eine Gesamthöhe von 75 cm zur Verfügung stehen. Die nutzbare Höhe sei = 70 cm; die Rippenentfernung betrage wie bei 1: 2,80 m, die Deckenstärke 16,50 cm.

Nach S. 279 kann man, bei Vernachlässigung der hier geringen Druckspannungen im Steg, annähernd setzen:

$$D = Z = \frac{M}{h - a - \frac{d}{2}} = \frac{3\,598\,500}{70 - 8{,}25} = \sim 58\,130 \text{ kg}$$

$$f_e = \frac{Z}{1000} = 58{,}13 \text{ cm}^2.$$

Die Verringerung des Eisenquerschnittes gegenüber 1 beträgt folglich etwa 37,5 %. Die Herstellungskosten werden daher erheblich geringer ausfallen als bei 1.

Die genaue Berechnung der Spannungen soll hier nicht vorgeführt werden. Es ergibt sich etwa:

$$\sigma_b = 25 \text{ kg/cm}^2$$
$$\sigma_e = 1000 \text{ „}$$
$$x = 19 \text{ cm}$$

3. Es soll die nach den Ausführungen auf S. 283 günstigste Bauhöhe ermittelt werden.

Nach Gl. (124) wird $i = \sqrt{\frac{M}{500}} = 84{,}7$ cm; $h = 84{,}7 + 5 + 8{,}25 = 98 = \sim 100$ cm.

Ferner ist angenähert:

$$Z = \frac{M}{i} = \frac{3\,589\,740}{84{,}7} = 42\,380 \text{ kg}$$

$$f_e = 42{,}38 \text{ cm}^2,$$

somit ist f_e ziemlich genau $= \frac{i}{2}$.

Von einer Vergrößerung des Biegungsmomentes durch Eigengewicht infolge der geringen Erhöhung der Rippen gegenüber 1 ist abgesehen.

Der Eisenquerschnitt hat sich bei 3 gegenüber dem unter 1 ermittelten um ∾ 55 % vermindert.

Für $d = 16{,}5$, $h - a = 93$ cm, $f_e = 42{,}40$ cm² ergibt die genaue Berechnung nach Fall 1 (S. 279) folgende Werte: $x = 19$ cm

$$y = 12{,}8 \text{ „}$$
$$\sigma_e = 976 \text{ kg/cm}^2$$
$$\sigma_b = 16{,}7 \text{ „}$$

V. T-förmiger Querschnitt (Plattenbalken) mit großprofiliger (steifer) Armierung.

Die steife Armierung bietet beim T-förmigen Querschnitt (Abb. 53 u. 54) in praktischer Hinsicht dieselben Vorteile, wie sie bereits für den rechteckigen Querschnitt angegeben wurden; sie hat aber im Gegensatz zu letzterem noch einen weiteren wichtigen Vorzug dadurch, daß beim Plattenbalken die Eiseneinlagen in der Regel besser ausgenutzt werden können. Der Abstand der Eiseneinlagen von der neutralen Achse ist beim Plattenbalken meistens so groß, daß es selten vorkommt, daß die Nullinie die Eiseneinlage schneidet und diese somit in ihrem oberen Teil auf Druck beansprucht wird. Nachteilig ist auch beim T-förmigen Querschnitt, daß die steife Armierung wechselnden Biegungsmomenten nicht ohne weiteres angepaßt werden kann. Bezüglich des Eisenverbrauches, der Schubarmierung und der Art der Berechnung gilt das für den Rechteckquerschnitt Gesagte auch für den Plattenbalken.

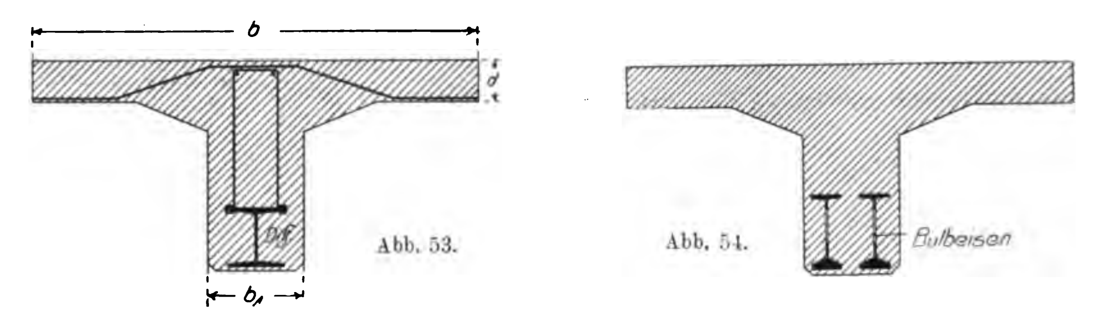


Abb. 53. Abb. 54.

Rechnerische Bestimmung der Spannungen bei gegebenen Querschnittsabmessungen:

Nachdem der Abstand x der Nullinie aus Gl. (18) ermittelt ist, können σ_b und σ_e auf Grund der Gl. (24) und (25) bestimmt werden. Es ist:

$$\sigma_b = \frac{M \cdot x}{J}; \quad \sigma_e = \frac{M \cdot n \cdot (h - a - x)}{J},$$

wobei J das Trägheitsmoment des wirksamen Querschnitts in bezug auf die neutrale Achse bedeutet.

1. Die Nullinie schneidet die Platte ($x < d$).

In diesem Falle kann die Berechnung wie bei dem Reckteckquerschnitt erfolgen (S. 274).

2. Die Nullinie schneidet den Steg ($x > d$).

Die Lage der Nullinie wird wie bei Fall 1 (S. 279) aus Gl. (103) gefunden.

Das Trägheitsmoment J ergibt sich nach Abb. 48 u. 49 aus der Gleichung:

$$J = \frac{b x^3}{3} - (b - b_1)\frac{(x-d)^3}{3} + n[J_e + f_e(h - a - x)^2] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (125)$$

In dieser Berechnung sind der Einfachheit halber die Abschrägungen zwischen Rippe und Platte vernachlässigt.

C. Biegung mit Axialdruck.

1. Rechteckiger Querschnitt mit doppelten Eiseneinlagen.

Schneidet die Normalkomponente P der äußeren Kräfte die Querschnittsfläche in ihrem Schwerpunkt, so tritt eine über den ganzen Querschnitt gleichmäßig verteilte

Spannung σ_{b1} auf. Dieselbe beträgt, wenn der Querschnitt beispielsweise wie in Abb. 55 mit doppelter Armierung versehen ist, nach S. 236:

$$\sigma_{b1} = \frac{P}{bh + n(f_e + f_e')} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (126)$$

Der Schwerpunktsabstand u von der einen Kante des Betons berechnet sich zu

$$u = \frac{S}{F} = \frac{bh^2 + 2n[f_e'(h-a) + f_e \cdot a]}{2bh + 2n(f_e + f_e')} \quad \ldots \ldots \quad (127)$$

Bei einem Querschnitt, welcher unsymmetrisch armiert ist, liegt also der Schwerpunkt exzentrisch zur Symmetrieachse des Betons.

Liegt der Durchgangspunkt der Kraft P außerhalb des Querschnittsschwerpunktes, so kann die Kraft durch eine im Schwerpunkt angreifende Normalkraft gleicher Größe und ein Biegungsmoment von dem Werte $M = P \cdot c$ ersetzt werden. Es treten daher außer der gleichmäßig verteilten Spannung noch Zusatzspannungen auf, welche durch das Biegungsmoment entstehen.

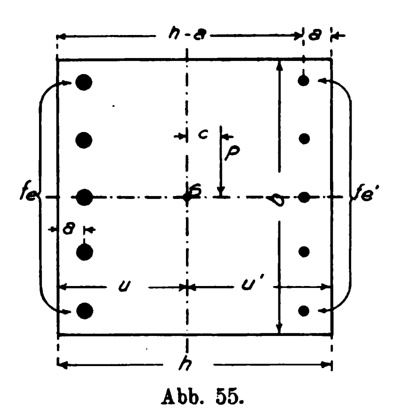


Abb. 55.

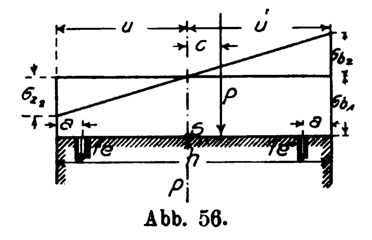


Abb. 56.

Solange diese Spannungen nicht größer sind als die von der im Schwerpunkt angreifenden Kraft erzeugten gleichmäßigen Pressungen, kann die Berechnung des armierten Querschnitts erfolgen, wie für einen homogenen Querschnitt. Denn die auf der einen Seite durch das Biegungsmoment hervorgerufenen Zugspannungen können vom Beton aufgenommen werden, da sie ja nur eine Verminderung der durch die Normalkraft erzeugten Druckspannungen ergeben. Die für die Berechnung der Eisenbetonkonstruktionen gestellte Forderung, daß der Beton keine wirklich auftretenden Zugspannungen aufnehmen kann, wird somit nicht verletzt.

Werden jedoch die Zusatzspannungen größer als die Normalpressungen σ_{b1}, so kann die Berechnung nicht mehr wie für einen homogenen Querschnitt erfolgen, da sonst der Beton wirklich auftretende Zugspannungen aufzunehmen hätte, welche nunmehr der Eiseneinlage zugewiesen werden sollen. — Es sind daher zwei Fälle zu unterscheiden:

a) Es treten nur Druckspannungen im Querschnitt auf (Abb. 56).

Die gleichmäßig verteilten Druckspannungen σ_{b1} werden nach Gleichung (126) zu $\sigma_{b1} = \frac{P}{bh + n(f_e + f_e')}$ gefunden.

Die Zusatzspannungen $+\sigma_{b2}$ bezw. $-\sigma_z$ berechnen sich nach der Biegungsformel:

$$\sigma_{b2} = \frac{M}{W'} = \frac{M \cdot u'}{J_s} \text{ und } \sigma_{z2} = \frac{M}{W} = \frac{M \cdot u}{J_s} \quad \ldots \ldots \quad (128)$$

Hierin ist: $M = P \cdot c$ und J_s das Trägheitsmoment des Querschnittes in bezug auf seine Schwerachse mit dem Werte:

$$J_s = \frac{bh^3}{12} + bh \cdot \left(\frac{h}{2} - u\right)^2 + nf_e(u-a)^2 + nf_e'(u'-a)^2 \quad \ldots \quad (129)$$

Der Abstand des Schwerpunktes u bezw. u' von den Betonrändern ist nach der oben angegebenen Formel (127) zu ermitteln.

In der Regel werden die Eiseneinlagen bei derartig beanspruchten Querschnitten symmetrisch angeordnet und gleich groß sein. Für diesen Fall, daß $f_e = f_e'$ ist, wird:
$u = \frac{h}{2} = u'$ und $\sigma_{b_2} = \sigma_x = \frac{M \cdot h}{2 \cdot J_s}$, worin $J_s = \frac{bh^3}{12} + 2nf_e\left(\frac{h}{2} - a\right)^2$ ist.

Mithin:

$$\sigma_{b_2} = \sigma_x = \frac{6 \cdot M \cdot h}{bh^3 + 6nf_e(h - 2a)^2} \quad \ldots \ldots \quad (130)$$

Ein anderer Weg für die Berechnung ergibt sich nach Abb. 57, indem man für die Biegungsspannungen die Lage der neutralen Achse x ermittelt und sodann σ_{b_2} aus M und x berechnet.

Die zur Verfügung stehenden Gleichungen lauten:

$$\sigma_e f_e + \sigma_{x_2} b\left(\frac{h-x}{2}\right) = \sigma_{b_2} \cdot \frac{b \cdot x}{2} + \sigma_e' f_e'$$

und

$$\sigma_e' f_e'(h - 2a) + \sigma_{b_2} \cdot \frac{b \cdot x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) - \sigma_{x_2} b\left(\frac{h-x}{2}\right)\left(\frac{h-x}{3} - a\right) = M.$$

Es ergibt sich hieraus:

$$x = \frac{2n[(h-a)f_e + af_e'] + bh^2}{2n(f_e + f_e') + 2bh} \quad \ldots \ldots \quad (127\text{a})$$

Dieser Wert ist natürlich genau gleich dem Werte von u', da beim homogenen Querschnitt, bei Biegung allein, die Spannungsnullinie mit dem Schwerpunkt zusammenfallen muß. Ferner erhält man direkt:

$$\sigma_{b_2} = \frac{6M \cdot x}{6nf_e'(x-a)(h-2a) + bh[(3h-6a)x - h(h-3a)]} \quad \ldots \quad (131)$$

Für $f_e = f_e'$ ist $x = \frac{h}{2}$ und $\sigma_{b_2} = \frac{6Mh}{bh^3 + 6nf_e(h-2a)^2}$ wie früher.

b) Es treten Zugspannungen auf.

Wir könnten auch hier wieder die Normalspannung σ_{b_1} und die Zusatzspannungen σ_{b_2} voneinander getrennt berechnen. Die Ermittelung der letzteren müßte nach dem in Abb. 58 dargestellten Spannungsdiagramm erfolgen. Die eingetragene Zugkraft Z ist der Druckkraft des Trapezes $ABCD$ gleichzusetzen; sie wird vom Beton aufgenommen.

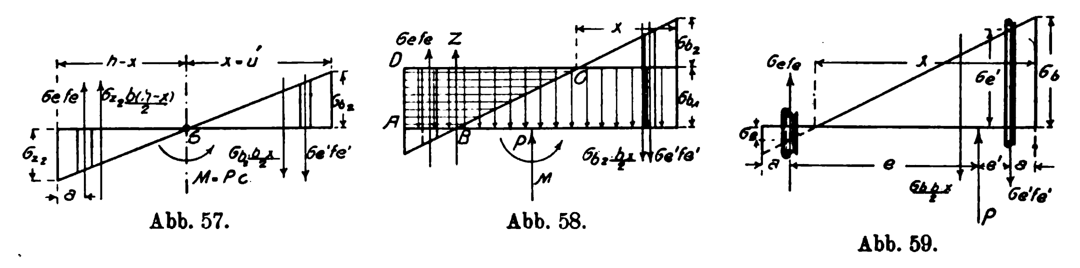


Abb. 57. Abb. 58. Abb. 59.

Ein derartiger Rechnungsgang ist aber nicht einfacher, als wenn man die Kraft P an ihrem Angriffspunkt liegen läßt und die Berechnung nach Abb. 59 vornimmt. Das dortselbst gezeichnete Spannungsbild ist das gleiche wie in Abb. 58, nur sind die einander gleichen Kräfte, nämlich die Zugkraft Z und die Druckkraft des Trapezes $ABCD$ weggelassen.

Wir bezeichnen den Abstand der Kraft P von der gezogenen Eiseneinlage mit e und von der gedrückten Einlage mit e'. Dann lauten die aufstellbaren Bedingungsgleichungen nach Abb. 59:

$$\Sigma(P) = 0 : P = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2} + \sigma_e' f_e' - \sigma_e f_e \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (132)$$

und

$$\Sigma(M) = 0 : P \cdot e = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right) + \sigma_e' f_e' (h - 2a) \quad . \; . \quad (133)$$

Ferner folgt aus dem Proportionalitätsgesetz:

$$\sigma_e = n \sigma_b \left(\frac{h - a - x}{x}\right) \text{ und } \sigma_e' = n \sigma_b \left(\frac{x - a}{x}\right) \quad . \; . \quad (15\text{a u. } 73)$$

Die Bestimmung der Lage der Nullinie x kann nun nicht mehr wie bei der einfachen Biegung aus der Gleichung der wagerechten Kräfte erfolgen. Man kann sie jedoch unmittelbar aus der Momentengleichung um den Durchgangspunkt der Kraft P erhalten. Hierfür wird:

$$\frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left[\frac{x}{3} - (a + e')\right] - \sigma_e f_e \cdot e - \sigma_e' f_e' \cdot e' = 0.$$

Drückt man hierin σ_e und σ_e' in σ_b aus, so wird:

$$\frac{\sigma_b \cdot b \cdot x^2}{6} - \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}(a + e') - n \sigma_b \left(\frac{h - a - x}{x}\right) f_e \cdot e - n \sigma_b \left(\frac{x - a}{x}\right) f_e' \cdot e' = 0.$$

Hieraus erhält man als Bestimmungsgleichung für x eine kubische Gleichung, welche lautet:

$$x^3 - 3(a + e')x^2 + \frac{6n}{b}(f_e \cdot e - f_e' \cdot e') \cdot x - \frac{6n}{b}\left[(h - a) \cdot f_e \cdot e - a f_e' \cdot e'\right] = 0 \quad (134)$$

Nach Ermittelung von x kann σ_b aus der Gleichung der wagerechten Kräfte berechnet werden, indem

$$P = \frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2} + n \sigma_b \left(\frac{x - a}{x}\right) f_e' - n \sigma_b \left(\frac{h - a - x}{x}\right) f_e \text{ ist.}$$

Es wird hieraus

$$\sigma_b = \frac{2 P \cdot x}{b \cdot x^2 + 2n\left[(x - a) f_e' - (h - a - x) \cdot f_e\right]} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (135)$$

Liegt die Kraft P außerhalb der gedrückten Einlage f_e', so sind die Vorzeichen von e' in der Bestimmungsgleichung von x umzukehren.

Für den meist vorkommenden Fall, daß $f_e = f_e'$ ist, lauten die Bestimmungsgleichungen einfacher:

$$x^3 - 3(a \pm e')x^2 + \frac{6 n f_e}{b}(e \mp e') \cdot x - \frac{6 n f_e}{b}\left[(h - a) \cdot e \mp a \cdot e'\right] = 0 \quad . \quad (134\text{a})$$

Das obere Vorzeichen ist hierbei zu nehmen, wenn die Kraft P links von der Druckeinlage, d. h. also nach dem Querschnitt zu angreift, das untere im anderen Falle. Ferner wird

$$\sigma_b = \frac{2 P \cdot x}{b \cdot x^2 + 2 n f_e (2x - h)} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (135\text{a})$$

σ_e und σ_e' lassen sich aus Gl. 15a und 73 ermitteln.

Es erübrigt noch die Frage, wann die Berechnung nach Fall a) bezw. b) vorzunehmen ist.

Der Grenzzustand, für welchen die Eiseneinlage f_e keinen Zug mehr erhält, ist in Abb. 60 dargestellt.

Abb. 60.

Man ersieht hieraus, daß bei Nichtvorhandensein einer Druckeinlage die Berechnung nach a) noch vorgenommen werden kann, solange die Kraft P noch etwa innerhalb

des Kernes bis zu einer Entfernung $\frac{h-a}{3}$ vom gedrückten Rande des Betonquerschnitts sich befindet. Ist jedoch eine Druckeinlage von Bedeutung vorhanden, so kann die Kraft P noch weiter außen angreifen, ohne daß Zugspannungen auftreten, und zwar berechnet sich die äußerste Lage der Kraft folgendermaßen:

Die Momentengleichung um den Durchgangspunkt der Kraft P lautet:

$$\frac{\sigma_b \cdot b \cdot x}{2}\left(\frac{x}{3} - e' - a\right) = \sigma_e' f_e' \cdot e'.$$

Setzt man hierin $x = h - a$ und drückt σ_e' in σ_b aus, so erhält man schließlich:

$$e' = \frac{b(h-a)^2 \cdot (h-4a)}{6n(h-2a)f_e' + 3b(h-a)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (136)$$

Solange e' größer ist als dieser Wert, treten Zugspannungen nicht auf, die Berechnung erfolgt also nach dem unter a) angegebenen Verfahren.

Die Lage der Nullinie x ist, wie die Bestimmungsgleichung (134) für x zeigt, von der Größe der Kraft P unabhängig und nur von der Lage e' bezw. e der Kraft sowie von dem Prozentsatz der Eiseneinlage im Betonquerschnitt abhängig. Setzt man daher für den Fall, daß $f_e = f'_e$ ist, in Gl. (134) $x = \gamma h$, $e' = \beta h$ und $f_e = \frac{\alpha \cdot b \cdot h}{100}$ ferner $e = h - 2a - e'$ und $a = \frac{h}{10}$, so ergibt die so entstehende Gleichung eine Beziehung zwischen den drei Größen α, β, γ. Nimmt man x zu bestimmten Teilen von h an, setzt also $\gamma = 0{,}0$ bis $1{,}0$, so kann man für bestimmte Prozentsätze α der Eiseneinlage die zugehörige Lage der Kraft in Teilen β von h erhalten. Die so erhaltenen einander zugehörigen Werte kann man graphisch in einer Tafel auftragen und nunmehr umgekehrt für beliebige Lage der Kraft P die Lage der Nullinie unmittelbar finden. Man erspart somit die Ausrechnung der Bestimmungsgleichung dritten Grades für x. Die betreffenden Gleichungen für die Auftragung der graphischen Tafel lauten:

$$100\gamma^3 - 30[1 + 10\beta]\gamma^2 + 9\alpha[8 - 20\beta]\gamma - 9\alpha[7{,}2 - 10\beta] = 0$$

für e' innerhalb der Eiseneinlage und

$$100\gamma^3 - 30[1 - 10\beta]\gamma^2 + 72\alpha\gamma - 9\alpha[7{,}2 - 8\beta] = 0$$

für e' außerhalb der Eiseneinlage.

Professor Mörsch gibt in seinem Buche der „Eisenbetonbau“ [1]) eine solche Tafel, auf die wir hier verweisen.

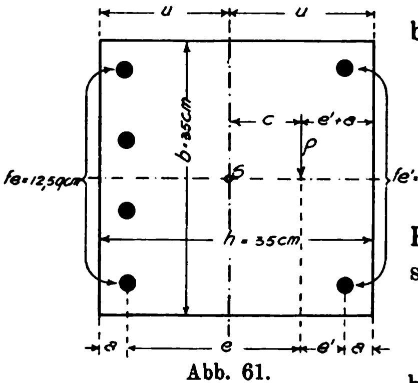


Abb. 61.

2. Rechteckiger Querschnitt mit einfachen Eiseneinlagen.

Ist anstatt einer Armierung auf beiden Seiten des Querschnittes nur eine solche (auf der gezogenen Seite) vorhanden, so gelten alle obigen Beziehungen und Gleichungen, indem einfach $f_e' = 0$ gesetzt wird.

3. Zahlenbeispiele 22.

Auf den Querschnitt einer Säule (Abb. 61), welche bei einer Betonfläche $b \times h = 35 \times 35$ qcm eine Armierung auf der einen Seite mit vier Rundeisen Ø 20 mm ($f_e' = 12{,}5$ cm²) und auf der anderen Seite nur eine solche von zwei Rundeisen Ø 20 mm ($f_e = 6{,}25$ cm²) erhalten soll, wirke eine

[1]) Wayss u. Freytag, A.-G. — Professor Mörsch: Der Eisenbetonbau, seine Theorie und Anwendung: III. Aufl. 1908. Verlag von Konrad Wittwer, Stuttgart.

Kraft ein, welche 20000 kg beträgt und in einem Abstand $e' + a = 9{,}60$ cm vom Betonrand angreift. Der Abstand der Einlagen von den Betonrändern sei $a = 3{,}5$ cm.

Wie groß werden die Spannungen im Querschnitt?

Zur Feststellung der Frage, ob die Berechnung nach a) oder b) zu erfolgen hat, benutzen wir die Gl. (136) für die Bestimmung der äußersten Lage der Kraft, bevor Zugspannungen auftreten. Sie lautet:

$$e' = \frac{b(h-a)^2(h-4a)}{6n(h-2a)f_e' + 3b(h-a)^2} = \frac{35 \cdot 31{,}5^2 \cdot 21}{90 \cdot 28 \cdot 6{,}25 + 3 \cdot 35 \cdot 31{,}5^2}.$$

$$e' = 6{,}09 \text{ cm, somit } e' + a = 6{,}09 + 3{,}5 = 9{,}59 \text{ cm.}$$

Die Kraft liegt also gerade an der Grenze, so daß im Eisen eben keine Zugspannungen auftreten. Man kann die Berechnung also auf beide Arten vornehmen.

α) Gang der Berechnung nach dem unter a) angegebenen Verfahren.

Wir bestimmen zunächst die Lage des Schwerpunktes und erhalten nach Gl. (126):

$$u = \frac{35 \cdot 35^2 + 30 \cdot 6{,}25 \cdot 31{,}5 + 30 \cdot 12{,}5 \cdot 3{,}5}{2 \cdot 35 \cdot 35 + 30(12{,}5 + 6{,}25)},$$

$$\mathbf{u = 16{,}65 \text{ cm}}; \quad u' = 35{,}00 - 16{,}65 = \mathbf{18{,}35 \text{ cm.}}$$

Die Schwerpunktsachse hat sich somit infolge der unsymmetrischen Einlage um $17{,}50 - 16{,}65 = 0{,}85$ cm von der Symmetrielinie des Querschnitts verschoben.

Das Biegungsmoment wird

$$M = P \cdot c = P(h - u - e' - a) = 20000 \cdot (35{,}00 - 16{,}65 - 9{,}60),$$

$$M = 20000 \cdot 8{,}75 = 175000 \text{ cmkg.}$$

Ferner ist nach Gl. 129

$$J_s = \frac{35 \cdot 35^3}{12} + 35 \cdot 35\,(17{,}5 - 16{,}65)^2 + 15 \cdot 12{,}5\,(16{,}65 - 3{,}5)^2 + 15 \cdot 6{,}25\,(18{,}35 - 3{,}5)^2$$

$$J_s = 125052 + 885 + 32420 + 20670 = \sim 179030 \text{ cm}^4$$

und schließlich nach Gl. 128

$$\sigma_{b_2} = \frac{M \cdot u'}{J_s} = \frac{175000 \cdot 18{,}35}{179030} = 17{,}93 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{z_2} = \frac{175000 \cdot 16{,}65}{179030} = 16{,}28 \text{ kg/cm}^2.$$

Man hätte auch nach Gl. (130) direkt erhalten können:

$$\sigma_{b_2} = \frac{6 \cdot 175000 \cdot 18{,}35}{90 \cdot 6{,}25\,(18{,}35 - 3{,}5)\,(35{,}0 - 7{,}0) + 35^2\,[(3 \cdot 35 - 6 \cdot 3{,}5) \cdot 18{,}35 - 35\,(35 - 3 \cdot 3{,}5)]}$$

$$\sigma_{b_2} = 17{,}97 \text{ kg/cm}^2.$$

Die gleichmäßig verteilte Spannung σ_{b_1} wird nach Gleichung (126)

$$\sigma_{b_1} = \frac{20000}{35 \cdot 35 + 15\,(12{,}5 + 6{,}25)} = 13{,}28 \text{ kg/cm}^2.$$

Durch Addition ergibt sich die Maximalpressung am gedrückten Rande des Betons zu

$$\sigma_b = 17{,}93 + 13{,}28 = 31{,}21 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck}$$

und am gezogenen Rande zu

$$\sigma_z = 16{,}28 - 13{,}28 = 3{,}0 \text{ kg/cm}^2 \text{ Zug}$$

Die Zugspannung des Betons an Stelle der Eiseneinlage fe wird

$$\frac{\sigma_e}{n} = \sigma_{z_2} \cdot \frac{(u - a)}{u} = 16{,}28 \cdot \frac{16{,}65 - 3{,}0}{16{,}65} = 13{,}34 \text{ kg/cm}^2.$$

Da die gleichmäßige Druckspannung überall 13,28 kg/cm² beträgt, erfährt somit die Eiseneinlage keine nennenswerte Zugspannung.

β) Gang der Berechnung nach dem unter b) angegebenen Verfahren.

Nach Gl. (134) ergibt sich die Lage der Nullinie unter Einsetzung von $e' = 6{,}1$ cm und $e = 21{,}9$ cm aus der Beziehung:

$$x^3 - 3(3{,}5 + 6{,}1)x^2 + \frac{6 \cdot 15}{35}(12{,}5 \cdot 21{,}9 - 6{,}25 \cdot 6{,}1) \cdot x - \frac{6 \cdot 15}{35}(31{,}5 \cdot 12{,}5 \cdot 21{,}9 - 3{,}5 \cdot 6{,}25 \cdot 6{,}1] = 0$$

oder:

$$x^3 - 28{,}8\,x^2 + 605{,}9\,x - 21830{,}5 = 0.$$

Hieraus erhält man durch Probieren: $x = \sim 31{,}5$ cm.

Die Nullinie und die Eiseneinlage in der Zugzone fallen also zusammen.

Ferner erhält man aus Gl. (135):

$$\sigma_b = \frac{2 \cdot 20000 \cdot 31{,}5}{35 \cdot 31{,}5^2 + 30\,[(31{,}5 - 3{,}5) \cdot 6{,}25 - (35{,}0 - 3{,}5 - 31{,}5) \cdot 12{,}5]}$$

$$\sigma_b = 31{,}54 \text{ kg/cm}^2.$$

Der Wert stimmt mit dem unter α) erhaltenen ziemlich genau überein.

D. Die am ganzen Umfang unterstützte Platte.

In der Eisenbetonbauweise kommt es häufig vor, daß die Konstruktion an ihrem ganzen Umfang gestützt ist. Da man außer den Tragstäben fast stets noch Eisen in der dazu senkrechten-Richtung anordnet (Verteilungsstäbe), so ist es in vielen Fällen naheliegend und wirtschaftlich, die Platte in allen Richtungen, in denen Einlagen angeordnet sind, auch statisch auszunutzen, d. h. die Platte als auf allen Seiten gelagert zu berechnen. Eine genaue Theorie dieser Platten unter Zugrundelegung der für die Biegungstheorie homogener Körper üblichen Annahmen liegt bis jetzt nur für die kreisförmige Platte vor und auch hier nur für die Sonderfälle, daß diese Platte symmetrisch belastet und am Rande überall gleichartig gestützt ist. Die Platte kann hierbei entweder eingespannt sein, oder frei aufliegen. Es sei hier insbesondere auf die theoretischen Untersuchungen von Grashof, Rankine und Föppl hingewiesen. Für den Fall einer unsymmetrischen Belastung der kreisförmigen Platte sind wir auf Näherungsrechnungen angewiesen; dies gilt für anders gestaltete Grundrißformen sogar schon für den Fall einer vollkommen gleichförmig verteilten Belastung. Diese Näherungsrechnungen stützen sich auf Versuche, welche v. Bach mit verschiedenartig gestützten kreisförmigen und anderen Platten vorgenommen hat. Die Versuchsergebnisse für frei aufliegende kreisförmige Platten mit gleichmäßig verteilter Belastung stimmten gut mit den Resultaten der genauen Theorie überein, so daß man die Näherungsrechnung v. Bachs von der kreisförmigen Platte auch auf elliptische, quadratische und rechteckige Platten übertrug. Versuchsergebnisse mit Eisenbetonplatten liegen bis jetzt nur einige wenige vor, so daß man die nachstehend kurz berührten Berechnungen in doppelter Hinsicht als angenäherte betrachten muß. Bei den Eisenbetonkonstruktionen handelt es sich gewöhnlich um die Überdeckung von Räumen mit quadratischem oder rechteckigem Grundriß durch teilweise oder vollkommen eingespannte Platten mit gekreuzten Eiseneinlagen.

1. Die quadratische Platte mit vollkommen gleichmäßig verteilter Belastung p f. 1 Quadratmeter.

Ordnet man zwei Systeme von Eiseneinlagen parallel zu den Quadratseiten von der Länge l an, so wird die Belastung p auf jede Tragrichtung zur Hälfte entfallen. Die Summe der auf eine Quadratseite entfallenden Auflagerdrücke ist folglich $\frac{p\,l^2}{4}$. Diese Drücke verteilen sich aber nicht gleichmäßig über die Seitenlänge, sondern sie werden von der Seitenmitte nach den Ecken nach irgend einem unbekannten Gesetz abnehmen.

Bei der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung der Auflagerdrücke auf die ganze Seitenlänge ist das Biegungsmoment in bezug auf eine durch den Mittelpunkt parallel zu einer Seite gelegten Schnittebene, wenn die gleichmäßig verteilte Last auf je 2 gegenüberliegende Seiten zur Hälfte übertragen wird:

$$M_{I} = \frac{p}{2} \cdot \frac{l^3}{8} = p \frac{l^3}{16} \quad \text{. . . . .} \quad (136)$$

Nach dem Vorhergehenden wird aber das Biegungsmoment in Wirklichkeit kleiner sein. Den genauen Wert erhält man für einen Diagonalschnitt. Für diesen wird nach Abb. 62.

$$M = \frac{p\,l^2}{2}\left(\frac{h}{2} - \frac{h}{3}\right) = \frac{p\,l^2}{2} \cdot \frac{h}{6} = \frac{p\,l^2 \cdot l \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 2 \cdot 6} = \frac{p\,l^3}{24} \sqrt{2} \quad \text{. . .} \quad (137)$$

Die Verteilung der Spannungen wird aber nicht auf die ganze Länge der Diagonalen gleichmäßig sein, sondern die Anstrengung des Materials wird von der Mitte nach den Ecken abnehmen. Zerlegt man das Moment für die Diagonale (Gl. 137) in zwei Seitenmomente parallel den Quadratseiten, so wird:

$$M_{I}' = M_{II}' = \frac{p l^3}{24} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{p l^3}{24} \quad \text{. . .} \quad (138)$$

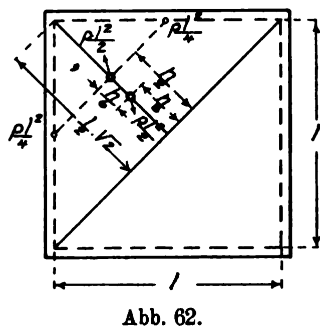


Abb. 62.

Aus dieser Gleichung ist (verglichen mit 136) die Verringerung des Biegungsmomentes infolge der Plattenwirkung in Gegensatz zur Balkenwirkung zu ersehen. Bezüglich der Verteilung der Spannungen gilt aber auch hier das bei dem Diagonalschnitt Gesagte. In Berücksichtigung dieses Umstandes wird man in der Praxis zweckmäßig mit einem Mittelwert $M = \frac{p l^3}{20}$ rechnen, d. h. für 1 m Breite mit $M = \frac{p l^2}{20}$. (139)

Der Fall, daß die Platten als frei aufliegende ausgeführt werden, ist selten; am häufigsten kommen am Rande eingeklemmte Platten vor. Bei dieser ist die größte Anstrengung des Materials nicht in Plattenmitte, sondern am Rande. Da die Einspannung der Platten nie eine vollkommene ist, kann man hierbei, entsprechend Gl. (139) für die Querschnitte am Rande mit dem Biegungsmoment

$$M = \frac{p l^2}{24} \quad \text{. . . . .} \quad (140)$$

und für die Mitte mit:

$$M = \frac{p l^2}{36} \quad \text{. . . . .} \quad (141)$$

rechnen. Die hieraus sich ergebenden Eiseneinlagen sind dann natürlich nicht mehr aut beide Tragrichtungen zu verteilen, sondern in jeder Richtung ist der aus den Gl. (140) und (141) folgende Eisenquerschnitt voll einzulegen.

Über die Beanspruchung des Betons vgl. S. 283.

2. Die rechteckige Platte mit vollkommen gleichmäßig verteilter Belastung p f. 1 Quadratmeter.

Bei der rechteckigen Platte verteilen sich die Belastungen nicht nur ungleichmäßig über die Seitenlängen selbst, sondern auch ungleichmäßig über die beiden Haupttragrichtungen.

Diese Schwierigkeiten kann man umgehen, wenn man das Moment in bezug auf einen Diagonalschnitt aufstellt. Da überdies die v. Bachschen Versuche ergaben, daß bei quadratischen und z. T. auch für rechteckige Platten die größten Spannungen in der

Richtung der Diagonalen auftraten, lassen sich die Platten aus homogenem Material aus dem Biegungsmoment eines Diagonalschnittes unter den vorstehenden Annahmen berechnen.

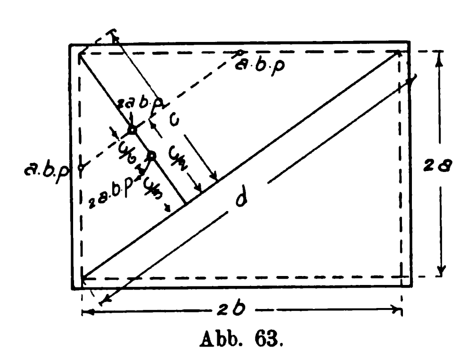


Abb. 63.

Nach Abb. 63 ergibt sich (nach Föppl)

$$M = \frac{pa \cdot b \cdot c}{3} \quad \ldots \ldots \quad (142)$$

Für die gekreuzt armierte rechteckige Platte ist diese Gleichung indessen weniger geeignet. Bei dieser Platte handelt es sich vor allem um die Feststellung, in welchem Verhältnis sich die Belastung p auf die beiden Haupttragrichtungen verteilt.

Geht man von der Erwägung aus, daß der Schnittpunkt zweier Tragstäbe durch die Belastung die gleiche Durchbiegung erfahren muß, so ergeben sich für die frei aufliegende rechteckige Platte von den Seiten l_1 und l_2 die Einsenkungen:

$$f_1 = f_2 = \frac{5}{384} \frac{p_1 l_1^4}{E_1 \cdot J_1} = \frac{5}{384} \frac{p_2 l_2^4}{E_2 \cdot J_2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (143)$$

Hierbei sind p_1 und p_2 die Teilbelastungen von p in den Tragrichtungen l_1 bezw. l_2. Es ist $p_1 + p_2 = p$.

Aus Gl. (143) ergibt sich, wenn man mit genügender Genauigkeit $E_1 = E_2$ und ferner $J_1 = J_2$ setzt:

$$p_1 \cdot l_1^4 = p_2 \cdot l_2^4 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (144)$$

Hieraus ergibt sich:

$$p_1 = p \frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (145)$$

und

$$p_2 = p \frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (146)$$

Diese Gleichungen geben wenigstens einen Anhaltspunkt dafür, in welchem Grade sich die einzelnen Tragrichtungen an der Lastübertragung beteiligen.

für $l_1 = l_2$ (quadratische Platte) wird $p_1 = p_2 = \frac{p}{2}$

hierbei ist folglich $\frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4}$ bezw. $\frac{l_2^4}{l_1^4 + l_2^4} = \frac{1}{2}$.

Ist $l_2 > l_1$, so wird der Faktor $\frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} < \frac{1}{2}$; für $l_2 = \infty$ wird der Faktor $\frac{l_1^4}{l_1^4 + l_2^4} = 0$ und folglich auch $p_2 = 0$, d. h. eine Verteilung von p nach der zweiten Tragrichtung findet dann nicht mehr statt.

Für das Verhältnis: $l_2 = 2 l_1$ ergibt sich bereits: $p_1 = 0{,}94\,p$ und $p_2 = 0{,}06\,p$, d. h. schon in diesem Falle nimmt die zweite Tragrichtung fast nicht mehr an der Lastübertragung teil. Es empfiehlt sich deshalb, sobald $l_2 > 1{,}5\,l_1$ wird, die Platte auf zwei Seiten gelagert (von der Stützweite l_1) zu berechnen.

Hat man für ein bestimmtes Verhältnis der Seitenlängen l_1 bezw. l_2 die Lastanteile p_1 bezw. p_2 ermittelt, so kann man die Biegungsmomente in beiden Richtungen berechnen.

Es empfiehlt sich, für die frei aufliegende Platte

mit den Werten $M_I = \frac{p_1 l_1^2}{8}$



bezw. $M_{II} = \frac{p_2 l_2^2}{8}$

für die teilweise eingespannte Platte

$$\left.\begin{aligned} \text{mit}\quad M_I &= \frac{p_1 l_1^2}{10} \\ M_{II} &= \frac{p_2 l_2^2}{10} \end{aligned}\right\} \text{für den Plattenrand}$$

$$\left.\begin{aligned} \text{und}\quad M_I &= \frac{p_1 l_1^2}{20} \\ M_{II} &= \frac{p_2 l_2^2}{20} \end{aligned}\right\} \text{für die Plattenmitte}$$

zu rechnen.

Zerlegt man bei der rechteckigen Platte das für den Diagonalschnitt aufgestellte Moment wie bei der quadratischen Platte in zwei Seitenmomente, so entfiele das größere Moment in die Richtung der längeren Rechteckseite. Man müßte folglich, um die beiden Tragrichtungen zur gleichmäßigen Lastübertragung zu zwingen, die Armierung parallel den längern Seiten viel stärker wählen, als in der hierzu senkrechten Richtung Man würde jedoch auf diese Weise zu einer wenig wirtschaftlichen Konstruktion gelangen.

Sowohl bei der quadratischen als auch bei der rechteckigen Platte wird der Beton in zwei zueinander senkrechten Richtungen beansprucht. Sobald diese Spannungen gleiches Vorzeichen haben, und dies wird bei den Platten im allgemeinen der Fall sein, fällt, unter Berücksichtigung der Querdehnung, die ideelle Hauptspannung geringer aus als eine der beiden Seitenspannungen. Da aber einerseits Versuche über die Feststellung der Querdehnungszahlen des Betons u. W. noch nicht vorliegen, empfiehlt es sich, auf die Verringerung der ideellen Hauptspannung nicht zu rechnen; andrerseits können die durch die Druckspannungen der beiden Tragrichtungen erzeugten Querdehnungen in den zur Plattenebene senkrechten Ebenen ungehindert vor sich gehen, woraus in diesem Falle eine Vergrößerung der ideellen Hauptspannung folgt. Aus diesem Grunde ist es zweckmäßiger, falls keine Vorkehrungen zur Verhinderung dieser Querdehnungen getroffen sind, die zulässige Betondruckspannung bei den Platten etwas niedriger zu halten als bei den Balken. Als Maß dieser Verringerung kann man $^1/_4$ der für Balken zugelassenen Druckspannung ansetzen. Nach den bis jetzt mit Eisenbetonplatten angestellten Versuchen erscheint diese Verringerung reichlich bemessen.

E. Graphische Berechnung des Eisenbetonbalkens.

Nur durch vereinfachende Annahmen, deren Zulässigkeit wir jeweils geprüft haben, war es möglich, für die Berechnung des Eisenbetonbalkens rechteckigen oder T förmigen Querschnitts verhältnismäßig einfache Gleichungen aufzustellen. Wenn der Zusammenhang zwischen Formänderung und Spannung schärfer berücksichtigt werden soll, oder wenn andere Querschnittsformen als die bisher behandelten vorliegen, so ist der rechnerische Weg meistens sehr umständlich und zeitraubend. In diesen Fällen führt die Lösung mit Hilfe der graphischen Statik weit rascher zum Ziel. Ihre Anwendung gestattet auch den weitesten Spielraum in der Bewertung der verschiedenen elastischen Eigenschaften der beiden Materialien. In einfacher Weise kann man die zur graphischen Berechnung der Querschnitte aus homogenem Material üblichen Methoden auf den Eisenbetonquerschnitt übertragen, wenn man nur gegenüber den Druckflächen des Betons die Eisenflächen und ev. die Zugflächen des Betons mit dem entsprechenden Elastizitätsverhältnis vervielfacht in Rechnung stellt. Als Nachteil jeglicher graphischen Spannungsberechnung kann man den Umstand bezeichnen, daß die Abmessungen des zu untersuchenden Querschnitts bereits vorliegen müssen, daß sie sich daher nicht unmittelbar

zur Dimensionierung eignet. Indessen gestaltet sich die versuchsweise Dimensionierung meistens sehr einfach, da sie schon nach einigen wenigen Versuchen ein brauchbares Ergebnis liefert.

Die Aufgabe läuft stets darauf hinaus, zunächst die Lage der neutralen Achse zu finden. Dann können die Spannungen nach der Navierschen Gleichung bestimmt werden, wenn man für J das Trägheitsmoment des Eisenbetonquerschnitts einsetzt. Letzteres wird zweckmäßig mit Hilfe der von Culmann oder Mohr gegebenen Methoden graphisch ermittelt.

Bei den folgenden Entwicklungen soll zunächst vorausgesetzt werden, daß die Kraftebene den Querschnitt in einer Hauptachse schneidet, dann steht die neutrale Achse senkrecht auf jener.

1. Biegung ohne Axialdruck.

In diesem Falle liegt die neutrale Achse (nach Gl. 16) in dem Schwerpunkt des wirksamen Querschnittes. Es ist also diejenige Achse zu ermitteln, für welche das statische Moment der beiderseits der Achse wirkenden Kräfte denselben Wert hat.

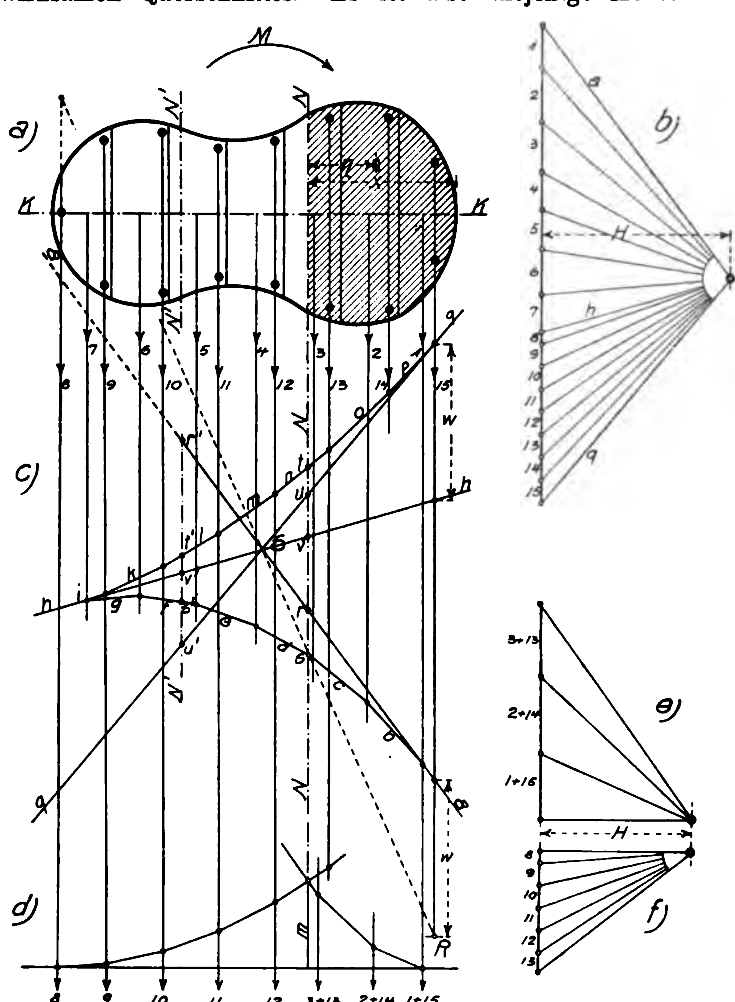


Abb. 64.

Das Verfahren soll an einem Beispiel erläutert werden. Der Zugquerschnitt des Betons sei vernachlässigt; die Eisenquerschnitte seien in n-facher Größe eingeführt.

Der in Abb. 64a gezeichnete Querschnitt ist durch ein Biegungsmoment M in dem angegebenen Richtungssinn beansprucht; die hierdurch erzeugten Spannungen sind zu ermitteln. $K - K$ ist die Kraftlinie. Senkrecht zu dieser teilt man den Querschnitt in eine Anzahl Flächenstreifen, die in beliebigem Maßstab als Kräfte aufgetragen werden (Abb. 64b). 1 bis 7 sind die Betonflächen, 8 bis 15 die mit n vervielfachten Eisenflächen.

Für einen beliebigen Polabstand H sei das Seileck $a, b, c, d \ldots q$ gezeichnet (Abb. 64c). Dann ist für eine beliebige Achse, z. B. $N'N'$, das statische Moment

der rechtsseitig liegenden Kräfte: $S_r = H\ [r's' + t'u']$; dasjenige der linksseitigen Kräfte (hier nur der Eisenquerschnitte): $S_e = H \cdot t'v'$. Für die neutrale Achse muß $r's' + t'u' = t'v'$ oder $r's' = u'v'$ sein. $u'v'$ ist der Unterschied in den statischen Momenten der Eisenquerschnitte zu beiden Seiten der Achse; allgemein werden diese Unterschiede von der durch die Geraden $h - h$ und $q - q$ eingeschlossenen Fläche gebildet. Da der jeweilige Unterschied gleich sein muß dem statischen Moment der rechts der neutralen Achse liegenden Betonquerschnitte, ergibt sich folgende Konstruktion: Man trägt auf irgend einer Senkrechten (in Abb. 64 auf der Geraden 15) den erwähnten Unterschied $(u' = w)$ von der Geraden $a - a$ aus ab und verbindet den Endpunkt R mit dem Schnittpunkt S der Geraden h und q (Schwerpunkt des ganzen Querschnittes).

Wo die Verbindungslinie das Seileck schneidet, liegt die neutrale Achse $N - N$

Falls man die Zugspannungen im Beton berücksichtigen will, hat man die betr. Flächen, im Verhältnis der Elastizitätmoduln reduziert, mit den Eisenflächen im Kräfteplan einzuführen. Die Spannung σ in irgend einem Flächenelement im Abstand η von der gefundenen neutralen Achse ist dann: $\sigma = \frac{M \cdot \eta}{J}$.

Das Trägheitsmoment liegt aber in der Konstruktion bereits vor, denn nach Mohr ist $J = 2H \times$ dem Inhalt der vom Seileck, der Trägheitsachse $(N - N)$ und der ersten Seileckseite eingeschlossenen Fläche. Folglich ist $J = 2H \times$ [Fläche t, o, p, q, u + Fläche r, a, b, c, s + Fläche $v, i, k \ldots t$].

Ein einfacheres Verfahren zur Ermittelung der neutralen Achse ist in der Abb. 64d, e, f für denselben Querschnitt durchgeführt. Man zeichnet hiernach mit gleichem Polabstand je ein Seileck (64d), für die Druck aufnehmenden Querschnittsteile (Beton u. Eisen) (64e) und für die Zug aufnehmenden Querschnittsteile (Eisen) (64f) von entgegengesetzten Richtungen ausgehend, je nach dem Drehungssinn des Momentes. Man hat also in diesem Falle die Betonflächen um die n-fachen Eisenquerschnitte zu vermehren und die Mittelkraft aus beiden aufzutragen. Der Schnittpunkt der beiden Seileckzüge ergibt die Lage der Nullinie, denn von beiden Seiten ist das statische Moment $= H \cdot m$.

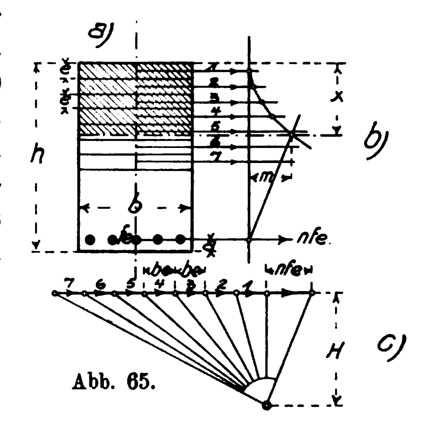


Abb. 65.

Wendet man dieses Verfahren auf den einfach armierten rechteckigen Querschnitt an, so ergibt sich die in Abb. 65 a, b, c gezeichnete Konstruktion. Das Seileck der Druckflächen ist in Wirklichkeit eine Parabel. Für $H = 1$ und $b = 1$ ist die Strecke $m = \frac{x^2}{2}$.

Das Trägheitsmoment ist dann: $J = \left(\frac{x^2}{2} \cdot \frac{h - a - x}{2} + \frac{1}{3}\frac{x^3}{2}\right) \cdot 2 = \frac{x^2}{2}\left(h - a - \frac{x}{3}\right)$. Dieser Ausdruck ist mit $b = 1$ identisch mit der auf S. 237 entwickelten Gleichung 27a.

Wenn der Zusammenhang zwischen Spannung und Längenänderung vorliegt (Abb. 66), was indessen selten der Fall sein wird, so lassen sich die inneren Kräfte in beliebigen Querschnitten leicht finden, sobald die äußeren Kräfte bekannt sind. Die Ermittelung der Spannungen oder der Querschnitte muß auch in diesem Falle versuchsweise durchgeführt werden. In Abb. 66 ist die Bestimmung des statischen Momentes der inneren Kräfte für eine bekannte Spannungsfläche in der früheren Weise zeichnerisch durchgeführt. Es ist: $S = H \times$ Strecke m. Die Linie $b - o - c$ ist die Arbeitskurve des betr.

Betons, die Gerade $e-o-f$ ist die auf die Querschnittsbreite 1 reduzierte Arbeitslinie des Eisens.

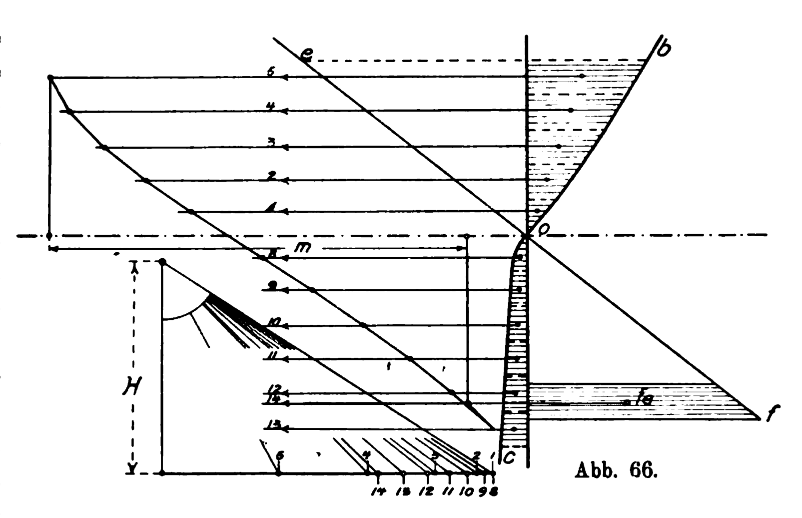


Abb. 66.

Je nach der gestellten Aufgabe ist die Lösung eine verschiedene; die Vorführung der einzelnen Fälle kann hier unterbleiben; wir verweisen auf die entsprechenden Veröffentlichungen und insbesondere auf Saliger: „Über die Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, insbesondere von Eisenbetonbauten", Leipzig, Verlag von Alfred Kröner.

2. Biegung mit Axialdruck.

Beim Vorhandensein einer Axialkraft liegt die neutrale Achse nicht mehr im Schwerpunkt des wirksamen Querschnitts. Ihr Abstand r vom Angriffspunkt der Axialkraft berechnet sich aus der bekannten Beziehung:

$$r = \frac{J_N}{S_N} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (147)$$

worin J_N das Trägheits- und S_N das statische Moment des wirksamen Querschnittes in bezug auf die neutrale Achse $N-N$ bezeichnen. Auch im vorliegenden Falle kann die Lösung für den Eisenbetonquerschnitt ganz ähnlich derjenigen für den homogenen Querschnitt erfolgen. Für letzteren seien deshalb die beiden in Frage kommenden Fälle in Abb. 67a bis d kurz wiedergegeben. Kann der Querschnitt nur eine Spannungsart aufnehmen (z. B. nur Druck), so bestimmt sich die Lage der neutralen Achse N_1-N_1 bei gegebenem Kraftangriffspunkt A nach Abb. 67c. Der in diesem Falle wirksame Querschnitt ist durch Schraffur angedeutet. Nimmt dagegen der Querschnitt Zug und Druck auf, so erfolgt die Ermittelung der Nullinie N_2-N_2 nach Abb. 67d. Die Kraft liege hierbei in B.

In beiden Fällen ist das

statische Moment $S_N = H \times$ Strecke $\overline{lm}$ bezw. $H \times \overline{l'm'}$

Trägheitsmoment $J_N = 2H \times \triangle lmn$ „ $2H \times \triangle l'm'n'$.

Die Gerade $\overline{ln}$ bezw. $\overline{l'n'}$ ist die sogen. Ausgleichlinie, welche die schraffierten Flächen des Seilecks inhaltsgleich macht.

Abb. 67.

Hiernach ist die in Abb. 68 gezeichnete Anwendung dieser Methoden auf den Eisenbetonquerschnitt[1]) ohne weiteres verständlich. Es liege ein Querschnitt eines Fabrikschornsteins vor, der Kraftangriff erfolge in C. Die statischen und Trägheitsmomente sind wie Abb. 64 ermittelt.

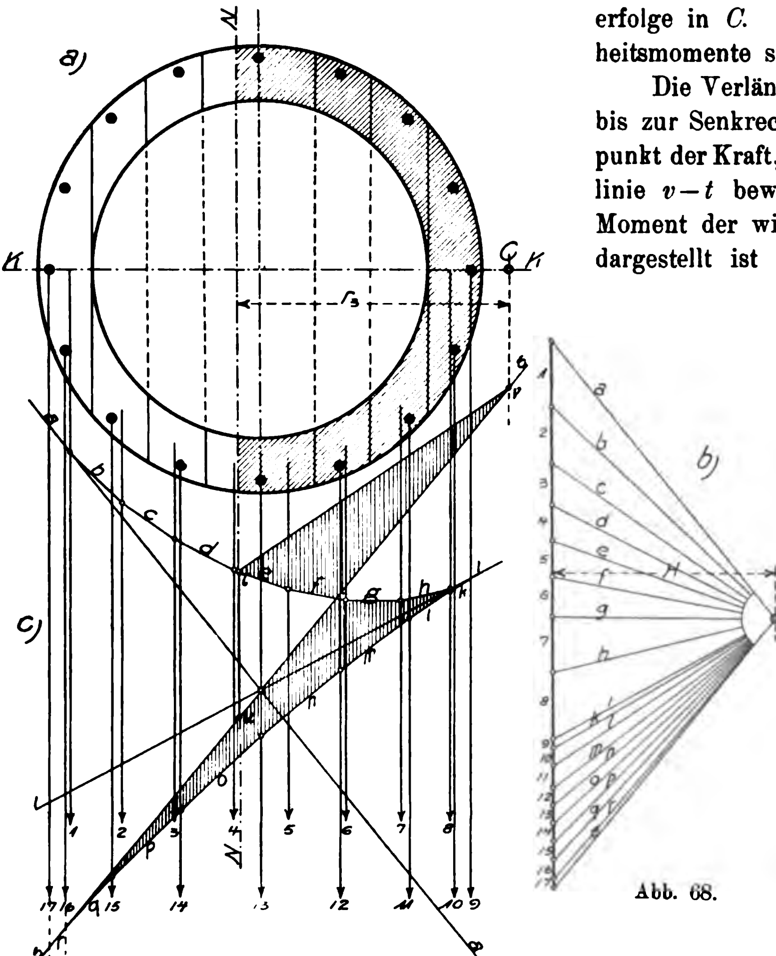


Abb. 68.

Die Verlängerung der Seileckseite s bis zur Senkrechten durch den Angriffspunkt der Kraft, sowie die Ausgleichungslinie $v-t$ bewirken, daß das statische Moment der wirksamen Querschnittsteile dargestellt ist durch: $H \times \overline{tu}$ und das Trägheitsmoment durch: $2H \times \triangle t, u, v$. Die gezogenen Betonflächen auf der linken Seite der neutralen Achse sind hierdurch, den Voraussetzungen entsprechend ausgeschlossen.

Sobald die Kraftebene den Querschnitt nicht in einer Hauptachse schneidet, muß die vorgeführte Methode entsprechend der für homogene Querschnitte erweitert werden.

F. Die Durchbiegungen.

Bevor man die fertig erstellten Baukonstruktionen ihrem eigentlichen Zweck übergibt, pflegt man eine Probebelastung mit ihnen vorzunehmen, wobei in der Regel die Längenänderungen einzelner Konstruktionsteile und die Durchbiegungen gemessen werden. Aus diesen Ergebnissen zieht man einen Schluß auf die Güte der Konstruktion. Über den praktischen Wert der Probebelastungen und insbesondere über deren Stärke ist schon viel geschrieben und gestritten worden; hierauf soll an dieser Stelle nicht eingegangen werden; es soll vielmehr, soweit es bei der Schwierigkeit der Verhältnisse möglich ist, ein Anhalt für die bei einer bestimmten Belastung zu erwartende Durchbiegung gesucht werden.

Nach dem von Castigliano aufgestellten Satz ist die Verschiebung des Angriffspunktes einer äußeren Kraft bei der vollkommen elastischen Formänderung eines Körpers gleich der nach dieser Kraft genommenen partiellen Ableitung der Formänderungsarbeit A. Letztere beträgt bei einem auf Biegung beanspruchten Balken ohne Axialdruck, wenn man von dem Beitrag der Schubspannungen absieht:

$$A = \frac{1}{2} \int_0 \frac{M^2}{EJ} \cdot dl \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (148)$$

[1]) Angegeben von Prof. Guidi in „Il Cemento“ 1906, Nr. 4.

wobei dl das Differential der Länge, J das Trägheitsmoment und E der Elastizitätsmodul des Querschnitts ist.

Es ist somit die Durchbiegung δ in der Richtung der Kraft P:

$$\delta = \frac{\partial A}{\partial P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (149)$$

In dem Ausdruck für A ist die Größe des Momentes bei gegebener Belastung bekannt. Ferner kann J, wenn es sich um einfache Armierung handelt, nach Gl. (23) berechnet werden. Bei doppelter Armierung ist noch der Beitrag der gedrückten Einlage mit $n f_e' (x - a)^2$ zu berücksichtigen. Für den Elastizitätsmodul E eines Eisenbetonquerschnitts von der Fläche f kann man (nach Abschn. IIa) angenähert setzen:

$$E = E_b + n E_b \cdot \frac{f_e}{f}; \text{ oder: } E = \frac{E_e}{n} + E_e \cdot \frac{f_e}{f}.$$

Mit Einsetzung dieser Werte kann die Durchbiegung bei gegebener Belastung berechnet werden. Hierbei ist folglich vorausgesetzt, daß auf die Zugarbeit des Betons nicht gerechnet wird. In Wirklichkeit nehmen aber die Zugspannungen des Betons an den Stellen, wo der Balken sich noch im Stadium I oder IIa befindet, an der Lastübertragung teil. Es wird sich somit rechnerisch eine größere Durchbiegung ergeben als die in Wirklichkeit eintretende. Da aber nach unseren Voraussetzungen die Ermittelung der Spannungen σ_e und σ_b unter Annahme eines konstanten Elastizitätsmoduls und folglich unter gleichbleibender Höhenlage der neutralen Faser auf die ganze Balkenlänge erfolgte, so soll diese Annahme auch für die Durchbiegungen beibehalten werden. Vernachlässigt man weiter den Einfluß der Schubspannungen, so wird sich, insbesondere bei Balken von großer Höhe und kleiner Stützweite, wie sie nicht selten im Eisenbetonbau vorkommen, die Durchbiegung rechnerisch zu gering ergeben. Die unter obigen Annahmen bestimmte Durchbiegung kann folglich nur als eine Annäherung an die wirklich eintretende betrachtet werden.

Sobald es sich um Einzellasten handelt, ist die Durchbiegung nach Gl. (149) zu bestimmen. Bei gleichmäßig verteilter Belastung gestaltet sich die Rechnung einfacher, da man zur Ermittelung der größten Durchbiegung y die entsprechenden Gleichungen der Mechanik sinngemäß auch auf den Eisenbetonbalken anwenden kann. Für einen Balken von konstantem Querschnitt und Elastizitätsmodul, bei dem die Kraftebene durch eine Hauptachse des Querschnittes geht, ist allgemein die größte Durchbiegung

$$y = m \cdot \frac{P l^3}{E J} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (150)$$

Hierbei ist m ein von der Art der Belastung und Auflagerung abhängiger Koeffizient und P die gesamte Belastung. Für den Balken auf zwei Stützen mit gleichförmig verteilter Last ist z. B. $m = \frac{5}{384}$; für den beiderseits eingespannten Balken mit derselben Belastung ist $m = \frac{1}{384}$.

Die Gl. (150) kann unter denselben Voraussetzungen auch auf den Eisenbetonbalken Anwendung finden.

Für Balken von veränderlichem Querschnitt und Trägheitsmoment gilt die Gleichung, streng genommen, nicht mehr, da in diesen Fällen die elastische Linie aus verschiedenen Ästen besteht.

Zahlenbeispiel 23.

Eine beiderseits frei aufliegende Decke von 3,20 m Spannweite sei berechnet für eine Nutzlast von 1000 kg/m² unter Zugrundelegung von $\sigma_b = 40$ kg/cm² und $\sigma_e = 1000$ kg/cm².

Die Decke soll einer Probebelastung mit der doppelten Nutzlast ($p = 2000$ kg/m²) unterzogen werden. Welche größte Durchbiegung ist zu erwarten?

Es ist: $b = 100$ cm, $h = 20$ cm, $h - a = 17,20$ cm, $x = 6,40$ cm, $f_e = 12,80$ cm²,

$$h - a - x = 10,80 \text{ cm},$$

$$f = 100 \cdot 20 + 14 \cdot 12,80 = 2180 \text{ cm}^2,$$

$$\frac{f_e}{f} = 0,00587,$$

$$E = \frac{2100000}{15} + 2100000 \cdot 0,00587 = \text{rd. } 152300 \text{ kg/cm}^2,$$

$$J = \frac{100 \cdot 6,40^3}{3} + 15 \cdot 12,80 \cdot 10,80^2 = \text{rd. } 31100 \text{ cm}^4.$$

Das Eigengewicht beträgt rd. 500 kg/m².

Folglich ist: $P = (g + 2p)\, l = 8000$ kg

und die Durchbiegung: $y = \dfrac{5 \cdot 8000 \cdot 320^3}{384 \cdot 151300 \cdot 31100} = 0,73$ cm.

Literaturnachweis.

C. v. Bach, Elastizität und Festigkeit, Berlin 1905.
C. v. Bach, Versuche mit Eisenbetonbalken, Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, Heft 39, 45, 46 und 47.
Barkhausen, Die Verbundkörper aus Mörtel und Eisen im Bauwesen, Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen, Hannover 1902, Heft 3.
Barkhausen, Theorie der Verbundbauten im Eisenbeton und ihre Anwendung. Erweiterter Sonderabdruck aus der Zeitschrift „Organ f. d. Fortschritte des Eisenbahn-Wesens", Wiesbaden 1902.
K. Bernhard, Versuche mit Eisenbetonbalken von C. v. Bach. Z. d. Ver. d. Ing. 1908, Nr. 6.
Beton-Kalender, Taschenbuch f. d. Beton- und Eisenbetonbau, Berlin 1908.
Büsing & Schumann, Der Portlandzement und seine Anwendung im Bauwesen, Berlin 1905.
S. C. Drach, Zur Dimensionierung der beiderseits armierten Balken, Beton u. Eisen, 1906, Heft VIII.
F. v. Emperger, Die Rolle der Haftfestigkeit im Verbundbalken. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft III, Berlin 1905.
F. v. Emperger, Die Abhängigkeit der Bruchlast vom Verbunde und die Mittel zur Erhöhung der Tragfähigkeit von Balken aus Eisenbeton. Forscherarb. auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft V, 1906.
M. Förster, Das Material und die statische Berechnung der Eisenbetonbauten, Leipzig 1907.
J. Gaugusch, Einfachste Art der Dimensionierung von Eisenbetonkonstruktionen vom Standpunkte der Kalkulation. Der Bautechniker, Wien 1907.
K. Grabowski, Formänderungsarbeit der Eisenbetonbauten bei Biegung. Forscherarbeiten auf dem Gebiete des Eisenbetons, Heft IV, Berlin 1906.
K. Haberkalt, Die Anfangsspannungen in Eisenbetonträgern. Zeitschrift des Österreichischen Ing.- u. Archit.-Vereins, Wien 1903.
C. Kersten, Der Eisenbetonbau. Ein Leitfaden für Schule und Praxis, 4. Aufl., Berlin 1907.
M. Koenen, Grundzüge für die statische Berechnung der Beton- u. Eisenbetonbauten, 3. Aufl. Berlin 1906.
M. Milankovitch, Beitrag zur Theorie der Eisenbetonträger, Wien 1905.
E. Mörsch, Der Eisenbetonbau, seine Theorie u. Anwendung, hg. v. Wayss u. Freytag, A.-G., Stuttgart 1908.
H. Pilgrim, Theoretische Berechnung d. Eisenbeton-Konstruktionen m. ausführl. Beispielen, Wiesbaden 1906.
H. A. Reid, Concrete and Reinforced Concrete Construction, New York 1907.
K. Rössle, Der Eisenbetonbau, Sammlung Göschen, Leipzig 1907.
L. A. Sanders, Het Cement-Ijzer in Theorie en Practijk, Amsterdam.
R. Saliger, Über die Festigkeit veränderlich elastischer Konstruktionen, insbesondere von Eisenbeton-Bauten, Leipzig 1904.
R. Saliger, Der Eisenbeton in Theorie und Konstruktion, Stuttgart 1908.
R. Weder, Leitfaden des Eisenbetonbaues für Baugewerk- und Tiefbauschulen, Leipzig 1906.
P. Weiske, Graphostatische Untersuchung der Beton- und Eisenbetonträger, Wien 1904.
P. Weiske, Die Berechnung von Eisenbetonbauten, Leipzig 1907.

Tabellen.

M. Bazali, Tabellen z. schnellen Bestimmung d. Momente u. Spannungen in Eisenbetonplatten, Berlin 1907.
F. Börner, Belastungsangaben und Formeln zur Aufstellung von Berechnungen für Baukonstruktionen, 2. Auflage, Berlin 1907.
Haimovici, Graphische Tabellen und graphisch dargestellte Formeln, Leipzig 1906.
A. Jöhrens, Hilfsmittel für Eisenbetonberechnungen, Wiesbaden 1908.
G. Kaufmann, Tabellen für Eisenbetonkonstruktionen, 2. Aufl., Berlin 1907.
Ramisch u. Göldel, Bestimmung d. Stärken, Eisenquerschnitte u. Gewichte v. Eisenbetonplatten, Berlin 1906.
Schybilski, Tabellen für Eisenbetonplatten, Berlin 1905.



d) Versuche mit Gewölben.

Bearbeitet von **J. A. Spitzer,** Ingenieur, Direktor der Firma G. A. Wayss & Cie., Wien.

Gewölbe oder gemauerte Bogen wurden ursprünglich auf empirischem Wege konstruiert; erst sehr spät hat sich die Theorie dieser Materie bemächtigt und auch da noch bediente man sich anfänglich vor der Ausführung größerer Objekte hauptsächlich des Versuches.

Navier stützt seine theoretischen Ausführungen über den Gewölbebau hauptsächlich auf die Versuche von Danisy (1732), Gauthey, Rondelet, Boistard (1800) und Perronet. Von Navier dürfte wohl die erste allgemein brauchbare Theorie für Gewölbekonstruktionen herrühren.

Das Bedürfnis jedoch, weitere Erfahrungen zu sammeln, um die Gewölbekonstruktionen in gleich rationeller Weise wie die Eisenkonstruktionen ausbilden und durchführen zu können, gab Anlaß zu zahlreichen Versuchen, welche in der zweiten Hälfte und gegen Ende des vorigen Jahrhunderts angestellt wurden.

Der älteste größere Probebogen dürfte wohl der im Jahre 1845 aus Bruchstein in Zementmörtel (Vassy) aufgeführte Bogen von 31 m gewesen sein.

Dieser Probebogen hatte hauptsächlich den Zweck, sich die Überzeugung zu verschaffen, daß die Herstellung des Pont aux doubles in Paris nach dem vorliegenden Entwurfe möglich sei und daß das so hergestellte Objekt auch die nötige Sicherheit gewähre.

Die großartigen Ergebnisse der ersten Versuche mit Moniergewölben gaben zunächst den Anstoß, daß versucht wurde, die Frage, welche ja eigentlich schon durch die Konstruktion der äußerst tragfähigen Betongewölbe aufgerollt war, einer Lösung zuzuführen. —

Weitere zahlreiche Proben folgten sowohl mit gemauerten als auch mit in Stampfbeton hergestellten Bogen. Die wissenschaftliche Erkenntnis ging allerdings nicht gleichen Schritt mit der Empirie und die Meinungen der Theoretiker waren sehr geteilt, ob z. B. auf gewölbte Betonobjekte die Gewölbetheorie oder die Theorie elastischer Bogenträger anzuwenden sei.

Bei dieser Gelegenheit müssen auch die Versuche Perrodils (1882) an 20 m weiten Gewölben aus Ziegelmauerwerk erwähnt werden, weil hier das erstemal die Formänderungen sowohl im vertikalen als horizontalen Sinne gemessen wurden.

De Perrodil hat auch den Einfluß der Temperaturschwankungen in Rechnung gezogen.

Gleichzeitig hatte Professor E. Winkler in Berlin sich mit der Gewölbefrage befaßt, wurde aber während der einleitenden Arbeiten vom Tode ereilt.

Im Jahre 1883 arbeitete Professor Ludwig von Tetmajer an den Proben eines elliptischen Betonbrückengewölbes und kam zu dem Schlusse, daß bei derartigen Objekten eine Balkenwirkung nicht stattfindet, daß für die Dimensionierung von Betongewölben vielmehr die Drucklinie anzuwenden sei.

Mittlerweile trat Ingenieur G. A. Wayss mit den epochemachenden Ergebnissen seiner Berliner Versuche mit Monierbögen in seinem Werke: „Das System Monier“

in die Öffentlichkeit (1886). Die geradezu minimalen Querschnittsabmessungen seiner Gewölbe erregen das Staunen der Fachwelt.

Professor Bauschinger in München führt 1887 gleichfalls Versuche mit Monierkonstruktionen, insbesondere auch mit Moniergewölben durch und es werden hierbei die im Jahre 1886 in Berlin gemachten Erfahrungen bestätigt und erweitert.

G. A. Wayss: Berliner Proben.

Am 23. Februar 1886 wurden auf Veranlassung des Generalunternehmers der „deutschen Monier-Patente" seitens des Königlichen Polizeipräsidiums in Berlin an verschiedenen nach dem sogen. System Monier ausgeführten Objekten Probebelastungen vorgenommen, welchen eine große Anzahl der hervorragendsten Architekten und Ingenieure beiwohnten. In nachfolgenden Tabellen sind die Ergebnisse dieser Belastungsproben enthalten. Hierzu muß bemerkt werden, daß sämtliche Objekte in den aus praktischen Rücksichten sich ergebenden Minimalabmessungen ausgeführt wurden. Wie aus den Ergebnissen folgt, werden nur in seltenen Fällen, bei ganz außergewöhnlichen Belastungen, größere Stärken notwendig werden.

Die Versuche 1 bis 5 sind durch das Königliche Polizeipräsidium zu Berlin, Versuch 6 durch Herrn Regierungsbaumeister Wächter vorgenommen worden.

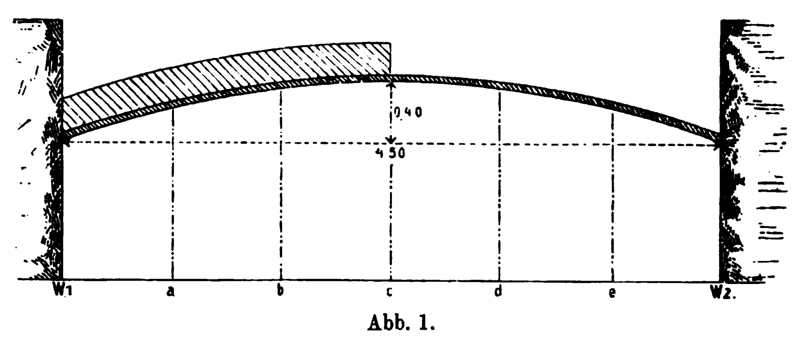


Abb. 1.

Erstes Versuchsobjekt

nach System Monier mit einfacher Geflechtseinlage (Abb. 1 u. 2).

Breite des Bogens = 0,60 m;
Stärke = 0,05 m;
Bogenrad. = 6,53 m.

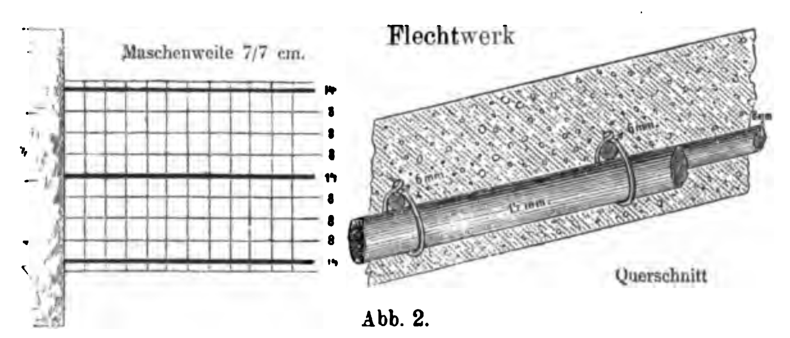


Abb. 2.

Belastungsresultate:

	Belastung in kg	W_1	a	b	c	d	e	W_2	Bemerkungen
einseitig belastet	1646	.	−3	−2	0	+4	+2	.	Eigengewicht = 111 kg/m².
	1813	.	−6	−6	+2	+10	+5	.	
	2112,5	.	−9	−12	+2	+17	+10	.	
	2538	.	.	.	.	.	.	.	Starke Risse.
	2847,5	.	.	.	.	.	.	.	Bruch.

+ = Hebung; — = Senkung (in Millimetern).

Man beachte das geringe Eigengewicht der Konstruktion.

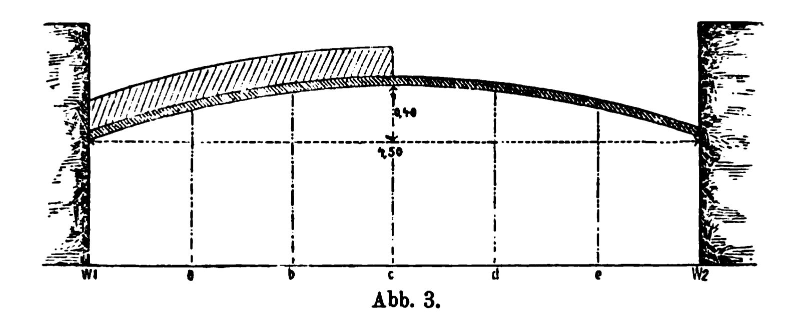


Abb. 3.

Zweites Versuchsobjekt
nach System Monier mit zwei Geflechtseinlagen (Abb. 3 u. 4).

Breite des Bogens = 0,60 m;
Stärke = 0,05 m;
Bogenrad. = 6,53 m.

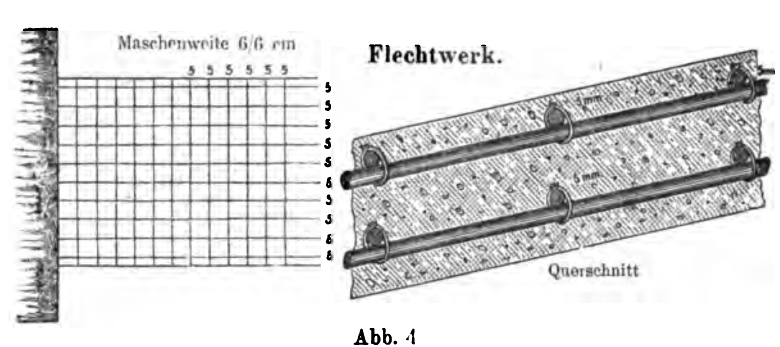
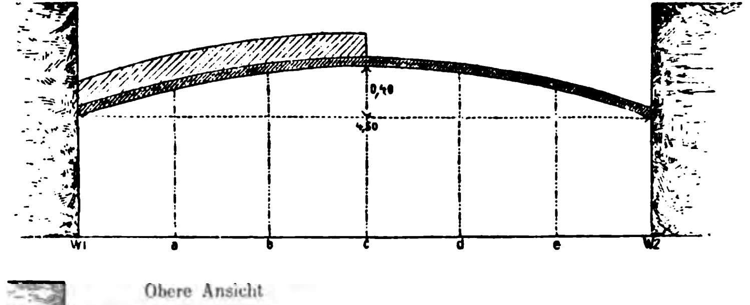


Abb. 4

Belastungsresultate:

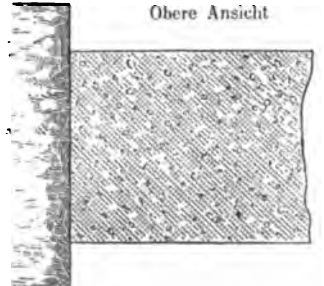
	Belastung in kg	W_1	*a*	*b*	*c*	*d*	*e*	W_2	Bemerkungen
einseitig belastet	1348,5	.	− 1	− 2	− 1	+ 2	+ 1	.	Eigengewicht = 115 kg/m².
	1773,5	.	− 7	− 8	− 1,5	+ 10	+ 6	.	
	2399	.	− 10	− 13	+ 1	+ 15	+ 10	.	Risse im Widerlager und *a*, *b*, *c*, *d*.
	2869,5	.	.	.	.	.	.	.	Bruch.

+ = Hebung; — = Senkung (in Millimetern).



Drittes Versuchsobjekt
ohne Geflecht (Abb. 5);
Zement : Sand = 1 : 1.

Breite des Bogens = 0,60 m;
Stärke = 0,05 m;
Bogenrad. = 6,53 m.



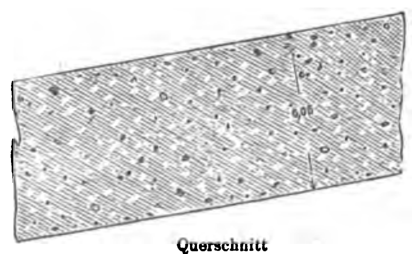
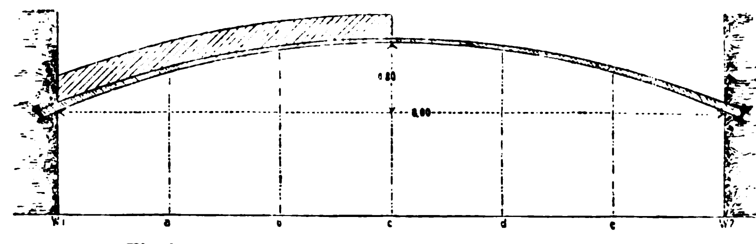


Abb. 5.

Belastungsresultate:

	Belastung in kg	W_1	a	b	c	d	e	W_2	Bemerkungen
einseitig belastet	0	.	.	.	.	.	.	.	Eigengewicht = 101,5 kg/m².
	84,5	.	−1	−1,5	0	+1	+1	.	
	1085	.	.	.	.	.	.	.	Bruch.

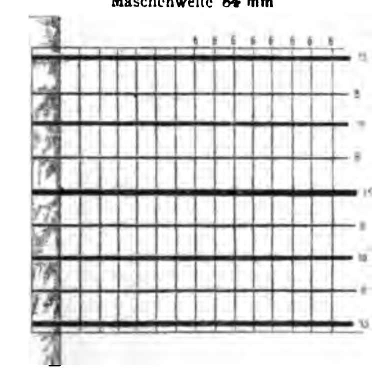
+ = Hebung; − = Senkung (in Millimetern).

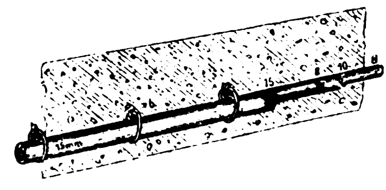


Viertes Versuchsobjekt mit starker Geflechtseinlage (Abb. 6).

Breite des Bogens = 1,02 m; Rad. = 9,52 m; Stärke im Scheitel = 5 cm; Stärke am Widerlager = 8 cm.

Flechtwerk
Maschenweite 84 mm





Querschnitt

Abb. 6.

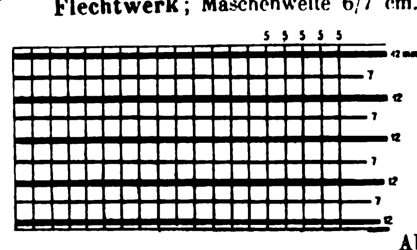
Belastungsresultate:

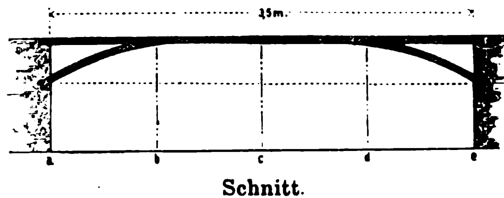
	Belastung in kg	W_1	a	b	c	d	e	W_2	Bemerkungen.
einseitig belastet	0	0	.	.	.	.	.	.	Eigengewicht = 140 kg/m².
	2522,5	..	−4	−5	0	+3	+3,5	.	feine Risse an den gefährlichen Stellen.
	3000	.	−11	−13	−2	+14	+8	.	
	3549,5	.	−23	−40	−11	+17	+24	.	Bruch.

+ = Hebung; − = Senkung (in Millimetern).

Fünftes Versuchsobjekt: Fußboden mit Geflecht und Streben (Abb. 7).

Flechtwerk; Maschenweite 6/7 cm.





Schnitt.

Abb. 7.

Belastungsresultate:

Belastung in kg links	Belastung in kg rechts	a	b	c	d	e	Bemerkungen.
2731,5	.	.	— 0,5	— 1	.	.	
2731,5	1749	.	— 1	— 2	— 1	.	
5042,5	gleichmäßig über den Träger verteilt	.	— 1	— 3	— 1	.	feine Haarrisse an den Widerlagern.
5283,5		.	— 1	— 4	— 1	.	
5490		.	— 1	— 5	— 1	.	
6334,5		.	— 1	— 6	— 1	.	
6935,5		.	— 1	— 8	— 1	.	
7530		.	.	.	.	.	Risse an der Strebe.
9791		.	.	.	.	.	Risse in der Mitte.
10093		.	.	.	.	.	Bruch durch Kanten des rechten Widerlagers.

+ = Hebung; — = Senkung (in Millimetern).

Sechstes Versuchsobjekt:

Elliptisches Gewölbe für Treppen (Abb. 8).

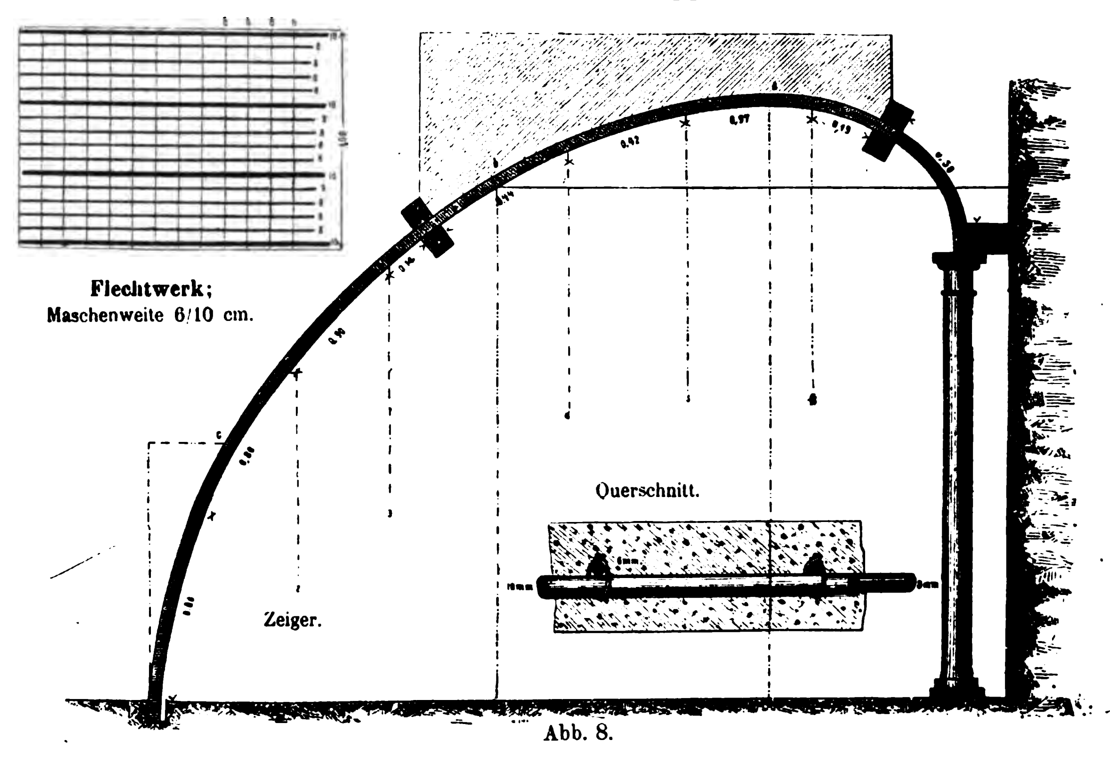


Abb. 8.

Belastungsresultate:

Ablesung	Belastung in kg	Zeiger 2	Zeiger 3	Zeiger 4	Zeiger 5	Zeiger 6
I	1010	.	.	.	.	.
II	1240	.	.	1	2	1,5
III	1350	+ 1,5	.	— 1,5	— 5	— 2
IV	1525	+ 4	.	— 1,5	— 5	— 2
V	1650	+ 6	+ 1	— 2,5	— 7	— 3
VI	1850	+ 9	+ 3	— 3,5	— 8,5	— 3,5
VII	2250	+ 10	+ 2	— 5	— 10	— 4
VIII	2725	+ 14	+ 2,5	— 8,5	— 13	— 6
IX	3230	+ 19	+ 3	— 11	— 18	— 7,5
X	3820	+ 25	+ 3	— 14	— 21	— 9
XI	5250	+ 33	+ 4	— 19	— 27	— 12

+ = Hebung; — = Senkung (in Millimetern).

Bei Ablesung IV bei Zeiger 2 (Belastung = 1525 kg) die ersten feinen Haarrisse. Der Einsturz des Gewölbes wurde durch die oben verzeichneten Belastungen nicht erreicht.

Versuche in Wien mit Monierkonstruktionen.

Die Belastungsresultate des Probestollens für die projektierte Wiener-Neustädter Tiefquellen-Wasserleitung wurden amtlich durch den Staatstechniker der K. K. Bezirkshauptmannschaft in Wiener-Neustadt und durch Herrn Richard Engländer, Ingenieur und Professor, ferner in Anwesenheit vieler höherer amtlicher Funktionäre, sowie der ersten Wiener Ziviltechniker und unter Leitung der delegierten Ingenieure der Tiefquellen-Wasserleitungsunternehmung durch Herrn Architekt Rud. Schuster ausgeführt, und dienen nachstehende Daten als Auszug aus dem Protokoll:

Der Probestollen (Abb. 9) wurde in einer, aus gewachsenem Erdreiche ausgehobenen Grube ohne festen Stein oder Schotteruntergrund und ohne Fundierung ausgeführt, und erst kurz vor der Belastung eine kleine Verbreiterung des Fußes durch eine Betonzulage vorgenommen, wodurch Senkungen der die Seitenwände bei der Belastung auf die aus der Tabelle angegebenen Zahlen beschränkt wurden. Der Stollen hat eine Spannweite von 3 m, eine lichte Höhe, von der Sohle bis zum Scheitel gemessen, von 4,5 m, eine Bogenbreite von einem Meter, abgesetzte Seitenwände von 0,8 m Breite und eine durchaus gleiche Materialstärke von 130 mm.

Das Drahtgeflecht des Probestollens besteht:

Aus einem inneren Drahtgitter von sieben Bögen 15 mm starken Rundeisen und zehn Bögen 10 mm starken Rundeisen, die durch 10 mm starke Querstäbe verbunden sind.

Probetage	Belastung ausschl. Sattelgewicht	Beobachtete Senkungen in Millimetern: vorne: links	vorne: Mitte	vorne: rechts	vorne: wirkliche Senkung des Bogenscheitels	rückwärts: links	rückwärts: Mitte	rückwärts: rechts	rückwärts: wirkliche Senkung des Bogenscheitels	Anmerkung
1	60 000	—	—	—	—	—	—	—	—	Unendlich feine Haarrisse im Putz an der inneren Seite des Bogens sichtbar.
9	70 200	4,5	10	11	2,25	7,5	15	22	0,25	
10	85 200	5,3	13	12	4,35	8	17	22	2	
10	99 447	5,5	14,5	12,5	5,5	9	18,5	23	2,5	Einige kleine Haarrisse ebenfalls im Putz am Anschluß der Kämpferschließe.
12	99 447	7	18,5	14,5	7,75	10,3	21,2	24,5	3,8	
15	99 447	7	18,5	14,5	7,75	10,3	21,2	24,5	3,8	Ganz gleiches Resultat.
16	115 747	8	19	15	7,5	11	24	25	6	Drei von der Schließe ausgehende Risse, von denen nur einer mehrere Zentimeter tief war, während die anderen nur im Putz feststellbar waren.
16	130 000	11	24	19	9	15	28,5	28	7	
16	140 000	16,5	28,5	22	9,25	20	34	31	8,5	
18	150 000	23,5	36	26	11,25	25	42	33,5	12,75	
19	150 000	23,5	36	26	11,22	25	42	33,5	12,75	Bruch in der Nähe des rechten Widerlagers bei Einbiegung der rechten Seitenwand, und S-förmiger Verbiegung der freigewordenen Eisenkonstruktion, Einsenkung des Bogens nach rechts und Verbiegung desselben beim linken Widerlager, Abbiegung der Kämpferschließe um ein Drittel ihrer Länge bei sonstigem Intaktbleiben aller anderen Teile.
20	151 100 Ges. Belastung einschl. Sattelgewicht	—	—	—	—	—	—	—	—	

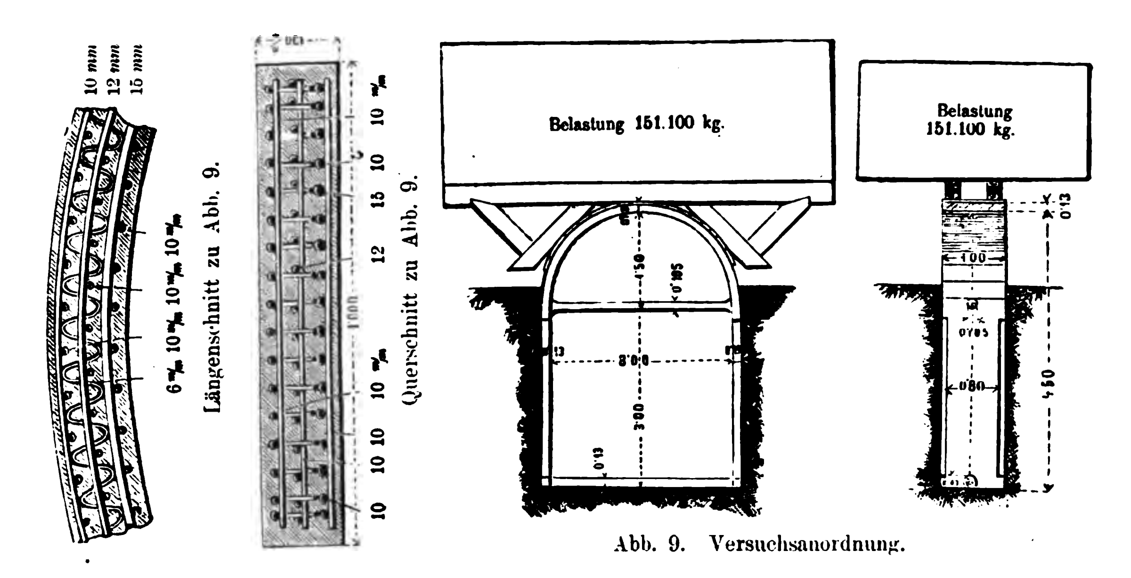


Abb. 9. Versuchsanordnung.

Aus einem mittleren Rundeisengitter von 12 mm starken Bogenstäben und 10 mm starken Querstäben.

Aus einem äußeren Rundeisengeflechte von 10 mm starken Bogenstäben und gleich dicken Querstäben.

Alle drei Gerippe sind durch Fixierung ihrer bestimmten Lage durch neun Stück mäanderartig gewundene, 6 mm starke Rundeisen miteinander verbunden. Die Schließe, oder Traverse, welche die Widerlager des Bogens miteinander verbindet, hat eine Rundeiseneinlage von fünf Stück 10 mm starken Stäben, die Bodentraverse dagegen eine Einlage von fünfzehn ebenfalls 10 mm starken Stäben. Das Verhalten des Probestollens während der Belastung ist aus vorstehender Tabelle ersichtlich.

Versuche an Monierobjekten in Breslau.

Es wurde ein zwischen zwei Mauern eingespanntes 7 cm starkes, 1 m breites Gewölbe (Abb. 10), dessen Widerlager 9 cm tief in die Mauer eingestemmt waren, bei einer freien Spannung von 5,15 m und 0,50 m Stichhöhe belastet.

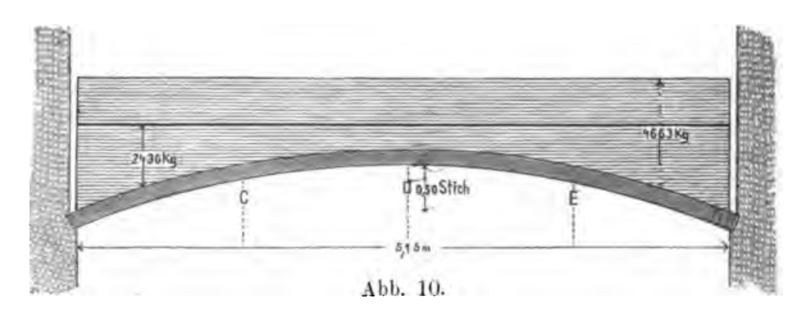


Abb. 10.

Belastungsresultate:

a) bei gleichmäßiger Belastung:

Last im ganzen	Last auf 1 lfd. Meter bei 0,90 m Breite	Senkung links	Senkung Mitte	Senkung rechts
2436 kg	525 kg	0	0	0
4663 „	1000 „	1 mm schwach	1 mm stark	1 mm schwach

b) bei ungleichmäßig verteilter Belastung (Abb. 11).

Last links:		Last rechts:		Senkung und Hebung:		
im ganzen	auf 1 lfd. Meter bei 0,90 m Breite	im ganzen	auf 1 lfd. Meter bei 0,90 m Breite	— links	Mitte	+ rechts
2888	1245	1775	764	— 1,0 mm	— 0,9 mm	+ 0,8 mm
3166	1365	1497	646	— 1,5 „	— 1,0 „	+ 1,0 „
3445	1500	1218	525	— 1,8 „	— 2,0 „	+ 1,5 „

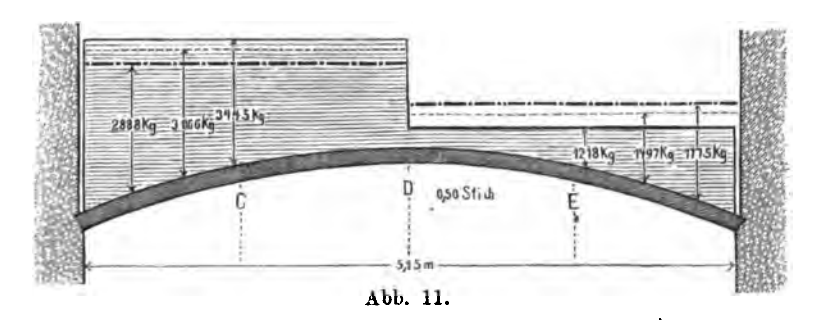


Abb. 11.

An den 1,30 m vom Scheitel nach rechts und links entfernten Beobachtungsmarken für die Senkung bezw. Hebung des Gewölbes waren auch 1,50 m lange Lote angebracht, um eine etwaige seitliche Verschiebung dieser Stellen beobachten zu können.

Während der gleichmäßigen Belastung trat keine merkbare Verschiebung ein; erst bei der letzten einseitigen Mehrbelastung von 3445 gegen 1218 kg konnte eine minimale $^1/_2$ bis $^3/_4$ mm betragende Verschiebung von links nach rechts — also nach der weniger belasteten Stelle hin — bemerkt werden.

Auch hier zeigten sich am Probeobjekt während des Belastens weder Risse noch Bruchstellen. Die Patentinhaber erklärten sich zu weiteren Belastungen bis zur Zerstörung der Versuchsobjekte bereit; davon wurde jedoch Abstand genommen, einesteils, weil die bisherigen Resultate bereits weit über die praktischen Anforderungen hinausgingen, andererseits, damit der Firma die bis jetzt zu den Proben benutzten Objekte auch noch zu weitergehenden Versuchen erhalten blieben.

Professor Bauschinger: Versuche in München.

Erster Versuch.

Bogen mit 4 m Spannweite, $^1/_{10}$ Stichhöhe, 1 m Breite und 5 bis 5,6 cm, im Mittel 5,3 cm Dicke mit einfacher Rundeisengeflechteinlage aus 6,5 mm dicken Tragstäben, 20 an der Zahl, und 5,5 mm dicken Querstäben; Maschenweite $^5/_5$ cm. Errichtet am 12. Juli 1887; geprüft am 5. Oktober 1887.

Der Bogen wurde mit einer Schicht Masseln gleichmäßig belastet und unversehrt vorgefunden. Es wurde zuerst diese Belastung auf der rechten, dann auf der linken Hälfte abgetragen und so der Bogen ganz entlastet. Hierauf wurde er wieder mit der gleichen Last über seine ganze Länge gleichmäßig belastet und dann weiter nur einseitig auf der rechten Hälfte, indem daselbst die Roheisenmasseln Schicht vor Schicht aufgetragen wurden. Dabei wurden nicht bloß die Änderung eines Punktes B im Scheitel, sondern auch noch der zwei anderen Punkte A und C gemessen, die sich in der Mitte der linken bezw. rechten Hälfte befanden, und zwar wurden die Änderungen aller dieser Punkte sowohl in vertikaler (Δ_y) als auch in horizontaler Richtung (Δ_x)

gemessen. Das positive Vorzeichen dieser Änderungen bedeutet ein Verschieben des Punktes nach rechts bezw. nach oben, das negative nach links bezw. nach unten. Dabei wurde die Lage jener drei Punkte am leeren Bogen als die Nullage genommen. Folgendes sind die Resultate:

Belastung				Punkt A		Punkt B		Punkt C		Bemerkungen
im ganzen kg		kg/m²		Δx	Δy	Δx	Δy	Δx	Δy	
links	rechts	links	rechts	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
995	1058	497	529	0	0	0	— 0,1	0	— 0,3	
995	0	497	0	+ 0,4	— 0,8	+ 1,3	+ 1,0	+ 0,4	+ 0,9	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2053		513		0	0	0	— 0,1	0	— 0,3	
1026	2030	513	1015	— 0,1	+ 0,3	— 0,2	— 0,3	— 0,5	— 0,3	
1026	2987	513	1493	— 0,3	+ 1,1	+ 0,9	+ 0,3	— 0,3	— 4,0	
1026	3950	513	1975	— 0,7	+ 1,8	+ 0,7	+ 0,2	+ 0,1	— 4,7	
1026	5229	513	2614	— 1,4	+ 3,8	+ 0,4	0	— 0,4	— 6,2	
1026	6020	513	3010	— 2,6	+ 8,0	— 1,1	— 0,8	— 1,6	— 7,2	Feiner Riß über dem Punkte A auf der oberen Fläche des Bogens.
1026	6961	513	3480	— 4,2	+ 13,4	— 1,1	— 1,0	— 3,0	— 10,2	Riß über dem Punkte A erweitert sich. Am rechten Widerlager entsteht ein feiner Riß, auf der oberen Fläche des Bogens.
1026	7829	513	3914	— 6,1	+ 17,3	— 2,7	— 2,3	— 4,1	— 17,1	
1026	7935	513	3967	—	—	—	—	—	—	Bruch plötzlich unter Aufsteigen der linken und Absinken der rechten Seite, bis sich zuletzt der ganze Bogen platt auf den Boden legt, von dem sein Scheitel ursprünglich rd. 65 cm entfernt war.

Zweiter Versuch.

Bogen mit 6 m Spannweite bei $^1/_{10}$ Stichhöhe, 1 m Breite und 6,5 cm Stärke mit einfacher Rundeisengeflechtseinlage aus 7 mm starken Tragstäben, 20 an der Zahl, und 5,5 mm dicken Querstäben. Maschenweite $^5/_5$ cm. Errichtet am 12. Juli 1887; geprüft am 6. Oktober 1887.

Auch dieser Bogen wurde am 5. Oktober vor der Probe mit einer Lage Masseln gleichmäßig über seine ganze Länge belastet und unverletzt vorgefunden und alsdann auf der rechten Hälfte entlastet.

Am nächsten Tage wurde er hierauf nur einseitig mit gleichmäßig über der linken Hälfte verteilten Masseln belastet, indem zu der vorhandenen ersten nach und nach weitere Schichten hinzugefügt wurden.

Dabei wurde wieder die Lagenänderung dreier Punkte A, B, C gemessen, von denen der eine, B, im Scheitel, die anderen, A und C, bezw. links und rechts je 1 m davon entfernt waren; als Anfangslage derselben wurde die genommen, welche sie bei gleichmäßig über die ganze Länge des Bogens verteilter Belastung mit einer Schicht Masseln einnahmen und welche sich von der bei entlastetem Bogen jedenfalls nur sehr wenig unterschied (vgl. den vor. Bogen). Die Resultate sind in folgender Tabelle enthalten, für welche bezüglich der Vorzeichen dasselbe gilt, was oben von der vorigen Tabelle gesagt wurde.

Belastung				Punkt A		Punkt B		Punkt C		Bemerkungen
im ganzen kg		kg/m²		Δ_x	Δ_y	Δ_x	Δ_y	Δ_x	Δ_y	
links	rechts	links	rechts	mm	mm	mm	mm	mm	mm	
1479	1479	493	493	0	0	0	0	0	0	
1479	0	493	0	+ 0,7	− 1,7	+ 0,8	+ 0,2	+ 0,7	+ 1,9	
2974	0	991	0	+ 1,4	− 4,4	+ 1,2	+ 0,2	+ 1,3	+ 4,1	Plötzlicher Knick. Riß am Widerlager und oben bei Punkt C.
3939	0	1316	0	+ 4,9	−13,2	+ 6,7	+ 0,7	+ 4,7	+19,2	
4520	0	1507	0	+ 7,5	−22,9	+ 4,2	+ 1,7	+ 8,3	+32,6	Bruch, plötzlich unter Heben der rechten und Absenken der linken Bogenhälfte, welch letztere sich platt auf den Boden legt, von dem ursprünglich der Scheitel des Bogens rd. 85 cm entfernt war.
4776	0	1592	0	—	—	—	—	—	—	

Dritter Versuch.

Brückengewölbe von 10 m Spannweite (Abb. 12) bei $^1/_{10}$ Stichhöhe, 1 m Breite und 9,9 bis 12,3, im Mittel 10,7 cm Stärke, mit einfacher Geflechtseinlage aus 19 Stück 10 mm dicken Tragstäben, 22 Stück 8 mm dicken und 158 Stück 5,5 mm dicken Querstäben. Erstere aus je drei, 3,75 m langen Stücken zusammengesetzt, welche einander um je 0,22 m überragen und dort durch Bindedraht verbunden sind. Die Verbindungsstellen sind in den nebeneinander liegenden Stäben versetzt. Maschenweite $^5/_6$ cm. Zwei in den Widerlagern mit dem Bogen verankerte Zugstangen.

Errichtet am 13. Juli 1887; geprüft am 7. Oktober 1887.

Der Bogen wurde mit einer Lage Masseln gleichmäßig über seine ganze Länge belastet vorgefunden. Er wurde zuerst auf der einen, dann auf der anderen Hälfte



Abb. 12. Versuche des Professors Bauschinger in München 1887.
Moniergewölbe von 10,00 m Spannweite, $^1/_{10}$ Stichhöhe und 10,7 cm mittlerer Stärke.
Belastung 42 063 kg oder 3824 kg/m².

entlastet und hierauf wieder belastet, indem zuerst auf die rechte, dann auf die linke, hierauf wieder auf die rechte, dann auf die linke Hälfte u. s. f. je eine Lage Masseln aufgelegt wurde. Nachdem auf diese Weise 8 Lagen Masseln aufeinander geschichtet waren, wurden in Ermangelung anderen Ballastes noch Drahtbündel von je 3,5 m Länge und 25 kg Gewicht der Länge nach darauf geschichtet, immer 21 Stück neben-

einander, zuerst auf der rechten, dann auf der linken Seite und dann in der Mitte. So wurden noch drei Lagen solcher Drahtbündel aufgelegt, ohne daß der Bogen zum Bruche kam. Der Bruch erfolgte erst, als auf der rechten Seite die drei Lagen Drahtbündel (64 Stück) und eine Anzahl Masseln im Gesamtgewichte von 3622 kg abgenommen worden waren, infolge der dadurch herbeigeführten einseitigen Belastung.

Die während dieser Be- und Entlastung stattgefundenen Gestaltsveränderungen wurden an 9 Punkten *A* bis *I* des Bogens gemessen, die nur je 1 m untereinander und von Widerlagern entfernt waren, so daß also der mittlere, *E*, im Scheitel lag. Die Resultate dieser Messungen sind in der Tabelle auf S. 12 enthalten, in der die Zeichen Δ_x und Δ_y und deren Vorzeichen dieselbe Bedeutung haben, wie früher. Die Lage jener Punkte bei unbelastetem Bogen ist wieder als Nullstellung angenommen.

Professor Bauschinger schreibt hierüber:

„Bei der Verwendung von Eisengerippen, welche in Beton eingebettet sind, wie es im Wesen des Monierschen Systems liegt, kommt es hauptsächlich auf 3 Punkte an:

1. auf die Größe der Adhäsion des Betons am Eisen,
2. auf das Verhalten beider Materialien bei wiederholtem Temperaturwechsel und
3. auf die Möglichkeit des Rostens des Eisens im Beton und dadurch herbeigeführte Zerstörung der Einlagen oder doch Lockerung.

Über diese 3 Punkte werden eine Reihe von Untersuchungen an Probekörpern stattfinden, welche im Laboratorium angefertigt werden sollen.

Zu Punkt 1 kann heute auf Grund einiger schon vorgenommener Proben gesagt werden, daß die Adhäsion des Zementes am Eisen ca. 40—47 kg/m² ist (bei einem Mischungsverhältnis 1 : 3).

Zu Punkt 2. Meine Versuche zur Bestimmung des Ausdehnungskoeffizienten von Zement und Zementmörtel, welche ich im Jahre 1876 anstellte (siehe meine Mitteilungen Heft VIII, S. 15), sowie diejenigen, welche ich neuerdings mit Stücken aus den obigen Versuchsobjekten ausführte, haben ergeben, daß der Ausdehnungskoeffizient des Betons nicht immer und unter allen Umständen gleich dem des Eisens anzunehmen ist.

Zu Punkt 3. Bei den oben erwähnten Adhäsionsversuchen, welche ich an drei Monate alten und während dieser Zeit größtenteils im Freien gelegenen Parallelepipeden mit Drahteinlagen angestellt habe, zeigten sich die aus dem Beton gezogenen Drähte, soweit sie in jenem gesteckt hatten, vollständig blank und rostlos, während sie außen stark verrostet waren. Demnach ist ein Rosten des zementumhüllten Eisendrahtes während dreier Monate nicht eingetreten."

Weitere Proben.

Ein neuer Impuls ward gegeben, als die k. k. priv. Südbahngesellschaft in Wien, welche die Auswechselung alter Gewölbebrücken behufs Erlangung eines größeren Durchfahrtsprofiles beabsichtigte, am Matzleinsdorfer Frachtenbahnhofe ein 10 m weites Monierbrückengewölbe behufs Erprobung aufführen ließ.

Nachstehend die Ergebnisse der vorgenommenen beiden Belastungsproben:

I. Versuch in Matzleinsdorf (Moniergewölbe).

Aus dem Protokolle der am 10. Dezember 1889 erfolgten Erprobung eines Moniergewölbes, welches am Matzleinsdorfer Frachtenbahnhofe mit 10 m Lichtweite und einer Objektbreite von 4 m ausgeführt wurde. Die Herstellung des Gewölbes erfolgte durch die Betonbau-Unternehmung G. A. Wayss & Cie in Wien.

Die Gestaltung des Gewölbes und der Widerlager ist aus der Zeichnung zu ersehen; demnach hat das Gewölbe am Schlusse 15 cm und am Kämpfer 20 cm Stärke.



Versuche des Professor Bauschinger in München 1887: Dritter Versuch.

Belastung im ganzen kg links	Belastung im ganzen kg rechts	kg/m² links	kg/m² rechts	Punkt A Δx mm	Punkt A Δy mm	B Δx mm	B Δy mm	C Δx mm	C Δy mm	D Δx mm	D Δy mm	E Δx mm	E Δy mm	F Δx mm	F Δy mm	G Δx mm	G Δy mm	H Δx mm	H Δy mm	J Δx mm	J Δy mm	Bemerkungen
2613	2689	523	538	+0,7	−0,1	0,0	0,0	+0,5	−0,8	0,0	−1,1	−0,3	−1,3	+0,2	−1,1	+0,1	−1,1	0,0	−0,7	0,0	+1,1	
2613	0	523	0	+0,8	−1,2	+0,9	−2,3	+2,0	−2,8	+1,6	−2,6	+1,0	−0,5	+1,2	+1,6	+0,6	+2,4	+0,3	+2,0	+1,7	+0,1	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
0	2689	0	538	−0,2	+1,1	−0,9	+2,7	−0,6	+3,5	−0,9	+2,2	0,0	−0,5	−0,5	−3,0	−1,7	−4,3	−0,6	−4,1	−0,1	−1,5	
2613	2689	523	538	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	−0,2	−0,8	−0,5	−1,3	−0,5	−1,5	−1,0	−1,7	−0,2	−0,6	+0,2	−0,1	
2613	5048	523	1010	−0,2	+1,1	−0,9	+2,1	−1,0	+2,5	−0,9	+1,0	−1,5	−2,0	−1,0	−4,2	−1,6	−5,4	−0,6	−3,4	−0,1	−1,5	
4998	5048	1000	1010	0,0	0,0	+0,3	−0,8	+0,5	−1,3	+1,0	−2,5	−0,5	−3,0	0,0	−3,0	−0,7	−2,9	+0,5	−1,3	+0,9	−0,1	
4998	7507	1000	1502	−0,3	+0,6	−0,4	+1,6	−0,1	+1,3	+0,1	−0,5	−0,5	−3,9	−1,0	−6,0	−1,2	−6,8	−0,4	−4,3	+0,7	−1,7	
7249	7507	1450	1502	−0,2	−0,6	−0,2	−1,3	0,0	−2,2	−0,4	−4,0	−0,5	−5,0	−0,1	−5,3	−0,2	−4,6	+0,4	−2,2	+0,9	−0,1	
7249	9872	1450	1974	−0,8	+0,5	−0,4	+0,6	−0,1	−0,3	−0,4	−2,8	−0,7	−6,2	−0,4	−8,0	−1,1	−8,1	−0,1	−5,0	+1,1	−1,8	
9524	9872	1905	1974	−0,2	−0,8	+0,3	−2,6	+0,9	−4,5	+0,4	−6,7	0,0	−8,3	+0,4	−8,0	0,0	−6,3	+1,3	−2,8	+2,4	−0,3	
9524	12285	1905	2457	−0,9	+0,3	−0,6	−0,3	+0,2	−2,6	+0,2	−6,0	−0,5	−9,9	−0,2	−11,6	−0,5	−10,8	+1,1	−6,4	+2,1	−0,4	
11897	12285	2379	2457	−0,7	−1,3	+1,7	−3,8	+1,7	−3,3	+0,8	−10,6	+1,0	−12,6	+1,5	−12,0	+0,9	−9,2	+2,2	−4,2	+3,7	−0,3	
11897	14540	2379	2908	−1,0	−0,4	−0,2	−2,2	+0,8	−5,4	+0,6	−10,0	+0,3	−14,2	0,0	−16,0	0,0	−14,0	+1,4	−8,2	+3,4	−2,4	
14107	14540	2821	2908	−0,5	−1,6	+0,8	−5,3	+2,4	−10,1	+1,6	−14,5	+1,0	−17,2	+1,5	−16,5	+1,4	−12,8	+3,1	−6,4	+4,9	−0,8	um 12 h 10' [1]
14107	14540	2821	2908	−0,5	−2,2	+1,1	−6,5	+2,1	−11,8	+2,1	−16,5	+1,5	−19,2	+1,5	−18,0	+2,0	−13,5	+3,4	−6,7	+5,2	−0,9	um 2 h 30'
14107	17055	2821	3411	−1,2	−1,1	+0,5	−4,1	+1,0	−9,0	+1,6	−14,8	+1,0	−20,2	+1,0	−21,3	+1,0	−18,5	+2,7	−10,9	+4,9	−3,1	
16506	17055	3301	3411	−0,9	−2,5	+1,3	−7,3	+2,7	−13,8	+2,4	−19,5	+2,0	−23,3	+2,1	−22,0	+2,5	−17,6	+4,3	−9,1	+6,4	−1,6	
16506	19106	3301	3821	−1,0	−1,7	+0,8	−6,3	+1,9	−13,1	+2,3	−20,2	+1,7	−26,0	+2,0	−26,3	+2,3	−22,2	+4,2	−12,7	+6,9	−3,3	
18207	19106	3641	3821	−0,8	−3,0	+1,6	−9,3	+2,9	−17,1	+3,3	−24,2	+2,9	−29,0	+3,0	−27,8	+3,5	−22,2	+5,6	−11,9	+8,4	−2,1	[2]
19007	19906	3801	3981	−0,5	−3,6	+1,8	−10,6	+2,9	−19,2	+3,6	−26,7	+3,0	−31,8	+3,4	−30,2	+4,1	−24,0	+6,1	−12,7	+8,9	−2,3	
20582	21481	4116	4296	−0,6	−4,5	+2,2	−12,3	+3,9	−21,5	+4,6	−29,3	+4,0	−34,5	+4,0	−32,3	+4,8	−25,6	+7,1	−13,6	+10,2	−2,3	
20582	17202	4116	3440	+1,8	−10,1	+5,8	−22,1	+7,9	−34,3	+8,6	−41,3	+7,3	−42,8	+8,5	−34,3	+9,3	−21,2	+12,4	−5,2	+16,4	+6,6	
20582	16259	4116	3252	Sprung oben zwischen den Punkten *H* und *J*; bald darauf, nach einigen Minuten, Bruch, wobei sich der ganze Bogen mit seiner Belastung auf den Boden legt. Am rechten Widerlager das Auge der einen Zugstange abgerissen.																		

[1]) Sprünge im Boden zeigen, daß das rechte Widerlager hinausgeschoben wird; auch sind die Zugstangen merklich angespannt.
[2]) Risse im Boden am rechten Widerlager erweitert.

Die Stirnflächen dieser Wölbung waren frei sichtbar und eben abgegrenzt. An einzelnen Stellen treten die abgezwickten Enden der Eiseneinlagen vor. An der Leibungsfläche waren deutlich die Fugen der Schalungsbretter wahrzunehmen.

Das Gewölbe wurde nach Angabe der Bauleitung der Südbahngesellschaft am 19. Oktober 1889 betoniert. Die Arbeit wurde bei günstigem Wetter ausgeführt; erst acht Tage später traten Morgenfröste ein. Ein Stück des Rundeisengitters von gleicher Beschaffenheit wie das einbetonierte war gelegentlich dieser Erprobung zur Schau ausgestellt.

Die Widerlager (b) (Abb. 14), 2 m stark aus Ziegelmauerwerk hergestellt, sind sowohl der Dicke als der Höhe nach mit einer 1 m starken Betonschicht (c) umgeben

Die Stirnmauern aus Ziegel ruhen unmittelbar auf dem Moniergewölbe, der Raum zwischen den beiden Stirnmauern ist mit Schotter ausgefüllt, in welchem ein normalspuriger Oberbau des Probegleises liegt, dessen Querschwellen durchschnittlich 80 cm voneinander entfernt sind. Nahe dem Gewölbescheitel kommt eine Querschwelle zu liegen. In dem Viertelpunkte der Spannweite vom linken Widerlager befand sich ein Schienenstoß mit Laschenverbindung.

Das Gewicht der Schienen auf das lfd. Meter beträgt 35 kg, das der genannten ständigen Last f. 1 m^2 Grundrißfläche 1500 kg.

Entsprechend der Anordnung der K. K. General-Inspektion der österreich. Eisenbahnen waren zum Zwecke der Messungen der infolge verschiedener Belastungen eintretenden Formänderungen des Moniergewölbes im ganzen neun Meßständer (Abb. 13) aufgestellt und zwar je drei mit der Nummer 1, 2, 3 und 7, 8 und 9 bezeichnet längs der beiden Stirnwände und drei mit der Nummer 4, 5, 6 bezeichnet in der Gleisachse; davon waren, wie dies nebenstehende Skizze veranschaulicht, je drei im ersten Viertel, je drei in der Scheitellinie und je drei im dritten Viertel der freien Spannweite angeordnet. Die Meßständer waren nach üblicher Weise hergestellt, indem zwei Holzlatten, wovon die eine fest im Boden, die andere mit dem Gewölbe im Zusammenhange stehend, sich nebeneinander frei verschieben konnten, so daß nach vorangegangenem Anreißen einer Marke die Senkung unmittelbar abzulesen war.[1])

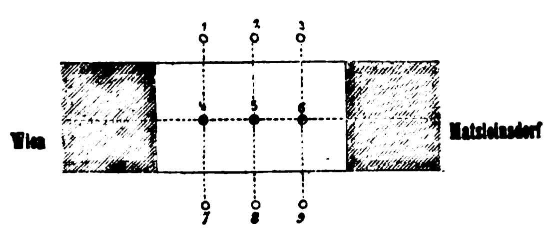


Abb. 13. Anordnung der Meßständer.

Es sei hier angeführt, daß die Minimaltemperatur in der verflossenen Nacht — 16° C und während der Belastungsproben — 8° C betrug.

Es wurden elf Belastungsproben ausgeführt, und zwar wurden die Lasten vom rechten nach dem linken Widerlager sehr langsam und in vorsichtiger Weise vor- und wieder zurückgeschoben.

Die Größe dieser Belastungen, sowie die durch diese hervorgerufenen elastischen und bleibenden Senkungen sind in der Tabelle auf Seite 315 zusammengestellt. Das Resultat der Erprobungen war nach jeder Richtung hin befriedigend; denn sowohl nach Ende dieser Belastungsproben, als auch nach der Überführung der schweren Lokomotive hat sich an keiner Stelle des Gewölbes ein Anriß oder sonst eine Beschädigung gezeigt.

---

[1]) Die Folge dieser Messungsart war, daß die Senkungen der Brücke, hervorgerufen durch die Zusammenpressung des Baugrundes, notwendigerweise mitgemessen wurden und so als **bleibende** Senkung der Brücke zum Ausdrucke kommen mußten.



Versuche in Matzleinsdorf.

Nummer der Versuche	Art der Belastung	Nummer der Beobachtungspunkte 1	2	3	4	5	6	7	8	9	
		Einsenkung in Millimetern									
1	Für Lastwagen II. Klasse	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	Für Lastwagen II. Klasse	0	0	0	0	$^1/_2$	0	0	0	0	
3	Für Lastwagen II. Klasse	0	$^1/_2$	0	0	$^1/_2$	$^1/_4$	0	0	0	
4	Für Lastwagen I. Klasse	0	$^1/_4$	0	$^1/_4$	$^1/_2$	$^1/_4$	0	0	0	
5	Für Lastwagen I. Klasse	$^1/_4$	1	$^1/_2$	$^1/_4$	1	$^1/_2$	0	$^1/_2$	0	
6	Für Lastwagen I. Klasse	$^1/_2$	$^1/_4$	$^1/_2$	$^1/_4$	1	$^1/_2$	0	0	0	
7	Für Lastwagen I. Kl. und gleichf. Last	$^1/_4$	1	1	0	1	$^1/_2$	0	$^1/_2$	1	
8	Für Lastwagen I. Kl. und gleichf. Last bleibend	$^3/_4$ 0	$1^1/_2$ $^1/_2$	1 1	1 0	$1^1/_2$ $^1/_2$	$^3/_4$ $^3/_4$	$^1/_4$ 0	$^3/_4$ 0	$^3/_4$ 0	
9	Tenderbelastung totale	$^1/_2$	$^1/_2$	1	0	1	$^1/_4$	0	$^3/_4$	$^3/_4$	Von einer neuen Marke abgelesen
10	Tenderbelastung totale bleibend	1 $^1/_2$	$1^1/_2$ $^1/_4$	$1^3/_4$ $^1/_2$	$^3/_4$ $^1/_4$	$1^1/_2$ $^1/_4$	$^1/_2$ $^1/_4$	$^1/_2$ 0	$1^1/_2$ $^1/_4$	$1^1/_4$ $^1/_2$	
11	Lokomotive mit Tender totale bleibend	1 0	1 0	2 0	$1^1/_4$ 0	2 0	$^1/_4$ $^1/_4$	$1^1/_2$ $^1/_4$	2 $^1/_4$	$1^3/_4$ 1	Von einer neuen Marke abgelesen

II. Versuch in Matzleinsdorf (Moniergewölbe).

Fortsetzung und Beendigung der am 10. Dezember 1889 begonnenen Erprobung des am Matzleinsdorfer Frachtenbahnhofe für Versuchszwecke ausgeführten Moniergewölbes.

Das Versuchsobjekt wurde vor Beginn seiner weiteren Erprobung, bezw. vor Vornahme seiner Belastung in jenem Zustande wieder vorgefunden, in welchem es am vorgenannten Tage verlassen worden war. — Es sind sonach seit der am 19. Oktober 1889 erfolgten Herstellung des Versuchsgewölbes 210 Tage und seit seiner erstmaligen Erprobung 157 Tage verflossen.

Die behufs Beobachtung der Formänderungen aufgestellten Meßvorrichtungen erlitten gegenüber dem ersten Versuche die Änderung, daß anstatt der einfachen Meß-

Draufsicht.

Mitte.

Wien

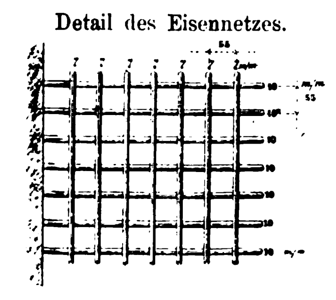
Matzleinsdorf

Querschnitt.

Längenschnitt.

Abb. 14. Versuchsgewölbe in Matzleinsdorf.

Detail des Eisennetzes.



ständer Vorrichtungen zur Anwendung gelangten, welche die Messung sowohl von vertikalen als auch von horizontalen Verschiebungen gestatteten. Jede dieser Vorrichtungen bestand aus einer hölzernen, mit Papier überzogenen Tafel, die an einer in das Gewölbe eingelassenen Eisenklammer befestigt und längs eines unabhängig fixierten Holzrahmens verschiebbar war. (Siehe Abb. 14.)

Solche Beobachtungsapparate waren, wie dies vorstehendes Grundrißschema zeigt, nicht nur an den im bereits angeführten Protokoll angegebenen Stellen des Gewölbes 1 bis 9, sondern auch an den vier Kämpferpunkten der Gewölbestirnen angebracht und zwar wurden die letzteren Punkte mit Nr. 10 bis 13 bezeichnet.

Es waren sonach an jeder Gewölbestirn je fünf, in der Objektachse drei Beobachtungspunkte vorhanden. Die vorerwähnten Befestigungsklammern der Meßapparate waren an den Gewölbestirnen in der Bogenachse angebracht, und betrug die Entfernung des markierten Tafelpunktes von der Schwerpunktachse des Bogens im Mittel 315 mm, während diese Entfernung bei den drei in der Objektachse befindlichen Meßvorrichtungen (Nr. 4, 5 und 6) im Mittel 400 mm war.

Auf diesen Umstand muß aufmerksam gemacht werden, um die gemessenen seitlichen Verschiebungen richtig beurteilen zu können.

Die Versuche wurden am 16. und 17. Mai durchgeführt.

Am erstgenannten Tage wurde damit begonnen, daß man eine dreiachsige und hierauf eine vierachsige Lokomotive auf das Gewölbe einseitig (Matzleinsdorfer Seite) auffahren ließ.

Nachdem hierdurch keine nachteiligen Formänderungen auftraten, und auch die bleibenden Durchbiegungen sich in engen Grenzen hielten, wurde auf die andere Gewölbehälfte (Wiener Seite) eine sukzessive wachsende Schienenbelastung aufgebracht.

Über die Größe dieser Belastung sowohl als auch über die durch diese hervorgerufenen elastischen und bleibenden Formänderungen des Versuchsobjektes gibt die Tabelle A auf S. 318 und 319 den nötigen Aufschluß.

Bei der Gesamtbelastung von 90000 kg bezw. bei einer Belastung von 4500 kg/m² entstand am Widerlager der belasteten Gewölbehälfte eine Abtrennung der Stirnmauern, und konnte dieser Riß auch zunächst des Kämpfers bis auf zwei Drittel der Gewölbestärke verfolgt werden.

Abb. 15. Darstellung des Objektes nach der am 16. und 17. Mai 1890 stattgefundenen Erprobung.

Ebenso zeigten sich bei dem nächsten Belastungsstadium von 100000 kg, das ist von 5000 kg/m², kleine, oben beginnende Risse in den beiderseitigen Stirnmauern,

Zu den Versuchen am Matzleinsdorfer Frachtenbahnhof. Tabelle A.

Nummer der Versuche	Art der Belastungen Wien ..... Richtung ..... Matzleinsdorf	Größe der Belastung	Beobach-		
			zwischen		
			1	2	3
			Gemessene		
			Horizontale Be-		
			Beobach-		
I.	Lokomotive	Bei der Belastung	− 0,2	+ 1,5	+ 1,5
			− *0,4*	− *0,5*	− *0,1*
		Nach der Entlastung ...	0,0	+ 0,4	0,0
			0,0	*0,0*	*0,0*
II.	Lokomotive	Bei der Belastung	− 0,3	+ 1,9	+ 2,3
			− *0,4*	− *0,6*	− *0,3*
		Nach der Entlastung ...	0,0	+ 0,4	+ 0,3
			− *0,1*	*0,0*	*0,0*
III.	Schienenbelastung	52,700 Kilogramm	+ 3,3	+ 4,3	+ 0,3
			− *0,1*	+ *0,8*	+ *0,7*
		65,000 „	+ 4,6	+ 5,7	+ 0,3
			− *0,5*	+ *1,0*	+ *0,4*
		80,000 „	+ 7,0	+ 8.3	+ 0,4
			− *0,4*	+ *1,8*	+ *2,1*
		90,000 „	+ 9,3	+ 10,1	+ 0,4
			0,0	+ *2,4*	+ *2,5*
		100,000 „	+ 11,4	+ 12,7	+ 0,8
			0,0	+ *2,6*	+ *3,1*
		100,000 „	+ 12,4	+ 14,1	+ 1,1
			0,0	+ *2,6*	+ *3,1*
		50,000 „ nach halber Entlastung	+ 9,4	+ 9,3	+ 0,3
			+ *0,2*	+ *2,3*	+ *1,6*
			Beobach-		
IV.	Schienenbelastung	Bei gänzl. Entlastung ..	+ 4,0	+ 3,5	+ 0,7
			+ *0,2*	+ *0,6*	+ *0,5*
		90,000 Kilogramm	+ 10,5	+ 12,0	+ 1,6
			+ *0,1*	+ *2,0*	+ *2,7*
		100,000 „	+ 11,2	+ 13,3	+ 1,8
			+ *0,1*	+ *2,3*	+ *3,1*
		110,000 „	+ 12,1	+ 14,5	+ 2,0
			+ *0,1*	+ *2,3*	+ *3,2*
		130,000 „	+ 14,8	+ 17,7	+ 2,7
			0,0	+ *2,6*	+ *3,9*
		150,000 „	+ 18,2	+ 24,0	+ 4,0
			− *0,4*	+ *2,6*	+ *5,0*
		170,000 „	+ 24,0	+ 31,6	+ 6,2
			− *1,3*	+ *2,6*	+ *6,3*

Zur Tabelle A.

tungspunkte am Gewölbe										Bemerkungen
den Kämpfern						am Kämpfer				
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	
Einsenkung (+); oder Hebung (—) in mm.										
wegungen gegen Matzleinsdorf (+); gegen Wien (—) in mm.										
tungen am 16. Mai 1890.										
— 0,4	+ 1,0	+ 4,0	— 0,2	+ 1,1	+ 1,9	0,0	+ 0,5	0,0	0,0	
0,0	*— 0,7*	*0,0*	*0,0*	*— 0,2*	*0,0*	*— 0,2*	*+ 0,2*	*0,0*	*— 0,8*	
0,0	0,0	+ 2,0	0,0	+ 0,4	0,0	0,0	+ 0,1	0,0	0,0	
0,0	*0,0*	*0,0*	*0.0*	*0,0*	*0,0*	*0,0*	*0,0*	*0,0*	*0,0*	
— 0,5	+ 1,5	+ 5,0	— 0,2	+ 1,2	+ 2,8	0,0	+ 0,4	0,0	+ 0,3	
0,0	*— 1,0*	*— 0,1*	*— 0,3*	*— 0,3*	*— 0,2*	*— 0,2*	*+ 0,2*	*— 0,2*	*0,0*	
0,0	0,0	+ 2,5	0,0	+ 0,3	+ 0,6	0,0	+ 0,1	0,0	0.0	
0,0	*0,0*	*— 0,1*	*— 0,3*	*— 0,3*	*— 0,2*	*— 0,2*	*0,0*	*0,0*	*0,0*	
+ 3,6	+ 4,5	+ 2,5	+ 3,5	+ 4,4	+ 0,6	+ 0,4	+ 0,1	+ 0,6	0,0	Die Schienen wurden auf der einen Brückenhälfte (Wiener Seite) in Schichten von je 50 Stück aufgebracht, welche auf je 6 in der Gleiserichtung gelegten Schienen gelagert waren. Es bestand solcherweise jede Schienenlage aus 56 Stück Schienen. Die Last wurde auf die nebenstehenden Werte näherungsweise ergänzt.
— 0,8	*+ 1,0*	*+ 1,0*	*— 0,3*	*+ 0,2*	*+ 0,5*	*+ 0,6*	*+ 0,6*	*+ 0,2*	*+ 0,4*	
+ 5,1	+ 6,2	+ 2,5	+ 4,5	+ 6,0	+ 0,6	+ 0,4	+ 0,1	+ 0,8	0,0	
— 1,1	*+ 1,2*	*+ 1,4*	*— 0,3*	*+ 0,7*	*+ 0,5*	*+ 0,6*	*+ 1,1*	*+ 0,5*	*+ 0,9*	
+ 8,1	+ 9,2	+ 2,2	+ 7,8	+ 8,9	+ 0,6	+ 0,8	+ 0,1	+ 1,0	0,0	
— 1,2	*+ 2,0*	*— 2,4*	*— 0,4*	*+ 1,2*	*+ 1,3*	*— 0,2*	*+ 1,4*	*+ 0,3*	*+ 1,3*	
+ 10,6	+ 11,2	+ 2,2	+ 10,2	+ 10,9	+ 0,6	+ 0,8	+ 0,1	+ 1,5	— 0,2	
— 1,2	*+ 2,5*	*+ 2,9*	*— 0,3*	*+ 1,6*	*+ 1,8*	*— 0,2*	*+ 1,8*	*0,0*	*+ 1,9*	
+ 12,6	+ 13,7	+ 2,2	+ 12,0	+ 13,0	+ 0,6	+ 0,8	+ 0,1	+ 1,6	— 0,2	Ablesung gegen 11 h 15 m Vorm.
— 1,2	*+ 3,0*	*+ 3,4*	*— 0,3*	*+ 2,2*	*+ 2,3*	*— 0,3*	*+ 1,9*	*— 0,2*	*+ 2,0*	
+ 14,3	+ 15,4	+ 3,0	+ 13,8	+ 14,5	+ 0,6	+ 1,0	0,0	+ 1,6	+ 0,0	Ablesung gegen 2 h 45 m Nachm.
— 1,8	*+ 3,8*	*+ 4.0*	*— 0,6*	*+ 2,2*	*+ 2,6*	*— 0,5*	*+ 1,7*	*— 0,3*	*+ 2,2*	
+ 11,4	+ 10,8	+ 1,5	+ 10,8	+ 10,5	0,0	+ 0,9	0,0	+ 1,2	0,0	Ablesung gegen 4 h 30 m Nachm.
— 1,4	*+ 3,2*	*+ 2,7*	*— 0,6*	*+ 2,3*	*+ 2,7*	*— 0,6*	*+ 1,5*	*— 0,4*	*+ 1,3*	
tungen am 17. Mai 1890.										
+ 4,1	+ 3,7	+ 0,7	+ 4,3	+ 4,0	+ 0,6	+ 1,3	+ 0,5	+ 0,9	0,0	Die hier angeführten Werte beziehen sich auf die am 16. Mai ursprünglich angenommenen Nullpunkte.
— 1,1	*+ 1,0*	*+ 0,4*	*— 0,3*	*+ 0,6*	*+ 2,0*	*— 0,4*	*+ 1,5*	*— 0,2*	*+ 0,7*	
+ 11,8	+ 12,6	+ 1,5	+ 12,6	+ 13,0	+ 0,9	+ 1,8	+ 0,2	+ 1,6	0,0	Die Schienen wurden wie am 16. Mai nacheinander in Lagen zu je 56 Stück wieder aufgebracht.
— 1,6	*+ 3,0*	*+ 3,4*	*— 0,8*	*+ 1,9*	*+ 3,0*	*— 0,9*	*+ 2,7*	*— 0,3*	*+ 1,7*	
+ 12,6	+ 14,0	+ 2,0	+ 13,3	+ 14,2	+ 1,0	+ 2,3	+ 0,2	+ 1,8	0,0	
— 1,8	*+ 3,4*	*+ 3,4*	*— 0,8*	*+ 2,5*	*+ 3,0*	*— 1,4*	*+ 2,7*	*— 0,5*	*+ 2,1*	
+ 13,7	+ 15,0	+ 2,0	+ 14,3	+ 15,7	+ 1,0	+ 2,3	+ 0,2	+ 2,0	0,0	
— 1,8	*+ 3,6*	*+ 3,7*	*— 0,8*	*+ 2,5*	*+ 3,4*	*— 1,4*	*+ 2,8*	*— 0,7*	*+ 2,2*	
+ 16,5	+ 18,7	+ 2,6	+ 17,3	+ 19,2	+ 1,9	+ 2,3	+ 0,2	+ 2,3	— 0,2	
— 2,0	*+ 4,0*	*+ 4,4*	*— 0,8*	*+ 2,8*	*+ 4,0*	*— 1,4*	*+ 3,2*	*— 0,9*	*+ 2,5*	
+ 21,3	+ 25,5	+ 3,7	+ 21,9	+ 25,8	+ 2,8	+ 3,3	+ 0,2	+ 2,3	— 0,2	
— 2,4	*+ 4,5*	*+ 5,9*	*— 1,4*	*+ 3,3*	*+ 5,0*	*— 1,4*	*+ 3.7*	*— 1,7*	*+ 3,4*	
+ 26,3	+ 32,6	+ 6,0	+ 27,6	+ 33,8	+ 5,0	+ 3,3	+ 0,2	+ 4,2	— 0,3	
— 3,6	*+ 5,0*	*+ 7,4*	*— 2,5*	*+ 3,3*	*+ 6,3*	*— 4,0*	*+ 3,8*	*— 1,9*	*+ 4,2*	



Abb. 16. Einseitige Belastung des Objekts mit 196200 kg oder 9810 kg/m².

nahe der Mitte der unbelasteten Gewölbehälfte.

Die vorerwähnte Belastung von 100000 kg wurde $3^1/_2$ Stunden und zwar von 11 Uhr 15 Minuten vormittags bis 2 Uhr 45 Minuten nachmittags auf dem Objekte belassen. — Die sich hierdurch ergebende Zunahme der Formänderung, sowie der Rückgang derselben bei Verminderung der Belastung bis auf die Hälfte ist aus der Tabelle A auf S. 318 und 319 zu ersehen

Am zweiten Versuchstage (17. Mai) wurde das Gewölbe ganz entlastet vorgefunden und mit den Schienenbelastungen (Abb. 15 u. 16) und Messungen in der aus der Tabelle ersichtlichen Weise wieder begonnen und fortgesetzt.

Bei einer Belastung von 180000 kg ist das Matzleinsdorfer Widerlager sehr stark gerissen, wodurch eine derartige Senkung des Gewölbes eintrat, daß es sich auf einzelne Pfosten des Unterfangungsgerüstes auflegte. — Nach Entfernung dieser Pfosten hat sich die Einsenkung noch vergrößert, ohne daß im Gewölbe selbst, außer dem bereits erwähnten Risse am Wiener Kämpfer, irgend welche Trennungen beobachtet werden konnten; wohl aber zeigte sich nach gänzlicher Entfernung der Pfosten, daß in beiden Widerlagern die oberste Ziegelschar ganz zerdrückt war. Die Belastung wurde dann bis zu 196200 kg, das ist 9810 kg/m², einseitig gesteigert.

Die Risse erweiterten sich hierbei, die beiden Widerlager wurden um etwa 20 bis 40 mm hinausgeschoben, wodurch die Einsenkungen sich soweit vergrößerten, daß das Gewölbe sich in einzelnen Punkten auf das Unterfangungsgerüste aufsetzte.

Gleichzeitig entstand an der Gewölbeleibung in etwa 50 cm Abstand vom Scheitel in der unbelasteten Hälfte ein auf die ganze Breite durchgehender Riß, welcher den Schluß zuließ, daß die Widerstandsfähigkeit des Versuchsobjektes hiermit gänzlich aufgehoben war.

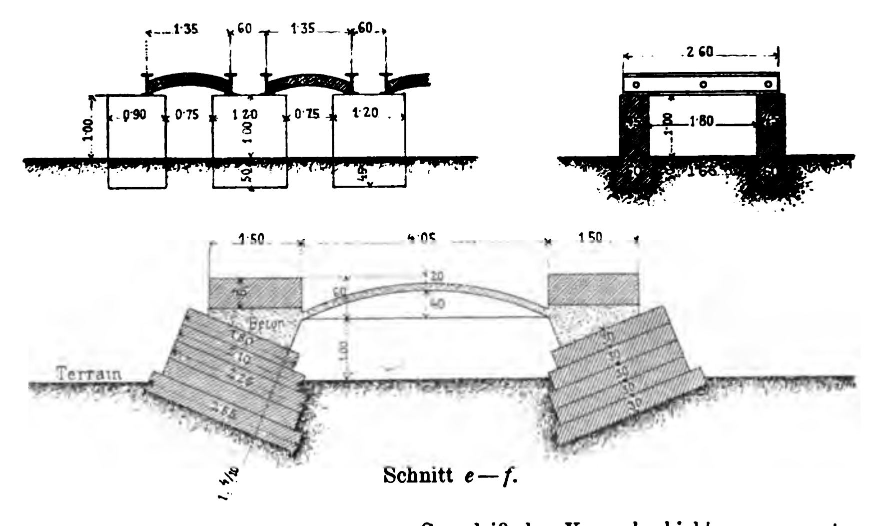
Gewölbeproben des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereins.

Während dieser Zeit war von seiten des österreichischen Ingenieur- und Architektenvereines ein Komitee gewählt worden, welches sich die Aufgabe stellte, durch Versuche Klarheit in die schwebenden Fragen zu bringen.

Durch eigene sowie von Fremden beigesteuerte Mittel und Leistungen war der Verein bald in der Lage, das Programm für diese umfassenden Versuche festzustellen.

Die Kosten der Versuche betrugen annähernd 100000 Kronen.

I. Hochbau-objekte.



Auf Bruchversuche mit den im Hochbau gebräuchlichen Gewölben kleinerer Spannweite (2,7 bis 4,05 m nach Abb. 17) wurden außer Ziegel- und Betongewölben insbesondere Moniergewölbe erprobt, jedoch auch die Erprobungsergebnisse eines nach System Melan in Brünn 1893 ausgeführten Objektes einbezogen.

Der Vollständigkeit halber seien die Ergebnisse der Proben mit 4,05 m weiten Gewölben angeführt:

Tabelle: Über die Formänderungen der 4,05 m weit gespannten Gewölbe zwischen starren Widerlagern.

Die Gewölbe mit starren Widerlagern und 4,05 m Stützweite erhielten an jeder Stirnseite je 5 Stifte mit den zugehörigen, an Ständern befestigten Winkeln und zwar an den beiden Kämpfern, im Scheitel und auf je $^1/_4$ der Bogenlänge. An den drei letztgenannten Punkten wurden überdies empfindliche Libellen angebracht, um die Querschnittsverdrehungen zu messen. Die Tabelle enthält alle Versuchsresultate. Der Vergleich mit dem Ziegelgewölbe ergab, daß das Ziegelgewölbe eine viel zu geringe Tragfähigkeit besaß, weil unter solchen Umständen schon nennenswerte Zugspannungen auftreten, denen die Mörtelfugen nicht den erforderlichen Widerstand entgegensetzen können.

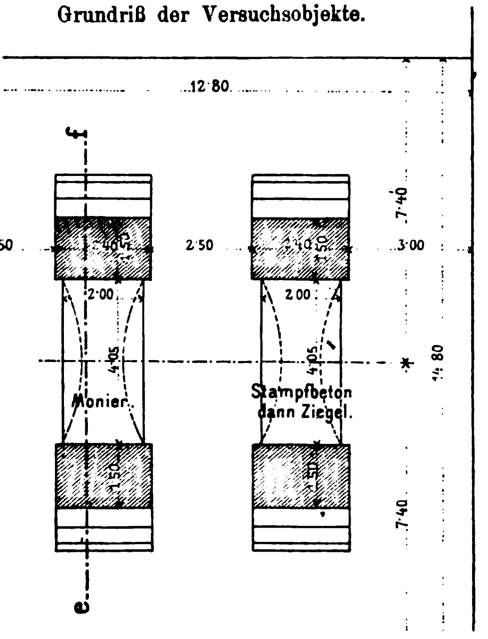


Abb. 17. Versuche mit Hochbaugewölben.

Das Stampfbetongewölbe ist bei einer einseitigen Last von 3685 kg, das Moniergewölbe bei einer ebensolchen Last von 4360 kg/m² eingestürzt, so daß diese beiden Gewölbearten den an sie gestellten Anforderungen entsprochen haben und in ihrer Bruchlast keinen großen Unterschied aufweisen. Die ersten Risse traten bei beiden Gewölben unter einer Last von 3000 kg/m² ein, die Durchbiegungen waren beim Monierbogen etwas größer als beim Stampfbetongewölbe, wobei die Stärkenverhältnisse mit in Betracht gezogen werden müssen.

Nach Beendigung aller Gewölbeversuche tauchte ein neues Gewölbesystem (Patent Melan) auf, welches die Verstärkung von Stampfbetonbögen durch eingelegte Eisenträger bezweckt. Hierbei werden in bestimmten, den statischen Verhältnissen ent-

Zu den Gewölbeproben des österr. Ingenieur- u. Architekten-Vereins.

Moniergewölbe.

Post Nr.	Fremde Belastung in kg/m² einseitig	Gemessene Verschiebungen in mm										Verdrehungen des Querschnittes im Punkte			Besondere Bemerkungen
		1		2		3		4		5					
		v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	2	3	4	
1	500	+0,1	0,1	+ 0,2	0,3	0,6	0,3	1,0	0,2	0,2	0,2	— 0' 15"	— 3' 46"	+ 2' 00"	Stärke im Scheitel **5 cm,**
2	1000	+0,2	0,2	+ 0,5	0,6	1,3	0,6	1,9	0,4	0,3	0,3	— 0' 30"	— 7' 55"	+ 3' 54"	**Stich 40 cm,** Eigenlast
3	1500	+0,4	0,6	+ 0,7	1,0	2,5	1,1	4,0	0,7	0,5	0,5	— 2' 00"	— 14' 25"	+ 7' 00"	1010 kg, Schutt und Fuß-
4	2000	+0,6	1,0	+ 1,1	2,0	3,9	1,8	6,5	1,1	0,8	0,8	— 2' 47"	— 23' 36"	+ 10' 44"	boden 1887 kg, zu 4) Riß
5	2500	+1,1	2,1	+ 2,3	3,5	6,0	2,8	10,5	2,0	1,2	1,2	+ 0' 55"	— 42' 07"	+ 17' 00"	am Widerlager, zu 5) zwei-
6	3000	+1,4	3,5	+ 3,5	4,6	8,3	3,9	14,3	3,0	1,7	1,5	+ 3' 16"	— 59' 10"	+ 22' 27"	ter Riß in der unbelasteten
7	3500	+1,8	4,8	+ 4,3	5,9	10,7	5,9	17,9	3,8	2,1	1,6	+ 4' 09"	— 1° 14' 00"	+ 26' 48"	Hälfte. — Einsturz bei einer
8	4017	+3,4	8,6	+ 7,6	9,8	19,5	8,0	29,2	6,7	3,1	1,7	+ 7' 10"	— 1° 52' 40"	+ 43' 00"	Last von 4360 kg/m². Zu 9)
9		+4,9	11,5	+10,1	12,8	27,4	9,8	35,7	7,8	3,7	2,0	—	—	—	nach 2½ Stunden.

Betongewölbe.

Post Nr.	Fremde Belastung in kg/m² einseitig	Gemessene Verschiebungen in mm										Verdrehungen des Querschnittes im Punkte			Besondere Bemerkungen
		1		2		3		4		5					
		v	h	r	h	v	h	v	h	v	h	2	3	4	
1	500	+ 0,1	0,0	+ 0,1	0,1	0,3	0,0	0,3	0,0	0,1	0,0	— 0' 45"	— 0' 40"	+ 1' 00"	Stärke im Scheitel **10 cm,**
2	1000	+ 0,2	0,0	+ 0,2	0,2	0,7	0,1	0,6	0,1	0,2	0,1	— 1' 35"	— 1' 30"	+ 2' 15"	**Stich 41 cm,** Eigenlast
3	1500	+ 0,4	0,1	+ 0,2	0,5	1,8	0,5	2,4	0,3	0,2	0,4	— 3' 35"	— 5' 50"	+ 7' 50"	2000 kg, Schutt und Fuß-
4	2000	+ 0,5	0,2	+ 0,3	1,2	2,9	1,0	4,3	0,5	0,3	0,6	— 5' 40"	— 10' 30"	+ 13' 40"	boden 2061 kg. — Zu 4)
5	2500	+ 1,0	1,7	+ 0,1	2,4	4,3	1,8	7,4	1,0	0,5	1,0	— 8' 55"	— 14' 20"	+ 23' 45"	Durchgehender Riß zunächst
6	3000	+ 1,7	3,8	— 2,0	4,5	5,4	3,5	13,5	2,2	0,6	1,6	—	—	—	des Widerlagers. — Einsturz
7	3237	+ 2,0	5,0	— 3,7	5,0	5,8	4,5	16,7	3,0	0,7	2,0	—	—	—	bei einer Last von 3865 kg/m².

sprechenden Entfernungen in das Betongewölbe genau nach dessen Form gebogene Eisenträger (I-Träger) eingeschaltet, deren Enden bei Decken zwischen Traversen gegen letztere abgekeilt sind.

Nachdem mit derartigen Gewölben sehr befriedigende Vorversuche vorgenommen waren, wurde ein in Brünn im Juli 1892 ausgeführtes Probeobjekt ein Jahr später dem Gewölbeausschusse zur Verfügung gestellt. Das Gewölbe hatte 4 m Stützweite, 0,29 m Pfeilhöhe und 3 m Breite; in Abständen von je 1 m waren gebogene I-Träger Profil Nr. 8 (mit 8 cm Höhe) eingelegt. Die Betonstärke betrug 8 cm, die Mischung war im Mittel ein Teil Radotiner Portland-Zement auf fünf Teile Sand und Rieselschotter. Zur Belastung wurden Roheisenflossen verwendet, nachdem vorher die eine Gewölbehälfte eine Sandschüttung erhalten hatte.

Die bei den einzelnen Belastungsphasen gemessenen vertikalen und horizontalen Verschiebungen des Scheitels sowie der Mittelpunkte der belasteten und unbelasteten Gewölbehälfte, bezogen auf die Kämpferhorizontale, zeigt die nachfolgende Tabelle D, aus welcher hervorgeht, daß dieses Gewölbe eine anscheinend höhere Tragfähigkeit besitzt als die im vorigen beschriebenen gleichweit gespannten Beton- und Moniergewölbe.

Wegen Mangel an Belastungsmaterial wurde die Erprobung bei einer einseitigen Last von 6900 kg/m² unterbrochen, wobei sich nach erfolgter Entlastung nur sehr geringe bleibende Einsenkungen zeigten.

Im weiteren Verlaufe des Versuches wurde nur eine Fläche von 1 m² über der zweiten Bogenrippe belastet, wobei diese Last allmählich bis 16400 kg gesteigert wurde, unter welcher der Einsturz trichterförmig erfolgte, nachdem vorher erst bei einer Last von 15200 kg stärkere örtliche Senkungen und Risse aufgetreten waren.

Tabelle D: Über die Formänderungen der 4 m weit gespannten Betongewölbe mit eingelegten Eisenträgern (System Melan).

Versuchs-Nr.	Fremde Last (Eisenflossen) in kg/m² einseitig	Gemessene Verschiebungen in mm										Besondere Bemerkungen
		5		4		3		2		1		
		v	h	v	h	v	h	v	h	v	h	
1	500	0	— 0,1	1,4	0,0	1,2	0,0	0,6	0,0	0	0,1	Stärke 8 cm, Stich 29 cm, Eigenlast 2200 kg, Gewicht der einseitigen Sandschüttung 700 kg. — Bei 10) wird ein feiner Haarriß an der unteren Leibung zunächst des Scheitels bemerkt, der aber nicht auf die ganze Länge durchreicht, sondern nur auf etwa 30 cm von der Stirn weg zu verfolgen ist und sich später auch nicht mehr erweitert. — Nr. 11) nach 18stündiger Pause.
2	1000	0	0,0	2,7	0,3	2,4	0,1	1,1	0,0	0	0,1	
3	1500	0	0,0	3,9	0,7	3,6	0,6	1,6	0,5	0	0,6	
4	2000	0	0,0	5,2	0,7	4,8	0,9	1,8	0,8	0	0,7	
5	0	0	— 1,4	0,7	0,7	0,4	0,9	0,8	0,3	0	0,5	
6	2000	0	— 1,6	4,4	2,2	4,1	1,9	2,3	1,1	0	1,4	
7	2500	0	— 1,7	5,9	2,3	5,4	1,9	2,7	1,3	0	1,2	
8	3000	0	— 1,5	7,0	2,4	6,4	2,1	3,0	0,5	0	1,4	
9	4000	0	— 1,5	10,4	3,0	10,3	3,1	4,6	1,1	0	2,2	
10	5000	0	— 1,2	14,2	3,4	13,9	3,7	6,3	1,8	0	2,7	
11	5000	0	— 1,6	15,6	2,5	14,6	2,9	7,3	1,0	0	1,3	
12	6000	0	— 1,9	28,3	2 3	17,1	2,4	8,1	0,6	0	1,0	
13	6900	0	— 3,0	20,9	1,1	20,1	1,3	9,7	— 0,7	0	— 0,3	
14	0	0	— 1,7	6,7	0,6	7,6	— 0,6	5,3	— 2,3	0	— 1,3	

Die horizontalen Verschiebungen *h* nach rechts sind negativ bezeichnet.
Die vertikalen Verschiebungen *v* sind auf die Verbindungslinie der Kämpferpunkte 1 bis 5 bezogen.

Zur Charakteristik dieser Bauweise genügt vollständig die erste Belastungsphase der Gewölbehälfte, weil hierbei eine Last von 6900 kg/m² noch keine nennenswerte Formänderung verursacht hat. Es unterliegt daher keinem Zweifel, daß dieses Gewölbesystem sowohl für schwer belastete Zwischendecken als auch für Brücken hervorragend geeignet ist.

II. Unterbauobjekte.

Matzleinsdorf (Stampfbetongewölbe).

Auf das bereits oben angeführte Ergebnis der Erprobung eines Monierbogens am Matzleinsdorfer Bahnhofe folgte die Probe mit einem Stampfbetonbogen von 10 m Spannweite (Abb. 18 bis 20), 1,00 m Pfeil, und zwar heißt es im Gewölbeberichte:

„Mit Rücksicht auf den oben geschilderten Versuch legte der Gewölbeausschuß einen Wert darauf, daß ein ganz gleiches Objekt aus Stampfbeton ausgeführt werde. Der Verein fand hierfür bei der K. K. priv. Südbahngesellschaft das vollste Entgegenkommen und die Betonbauunternehmung Pittel & Brausewetter erklärte sich bereit, dieses Gewölbe aus Stampfbeton unter Benutzung der Widerlager, auf welche sich der Monierbogen gestützt hatte, auszuführen. Es wurde daher, als letzterer entfernt war, vorerst eine eingehende Untersuchung der Widerlager vorgenommen.

Um etwaige Risse genau verfolgen zu können, wurden die Widerlagerstirnen aufgedeckt, alle schadhaften Mauerteile abgetragen und neu hergestellt; ferner wurde, nachdem der Monierbogen unter der Belastung, welcher er ausgesetzt war, ein Abschieben des gegen Meidling situierten Widerlagers bewirkt hatte und die örtlichen Verhältnisse es als zweckmäßig erscheinen ließen, abermals die gegen Wien gelegene Gewölbehälfte zu belasten, eine Verstärkung des Meidlinger Widerlagers vorgenommen und zwar in der Weise, daß die Stärke des Mauerkörpers durch Nachbetonierung um einen Meter vergrößert wurde, so daß er eine Gesamtstärke von 4 m erhielt.

Nach Herstellung der Gewölbeeinrüstung, welche im wesentlichen aus sechs, in Entfernung von 2 m durch Böcke unterstützten Bohlenbögen bestand, wurde an die Überbetonierung der aus Ziegeln hergestellten Widerlager, bezw. an die Ausführung der Kämpferschicht geschritten und derselben die in Abb. 18 ersichtliche Form gegeben. — Das Mischungsverhältnis für diesen am 10. November 1890 hergestellten Betonkörper bestand aus:

1 Volumteil Radotiner Portland-Zement,
3 Volumteilen reinen Donaussandes und
3 Volumteilen Schotter.

Dieses Gemenge wurde in Schichten von 10 cm eingebracht, festgestampft, und und nach Fertigstellung dieses Körpers die Arbeit unterbrochen.

Am 11. November 1890 wurde an die Betonierung des Bogens geschritten und, um der Berechnung der statischen Verhältnisse zugrunde liegenden Annahme des nicht eingespannten Bogens annähernd zu entsprechen, der Beton der Kämpfer von dem des Bogens durch eine Lage Asphaltplatten von 12 bis 15 mm Stärke, 40 cm Höhe und je 50 cm Einzellängen getrennt:

Der Geröllbeton bestand aus:

1 Volumteil Radotiner Portland-Zement,
3 Volumteilen Donausandes,
1 Volumteil Schotterbruch (Kalksteine, bezogen von der Liesing-Kaltenleutgebner Linie).

Derselbe wurde in Schichten von ca. 15 cm Stärke eingebracht, tangentiell zur Leibung festgestampft und wurde von beiden Widerlagern gleichmäßig gegen den

Gewölbescheitel vorgeschritten. Als nur mehr ca. 1,5 m in der Mitte frei waren, mußte wegen Steilheit der Fugenrichtung das Stampfen senkrecht zu derselben verlassen werden, es wurden horizontale Schichten von ca. 10 cm Höhe gebildet und dieselben in lotrechter Richtung gestampft. Der Gewölberücken sowohl, als auch die behufs Abwässerung über den Widerlagern hergestellten Aufsattelungen wurden sodann mit einem Zementgusse überzogen und war die ganze Arbeit um 4 Uhr Nachmittag nach zehnstündiger Arbeitsdauer beendet.

Die Leistung wurde von 22 Mann (darunter 4 Mann erst von 11 Uhr Vormittag) mit einem Aufwande von 43 Faß Portland-Zement à 200 kg vollbracht. Während des ganzen Verlaufes der Betonierung war die Witterung trübe und nebelig und betrug die mittlere Tagestemperatur + 5° Réaumur.

Die Ausschalung erfolgte am 22. Dezember 1890 und konnten bei derselben keinerlei Setzungen konstatiert werden. Die Erprobung des Gewölbes wurde am 23. Juli 1891 begonnen; es waren somit seit der Herstellung 224 Tage verflossen, demnach um 14 Tage mehr als zwischen Herstellung und zweiter Erprobungsphase des Monierbogens.

Die behufs Beobachtung der Formänderungen aufgestellter Meßvorrichtungen waren dieselben, welche bei den übrigen Gewölbeversuchen Verwendung fanden, nämlich feste Anschlagwinkel und Schiebmaßstäbe mit Nonien.

Beobachtungspunkte waren im ganzen zehn angeordnet, und zwar fünf pro Gewölbestirne. Hiervon befanden sich zwei in den Widerlagerfluchten, einer im Scheitel, einer in der Mitte der belasteten und einer in der Mitte unbelasteten Hälfte; alle waren genau in der Gewölbsachse angeordnet. Als Belastungsmaterial dienten Pauschschienen; dieselben wurden in einzelnen Lagen à 12 700 kg bezw. 635 kg/m² auf der Wien zugekehrten Gewölbehälfte aufgebracht und wurde am ersten Tage die Belastung bis 5080 kg/m² getrieben. Bei einer Belastung von 2540 kg/m² traten über dem Wiener Widerlager Risse in den Stirnmauern ein; bei 3810 kg/m² zeigte sich 50 cm von der Mitte der belasteten Hälfte gegen den Scheitel gemessen ein in der unteren Leibung beginnender Riß. Die Belastung von 5080 kg wurde zwei Stunden auf dem Gewölbe belassen, sodann eine abermalige Ablesung gemacht, um die Zunahme der Senkung bei dauernder Belastung zu konstatieren. Hierauf wurde an die Entlastung geschritten und bei halber und vollkommener Entlastung die Formänderung beobachtet.

Am 24. Juni 1891 wurden die Beobachtungen bei der Belastung von 5080 kg/m² wieder aufgenommen und bis zu einer Last von 10 322 kg/m² — dem gesamten disponiblen Quantum — fortgesetzt. Nach drei Tagen, am 27. Juni 1891, bis zu welchem Zeitpunkte das Gewölbe der gesamten erwähnten Last ausgesetzt war, wurde die Beobachtung wiederholt und nach weiteren drei Tagen, während welcher das Gewölbe vollkommen entlastet worden war, die letzte Ablesung gemacht (Tabelle E).

Hiernach hat sich ergeben, daß die größte Senkung in der Mitte der belasteten Gewölbehälfte 29, im Scheitel 28,5 und in der Mitte der unbelasteten Gewölbehälfte 12,5 mm betrug und daß sich diese Senkungen nach der Entlastung auf 16,8, 15,9 und 7,7 mm verringerten."

Auf Grund der beiden Originalaufzeichnungen über die beobachteten Formänderungen wurden in nachstehender Tabelle E die Mittelwerte der absoluten Verschiebung je zweier zusammengehöriger Punkte zusammengestellt. Diese Tabelle wird durch zwei graphische Darstellungen Abb. 19 und 20 (S. 327) ergänzt. Bei der einen Darstellung sind die aufgebrachten Schienenlagen als Abszissen, die zugehörigen Senkungen und Horizontalverschiebungen als Ordinaten in achtfacher Vergrößerung aufgetragen und

Tabelle E. Stampfbetongewölbe 10 m.

Versuchs-Nr.	Größe der Belastung im ganzen kg	Größe der Belastung kg/m²	Mittel der Verschiebungen in mm: Wiener Kämpfer *v*	Wiener Kämpfer *h*	Mitte der belasteten Hälfte *v*	Mitte der belasteten Hälfte *h*	Scheitel *v*	Scheitel *h*	Mitte d. unbelasteten Hälfte *v*	Mitte d. unbelasteten Hälfte *h*	Meidlinger Kämpfer *v*	Meidlinger Kämpfer *h*	Anmerkung
1	—	—	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	12 700	635	0,0	0,1	0,4	0,1	0,3	0,1	0,1	0,2	0,0	0,2	
3	25 400	1270	0,0	0,1	1,0	0,1	0,7	0,2	0,3	0,3	0,1	0,2	
4	38 100	1905	0,1	0,2	1,6	0,2	1,3	0,3	0,6	0,4	0,1	0,4	
5	50 800	2540	0,2	0,2	2,5	0,4	2,0	0,5	0,9	0,6	0,1	0,7	**Zu Nr. 5.** An der Wiener Seite, rechte Ecke, Riß an der Stirnmauer über 6 und schwächer sichtbar über 1.
6	63 500	3175	0,3	0,2	3,9	0,5	3.0	0,7	1,1	0,9	0,2	1,1	
7	76 200	3810	0,4	0,3	5,5	0,7	4,0	0,9	1,3	1,2	0,2	1,5	**Zu Nr. 7.** Riß im Gewölbe von Punkt 2 .. 0,4 m gegen die Mitte, von Punkt 7 .. 0,6 m gegen die Mitte.
8	88 900	4445	0,6	0,3	7,2	0,9	5.1	1,1	1,6	1,4	0,3	1,8	
9	101 600	5080	0,8	0,2	8,8	1,0	6,2	1,4	2,1	1,7	0,3	2,1	
10	101 600	5080	0,8	0,0	10,3	0,9	7,6	1,5	2,8	1,8	0,2	2,5	**Zu Nr. 10.** Nach 2 Stunden; Punkt 6 in 60 cm Entfernung gegen die Mitte von dem Riß Nr. 5 ein neuer ‖ laufend. Riß. 1,10 m von Punkt 9 gegen Meidling ein Riß durch die Roll- und 1. Ziegelschar — 0,3 m von Punkt 5 gegen die Mitte ein Riß durch die Roll- und 5 Ziegelscharen.
11	50 800	2540	0,7	— 0,1	8,5	0,7	5,9	1,2	2,4	1,5	0,2	2,1	
12	—	—	0,5	— 0,4	4,9	0,3	3,5	0,7	1,6	0,8	0,3	1,5	
13	101 600	5080	0,8	— 0,2	10,5	0,7	8,1	1,3	3,2	1,8	0,3	2,5	
14	114 300	5715	1,0	0,0	11,5	0,8	9,2	1,4	3,6	1,9	0,2	2,8	
15	127 000	6350	1,2	0,1	12,7	0.9	10,1	1,5	4,0	2,1	0,4	3.0	**Zu Nr. 15.** Spuren eines Risses im Kämpfer bei Punkt 6, 1 und 10.
16	139 700	6985	1,3	0,1	14,0	1,0	11,4	1,6	4,5	2,2	0,3	3,4	
17	152 400	7620	1,5	0,1	15,5	0,9	12,8	1,8	5,1	2,4	0,3	3,7	
18	165 100	8255	1,7	— 0,1	17,2	0,8	14,7	1,9	5,9	2,6	0,3	4,2	
19	177 800	8890	1,9	— 0,2	18,7	0,7	16,4	2,0	6,7	2,8	0,2	4,6	
20	206 430	10 322	2,3	— 0,7	23,1	0,3	21,6	2,2	9,0	3,2	0,3	5,7	**Zu Nr. 20.** An der rechten Ansichtsfläche des Gewölbes sind in 1,12, 1,40, 1,61 m Entfernung vom Punkt 7 gegen die Mitte — Risse sichtbar, welche von der unteren Leibung bis rd. 1/3 der Gewölbestärke reichen. — An der linken Ansichtsfläche desgl. 1,40 m von Punkt 2 gegen die Mitte ein Riß sichtbar.
21	206 430	10,322	2,8	— 1,9	29,0	0,0	28,5	2,6	12,5	3,5	0,5	7,2	**Zu Nr. 21.** Abgelesen am 27. Juni 1891.
22	—	—	1,1	— 2,0	16,8	— 0,2	15,9	1,6	7,7	1,8	0,4	4,6	**Zu Nr. 22.** Abgelesen am 30./6. 1891. Die Risse in der Wiener Gewölbehälfte haben sich um ein geringes Maß geschlossen; der Riß über 10 ist deutlich sichtbar geworden.

die Kurven gezeichnet, bei der anderen Darstellung wurde die Bogenachse als Gerade gedacht, auf derselben die fünf Beobachtungspunkte markiert, der von diesen während der Belastungen zurückgelegte Weg in vierfacher Vergrößerung gezeichnet, und für charakteristische Belastungsphasen das zugehörige Polygon eingezeichnet. Abb. 18 zeigt den Versuchsbogen nach Beendigung der Erprobung und zwar sind darin der Ort und die Ausdehnung der entstandenen Risse ersichtlich gemacht.

Um die Ergebnisse der beiden vorstehend geschilderten Proben (in Matzleinsdorf mit einem Monier- bezw. mit einem Stampfbetongewölbe) richtig zu vergleichen, ist es wohl notwendig, einen Umstand nicht außer acht zu lassen, der bei der Besprechung des ersten Versuches erwähnt worden ist. Es ist dies die beim Moniergewölbe unter einer Belastung von 9000 kg/m² eingetretene Verschiebung des einen Widerlagers, wodurch die Gewölbewirkung zum größten Teile aufgehoben wurde, so daß zu Ende des Versuches der Monierbogen unter wesentlich ungünstigeren Verhältnissen beansprucht wurde als das Stampfbetongewölbe, bei welchem die Widerlager standfest

geblieben sind und nur unbedeutende elastische Horizontalverschiebungen erfahren haben. Es ist nur diesem Umstande zuzuschreiben, daß das Moniergewölbe sich bei einer Belastung von 9810 kg/m² auf das 10 cm von der inneren Leibung entfernte Sicherungsgerüst auflegte, während das Stampfbetongewölbe auch unter der Last von 10322 kg/m² erst verhältnismäßig geringe Formänderungen erfuhr.

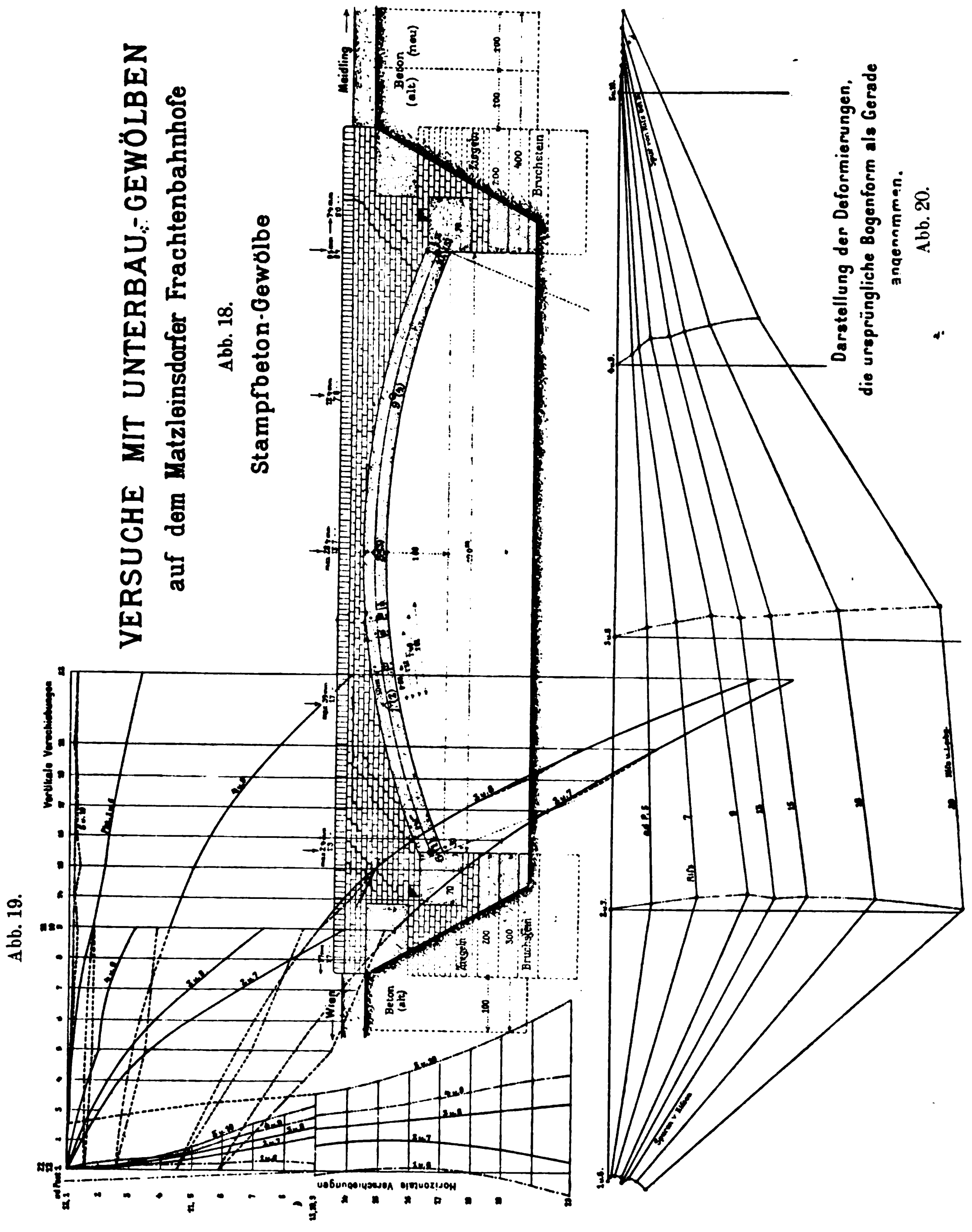


Abb. 18.

Abb. 19.

Abb. 20.

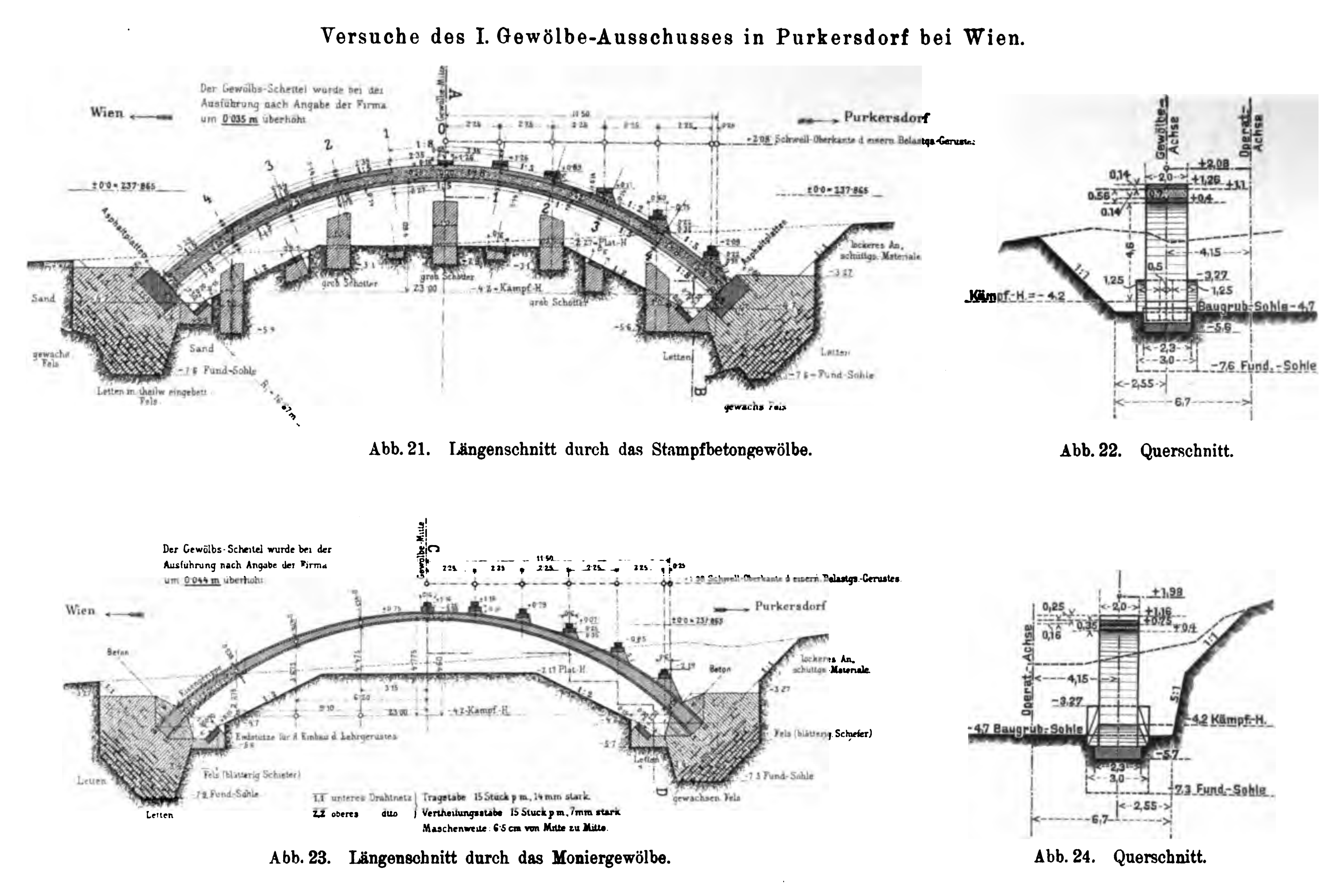


Abb. 21. Längenschnitt durch das Stampfbetongewölbe.

Abb. 22. Querschnitt.

Abb. 23. Längenschnitt durch das Moniergewölbe.

Abb. 24. Querschnitt.

Im übrigen ist aus diesen beiden Proben, wenn man ihre Resultate den später mitgeteilten Ergebnissen der Purkersdorfer Versuche entgegenhält, zu erkennen, daß das Vorhandensein der Überschüttung und der Stirnaufmauerung wie auch die Art und Weise der Belastung hier günstigere Verhältnisse für das Tragvermögen der Gewölbe herbeigeführt haben.



Abb. 25. Stampfbetongewölbe in Purkersdorf.

III. Purkersdorfer Versuche.

Anschließend an diese Erprobungen folgten die Proben der großen Gewölbe, welche alle bei 23 m Spannweite im Lichten, 4,60 m Pfeilhöhe und 2 m Bogenbreite einer einseitigen Belastung unterzogen wurden.

a) Beschreibung der Anlagen am Versuchsplatze.

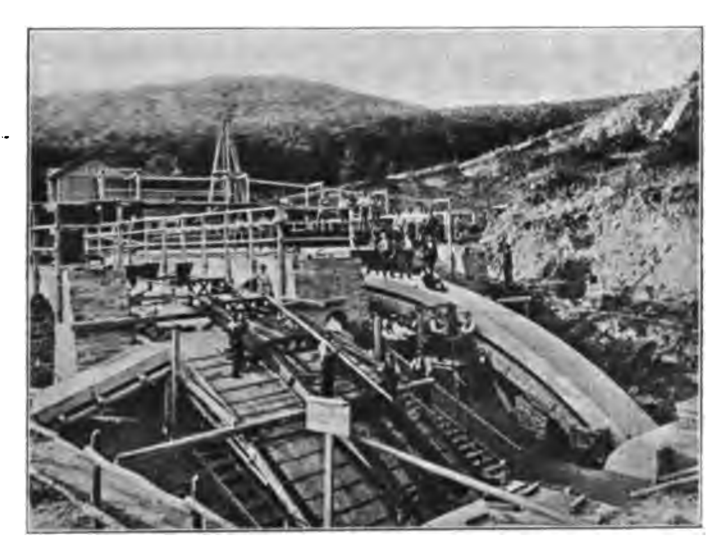


Abb. 26. Moniergewölbe in Purkersdorf.

Die Ausführung der Objekte von 23 m Lichtweite erfolgte in dem in der Nähe der Station Purkersdorf an der Westbahn gelegenen Steinbruche des Herrn Ingenieur Sigmund Figdor und konnten gleichzeitig je zwei Probeobjekte von je 2 m Breite hergestellt werden. Die Anlage der Gewölbe, Widerlager und Gerüstungen ist aus Abb. 21 bis 24 (S. 328), 25 und 26 ersichtlich.

Der Unterbau für die Lehrgerüste und diese selbst waren derart konstruiert, daß sie nicht nur für die Herstellung der Gewölbe dienten, sondern während der Durchführung der Belastungsproben durch entsprechende Senkung gleichzeitig auch als Stützgerüste für die zu brechenden Versuchsobjekte in Verwendung genommen werden konnten.

b) Die Durchführung der Versuche.

Die Versuchsobjekte umfaßten ein Bruchstein-, ein Ziegel-, ein Stampfbeton- und ein Moniergewölbe, sowie einen eisernen Bogen mit Kämpfergelenken. Die Erprobung der Gewölbe bezw. des eisernen Bogens erfolgte durch einseitige, von einem Widerlager bis zum Scheitel reichende Belastung.

Als Belastungsmaterial dienten Eisenbahnschienen. Die Übertragung der Belastung auf das Probeobjekt erfolgte mittels eines eisernen Gerüstes (Abb. 58) aus weichem Martinflußeisen von 14,50 t Gesamtgewicht. Dieses Belastungsgewicht bestand aus sechs, in gleichen Abständen von 2,25 m befindlichen Jochen. Durch Vermeidung kontinuierlicher Träger für die Schienenunterstützung wurde die aufgebrachte Belastung in rechnungsmäßig genau bestimmbarer Weise auf die Stützpunkte des Belastungsgerüstes verteilt. Die Gewichte wurden durch Schienenlagen derart ausgeglichen, daß dem ersten und letzten Knoten die Last P, den übrigen die Last $2\,P$ entsprach.

Den Proben gingen voraus, bezw. parallel zu ihnen wurden zahlreiche Laboratoriumsversuche über die Güte der verwendeten Materialien: Zement, Beton, Eisen usw., sowie deren Druck- und Zugfestigkeit, Elastizität usw. angestellt, welche recht bemerkenswerte Ergebnisse lieferten.

Insbesondere zur Ermittelung der Elastizitätswerte von Beton wurden Untersuchungen durchgeführt, doch weichen die Ergebnisse derart ab und liegen auch soweit auseinander, daß sie, insbesondere die Ergebnisse dieser Versuche über Zugelastizität, nicht als einwandfrei bezeichnet werden können. Bei den Proben beabsichtigte man nachstehende Erhebungen vorzunehmen:

1. die Messung der vertikalen und horizontalen Verschiebungen einzelner Punkte der Bogenmittellinie und der Widerlager in bezug auf außerhalb des Objektes gelegene Festmarken;
2. die Messung der Winkelverdrehungen einzelner Bogenquerschnitte;
3. die Erhebung der Temperaturschwankungen und
4. die Aufnahme der Brucherscheinungen.

Zur Ermittelung der Verschiebungen einzelner Punkte der Bogenmittellinie, welche vorher durch eingemauerte oder eingeschraubte 10 mm starke, rund abgedrehte Eisenstifte gekennzeichnet waren, bediente man sich des nachfolgend beschriebenen von Inspektor Buberl erdachten Apparates. Dieser besteht zunächst aus einem genau rechtwinklig angearbeiteten gußeisernen Anschlagwinkel, dessen Schenkel das feste Koordinatensystem bilden, auf das die Lage des betreffenden durch den eisernen Stift markierten Gewölbepunktes bezogen wird. Zu diesem Zwecke wird dieser Winkel in unmittelbarer Nähe des zu beobachtenden Punktes an einem eingerammten Pfahle oder an einem geeigneten Gerüstbalken derart befestigt, daß einer der beiden Winkelschenkel horizontal, der andere vertikal ist. Die Form dieser Anschlagwinkel ist aus der Abb. 27 ersichtlich. Die Innenflächen a und b und die obere Fläche c sind eben bearbeitet.

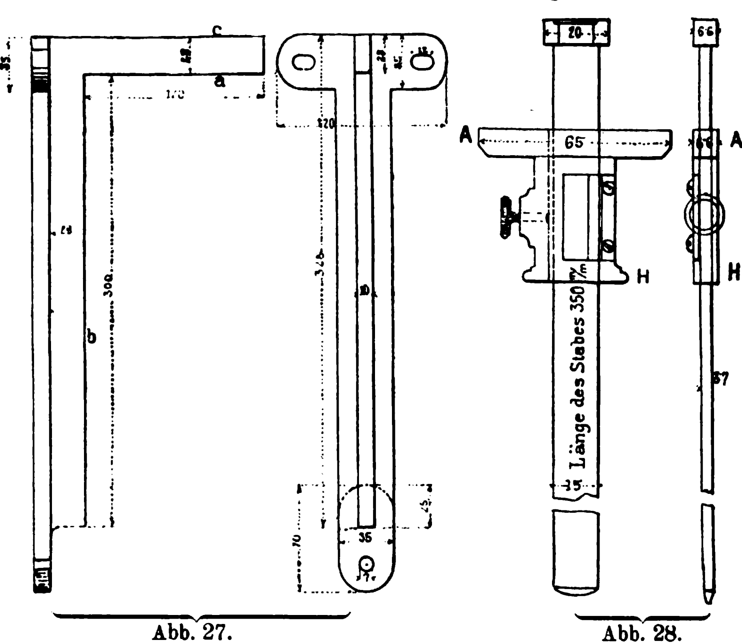


Abb. 27. Abb. 28.

Apparat zur Ermittlung der Verschiebungen und Schiebermaßstab.

Die Winkel werden mit Zuhilfenahme eines Senkels sowie einer kleinen Aufsatzlibelle in die richtige Lage gebracht.

Zum Messen diente der in der Abb. 28 dargestellte Schiebermaßstab. Dieser trägt eine Millimeterteilung und auf der verschiebbaren Hülse *H* einen Nonius, welcher 0,1 mm abzulesen gestattet. Diese Hülse hat oben einen Ansatz *A* und ist mit einer Klemmvorrichtung versehen, durch deren Handhabung man den Nonius an jeder beliebigen Stelle des Maßstabes feststellen kann. Bei Vornahme einer Messung wird das mit einem Stahlansatze versehene Maßstabende an den Schenkel des gußeisernen Ansatzwinkels angesetzt, dann die Hülse *H* so weit verschoben, bis deren Ansatz *A* an den im zu beobachtenden Punkte an der Gewölbestirn angebrachten Metallstift anstößt, und hierauf die bezügliche Ablesung am Maßstabe und Nonius vollzogen. Die eingetretenen Formänderungen werden aus dem Unterschiede der Ablesungen erhalten.

Pfeufferscher Durchbiegungszeichner.

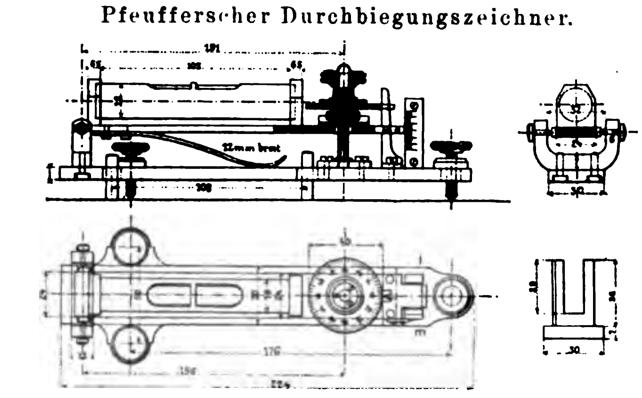


Abb. 29. Libellenapparat.

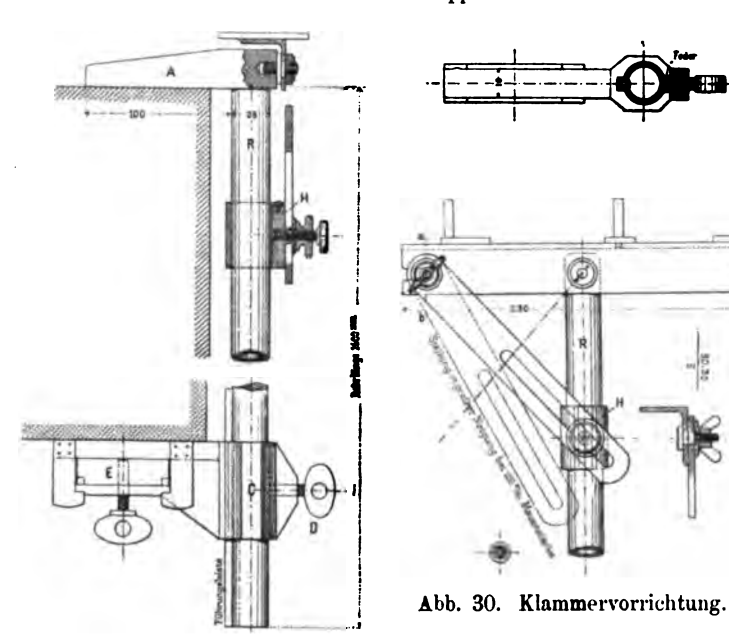


Abb. 30. Klammervorrichtung.

Außer diesen Apparaten, welche sich durch die Einfachheit ihrer Handhabung und durch die damit erzielbare Genauigkeit gut bewährt haben, wurden auch noch die bekannten Pfeufferschen Durchbiegungszeichner verwendet, um auch schon während der Versuchsdauer eine graphische Darstellung der eingetretenen Veränderungen zu erhalten. Es wurden diese Pfeufferschen Apparate besonders auch in dem Falle benutzt, wenn noch Erhebungsresultate bei derart bedeutenden Verschiebungen gewonnen werden wollten, wofür die Schiebapparate nicht mehr ausreichten.

Der Apparat zur Messung der Winkelverdrehungen bestand aus zwei Teilen: aus dem eigentlichen Libellenapparate und aus der Klammervorrichtung. Der erstere, in der Abb. 29 dargestellt, zeigt die bekannte Einrichtung. Zur Horizontalstellung der Libelle dienen drei Fußschrauben. Fünf volle Umdrehungen der Meßschraube entsprechen einer Neigung der Libelle um einen Bogengrad, und da die an der Schraube sitzende Scheibe in 72 Teile geteilt ist, gestattet der Apparat die direkte Ablesung eines zehn Bogensekunden be-

tragenden Winkelmaßes. — Die Klammervorrichtung ist in der Abb. 30 veranschaulicht. Sie besteht aus einem Gasrohre R, welches oben einen rechtwinklig ausgearbeiteten, mit A bezeichneten festen und unten einen längs einer Führung verschiebbaren Backen C hat, welcher mittels einer Klemme D in seiner Lage am Gasrohre fixiert und auch noch durch eine Druckschraube E um ein geringes Maß verschoben werden kann.

Am oberen Backen A befindet sich ein zur Aufnahme des Libellenapparates bestimmter, um einen Punkt drehbarer Arm, der sich nach Erfordernis feststellen läßt. Auf dem Rohre sitzt nämlich auch eine verschiebbare und durch eine Klemmvorrichtung festzuhaltende Hülse H, deren Arretierungsschraube zugleich den Stützpunkt für eine verstellbare Strebe bildet, die wieder durch eine Schraube mit dem vorgedachten Arm in Verbindung gebracht werden kann. Arm und Strebe enthalten überdies Führungsausschnitte und ermöglichen so innerhalb gewisser Grenzen jede wie immer gewünschte Stellung des Armes und somit auch des auf ihm aufzusetzenden Libellenapparates.

Gehandhabt wird die Vorrichtung wie folgt: Vorerst wird die Klammer am Gewölberücken mit dem festen Backen aufgelegt und in die Richtung des Bogenquerschnittes gebracht, sodann durch Verschieben des unteren Backens bis an die Gewölbeleibung und durch Anziehen der Klemmschraube am Gewölbe leicht befestigt, und endlich mittels der Druckschraube fest angespannt. Hierauf wird der an der Klammer angebrachte Arm in eine nahezu horizontale Lage gestellt, der Libellenapparat auf diesen Arm bei Nullstellung der Meßschraube aufgesetzt und die Libelle mit Hilfe der drei Fußschrauben zum Einspielen gebracht. Erleidet nun der Bogenquerschnitt eine Winkelverdrehung, so gibt sich dies durch einen Ausschlag der Libelle sofort kund und man erhält diesen in Bogenmaß gemessen, wenn man die Libelle mittels der Meßschraube wieder zum Einspielen bringt.

Auch dieser Apparat hat sich bei der Vornahme der Belastungsproben sehr gut bewährt. Sämtliche Meßinstrumente wurden von der mechanischen Werkstätte Kraft & Sohn in Wien nach den ihr gemachten Angaben in vortrefflicher Ausführung geliefert.

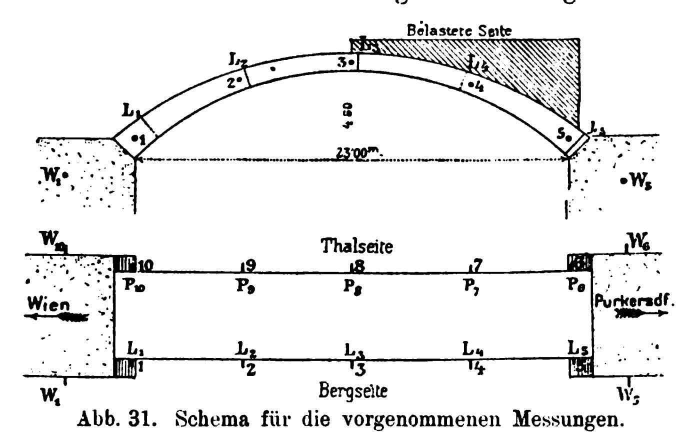


Abb. 31. Schema für die vorgenommenen Messungen.

Die Versuchsgewölbe erhielten, wie schon erwähnt, einen feinen Verputz und wurden an den beiden Stirnen mit einer von den Kämpfern ausgehenden Metereinteilung versehen (Abb. 25).

Der Vorgang bei den Messungen wurde bei sämtlichen Versuchen in der gleichen Weise eingehalten. Es wurden die horizontalen und vertikalen Verschiebungen an den beiden Gewölbestirnen und zwar in je fünf Punkten mittels der Schieberapparate und außerdem an fünf Punkten einer Gewölbestirnfläche mittels der Pfeufferschen Durchbiegungszeichner erhoben, dagegen beschränkte man sich darauf, die Querschnittsverdrehungen nur an einer Gewölbeseite und zwar gleichfalls in den vorbezeichneten Punkten zu ermitteln. Mit Ausnahme eines Falles wurden auch bei allen übrigen Versuchen die vertikalen und horizontalen Verschiebungen der Widerlager durch Beobachtung je eines Punktes der Stirnflächen der Kämpferquader festgestellt.

In dem vorstehenden Schema, Abb. 31, bezeichnen 1 bis 10, dann W_1, W_5, W_6 und W_{10} die Punkte der vorgenommenen Schiebermessungen, P_6 bis P_{10} jene Punkte, in welchen die Pfeufferschen Durchbiegungszeichner und endlich L_1 bis L_5 die Orte, an welchen die Libellenapparate angebracht waren.

Sämtliche Messungen und Ablesungen wurden doppelt, d. h. von zwei Beobachtern gemacht und unabhängig in zwei Journale eingetragen.

Diese Eintragungen über jedes einzelne Versuchsstadium wurden dann immer miteinander verglichen, um bei vorkommenden größeren Abweichungen die betreffenden Messungen wiederholen zu lassen. Als noch zulässige Größen dieser Abweichungen galt bezüglich der Längenmessungen das Maß von 0,2 mm und bezüglich der Winkelmessungen das Maß von drei Sekunden.

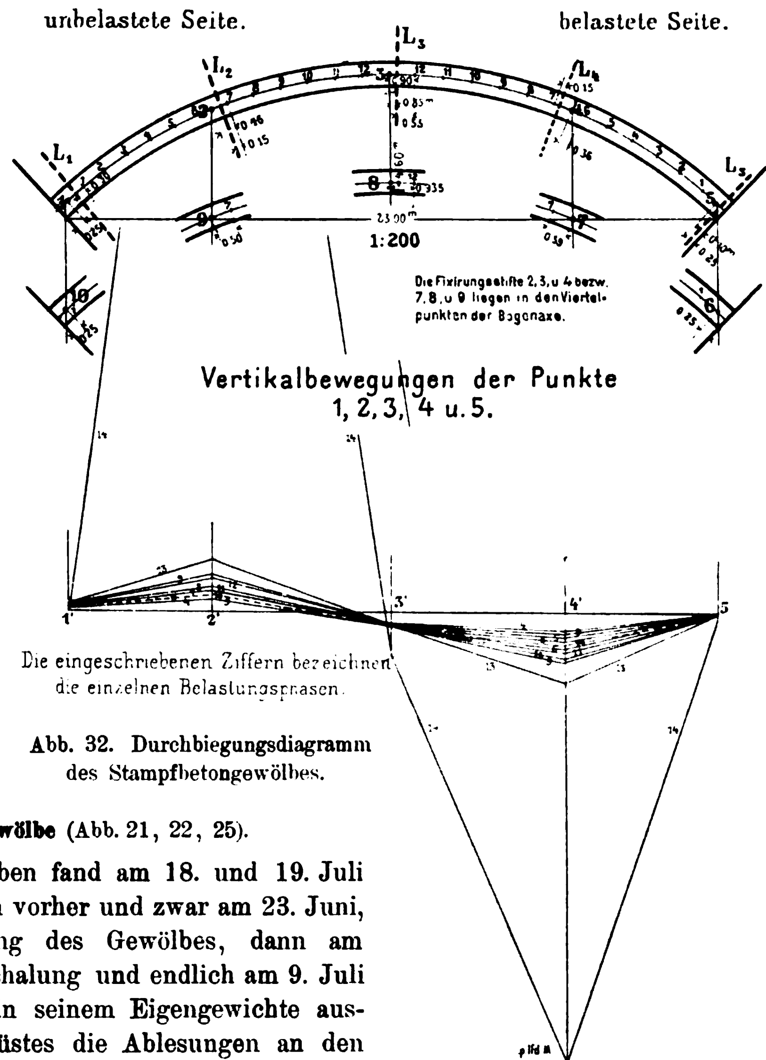


Abb. 32. Durchbiegungsdiagramm des Stampfbetongewölbes.

Das Stampfbetongewölbe (Abb. 21, 22, 25).

Die Erprobung desselben fand am 18. und 19. Juli 1892 statt, nachdem schon vorher und zwar am 23. Juni, kurz vor der Ausschalung des Gewölbes, dann am 24. Juni nach dieser Ausschalung und endlich am 9. Juli nach Aufmontierung des in seinem Eigengewichte ausgeglichenen Belastungsgerüstes die Ablesungen an den Beobachtungspunkten gemacht worden waren.

Die Ergebnisse der Probebelastung sind in den nachfolgenden Tabellen Nr. 1 und 2 (S. 341 u. 342) und in Abb. 32, ziffernmäßig und graphisch, dargestellt. Hiernach zeigte das Stampfbetongewölbe bei seiner Belastung vor dem Bruche nur sehr geringe Formänderungen. Die ersten Rißbildungen traten nach Aufbringen einer Belastung von 5,5 t f. das laufende Meter zwischen dem siebenten und achten Meter der belasteten Gewölbehälfte auf und hatten die in Abb. 33 und 34 veranschaulichte Form und Ausdehnung.

Nach dem Aufbringen einer Belastung von 5,907 t f. das laufende Meter kamen endlich auch unbedeutende Risse am Kämpfer der unbelasteten Gewölbehälfte zum Vorschein. Bei der hierauf folgenden Entlastung, während welcher das Gewölbe allmählich in eine, von seiner ursprünglichen um im Maximum 3 mm abweichenden Lage zurückging, schlossen sich die vorerwähnten Risse zwar wieder vollständig, doch traten

sie bei Erneuerung der Belastung neuerdings auf und zeigten nach Erreichen einer Belastung von 6,847 t f. das laufende Meter die in den Abb. 24 und 25 dargestellte Ausbildung.

Rißerscheinungen beim Stampfbetongewölbe.

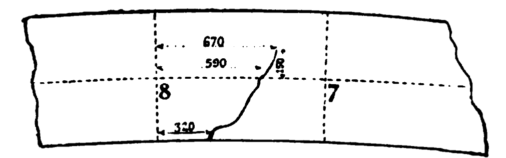


Abb. 33. Belastete Gewölbehälfte; Bergseite.

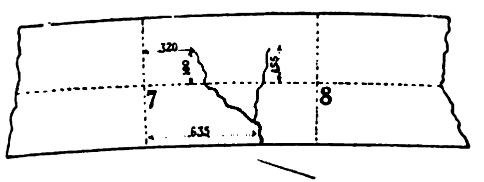


Abb. Belastete Gewölbehälfte; Talseite.

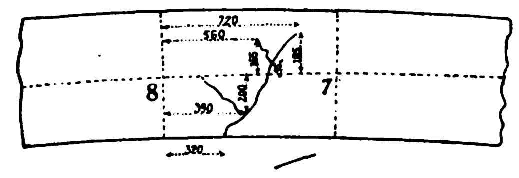


Abb. 35. Belastete Gewölbehälfte; Bergseite.

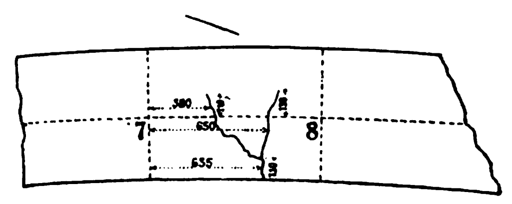


Abb. 36. Belastete Gewölbehälfte; Talseite.

unbelastete Seite
belastete Seite
L1 L2 L3 L4 L5
23,00 m
Die Fixierungsstifte 2,3,u.4 bezw. 7,8,u.9 liegen in den Viertelpunkten der Bogenachse

Abb. 37.
Durchbiegungsdiagramm des Moniergewölbes.

Als endlich die Belastung der Gewölbehälfte die Höhe von 7,239 t für das laufende Meter erreicht hatte, was einer Gesamtlast von 83,275 t entspricht, erfolgte der plötzliche und rasche Bruch des Gewölbes an drei Stellen.

Die hierbei aufgetretenen Bruchstellen sind in den beigegebenen Abbildungen veranschaulicht, und zwar stellen die Abb. 37 und 38 die tal- bezw. bergseitige Ansicht der Bruchstellen zwischen dem siebenten und achten Meter, die Abb. 39 und 40 jene beim zehnten Meter der belasteten Gewölbehälfte dar, während die Abb. 41 die talseitige Ansicht der beim sechsten Meter der unbelasteten Gewölbehälfte gelegenen Bruchstelle zur Anschauung bringt. Die größten vertikalen und horizontalen Formänderungen unmittelbar vor dem Zusammenbruche des Gewölbes waren gegenüber dem unbelasteten Zustande nicht größer als 9 bezw. 5 mm. Das Lichtdruckbild Abb. 25 zeigt den noch intakten Stampfbetonbogen während der Erprobung.

Das Moniergewölbe (Abb. 23, 24, 26).

Durch die vor der Belastungsprobe vollzogenen Messungen wurde erhoben, daß sich

nach Ausschalung des Versuchsobjektes Formänderungen desselben einstellten, die in vertikaler Richtung 1,4 mm, in horizontaler Richtung 1 mm im Maximum betrugen.

Die Bruchprobe fand am 25. und 26. August 1892 statt.

Ihre Ergebnisse, sowie die vorher an diesem Moniergewölbe vollzogenen Messungen erscheinen in der Tabelle 3 (S. 342, 343) und sind überdies in den graphischen Darstellungen (Abb. 37) ersichtlich gemacht. Auch der Belastungsvorgang ist aus diesen Beilagen ersichtlich, so daß die Schilderung dieses Versuches sich auf die nachstehenden Bemerkungen beschränken kann. Die ersten Rißbildungen traten erst nach Aufbringen einer einseitigen Belastung von 6,828 t f. das laufende Meter, also von 3,414 t/m² belasteter Gewölbefläche auf, in welchem Belastungsstadium bereits maximale Ortsveränderungen der beobachteten Gewölbepunkte von 12,4 mm in vertikaler und von 6,7 mm in horizontaler Richtung, und endlich Verdrehungen der beobachteten Gewölbe-

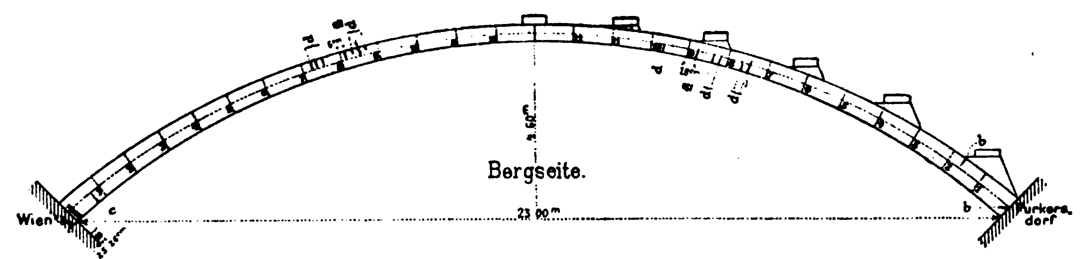


Abb. 38. Moniergewölbe, Rißbildung an der Bergseite.

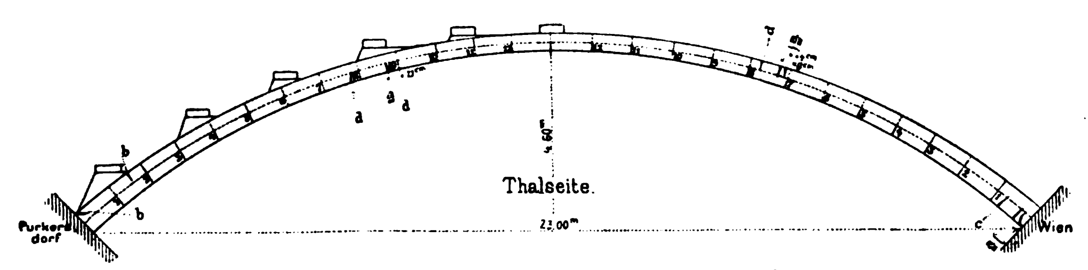


Abb. 39. Moniergewölbe, Rißbildung an der Talseite.

querschnitte von 19′ gegenüber dem Stadium vor der Belastung beobachtet werden konnten. Diese aus feinen Haarrissen bestehenden, mit *a* bezeichneten Rißbildungen erschienen zunächst, wie dies die Abb. 38 und 39 veranschaulichen, in der Nähe des Kämpfers, dann zwischen dem achten und neunten Meter der unbelasteten, sowie zwischen dem achten und neunten Meter der belasteten Gewölbehälfte, und waren sowohl am Gewölberücken wie auch an der Leibung in Längen von 10 bis 40 cm bemerkbar.

Bei der hierauf folgenden allmählichen Weiterbelastung des Gewölbes bis auf 7,779 und 8,675 t f. das laufende Meter verlängerten und verbreiterten sich diese Risse; sie wurden immer wahrnehmbarer, endlich kamen neue hinzu, welche in den Abb. 41 bis 49 (S. 337) der Reihenfolge ihres Auftretens nach mit *b* und *c* bezeichnet sind.

Sämtliche Risse schlossen sich wieder bei der hierauf erfolgten Gewölbeentlastung, traten aber sofort wieder zutage, als man das Versuchsobjekt neuerdings der Belastung unterzog, und bevor noch die letztere jenes Maß der vorangegangenen erreicht

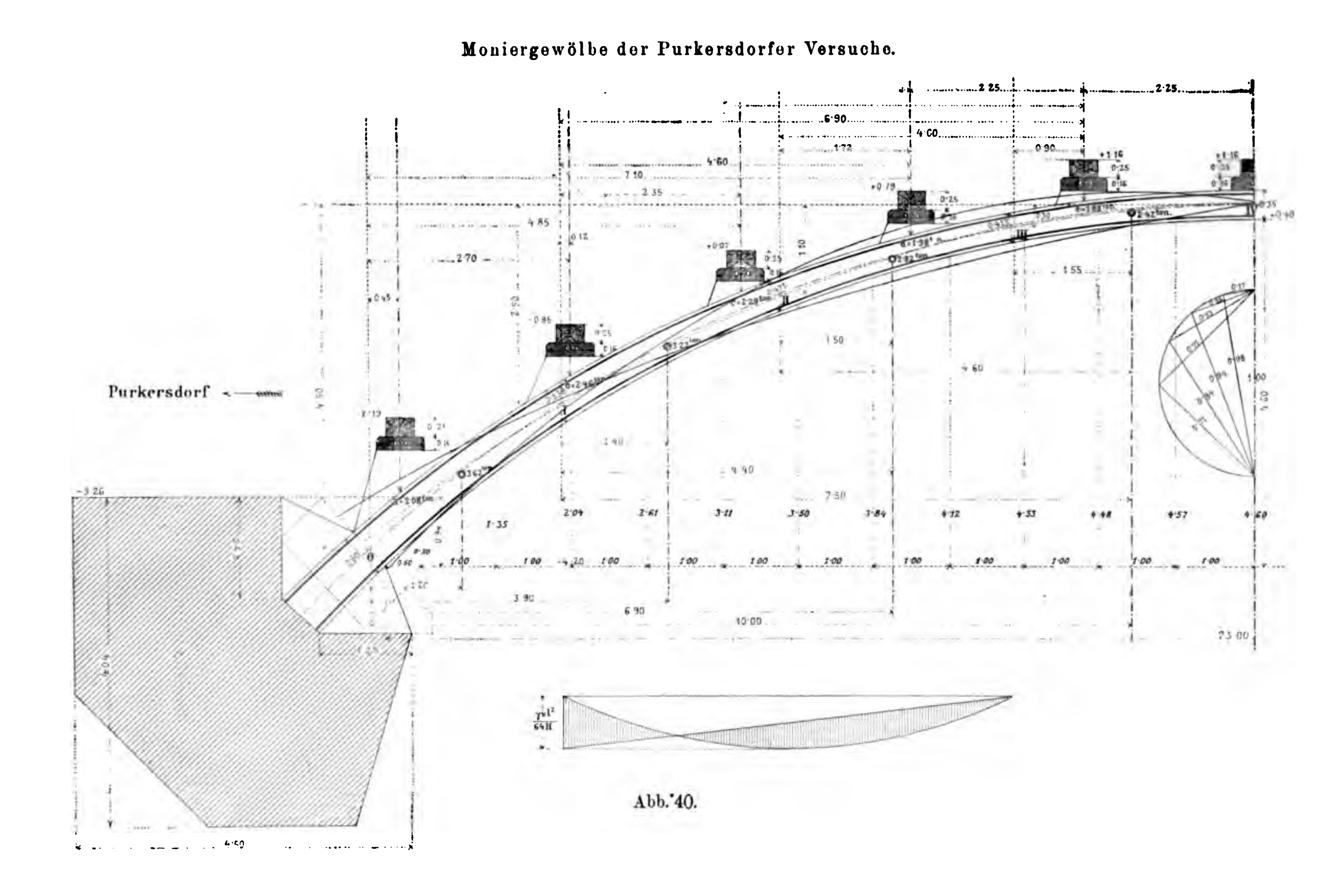


Abb. 40.

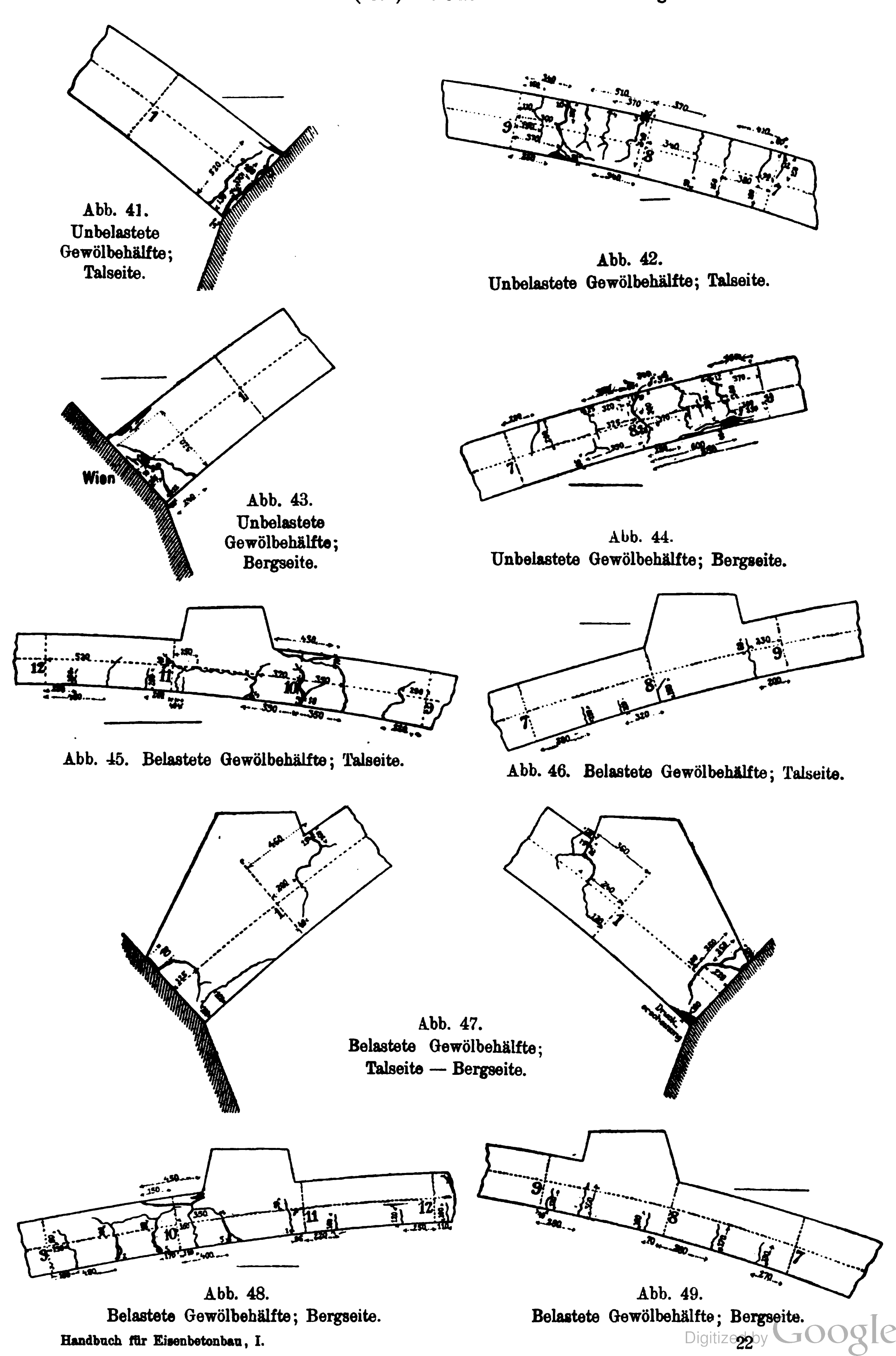


Abb. 41. Unbelastete Gewölbehälfte; Talseite.

Abb. 42. Unbelastete Gewölbehälfte; Talseite.

Abb. 43. Unbelastete Gewölbehälfte; Bergseite.

Abb. 44. Unbelastete Gewölbehälfte; Bergseite.

Abb. 45. Belastete Gewölbehälfte; Talseite.

Abb. 46. Belastete Gewölbehälfte; Talseite.

Abb. 47. Belastete Gewölbehälfte; Talseite — Bergseite.

Abb. 48. Belastete Gewölbehälfte; Bergseite.

Abb. 49. Belastete Gewölbehälfte; Bergseite.

hatte, konnte nicht nur das Hinzugesellen neuer, in den Abbildungen mit *d* gekennzeichneten Rißbildungen in der Nähe der alten, sondern bei dem Erreichen der oben angeführten Last auch beobachtet werden, daß drei Haarrisse zwischen dem achten



Abb. 50. Ansicht des unbelasteten Kämpfers.

und zehnten Meter sich bereits über die ganze Breite des Gewölberückens erstreckten, und der ursprünglich nächst des unbelasteten Kämpfers aufgetretene Riß die Breite von 1 mm gewonnen hatte.



Abb. 51. Gesamtansicht des Monierbogens bei der Erprobung.

Mit dem Fortschreiten der Belastung vergrößerten, verbreiterten und vermehrten sich die Gewölberisse, bis endlich bei einer Belastung von 12,706 t f. d. laufende Meter, also nach Aufbringen einer Gesamtlast von 146,119 t der Bruch erfolgte. Bei einer Belastung von 11,900 t f. d. laufende Meter waren am Gewölbe größte Formänderungen von rd. 60 mm im vertikalen und von 36 mm im horizontalen Sinne, sowie endlich Querschnittsverdrehungen von über 55′ eingetreten. Indessen ist allem Anscheine nach der Impuls zum Eintritte des Zusammenbruches, bei welchem sich das Gewölbe ganz langsam auf das Sicherheitsgerüst auflegte, dem raschen Aufgehen eines auf der unbelasteten Gewölbehälfte gelegenen Kämpferrisses zuzuschreiben.



Abb. 52. Belastungsgerüst.

Die Erscheinung des Gewölbes nach dem Zusammenbruche wird durch die vorstehenden Skizzen veranschaulicht und dürfte dem nur noch hinzuzufügen sein, daß die Abb. 41 und 42 die Talseite, die Abb. 43 und 44 die Bergseite der unbelasteten, die Abb. 45, 46, 47 die Talseite und endlich die Abb. 47, 48 und 49 die Bergseite der belasteten Gewölbehälfte zur Darstellung bringen. Bemerkenswert erscheint noch die Tatsache, daß auch beim Moniergewölbe die Druckerscheinungen, wie beispielsweise die Aufblätterung am unbelasteten Kämpfer (siehe Text-Abb. 42, 44, dann Abb. 50), sowie die Abhebung am zehnten Meter der belasteten Gewölbehälfte (siehe Abb. 45) erst während des Gewölbebruches entstanden sind.

Abb. 51 gibt eine Gesamtansicht des Monierbogens während der Erprobung, Abb. 52 zeigt das Belastungsgerüst, Abb. 53 die unbelastete Gewölbehälfte vor dem Bruche, Abb. 54 die Formänderung der unbelasteten Gewölbehälfte zwischen den Punkten 8 und 9 bergseits, Abb. 55 desgl. talseits, Abb. 56 endlich die Ansicht der Bruchstelle bergseits.

Tabelle 1. **Stampfbeton-**

Post-Nr.	Datum	Beobachtungszeit h	Temperatur Réaumur °	Belastung für 1 lauf. Meter (Tonnen)	Belastung zusammen (Tonnen)	Arithmetisches Mittel in cm aus den Verschiebungen: W_1 u. W_{10} v	W_1 u. W_{10} h	1 u. 10 v	1 u. 10 h	2 u. 9 v	2 u. 9 h	3 u. 8 v	3 u. 8 h
1	23. 6.	8^{00}—9^{30}	17,5	vor der Ausschalung		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	24. 6.	9^{00}—9^{50}	14,5	nach der Ausschalung		—0,015	0,000	—0,015	—0,025	+0,010	+0,020	+0,060	+0,075
3	9. 7.	8^{35}—9^{45}	17,5	nach Montierung des Belast. Gerüstes		*) —0,065	+0,030	—0,070	—0,045	—0,250	+0,160	+0,075	+0,195
4	18. 7.	10^{20}	14,8	1,778	20,447	—0,060	+0,070	—0,075	—0,010	—0,160	+0,210	+0,190	+0,160
5	18. 7.	11^{25}	14,4	3,050	35,075	—0,060	+0,065	—0,080	—0,015	—0,215	+0,200	+0,210	+0,145
6	18. 7.	3^{00}	12,5	4,008	46,098	—0,055	+0,050	—0,090	—0,005	—0,265	+0,210	+0,245	+0,230
7	19. 7.	9^{15}	13	4,008	46,098	—0,055	+0,050	—0,075	+0,050	—0,275	+0,200	+0,315	+0,270
8	19. 7.	10^{15}	13	4,948	56,907	—0,045	+0,040	—0,085	+0,055	—0,370	+0,205	+0,335	+0,300
9	19. 7.	11^{00}	12,5	5,907	67,930	—0,045	+0,035	—0,100	+0,065	—0,650	+0,300	+0,250	+0,480
				entlastet									
10	19. 7.	2^{15}	14,5	1,778	20,447	—0,050	+0,035	—0,070	+0,055	—0,340	+0,205	+0,205	+0,285
11	19. 7.	3^{00}	15	3,050	35,075	—0,050	+0,040	—0,080	+0,055	—0,430	+0,205	+0,210	+0,335
12	19. 7.	3^{45}	15	4,948	56,907	—0,040	+0,040	—0,095	+0,060	—0,625	+0,205	+0,205	+0,455
13	19. 7.	5^{00}	15	6,847	78,735	—0,045	+0,035	—0,130	+0,065	—0,885	+0,205	+0,180	+0,620
14	19. 7.	5^{40}	14	7,239	83,275	—0,040	+0,035	—1,285	+0,315	Senkung ca. 18 cm	—9,850	+0,800	+6,540
15	20. 7.	10^{00}	14	7,239	83,275	—0,050	+0,025	—1,265	+0,310	?	—10,850	+0,860	+6,585

Die vertikalen Verschiebungen sind + nach abwärts, — nach aufwärts. — Die horizontalen Verschiebungen

Tabelle 2. **Stampfbeton-**

Post-Nr.	Datum	Beobachtungszeit h	Temperatur °R.	Belastung f. 1 lauf. Meter (Tonnen)	Belastung zusammen (Tonnen)	Verschiebungen gegen den: W_1 v	W_1 h	1 v	1 h	2 v	2 h	3 v	3 h	4 v	4 h	5 v	5 h	W_5 v
1	23/6	8—9^{30}	17,5	vor der Ausschalung		0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2	24/6	9—9^{50}	14,5	nach der Ausschalung		0,00	0,00	— 0,01	— 0,05	+ 0,02	+ 0,01	+ 0,06	+ 0,14	+ 0,02	+ 0,03	0,00	— 0,02	+ 0,01
3	9/7	8^{35}—9^{45}	17,5	nach Montierung des Belastungsgerüstes		+ 0,01	+ 0,04	— 0,03	— 0,11	— 0,20	+ 0,24	+ 0,08	+ 0,34	+ 0,23	+ 0,30	— 0,08	— 0,02	— 0,04
4	18/7	10^{20}	14,8	1,778	20,447	0,00	+ 0,05	— 0,12	— 0,04	— 0,12	+ 0,22	+ 0,23	+ 0,28	+ 0,32	+ 0,39	— 0,03	— 0,02	— 0,03
5	18/7	11^{25}	14,4	3,050	35,075	0,00	+ 0,04	— 0,11	— 0,04	— 0,18	+ 0,26	+ 0,24	+ 0,31	+ 0,39	+ 0,42	— 0,03	— 0,02	— 0,03
6	18/7	3	12,5	4,008	46,098	0,00	+ 0,02	— 0,13	— 0,01	— 0,23	+ 0,31	+ 0,28	+ 0,34	+ 0,47	+ 0,47	— 0,03	— 0,02	— 0,03
7	19/7	9^{15}	13	4,008	56,098	+ 0,01	+ 0,03	— 0,12	+ 0,08	— 0,25	+ 0,33	+ 0,34	+ 0,39	+ 0,57	+ 0,51	— 0,03	— 0,02	— 0,03
8	19/7	10^{15}	13	4,948	56,907	+ 0,01	+ 0,01	— 0,13	+ 0,09	— 0,34	+ 0,39	+ 0,36	+ 0,42	+ 0,66	+ 0,55	— 0,02	— 0,02	— 0,02
9	19/7	11	12,5	5,907	67,930	+ 0,01	0,00	— 0,13	+ 0,11	— 0,62	+ 0,58	+ 0,28	+ 0,60	+ 0,97	+ 0,74	— 0,03	— 0,01	— 0,03
10	19/7	2^{15}	14,5	1,778	20,447	0,00	0,00	— 0,12	+ 0,10	— 0,30	+ 0,35	+ 0,23	+ 0,40	+ 0,60	+ 0,53	— 0,02	— 0,01	— 0,03
11	19/7	3	15	3,050	35,075	0,00	+ 0,01	— 0,13	+ 0,10	— 0,40	+ 0,41	+ 0,24	+ 0,46	+ 0,71	+ 0,59	— 0,02	— 0,02	— 0,02
12	19/7	3^{45}	15	4,948	56.907	+ 0,01	+ 0,02	— 0,13	+ 0,11	— 0,59	+ 0,55	+ 0,23	+ 0,57	+ 0,92	+ 0,71	— 0,01	0,00	— 0,02
13	19/7	5	15	6,347	78,735	0,00	+ 0,01	— 0,17	— 0,12	— 0,86	+ 0,73	+ 0,21	+ 0,74	+ 1,23	+ 0,89	0,00	— 0,01	— 0,01
14	19/7	5^{40}	14	7,239	83,275	+ 0,01	+ 0,01	— 1,33	— 0,21	—	—	+ 0,82	+ 6,64	+ 8,02	+ 5,41	+ 0,15	+ 0,38	— 0,02
15	20/7	10	14	7,239	83,275	0,00	0,00	— 1,32	— 0,21	—	—	+ 0,94	+ 6,69	+ 8,19	+ 5,41	+ 0,22	+ 0,36	— 0,04

Die vertikalen Verschiebungen sind + nach abwärts, — nach aufwärts. — Die horizontalen

gewölbe. **Tabelle 1.**

der entsprechenden Punkte						Libellenablesungen am Punkte					Anmerkung
4 u. 7		5 u. 6		W_5 u. W_6		1	2	3	4	5	
v	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*						
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000						
+0,025	+0,025	—0,005	—0,005	+0,005	+0,005						
+0,215	+0,205	—0,060	—0,020	—0,020	0,000						*) Der Anschlagwinkel W_{10} dürfte verschoben worden sein.
+0,305	+0,265	—0,035	—0,025	—0,015	+0,005	0′ 0″	0′ 0″	0′ 0″	0′ 0″	0′ 0″	
+0,370	+0,300	—0,035	—0,025	—0,015	0,000	+0′ 31″	—0′ 10″	—0′ 35″	+0′ 20″	+0′ 20″	
+0,460	+0,345	—0,040	—0,025	—0,010	—0,015	+1′ 10″	+0′ 35″	—1′ 40″	+0′ 30″	+0′ 42″	
+0,555	+0,390	—0,035	—0,040	—0,020	—0,020	+1′ 10″	+0′ 35″	—1′ 40″	+0′ 30″	+0′ 42″	
+0,645	+0,440	—0,025	—0,040	—0,020	—0,025	+2′ 5″	+0′ 20″	—2′ 10″	+1′ 0″	+0′ 52″	Bei rd. 5,5 t f. d. lauf. Meter traten die ersten Risse auf.
+0,955	+0,630	—0,040	—0,040	—0,025	—0,020	+6′ 50″	+0′ 28″	—4′ 50″	+3′ 5″	+2′ 7″	
+0,585	+0,415	—0,025	—0,030	—0,020	—0,025	+4′ 50″	+0′ 45″	—0′ 10″	+1′ 5″	+0′ 57″	
+0,690	+0,470	—0,025	—0,030	—0,025	—0,020	+5′ 5″	+0′ 38″	—0′ 55″	+1′ 50″	+1′ 7″	
+0,900	+0,605	—0,025	—0,035	—0,015	—0,020	+6′ 0″	+0′ 38″	—2′ 45″	+3′ 10″	+1′ 47″	
+1,215	+0,780	—0,020	—0,035	—0,010	—0,025	—6′ 5″	+0′ 35″	+5′ 30″	+3′ 40″	+3′ 17″	
+7,995	+5,240	+0,060	+0,020	—0,015	—0,015						Plötzlicher Bruch.
+9,125	+5,225	+0,100	+0,025	—0,025	—0,020						

sind + in der Richtung von Punkt 5 gegen Punkt 1 bezw. 6 gegen 10. — Für die Verdrehungen gilt +, —.

gewölbe. **Tabelle 2.**

Anfangszustand in cm am Punkte															Anmerkung
W_5	W_6		6		7		8		9		10		W_{10}		
h	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	Stellung des Anschlagswinkels
— 0,01	0,00	+ 0,02	— 0,01	+ 0,01	+ 0,03	+ 0,02	+ 0,06	+ 0,01	0,00	+ 0,03	— 0,02	0,00	— 0,01	0,00	in den Punkten 1, W_5, 6 u. W_{15}
— 0,08	0,00	+ 0,08	— 0,04	— 0,02	+ 0,20	+ 0,11	+ 0,07	+ 0,05	— 0,30	+ 0,08	— 0,11	+ 0,02	— 0,12	+ 0,02	*v* *h* in den
— 0,02	0,00	+ 0,03	— 0,04	— 0,03	+ 0,29	+ 0,14	+ 0,15	+ 0,04	— 0,20	+ 0,20	— 0,03	+ 0,02	— 0,12	+ 0,09	
— 0,02	0,00	+ 0,02	— 0,04	— 0,03	+ 0,35	+ 0,18	+ 0,18	+ 0,08	— 0,25	+ 0,14	— 0,05	+ 0,01	— 0,12	+ 0,09	übrigen *h* *v*
— 0,03	+ 0,01	0,00	— 0,05	— 0,03	+ 0,45	+ 0,22	+ 0,21	+ 0,12	— 0,30	+ 0,11	— 0,05	0,00	— 0,11	+ 0,08	
— 0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,04	— 0,06	+ 0,54	+ 0,27	+ 0,29	+ 0,14	— 0,30	+ 0,07	— 0,03	+ 0,02	— 0,11	+ 0,07	
— 0,01	— 0,02	— 0,04	— 0,03	— 0,06	+ 0,63	+ 0,33	+ 0,31	+ 0,18	— 0,40	+ 0,02	— 0,03	+ 0,02	— 0,10	+ 0,07	Bei rd. $5^1/_2$ t Belastung f. 1 lfd. Meter treten die ersten Haarrisse auf.
— 0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,05	— 0,07	+ 0,94	+ 0,52	+ 0,22	+ 0,36	— 0,68	+ 0,02	— 0,07	+ 0,02	— 0,10	+ 0,07	
— 0,02	— 0,01	— 0,03	— 0,03	— 0,05	+ 0,57	+ 0,30	+ 0,18	+ 0,17	— 0,38	+ 0,06	— 0,02	+ 0,01	— 0,10	+ 0,07	
— 0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,03	— 0,04	+ 0,67	+ 0,35	+ 0,18	+ 0,21	— 0,46	0,00	— 0,03	+ 0,01	— 0,10	+ 0,07	
— 0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,04	— 0,07	+ 0,88	+ 0,50	+ 0,18	+ 0,34	— 0,66	— 0,14	— 0,06	+ 0,01	— 0,09	+ 0,06	
— 0,02	— 0,01	— 0,03	— 0,04	— 0,06	+ 1,20	+ 0,67	+ 0,15	+ 0,50	— 0,91	— 0,32	— 0,09	+ 0,01	— 0,09	+ 0,06	
0,00	— 0,01	— 0,03	— 0,03	— 0,34	+ 7,97	+ 5,07	+ 0,68	+ 6,44	—	— 9,85	— 1,24	— 0,42	— 0,09	+ 0,06	Plötzlicher Bruch.
— 0,01	— 0,01	— 0,03	— 0,02	— 0,31	+ 8,06	+ 5,04	+ 0,78	+ 6,48	—	—10,85	— 1,19	— 0,41	— 0,10	+ 0,05	

Verschiebungen sind + in der Richtung von Punkt 5 gegen Punkt 1, beziehungsweise 6 gegen 10.

Tabelle 3. **Monier-**

Post-Nr.	Datum	Beobachtungszeit	Temperatur °R.	Belastung		Arithmetisches Mittel in cm aus den Verschiebungen							
				für 1 lauf. Meter	zusammen	W_1 und W_{10}		1 und 10		2 und 9		3 und 8	
		h		Tonnen		*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*
1	28/7	9^{35}—10^{35}	17,8	vor der Ausschalung		0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	8/8	9^{20}—10^{25}	18,8	nach der Ausschalung		0,000	0,000	— 0,050	— 0,065	— 0,130	+ 0,090	+ 0,125	+ 0,040
3	13/8	4^{55}— 5^{40}	19,2	nach Montierung des Belastungsgerüstes		— 0,020	— 0,040	— 0,080	— 0,070	— 0,290	+ 0,100	+ 0,035	+ 0,100
4	25/8	8^{50}	21,6	vor der Belastung 1,778	20,447	— 0,065	— 0,045	— 0,095	— 0,125	— 0,380	+ 0,200	— 0,115	+ 0,335
5	25/8	10^{30}	24	3,050	35,075	— 0,075	— 0,065	— 0,010	— 0,120	— 0,540	+ 0,255	— 0,080	+ 0,385
6	25/8	11^{30}	24,5	3,990	45,884	— 0,075	— 0,060	— 0,110	— 0,135	— 0,735	+ 0,355	— 0,040	+ 0,460
7	25/8	12^{30}	25	4,929	56,693	— 0,075	— 0,065	— 0,115	— 0,125	— 0,940	+ 0,460	— 0,015	+ 0,555
8	25/8	2^{30}	25	4,929	67,609	— 0,075	— 0,065	— 0,125	— 0,130	— 0,985	+ 0,485	— 0,055	+ 0,565
9	25/8	3^{15}	25	5,879	78,525	— 0,075	— 0,055	— 0,135	— 0,125	— 1,225	+ 0,635	— 0,055	+ 0,700
10	25/8	4^{30}	24	6,828	89,460	— 0,075	— 0,060	— 0,140	— 0,120	— 1.620	+ 0,875	— 0,025	+ 0,895
11	25/8	5^{45}	22,5	7,779	99,561	— 0,070	— 0,050	— 0,160	— 0,110	— 2,080	+ 1,140	+ 0,010	+ 1,145
12	25/8	6^{45}	22	8,675	56,693	— 0,075	— 0,050	— 0,195	— 0,100	— 2,615	+ 1,460	+ 0,050	+ 1,395
13	26/8	8^{30}	13	nach Entlastung 1,778	20,447	— 0,085	— 0,040	— 0,150	— 0,065	— 1,120	+ 0,565	— 0,030	+ 0,735
14	26/8	10^{20}	15	5,879	67,609	— 0,085	— 0,045	— 0,185	— 0,110	— 1,960	+ 1,105	+ 0,150	+ 1,170
15	26/8	12^{15}	18	8,675	99.561	— 0,085	— 0,050	— 0,245	— 0,100	— 2,785	+ 1,610	+ 0,285	+ 1,575
16	26/8	2^{45}	18,5	10,284	118,272	— 0,085	— 0,055	— 0,325	— 0,110	— 3,985	+ 2,345	+ 0,385	+ 2,130
17	26/8	3^{45}	18,5	11,095	127,591	— 0,080	— 0,055	— 0,385	— 0,110	— 4,855	+ 2,840	+ 0,550	+ 2,505
18	26/8	4^{45}	18	11,900	136,855	— 0,080	— 0,055	— 0,480	— 0,125	— 6,290	+ 3,710	+ 0,715	+ 3,200
19	26/8	5	18	12,706	146,119	— 0,080	?	— 1,085	— 0,235	?	+ 10,730	?	+ 8,880
20	31/8	7^{30}	14,5	nach vollständiger Entlastung		— 0,080	— 0,035	— 0,921	— 0,190	— 14,055	+ 7,515	+ 1,870	+ 7,055

Die vertikalen Verschiebungen sind + nach abwärts, — nach aufwärts. — Die horizontalen Verschiebungen

Vergleich von Monier-, Stampfbeton- und Melangewölben.

Gewölbe von 2,7 bezw. 4,05 m Lichtweite.

Tabelle 4.

Gewölbesystem	Monier	Stampfbeton
Scheitelstärke cm	5	10
Pfeilhöhe cm	40	41
Gesamtgewicht: des Gewölbes	1010	2000
Gesamtgewicht: der einseitigen Beschüttung und des Fußbodens	1887	2061
Gesamtgewicht: zusammen	2897	4061
Ständiges Gewicht f. 1 m² Gewölbe	358	501
Kritische Belastung kg/m²	2000 [1])	2000 [1])
Bruchlast kg/m²	4360	3865
Rechnungsmäßige Zugfestigkeit mit Rücksicht auf die krit. Belastung kg/cm²	113	25,6
Reduktion der Belastungen auf 10 cm Scheitelstärke kg/m²: kritische Belastung	8000	2000
Reduktion der Belastungen auf 10 cm Scheitelstärke kg/m²: Bruchbelastung	17440	3865

(Siehe Abb. 57 und 58 auf Seite 345.)

[1]) Im Gewölbeberichte ist als die Belastung, bei welcher die ersten Rißbildungen entstanden, in der Anmerkung zur Tabelle V 2000 kg/m², im Texte 3000 kg/m² angegeben. Hier dürfte jedenfalls ein

gewölbe. Tabelle 3.

der entsprechenden Punkte						Libellenablesungen am Punkte					Anmerkung
4 und 7		5 und 6		W_5 und W_6		1	2	3	4	5	
v	*h*	*v*	*h*	*v*	*h*						
0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000						
+ 0,140	+ 0,100	— 0,060	+ 0,045	— 0,020	0,000						
+ 0,240	+ 0,165	— 0,060	+ 0,035	— 0,015	+ 0,005						
+ 0,295	+ 0,325	— 0,070	+ 0,020	— 0,005	— 0,025	0′ 0″	0′0″	0′0″	0′0″	0′0″	
+ 0,400	+ 0,375	— 0,065	+ 0,020	— 0,005	— 0,030	+ 0′ 39″	+ 0′13″	— 1′58″	+ 0′26″	0′0″	
+ 0,535	+ 0,455	— 0,060	+ 0,020	— 0,010	— 0,020	+ 2′ 0″	+ 0′20″	— 4′22″	+ 1′8″	0′0″	
+ 0,690	+ 0,545	— 0,065	+ 0,015	— 0,005	— 0,025	+ 3′ 39″	+ 0′40″	— 4′15″	+ 2′0″	0′0″	
+ 0,695	+ 0,545	— 0,060	+ 0,015	— 0,005	— 0,025	+ 3′ 42″	+ 0′54″	— 4′17″	+ 2′1″	0′0″	
+ 0,875	+ 0,660	— 0,065	+ 0,015	— 0,020	— 0,025	+ 4′ 28″	+ 1′45″	— 5′50″	+ 3′20″	+ 0′50″	
+ 1,190	+ 0,845	— 0,050	+ 0,025	— 0,010	— 0,030	+ 5′ 51″	+ 4′10″	— 9′16″	+ 5′10″	+ 0′50″	Haarrisse
+ 1,540	+ 1,055	— 0,050	+ 0,020	— 0,005	— 0,035	+ 6′ 57″	+ 6′34″	—17′3″	+ 7′52″	+ 1′10″	Libellenapparat verschoben
+ 1,945	+ 1,295	— 0,045	+ 0,020	— 0,015	— 0,040	+10′ 50″	+ 8′40″	—30′30″	+ 9′40″	+ 1′10″	
+ 0,895	+ 0,830	— 0,080	+ 0,025	— 0,015	— 0,025	+ 3′ 35″	+ 3′30″	—10′0″	+ 3′42″	0′0″	
+ 1,625	+ 1,110	— 0,065	+ 0,025	— 0.010	— 0,030	+ 8′ 26″	+ 6′17″	—20′34″	+ 8′18″	+ 1′40″	
+ 2,260	+ 1,495	— 0,065	+ 0,025	— 0,010	— 0,025	+13′42″	+ 8′20″	—30′25″	+12′24″	+ 1′40″	
+ 3,130	+ 2,030	— 0,050	+ 0,030	— 0,010	— 0,025	+22′22″	+11′0″	—44′40″	+16′57″	+ 6′20″	
+ 3,670	+ 2,360	— 0,040	+ 0,005	— 0,010	— 0,030	+28′30″	+11′20″	—53′30″	+20′0″	+ 8′30″	
+ 4,740	+ 3,020	— 0,030	+ 0,065	— 0,010	— 0,030	+38′0″	+15′50″	—55′30″	+25′40″	+13′32″	
+12,325	+ 8,075	— 0,085	+ 0,365	—	—						Bruch
+ 9,240	+ 6,195	— 0,065	+ 0,290	— 0,020	— 0,045						

sind + in der Richtung von Punkt 5 gegen Punkt 1 bezw. 6 gegen 10. — Für die Verdrehungen gilt $\overset{\longleftarrow}{+}$ $\overset{\longrightarrow}{-}$.

Hierzu wäre noch zu bemerken:

Es ist vor allem unzulässig, die drei Systeme auf Grund der Daten über **verschieden starke** Gewölbe ohne weiteres zu vergleichen, ganz besonders muß man aber zum kritischen Vergleich der Systeme Monier und Melan die Reduktion auf die gleichen Querschnittsabmessungen durchführen.

Was die Formänderung des Melangewölbes betrifft, so ist zu bemerken, daß diese im Vergleich zu jenen des Monier- und Betongewölbes in den anfänglichen Belastungsstadien bei dem 8 cm starken Melangewölbe sogar größer als bei dem 5 cm starken Moniergewölbe sind, wie sich aus den vorstehenden Tabellen und Verschiebungslinien (Abb. 57 und 58) ergibt. Außerdem muß berücksichtigt werden, daß die Formänderungen im umgekehrten Verhältnisse zu den Trägheitsmomenten der Querschnitte stehen und somit die Verschiebungen des Moniergewölbes bei 8 cm Stärke unter den

Irrtum unterlaufen sein. Die Berechnung der aufgetretenen Spannungen läßt wohl auf eine kritische Belastung von 2000 kg/m² schließen und wurde dieser Wert in obiger Tabelle auch zugrunde gelegt. Aus der Beobachtung des Graphikons (umstehende Abb. 57) für den Punkt 4 ist wohl ersichtlich, daß der kontinuierliche Verlauf der Durchbiegungen bis zum Punkte *K* reicht und könnte darnach, will man noch etwas unter *K* bleiben, für das Stampfbetongewölbe die kritische Belastung mit rd. 2000, beim Moniergewölbe mit 3000 kg/m² angenommen werden. Wenn für letzteres trotzdem bloß 2000 kg/m² gerechnet wurde, so erhöht dies den Sicherheitsgrad der abgeleiteten Folgerungen.



Abb. 53. Unbelastete Gewölbehälfte des Monierbogens.



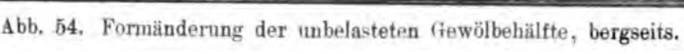


Abb. 54. Formänderung der unbelasteten Gewölbehälfte, bergseits.



Abb. 55. Formänderung der unbelasteten Gewölbehälfte, talseits.



Abb. 56. Ansicht der Bruchstelle, bergseits.

gleichen Belastungen bloß $\left(\frac{5}{8}\right)^3 = 0{,}24$ derjenigen bei 5 cm Stärke würden betragen haben. Abgesehen von den verschiedenen Stärken war aber auch der Stich bei dem Gewölbe System Melan 29 cm, beim Moniergewölbe dagegen 40 cm, somit lagen beim Melangewölbe in bezug auf die Wirkung der Momente wegen des größeren Horizontalschubes günstigere Verhältnisse vor.

Wir haben nun, um möglichst gleichartige Verhältnisse für den Vergleich zu erhalten, die Reduktion der drei Gewölbe: Stampfbeton, System Monier und Melan auf die Gewölbestärke von 8 cm und den Pfeil von 40 cm durchgeführt. Hierbei diente als Grundlage die Formel:

$$p = \frac{32}{3}\,\frac{b\,d^2}{f^2}\,\frac{1}{1 - \frac{2}{3}\left(\frac{d}{f}\right)},$$

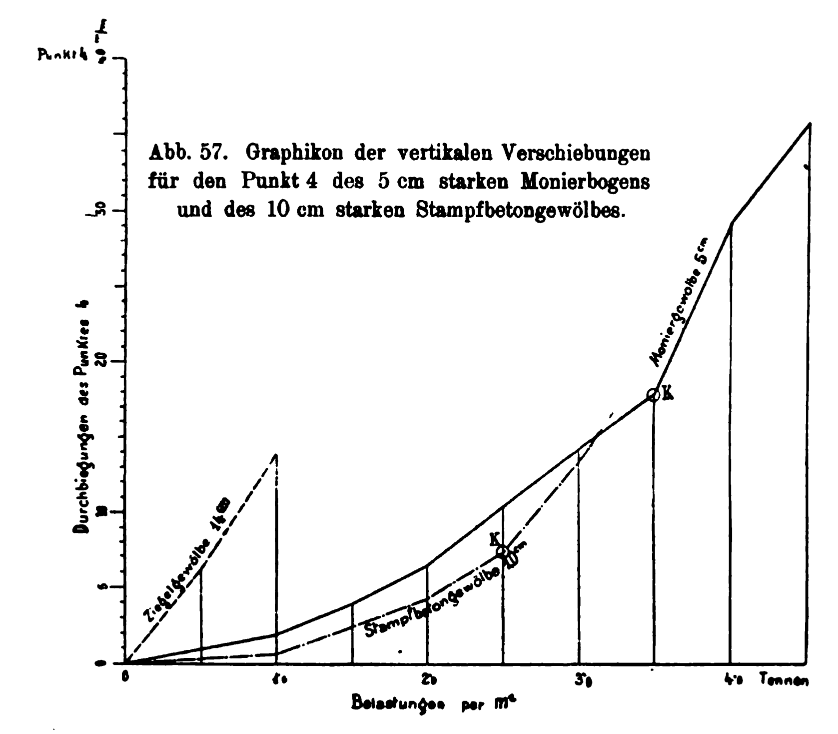


Abb. 57. Graphikon der vertikalen Verschiebungen für den Punkt 4 des 5 cm starken Monierbogens und des 10 cm starken Stampfbetongewölbes.

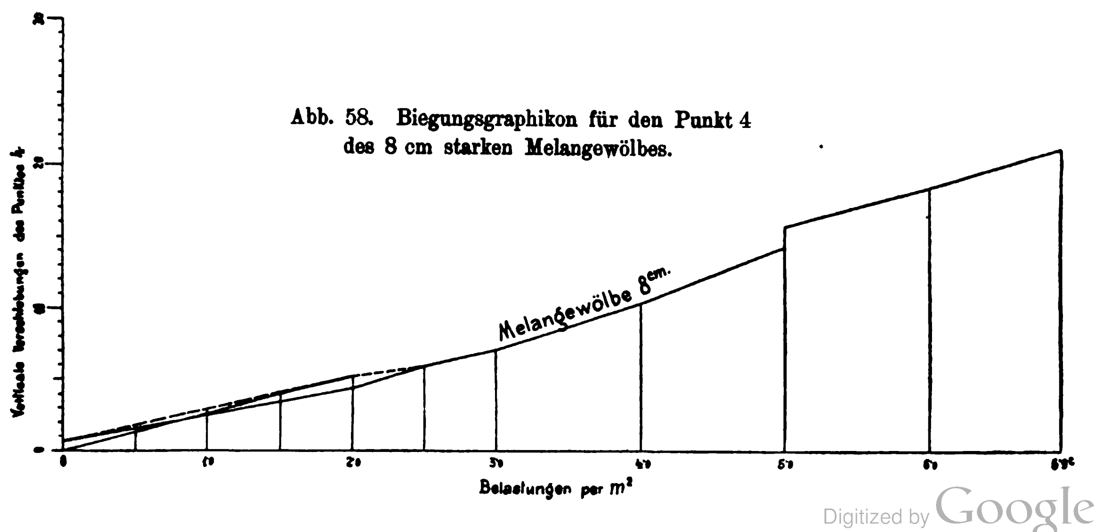


Abb. 58. Biegungsgraphikon für den Punkt 4 des 8 cm starken Melangewölbes.

daher beträgt für die Stärken d_1 und den Pfeil f_1 die zugehörige kritische bezw. Bruchlast:

$$p_1 = p\left(\frac{d_1}{d}\right)^2 \cdot \frac{1-\frac{2}{3}\left(\frac{d}{f}\right)}{1-\frac{2}{3}\left(\frac{d_1}{f_1}\right)} = \alpha \cdot p.$$

Der Wert von α ist für das Stampfbetongewölbe

$$\alpha = \left(\frac{8}{10}\right)^2 \cdot \frac{1-\frac{2}{3}\left(\frac{10}{41}\right)}{1-\frac{2}{3}\left(\frac{8}{40}\right)} = 0{,}618,$$

für das Moniergewölbe:

$$\alpha = \left(\frac{8}{5}\right)^2 \cdot \frac{1-\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{40}}{1-\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{40}} = 2{,}688,$$

für das Melangewölbe:

$$\alpha = \frac{1-\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{29}}{1-\frac{2}{3}\cdot\frac{8}{40}} = 0{,}941.$$

Darnach ergibt sich die nachstehende

Tabelle 5.

Gewölbesystem	Stampfbeton	Monier	Melan
Gewölbestärke cm	10	5	8
Eisengewicht für 1 m²: kg	—	6,0	9,3
Kritische Belastung	2000	2000	5000
Bruchbelastung	3865	4360	—
Gewölbestärke (Pfeil 40 cm)	8	8	8
Kritische Belastung	1236	5376	4705
Bruchbelastung	2388	11720	—

Diese Tabelle ist in mehrfacher Hinsicht interessant. Sie zeigt, daß die Belastungen, welche beim Gewölbesystem Melan erreicht wurden, wenn sie auch an und für sich hoch sind, mit Rücksicht auf die beim Moniergewölbe erreichten durchaus nicht überraschen; außerdem sind auch die auf gleiche Stärken und Pfeilhöhen reduzierten Belastungen beim Moniergewölbe sogar größer als beim Melangewölbe, obwohl letzteres mehr Eisen f. 1 m² erfordert und ein Jahr nach erfolgter Herstellung zur Erprobung gelangte, während das Stampfbeton- und Moniergewölbe bloß 4 Monate alt waren.

Daß die Belastungen und Tragfähigkeiten im allgemeinen nicht viel voneinander abweichen können, ist klar, wenn man bedenkt, daß das den Beton verstärkende Element bei beiden Systemen die Eiseneinlagen sind, welche beim System Monier aus gleichmäßig verteilten Tragstäben mit querlaufenden Verbindungsstäben, beim System Melan aus in Abständen von etwa 1 m angeordneten I-Trägern ohne weitere gegenseitige Verbindung bestehen.

Hierbei ist nur noch zu bemerken, daß die Tragstäbe beim System Monier in statisch wirksamerer Weise angeordnet sind, als dies bei der gleichen Querschnittsfläche durch die Trägerprofile beim System Melan möglich ist, und daß das Eisen im ersteren Falle günstigere Adhäsionsverhältnisse aufweist.

Die Ergebnisse dieser Versuchsreihe lassen sich daher im folgenden zusammenfassen:

1. Die Stampfbetongewölbe erhalten durch Eiseneinlagen nach System Monier oder Melan bei gleichen Stärken eine rund viermal größere Tragfähigkeit.



2. Gewölbe nach System Monier müssen bei gleichen Stärken und gleichem Eisenaufwande naturgemäß eine gleiche oder sogar größere Widerstandsfähigkeit bezw. Tragfähigkeit besitzen, als Gewölbe nach System Melan.

In betreff der Zement-Eisenkonstruktionsdecken und besonders der Decken nach System Monier für die Baupraxis ist noch folgendes zu bemerken: Der Hauptvorteil ihrer Anwendung liegt darin, daß es möglich ist, den Trägern große Freilängen zu geben und dadurch gegenüber den Ziegeldecken beträchtlich an Eisenmaterial der Träger zu ersparen. Dies, sowie das geringe Eigengewicht, die große Tragfähigkeit und leichte Formgebung haben das System Monier insbesondere im modernen Fabrikbau zu häufiger Anwendung gebracht.

Gegenüberstellung der Versuche am Matzleinsdorfer Bahnhofe.

Um jedoch die Ergebnisse der beiden Versuche mit dem 10 m weiten Moniergewölbe und dem 10 m weiten Betongewölbe vergleichen zu können, ist es nötig, die beim Moniergewölbe unter einer Belastung von 9000 kg/m² eingetretene Verschiebung des einen Widerlagers zu berücksichtigen, wodurch das Gewölbe nicht mehr als solches wirken konnte, während die Widerlager des Stampfbetongewölbes standfest geblieben waren

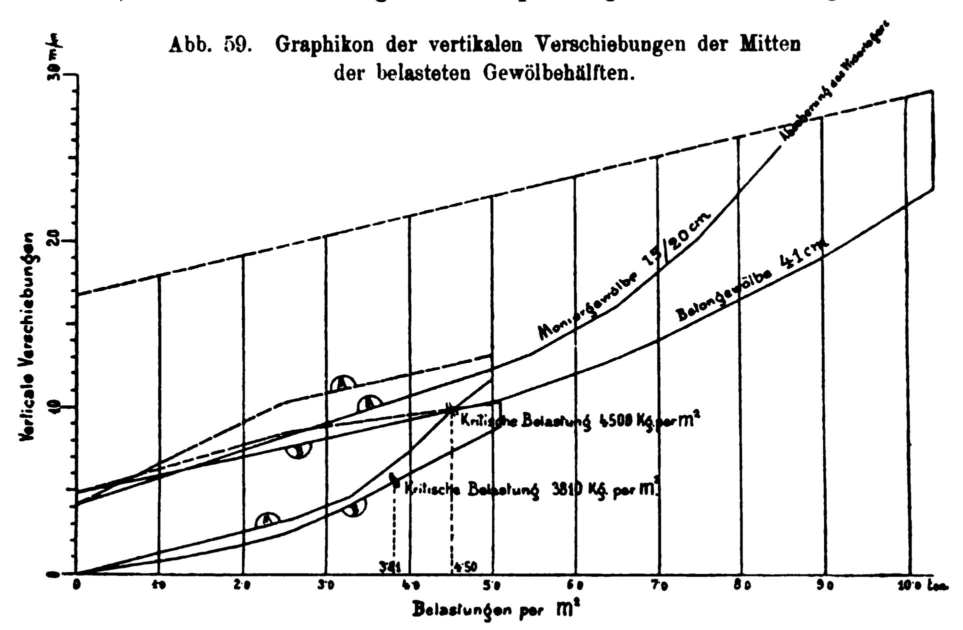


Abb. 59. Graphikon der vertikalen Verschiebungen der Mitten der belasteten Gewölbehälften.

Ein Vergleich der beiden Gewölbe ist daher nur bis zu den Belastungsphasen möglich, bei welchen die Widerlager noch intakt waren. Im übrigen ist aus diesen beiden Proben, wenn man ihre Resultate den später mitgeteilten Ergebnissen der Purkersdorfer Versuche entgegenhält, zu erkennen, daß das Vorhandensein der Überschüttung und der Stirnaufmauerung, wie auch die Art und Weise der Belastung hier günstigere Verhältnisse für das Tragvermögen der Gewölbe herbeigeführt haben.

Es soll nun ähnlich wie bei den Hochbaugewölben auf den Vergleich der Verschiebungen, ferner der kritischen Belastungen beider Gewölbe, sowie auf die Reduktion auf gleiche Gewölbestärken, aus welcher der Wert der Eiseneinlage abzuleiten ist, und schließlich auf die erreichten rechnungsmäßigen Zugspannungen in dem Momente der ersten Rißbildungen eingegangen werden.

Die vertikalen Verschiebungen der Mitten der belasteten Gewölbehälften sind aus dem vorstehenden Graphikon (Abb. 59) ersichtlich.

Tabelle 6.

Gewölbesystem		Monier	Stampfbeton
Gewölbestärke	am Scheitel	0,15	0,41
	am Kämpfer	0,20	0,41
Pfeilhöhe m		1,00	1,00
Kritische Belastung kg/m²		4500	3810 [1])
Erreichte Zugfestigkeit des Gewölbematerials, aus der kritischen Belastung berechnet kg/cm²		70 [2])	(10322) 4,0 [3])
Reduktionskoeffizient der kritischen Belastung auf die gleiche Gewölbestärke von $\frac{15+20}{2} = 17{,}2$ cm		1,00	(21,0) 0,150
Reduzierte kritische Belastung für die gleiche Gewölbestärke von vgl. 17,5 cm		4500	572 (1600)

Zu 1. Zufolge Anmerkung zu Nr. 7 der Tabelle E (S. 326) zeigten sich schon bei einer Belastung von 3810 kg/m² Risse. Die darnach gerechneten Randspannungen ergaben jedoch bloß eine Zugspannung von rd. 4 kg/cm², was mit Rücksicht auf die Zugfestigkeit des Betons von rd. 20 kg/cm² nicht auf die Überwindung der normalen Zugfestigkeit zurückzuführen ist, sondern vielmehr teils in der Arbeit und teils in dem Nachgeben der Widerlager (1,8 mm) begründet sein dürfte. Als kritische Belastung, bei welcher die Zugfestigkeit des Betons überwunden wurde, kann wohl nur die Belastung zu Nr. 20, Tabelle E aufgefaßt werden, für welche sich eine Zugspannung bezw. Festigkeit von 21 kg/cm², also ein ziemlich wahrscheinlicher Wert ergibt.

Zu 2 und 3. Die Berechnung der erreichten Zugfestigkeit erfolgte annäherungsweise wie folgt:

a) Moniergewölbe:

Horizontalschub infolge ständiger Belastung	$Hg =$	10,3 t
„ „ Probelast	$Hp =$	56,3 „
	$Hg + Hp =$	66,6 t
Kämpferdruck	$K =$	rd. 72 „
Kämpfermoment	$M =$	7,30 tm

somit bei 20 cm Gewölbestärke die Inanspruchnahme in kg/cm², das Gewölbematerial als gleichartiges gerechnet:

$$i = \frac{72000}{2000} \pm \frac{703000}{\frac{1}{6} \cdot 100 \cdot 20^2} = 36 \pm 106 \text{ kg/cm}^2, \text{ daher}$$

$$i_d = 142 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druckspannung.}$$

$$i_z = -70 \text{ „ Zugspannung.}$$

b) Stampfbetongewölbe:

für $p = 3810$ kg/m² entsprechend

$$i_d = 18 + 22 = 40 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck}$$

$$i_z = 18 - 22 = 4 \text{ „ Zug}$$

für $p = 10322$ kg/m²

$$i_d = 39 + 60 = 99 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck}$$

$$i_z = 39 - 60 = 21 \text{ „ Zug.}$$

Aus vorstehender vergleichender Untersuchung ergibt sich demnach folgendes:

Während bei dem reinen Stampfbetongewölbe eine Zugfestigkeit von rd. 21 kg/cm² erreicht wurde, beträgt diese beim Moniergewölbe, dieses als ideelles, gleichartiges

Material gerechnet, etwa 70 kg/cm². Durch die Eiseneinlage wird sohin ein Gewölbematerial von mehr als der dreifachen Zugfestigkeit geschaffen.[1])

Damit in unmittelbarem Zusammenhange steht die bedeutende Erhöhung der kritischen Belastung bei gleichen Gewölbestärken, welche zufolge vorstehender Tabelle 6 von etwa 1600 kg/m² beim reinen Betonbogen auf etwa 4500 kg/m² beim Monierbogen, also auch rund auf das Dreifache steigt.

Verwertung der Versuchsergebnisse mit den großen Gewölben.

Die Versuchsergebnisse des 23 m weiten Stampfbetongewölbes wurden in einer sehr bemerkenswerten Arbeit von Professor J. Melan einer wissenschaftlichen Untersuchung unterzogen und sind die Ausführungen hierüber im Gewölbeberichte des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines niedergelegt, während eine eingehende wissenschaftliche Untersuchung der Ergebnisse des Moniergewölbes im Gewölbeberichte nicht vorliegt. Dem letzteren Mangel wurde durch die Arbeit des Ingenieurs Josef Anton Spitzer: „Berechnung der Moniergewölbe“ — Zeitschrift des österreichischen Ingenieur- und Architekten-Vereines 1896 Nr. 20 — abgeholfen.

Schlußfolgerungen des Gewölbeberichtes.

In diesem Kapitel behandelt Herr Professor Brik die vier Gewölbe und den eisernen Bogen auf einheitlicher Grundlage.

Aus der „Zusammenfassung der Ergebnisse und Schlußfolgerungen“ wollen wir Nachstehendes entnehmen:

1. Die Formänderungen der Bogenachse der Versuchsgewölbe während der ersten Belastungsstufen wuchsen mit der Belastung nahezu im proportionalen Verhältnisse.

2. Nach Überschreitung gewisser Belastungsgrenzen, welche für die vier verschiedenen Gewölbekonstruktionen verschieden hoch lagen, entstanden meist an mehreren Orten der Gewölbe Risse, welche bei den mit Fugen gemauerten Gewölben durch Überwindung des Adhäsionswiderstandes der Mörtelbänder, bei dem Beton- und Monierbogen durch Überwindung der Zugfestigkeit des Betons hervorgebracht worden sind.

Nach Berechnungen der Professoren Melan und Neumann für das Bruchstein- bezw. Ziegelgewölbe entsprach der Adhäsionswiderstand einer zwischen 6 bis 9 kg/cm² betragenden Randspannung in den Bruchfugen und die Zugfestigkeit des Betons im Betonbogen einer solchen von etwa 17 kg/cm². Für den Monierbogen wurde vom Referenten unter Annahme eines ideellen gleichartigen Materiales, die der Zugfestigkeit entsprechende Randspannung von 40 bis 60 kg/cm² gefunden.

3. Das Entstehen der ersten Risse erfolgte unmerklich, sanft und ohne Begleitung von plötzlichen Formänderungen der Bogenachse. Die Diagramme der Verschiebungen zeigen vor und nach den ersten Rißbildungen in der Regel keine Unterbrechung ihres stetigen Verlaufes.

Die Risse in den mit Fugen gemauerten Gewölben folgten dem Verlaufe der Lagerfugen und bildeten wirkliche „Bruchfugen“; in dem Beton- und Monierbogen war die Gestalt und Lage der Risse unregelmäßig und zweigte in Verästelungen aus. Nach Entlastung der Gewölbe schlossen sich die Risse mehr oder weniger vollständig; nach erneuter Belastung kamen sie jedoch sogleich wieder zum Vorschein, erweiterten

[1]) Aus dem Purkersdorfer Versuchsgewölbe von 23 m Lichtweite hat sich eine Zugfestigkeit von rd. 50 kg/cm² ergeben. Aus diesen beiden Objekten ergibt sich auch deutlich der günstige versteifende Einfluß der Beschüttung und der Parapetmauern einerseits und die Festigkeitszunahme mit höherem Alter andererseits.



sich, auch kamen neue hinzu. Erst während des Zusammenbruches der Gewölbe traten auch örtliche Zerstörungen des Materiales durch Druck- und Schubwirkung auf.

4. Die Orte der Rißbildungen befanden sich in den Strecken zwischen $^1/_4$ und $^1/_3$, bezw. $^2/_3$ und $^3/_4$ der Stützweite und an den Kämpfern. Sie entsprachen im allgemeinen den Orten der nach theoretischen Untersuchungen ermittelten „gefährlichen" Querschnitte.

5. Durch das Entstehen der ersten Risse war jedoch der volle Widerstand der Gewölbe noch nicht erschöpft; die Belastungen konnten mitunter noch sehr erheblich erhöht, bezw. nach Entlastung wiederholt und beträchtlich über jene „kritische" Belastung gesteigert werden, bevor der vollständige Zusammenbruch erzielt wurde.

Nach Eintritt der Rißbildung ist nämlich in den betreffenden Querschnitten der Zugwiderstand bereits überwunden und es gelangt in deren zusammenhängendem Teile nunmehr bloß Druckwiderstand zur Wirkung. Bei weiteren Erhöhungen der Belastung wachsen die Formänderungen rascher und die Drucklinie nähert sich mehr und mehr den gedrückten Kanten, wodurch die spezifischen Pressungen daselbst immer mehr gesteigert werden und solange anwachsen, bis der Druck- bezw. Schubwiderstand des Wölbmauerwerkes erschöpft ist und infolge der dadurch bewirkten örtlichen Zerstörungen der Zusammenbruch des ganzen Gewölbes erfolgt.

Nachstehend folgen für die verschiedenen Versuchsgewölbe die Zusammenstellungen der Belastungen für die Proportionalitätsgrenzen, die „kritischen" und die Bruchbelastungen:

Gewölbekonstruktion	Belastung für die Proportionsgrenze	Kritische Belastung, erste Rißbildungen	Bruchbelastung
Bruchsteingewölbe . . .	35,075 t (1,53 t/m²)	56,51 t (2,457 t/m²)	74,022 t (3,218 t/m²)
Ziegelgewölbe	35,075 t (1,53 t/m²)	42,2 t (1,83 t/m²)	67,448 t (2,937 t/m²)
Betonbogen	56,907 t (2,474 t/m²)	63,25 t (2,75 t/m²)	83,275 t (3,619 t/m²)
Monierbogen	56,693 t[1]) (2,465 t/m²)	78,53 t (3,414 t/m²)	146,12 t (6,353 t/m²)

Man ersieht hieraus, daß die Bruchbelastung höher lag als die kritische Belastung und zwar:

beim Bruchsteingewölbe um 30%
„ Ziegelgewölbe um . . . . 59 „
„ Betonbogen um . . . . 31 „
„ Monierbogen um . . . . 86 „

6. Aus der Gestalt der Diagramme der Verschiebungen, insbesondere jedoch auf Grund der angestellten Untersuchungen ergibt sich, daß für die ersten Belastungsstufen das Gesetz der Proportionalität von Belastung und Verschiebung nahe zutreffend ist.

7. Für die mit Hilfe der vertikalen Verschiebungen der Punkte (4 bis 7) berechneten Elastizitätskoeffizienten der verschiedenen Versuchsgewölbe ergaben sich folgende Näherungswerte:

für das Bruchsteingewölbe . . . . $E =$ 60400 kg/cm²
„ „ Ziegelgewölbe . . . . $E =$ 27800 „
„ den Betonbogen . . . . $E =$ 246000 „
„ „ Monierbogen . . . . $E =$ 335500 „ [2])

[1]) Hier rechnet Ingenieur Spitzer 67.60 t (bezw. 3,380 t/m²).

[2]) Diese Werte gelten für das erste Belastungsstadium und beim Moniergewölbe für ideelles Material.

Inwiefern durch diese Ziffern auch das Gesetz des „elastischen“ Verhaltens dieser Gewölbe zum Ausdrucke kommt, entzieht sich der Beurteilung, weil nur die totalen Verschiebungen erhoben und in Rechnung gezogen wurden.

Die Anwendung dieser Elastizitätskoeffizienten auf die angenäherte Berechnung der Verdrehungswinkel der Scheitelquerschnitte aller Versuchsgewölbe für ein und dasselbe Belastungsintervall ergab eine befriedigende Übereinstimmung mit den gemessenen Ausschlagwinkeln.

8. Hier werden die Rechnungsergebnisse in betreff der Randspannungen wiederholt, welche wir im vorstehenden dem Wesen nach gegeben haben.

9. Alle Ergebnisse, insbesondere jedoch das nachgewiesene Gesetz der Proportionalität von Belastung und Formänderung führen zu dem Schlusse, daß die erprobten Gewölbe sich im allgemeinen wie elastische Bogenträger verhalten haben. Es wird daher zutreffend sein, Gewölbe mit ähnlicher Gestalt und gleicher Ausführung wie die Versuchsgewölbe auf Grund der Theorie der „elastischen Bogenträger ohne Gelenke“ zu berechnen.

10. Die ausgeführten Versuche haben gezeigt, daß die ersten Rißbildungen immer durch Überwindung des Adhäsionswiderstandes des Mörtels, bezw. durch Überwindung des Zugwiderstandes des Betons, also im allgemeinen durch Zugspannungen entstanden sind. Die Schwäche der gewöhnlichen Gewölbekonstruktionen liegt daher in dem geringen Widerstande gegen Zugwirkungen. Dennoch beruht gerade in dieser Eigenschaft der hohe Grad der Sicherheit, den diese Gewölbebauten bieten. Durch dieselbe werden die Gewölbe vor plötzlichen, gefahrdrohenden Überanstrengungen bewahrt, indem bei ungünstiger Wirkung äußerer Kräfte, der Temperatur und anderer schädlicher Einflüsse zunächst und allmählich der Adhäsionswiderstand in den gefährlichen Querschnitten der Gewölbe überwunden wird und daselbst nunmehr der diesen Widerstand — je nach der Qualität des Mörtels — 12 bis 30mal überwiegende Druckwiderstand allein zur Wirkung gelangt. Es ist ja bekannt, daß Gewölbekonstruktionen auch ohne Anwendung kittender Mörtelbänder Bestand haben. Mittels dieser Eigenschaft vermögen sich die Gewölbe gewissermaßen selbst zu regulieren, indem bei gefährlichen Anlässen die schwächste Seite ihres Widerstandes aufgegeben und dafür ihr größter Widerstand entfaltet und dem Angriffe wirksam entgegengesetzt werden kann.

Würden beispielsweise Zug- und Druckfestigkeit von gleicher Größe sein, so müßte beim Eintreten der ersten Brucherscheinung sofort der Einsturz des Bauwerkes erfolgen, denn es würde in demselben Augenblicke der Widerstand in dem Bruchquerschnitte gleichzeitig gänzlich überwunden werden. Jener wichtigen Eigenschaft ist es zu danken, daß die Gewölbebauten, welche zu den ältesten und bewährtesten Konstruktionen gehören, den Einwirkungen der äußeren Kräfte und der Zeit Stand zu halten vermochten, obschon deren Erbauung oft noch aus einer Zeit stammt, wo entweder noch keine oder doch nur eine sehr fragwürdige Theorie das Entwerfen solcher Bauwerke erleichterte.

11. Obwohl die Versuche gezeigt haben, daß die Gewölbe in ihren gefährlichen Querschnitten auch Zugspannungen aufzunehmen vermochten und gegen die Zulassung einer gewissen Größe solcher Spannungen wohl kein Einwand zu erheben ist, so ist es doch im Einklange mit den bisherigen Anschauungen ratsam, die Querschnittsabmessungen so zu treffen, daß bei den mit Fugen gemauerten Gewölben Zugspannungen überhaupt nicht oder nur in geringem Maße auftreten.

Die zulässige Inanspruchnahme auf Druck ist naturgemäß sowohl von der Qualität der Wölbsteine als von der des Mörtels abhängig. Es ist klar, daß von diesen

Materialien hierbei jenes maßgebend sein wird, dessen Druckfestigkeit den kleineren Wert besitzt.

Zuverlässige Anhaltspunkte können jedoch nur Druckversuche mit gemauerten Versuchskörpern von der Zusammensetzung und Beschaffenheit der auszuführenden Gewölbe bieten. Die Ziffer der zulässigen Inanspruchnahme wird dann nach Maßgabe der besonderen Verhältnisse unter Berücksichtigung aller zur Geltung kommenden schädlichen Einflüsse zu bestimmen sein. Bei Brückengewölben größerer Spannweiten überwiegt der Einfluß des Eigengewichtes jenen der Verkehrsbelastung. Die dynamischen Wirkungen der Verkehrslasten überhaupt, insbesondere jedoch die horizontalen Seitenstöße, welche normal zur Bahnachse bei Eisenbahnbrücken die Gewölbe gerade in der Richtung ihres geringsten statischen Widerstandes treffen, finden in der großen Körpermasse weitgespannter Gewölbe den wirksamsten Widerstand. Fehler im Material und in der Ausführung werden unter sonst gleichen Umständen bei großen Gewölben sich weniger schädlich als bei kleinen fühlbar machen, abgesehen davon, daß bei ersteren schon an und für sich eine größere Sorgfalt in der Auswahl des Materiales und der Ausführung Platz zu greifen pflegt. Es werden daher unter sonst gleichen Umständen höhere Inanspruchnahmen des Materiales bei großen Gewölben zulässig sein, als bei kleinen derartigen Objekten.

Hinsichtlich der Betonbogen unterliegt es keiner Frage, daß die Zugfestigkeit des Materiales bei den Abmessungen des Querschnittes ausgenützt werden kann. Da die Festigkeit des Betons jedoch von der Qualität und dem Mischungsverhältnisse seiner Bestandteile abhängig ist, so können nur die von Fall zu Fall auszuführenden Festigkeitsproben maßgebende Anhaltspunkte für die Inanspruchnahme des Betons bieten.

Bei den Monierbogen, deren Eisennetze hauptsächlich zur Widerstandsäußerung gelangen, sind wohl die Verhältnisse noch nicht soweit geklärt, um die Verteilung der inneren Spannungen in den Bogenquerschnitten durch eine zuverlässige Rechnung ermitteln zu können[1]), doch haben die zur Anwendung gebrachten Berechnungsmethoden brauchbare und durch die Erfahrung erprobte Resultate ergeben.

12. Die Anwendung der Elastizitätstheorie ermöglicht es, Brückengewölbe ohne Zuhilfenahme willkürlicher Annahmen zu berechnen. Zutreffend wird diese Anwendung allerdings nur dann sein können, wenn die Voraussetzungen der Theorie auch durch die Ausführung des Bauwerkes erfüllt werden.

Nach dem Vorstehenden wird daher zu beachten sein, daß

a) die Widerlager im horizontalen und vertikalen Sinne unnachgiebig sein müssen;
b) die Lehrgerüste ihre Form während des Gewölbebaues möglichst unverändert erhalten;
c) gutes Wölbungsmaterial, insbesondere vorzüglicher Mörtel zur Verwendung gelange;
d) die Ausführung der Wölbung eine sorgfältige sei;
e) das geschlossene Gewölbe nicht früher gelüftet werde, bevor der Mörtel die genügende Festigkeit erreicht hat, und endlich
f) die Senkung des Lehrgerüstes vorsichtig, gleichmäßig und langsam erfolge.

In nebenstehender Tabelle sind die Kosten der Purkersdorfer Versuchsgewölbe, auf die gleiche Nutzlast berechnet, in Vergleich gebracht und zwar beziehen sich die oberen Zahlen auf die kritische, die unteren Zahlen auf die Bruchlast.

---

[1]) Wenigstens nicht im gleichen Maße wie für Eisenbetonplatten.



Nummer	Konstruktionsart	Einseitig aufgebrachte gleichförmig verteilte Verkehrslast beim Auftreten der ersten Risse (Bruchlast) kg/m²	Kosten in Gulden für				Baukosten in Gulden für 100 kg/m² einseitig aufgebrachter gleichförmig verteilter Nutzlast:
			Gerüst	Bogen	Übermauerung bezw. eiserner Aufbau	Summe	
	Tatsächlich ausgeführte Versuche:						
1	Bruchsteingewölbe . .	2457 / (3218)	500	610	680	1790	73 / (46,4)
2	Gewölbe aus sehr guten Ziegeln	1830 / (2937)	500	740	680	1920	105 / (65,3)
3	Stampfbetongewölbe .	2750 / (3619)	500	610	680	1790	65 / (49,5)
4	Moniergewölbe . . .	3414 / (6353)	500	845	680	2025	59,4 / (31,8
5	Eiserner Bogen . . .	6815 / (7020)	500	5540	1220	7260	107 / (103,5)

Aus dieser Zusammenstellung ergibt sich, daß zunächst Moniergewölbe und dann Stampfbetongewölbe die billigsten Ausführungsarten sind, ob man nun die kritische Belastung oder die Bruchbelastung in Betracht zieht. Das gleiche wie vom Moniergewölbe läßt sich auch vom Melangewölbe behaupten.

In den umstehenden Abb. 60 und 61 sind die Bruchlasten für die vier großen Gewölbe, sowie deren Stärkenverhältnisse zur Darstellung gebracht.

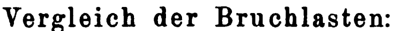
Überblickt man das Gesamtergebnis der angestellten Versuche und deren wissenschaftliche Verwertung, so muß zugestanden werden, daß sowohl für die Theorie wie auch Praxis viel Nützliches geleistet wurde; jedoch bildet der Bericht des Gewölbeausschusses kein abgeschlossenes Ganzes, indem das System Monier, welches, wie eingangs unserer Besprechung erwähnt, den eigentlichen Anstoß zur Durchführung all der zahlreichen Versuche gegeben hat, darin gar nicht weiter bearbeitet erscheint. In dieser Hinsicht ist die auf S. 349 erwähnte Abhandlung des Herrn Ingenieur Josef Anton Spitzer anzuführen[1]), welche die erste auf streng wissenschaftlicher Grundlage durchgeführte Berechnungsart des Moniersystems darstellt.

Wir wollen uns nun mit dieser Abhandlung näher befassen. Eingangs seiner Abhandlung bringt Ingenieur Spitzer den Nachweis, daß die für gleichartiges Material gültigen Gleichungen für die Formänderungsarbeit auch auf das System Monier in aller Strenge anwendbar sind. Sodann werden nach dem Castiglianoschen Verfahren die allgemeinen Gleichungen für die Einflüsse des Eigengewichtes, der halbseitigen Probelast und der Verdrehung der Kämpferquerschnitte aufgestellt und zwar für den Horizontalschub, die Momente und die Formänderungen des Gewölbes. Sodann folgt die Durchführung der Rechnung für alle diese Einflüsse.

In einem besonderen Abschnitte wird die eingetretene Verdrehung des Kämpferquerschnittes am unbelasteten Widerlager berechnet, da die Messung der Verdrehungen nicht unmittelbar am Kämpfer, sondern 0,70 m von diesem entfernt vorgenommen worden war. Nach rechnerischer Feststellung des Einflusses dieser Verdrehung auf den Horizontalschub, die Momente und Formänderungen werden die Randspannungen

[1]) Spitzer, J. A., Berechnung der Moniergewölbe. Berlin, Wilhelm Ernst & Sohn.

an jenen Stellen, wo sich die ersten Risse zeigten, ermittelt. Die Zugfestigkeit des Moniergewölbes ergibt sich, das Material als ideelles gleichartiges gerechnet, mit 50,18 kg/cm² am unbelasteten Kämpfer und mit 41,52 bezw. 39,83 kg/cm² an jenen Stellen in der freien Stützweite, wo die weiteren Risse folgten, so daß also durch die Eiseneinlagen der Beton, welcher bei den direkten Proben rd. 20 kg/cm² Zugfestigkeit zeigte, eine Verstärkung erfuhr, welche einem ideellen gleichartigen Material von 40 bis 50 kg/cm² Zugfestigkeit entspricht. Aus den Verschiebungen der Punkte 2 (9), 4 (7) und 3 (8) werden sodann die Formänderungskoeffizienten E für den Beton in den jeweiligen Belastungsstadien berechnet. Hierbei ergibt sich, daß E mit zu-



Vergleich der Bruchlasten:

Abb. 60. Bruchsteingewölbe.

Abb. 61. Ziegelgewölbe.

Abb. 62. Betongewölbe.

Abb. 63. Eisenbeton (Monier)-Gewölbe.

nehmender Belastung und Inanspruchnahme rasch abnimmt. Für den Zustand bis zur Proportionalitätsgrenze, d. i. jener Belastungsgröße, innerhalb welcher die Formänderungen den Belastungen nahezu proportional sind, ist $E = 145000$ kg/cm², für den kritischen Belastungszustand hingegen ist E nur mehr 33500 kg/cm². Daraus ergibt sich das Verhältnis n der Mitwirkung der Eiseneinlagen in Beton, das E des Eisens mit 2200000 kg/cm² gesetzt, mit $n = 15$ für den Anfangszustand bis zur Proportionalitätsgrenze und $n = 65$ für den kritischen Zustand. Dieser Wert n wurde sodann noch auf einem zweiten Wege ermittelt und zwar aus der gemessenen, sohin bekannten Zugfestigkeit des Betons und aus den berechneten statischen Funktionen (Biegungsmoment und Normalkraft) in den Querschnitten, in welchen sich die ersten Riß-

bildungen zeigten. Hierbei ergibt sich a) am unbelasteten Kämpfer (Querschnitt O) $n = 85$, b) an der belasteten Gewölbeseite (Querschnitt N) $n = 76$ und c) an der unbelasteten Gewölbeseite (Querschnitt N^1) $n = 69$.[1])

Die Verschiedenheiten in diesem Werte wurden mit folgenden Worten begründet: „Daß die Werte ad b und c kleiner sind als der ad a berechnete Wert, stimmt mit den aufgetretenen Erscheinungen vollkommen überein, nachdem die Risse in N und N^1 erst dann eintraten, als am Kämpfer die Zugfestigkeit des Betons bereits überwunden und eine Zunahme der Belastung eingetreten war.“ — Der Mittelwert aus den so abgeleiteten Werten ist $n = 76$ und ergeben sich mit diesem die Beanspruchungen für die kritische Belastung

a) am unbelasteten Kämpfer (Querschnitt O):

für den Beton	+ 30,9	kg/cm²	Druck
	— 21,5	„	Zug
„ das Eisen	+ 2019	„	Druck
	— 1300	„	Zug

b) in der belasteten Gewölbehälfte (Querschnitt N):

für den Beton	+ 30,9	kg/cm²	Druck
	— 19,9	„	Zug
„ das Eisen	+ 1851	„	Druck
	— 859	„	Zug

c) in der unbelasteten Gewölbehälfte (Querschnitt N^1):

für den Beton	+ 30	kg/cm²	Druck
	— 19	„	Zug
„ das Eisen	+ 1665	„	Druck
	— 835	„	Zug.

Aus den Formänderungen des Gewölbes wurde der Mittelwert $n = 65$ abgeleitet, aus den Rißbildungen $n = 76$ berechnet, sodaß im Mittel $n = 70$ gesetzt werden kann.[2])

Wir lassen hier noch die interessanten Schlußfolgerungen folgen:

1. Die aufgetretenen Erscheinungen, d. i. Formänderungen und Rißbildungen, zeigen eine vollkommene Übereinstimmung mit dem zugrunde gelegten Berechnungsverfahren Castiglianos; insbesondere verdient hervorgehoben zu werden, daß die Aufeinanderfolge der Risse in den meist beanspruchten Querschnitten, d. i. am unbelasteten Kämpfer, sodann in den sogen. gefährlichen Querschnitten N und N^1 und erst dann am belasteten Kämpfer in dem vorliegenden Falle mit der Theorie vollkommen übereinstimmt. Es ist dies nicht nur ein Beweis für die Richtigkeit des eingeschlagenen Verfahrens, sondern auch für die Gleichartigkeit des Materiales und der Arbeit.

2. Es hat sohin die Theorie des elastischen Bogens ohne Kämpfergelenke auf die Gewölbe System Monier volle Gültigkeit.

3. Dabei kann zur Ermittelung der statischen Funktionen — Normalkräfte und Biegungsmomente — das Gewölbe als ein aus gleichartigem, ideellen Material bestehendes betrachtet werden.

4. Unter Zugrundelegung gleichartigen, ideellen Materiales ergaben sich Zugfestigkeiten für dieses von 40 bis 50 kg/cm². Da die Zugfestigkeit des verwendeten Betons rd. 20 kg/cm² betrug, ist ersichtlich, daß durch die Eiseneinlagen das Gewölbematerial — als homogenes betrachtet — bezüglich seiner Zugfestigkeit auf mehr als die

[1]) Diese Werte würden wahrscheinlich im allgemeinen kleiner sein, wenn man die wahren Zugfestigkeitswerte des Materiales (Beton) gekannt hätte.

[2]) Allerdings nur für das Stadium der ersten Risse.

doppelte Güte gebracht wurde. Aus diesem Umstande allein geht schon hervor, eine wie große Rolle die Eiseneinlagen in dem Gewölbe spielen.

5. Die aus den Verschiebungen der Gewölbequerschnitte abgeleiteten Formänderungskoeffizienten zeigen mit zunehmender Belastung eine allmähliche Abnahme, in welchem Verhältnisse dabei die bleibenden Formänderungen oder eine Abnahme des Elastizitätskoeffizienten des Betonmateriales Einfluß haben, kann auf Grund der Versuchsangaben nicht ermittelt werden. Jedoch hat diese Frage, so lange die Eiseneinlagen als vollkommen elastisch gelten können, keinen Einfluß auf das Verhältnis, in welchem sich die inneren Spannungen auf beide Gewölbematerialien verteilen.

6. Dieses Verhältnis, welches unter Zugrundelegung eines konstanten Formänderungs- bezw. Elastizitätskoeffizienten der Eiseneinlagen aus den Gewölbeformänderungen der verschiedenen Belastungsstadien und aus den Spannungen ermittelt wurde, wächst in demselben Maße wie die Inanspruchnahme des Gewölbemateriales.

7. Für den kritischen Belastungszustand (Gesamtlast $Q = 78{,}525$ t) betrugen die Zugspannungen des Eisens rd. 1300 kg/cm² am unbelasteten Kämpfer und 811 bezw. 835 kg/cm² in den gefährlichen Querschnitten, und war sohin in dem Momente, wo die Zugfähigkeit des Betons bereits überwunden war, das Eisen noch vollkommen tragfähig. In diesem Umstande liegt eine ganz außerordentliche Erhöhung des Sicherheitsgrades gegenüber dem reinen Betongewölbe.

Hierzu ist noch zu bemerken, daß, nachdem sich das Gewölbe bei einer Gesamtprobelast von 146 119 t auf das Gerüst gelegt hatte, bezw. zum Bruche gebracht worden war, die Eiseneinlagen noch immer nicht gerissen waren und daß nach erfolgter Entlastung das Gewölbe sich vom Unterfangungsgerüste abhob. Das Verhältnis von Bruchlast und kritischer Belastung beträgt 1,86 und hat kein anderes Gewölbe ein so günstiges Verhalten gezeigt. In dieser Hinsicht ist das nebenstehende Graphikon (Abb. 64) der vertikalen Verschiebungen des Punktes 4 (7) für die verschiedenen zur Erprobung gelangten Gewölbe und die angefügte Tabelle des Vergleiches wegen sehr beachtenswert.

Gewölbegattung	Gewölbestärken in Zentimetern			Kritische Belastung in Tonnen		Größte erreichte Zugfestigkeiten in kg/cm²	Bruchbelastung in Tonnen		Verhältnis der Bruchbelastung zur kritischen Belastung	Verhältnis der Bruchbelastungen der übrigen Gewölbe gegenüber derjenigen des Moniergewölbes
	im Scheitel	am Kämpfer	Mittel	im ganzen	für 1 m²		im ganzen	für 1 m²		
Steingewölbe . .	60	110	85	56,51	2,457	9,4	74,022	3,218	1,31	0,51
Ziegelgewölbe . .	60	120	90	42,2	1,83	7,0	67,548	2,937	1,60	0,46
Betongewölbe . .	70	70	70	63,25	2,75	17,0	83,275	3,619	1,31	0,57
Moniergewölbe . .	35	60	47,5	78,53	3,414	[1])50,18	146,12	6,353	1,86	1,00

8. Aus umstehendem Graphikon ist auch ersichtlich, daß die Formänderungen des Moniergewölbes bei den Anfangsbelastungen mit jenen der übrigen Gewölbe fast zusammenfallen und bei den weiteren Belastungen sogar darunter bleiben, daß sohin das Moniergewölbe unter gleichen Verhältnissen keine größeren Durchbiegungen aufweist als die anderen Gewölbegattungen.

9. Die kräftige Mitwirkung der Eiseneinlagen hat zur Folge, daß die Moniergewölbe bei gleicher Tragfähigkeit wesentlich geringerer Stärken bedürfen als andere

[1]) Das Moniergewölbe als ideales, gleichartiges Material gerechnet.



Gewölbegattungen. Dies sowohl als auch der Gewinn an Pfeilhöhe bei gegebener Konstruktionshöhe haben eine beträchtliche Verringerung des Horizontalschubes und dadurch einen günstigen Einfluß auf die Dimensionierung nicht nur des Bogens sondern auch der Widerlager zur Folge, Umstände, die besonders bei größeren Gewölben von bedeutendem Einflusse auf die Kosten sind. Die Eiseneinlagen bewirken sohin nicht nur eine außerordentliche Erhöhung des Sicherheitsgrades, sondern auch bedeutende ökonomische Vorteile.

Abb. 64. Graphikon der vertikalen Verschiebungen des Punktes 4 (7) für die verschiedenen in Purkersdorf zur Erprobung gelangten Gewölbe.

Das, was durch diese Versuche für Moniergewölbe nachgewiesen wurde, gilt in gleicher Weise für alle anderen Systeme in Eisenbetonkonstruktion.

Zu erwähnen wären noch die vom Dr. Ing. F. von Emperger (1893) ausgeführten Bruchversuche mit Melangewölben. Der verwendete Beton war der Hauptsache nach im Mischungsverhältnis 1 Teil Zement, 2 Teile Sand und 4 Teile Schlegelschotter. Um die Probeergebnisse in möglichste Übereinstimmung mit der Ausführung in der Praxis zu bringen, wurden Sand und Schotter-

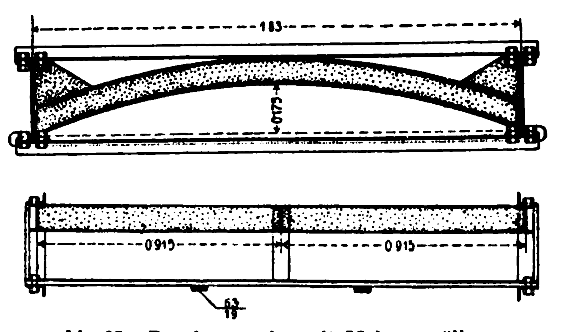


Abb. 65. Bruchversuche mit Melangewölben.



Abb. 66. Bruchversuche mit Melangewölben.

materialien mittlerer Qualität zur Herstellung verwendet und zur Verarbeitung des Betons nur ungeschulte Arbeiter angestellt. Die Melanbogen wurden Mitte Oktober 1894 erbaut und am 25. Januar 1895 erprobt. Die Spannweite der Gewölbe (Abb. 65 u. 66) betrug 1,83 m und auch ihre Breite war 1,83 m, so daß die Entfernung der drei eingebauten I-Eisenrippen 0,915 m betrug. (Zeitschr. Ing.- u. Arch.-V. Zeichnung S. 225, 10. April 1896.) Die Bogen hatten einen Stich von 0,17 m. Die I-Rippen sowie der Betonbogen waren 10 cm stark. Auf das Gewölbe wurde eine Beschüttung aufgebracht und auf dieser ein Holzfußboden verlegt. Ein derartiges Gewölbe wurde anstandslos mit 4500 kg/m² gleichförmig belastet und auch bei einer exzentrischen Einzelbelastung in $^3/_{16}$ der Spannweite von der Mitte mit 34 000 kg zeigte sich keinerlei schädliche Formänderung.

Von besonderem Interesse dürfte die von Ingenieur G. Hill konstruierte Belastungsmaschine sein, welche bei den späteren Reihen dieser eben angeführten Versuche zur Verwendung gelangte (Abb. 67).

Dieselbe besteht aus einem 30 cm hohen I-Träger, der um Geringes länger als die hier in Betracht kommende Spannweite war. Dieser Träger wurde quer zu dem zu erprobenden Objekte auf zwei Paar eiserne Stützen gestellt, welche sowohl mit ihm oben, wie mit dem Oberbodenträger unten durch Pratzen verbunden sind und nur durch Schrauben festgehalten werden, welche eine rasche Entfernung und Querverschiebung zulassen.

In diesen so geschaffenen Rahmen, zu dessen bequemer Handhabung ein kleiner Baukran (Abb. 67) empfehlenswert ist, wurde nun eine hydraulische Presse eingeführt, und zwar in folgender Weise: Es wurde eine kleine hydraulische Pumpe aufgestellt (im Bilde rechts am Trägerende), die durch dünne Kupferleitung mit einer gußeisernen Form verbunden ist, welche sich an den unteren Flanschen des Hauptträgers aufgehängt befindet und den Stempel zur Druckerzeugung enthält. Die gebrauchte Pumpe hatte einen Durchmesser von 22 mm und eine Hubhöhe von 70 mm.

Der Druckstempel war 178 mm lang mit 203 mm im Durchmesser; er war an der Druckfläche konvex geformt.



Abb. 67. Belastungsmaschine von Ingenieur G. Hill.

Ein Mann an der Pumpe, der einen Druck von über 100 kg auf 1 cm² erzeugt, konnte also durch die Übertragung im Stempel bei den ersten Versuchen mit rd. 34 t, bei den späteren Versuchen mit 62 t auf die Konstruktion drücken. Besonders zu beachten ist, daß die Anwendung dieser Belastungsmaschine dem Prüfenden Probelasten von enormer Größe in denkbar kürzester Zeit zur Verfügung stellt, was durch Aufschichtung von Gewichten (Abb. 66), wie dies auch hier bei den ersten Versuchen bis zur Fertigstellung der Maschine geschehen mußte, nicht in derselben Zeit und in ebenso gefahrloser Weise für die Beteiligten bewirkt werden könnte. Auch ist hier die Vormerkung der Belastungsgrößen und der eingetretenen Formänderungen die denkbar einfachste, weil diese ohne menschliches Zutun selbsttätig erfolgt. An dem Druckzylinder sind Ventile angebracht, die mit einem Aufzeichnungsapparat in Verbindung stehen, und zwar so, daß eine Feder auf einer runden, entsprechend eingeteilten Scheibe die Drucke und die Durchbiegungen in Polarkoordinaten aufträgt. Dieser Zeiger selbst dreht sich durch ein Uhrwerk genau nach der Zeit, so daß die abgenommene

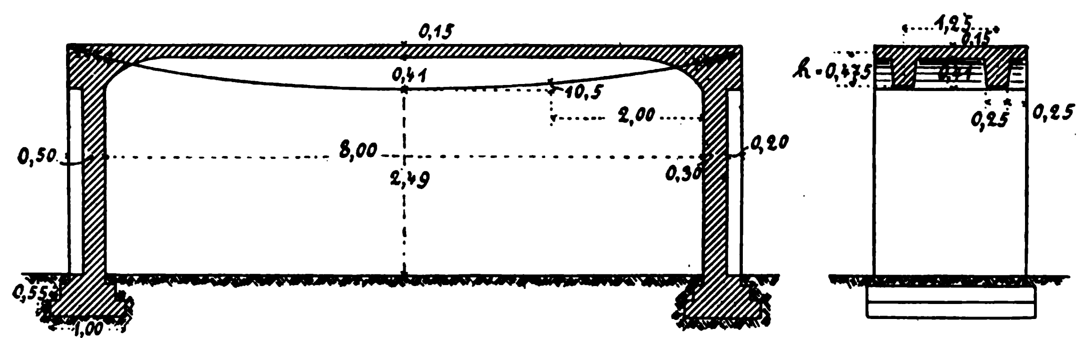


Abb. 68. Vergleichsversuche von Rud. Wolle, Leipzig. Gurtträger-Objekt.

Scheibe ein völliges Bild der Belastungsphasen und der endlich eintretenden bleibenden Formänderungen gibt. Wie bereits erwähnt, kann die Untersuchung vollständig gefahrlos für den Untersuchenden vorgenommen werden,

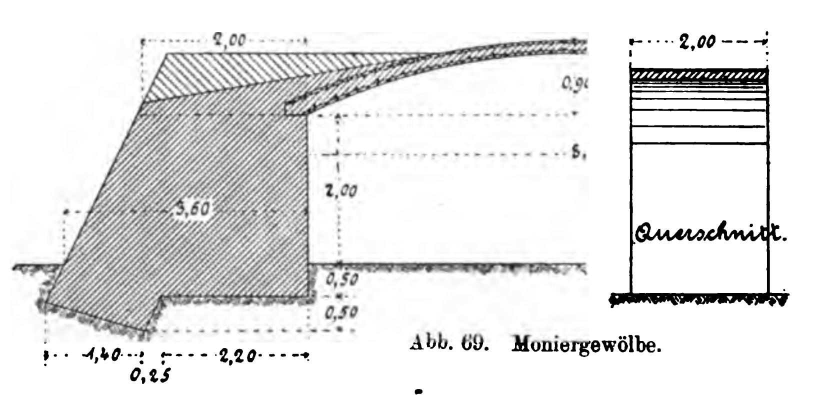


Abb. 69. Moniergewölbe.

weder aufgetürmtes Belastungsmaterial noch plötzlich eintretender Einsturz beeinflussen die Beobachtung, welche in vollster Ruhe bis an das Ende des Versuches geführt werden kann. Dies, wie die leichte Beweglichkeit der einzelnen Teile ermöglicht es, die Maschine in ein Gebäude zu bringen und an Ort und Stelle zu verwenden, ein Umstand, der sonst ganz ausgeschlossen ist. Die Kosten der Maschine stellen sich auf rd. 1100 Kronen.

Sehr lehrreich ist ein Vergleichversuch zwischen einem Moniergewölbe und einem Gurtträger von gleicher Spannweite, welcher von Rudolf Wolle in Leipzig auf der Sächsisch-Thüringischen Industrie- und Gewerbe-Ausstellung 1897 ausgeführt und veranstaltet wurde und dessen Ergebnisse von Professor M. Möller in Braunschweig in der Zeitschrift für Architektur u. Ingenieurwesen, Jahrgang 1899, Heft 2 mitgeteilt sind, welcher Veröffentlichung auch die Abb. 68 bis 74 entstammen.

Das Gewölbe hatte eine Lichtweite von 8 m, 15 cm Scheitel, 25 cm Kämpferstärke und 90 cm Stich bei einer Gewölbebreite von 2 m Beton des Gewölbes in Mischung 1 : 4. Die Eiseneinlagen bestanden in zwei gleichen Rundeisennetzen nahe dem Rücken beziehungsweise der Laibung des Gewölbes und zwar waren in jedem Netze auf 2 m Breite 19 Tragstäbe von 10 mm Durchmesser und auf 1 m 10 Stück Druckverteilungsstäbe von 7 mm Durchmesser angeordnet.

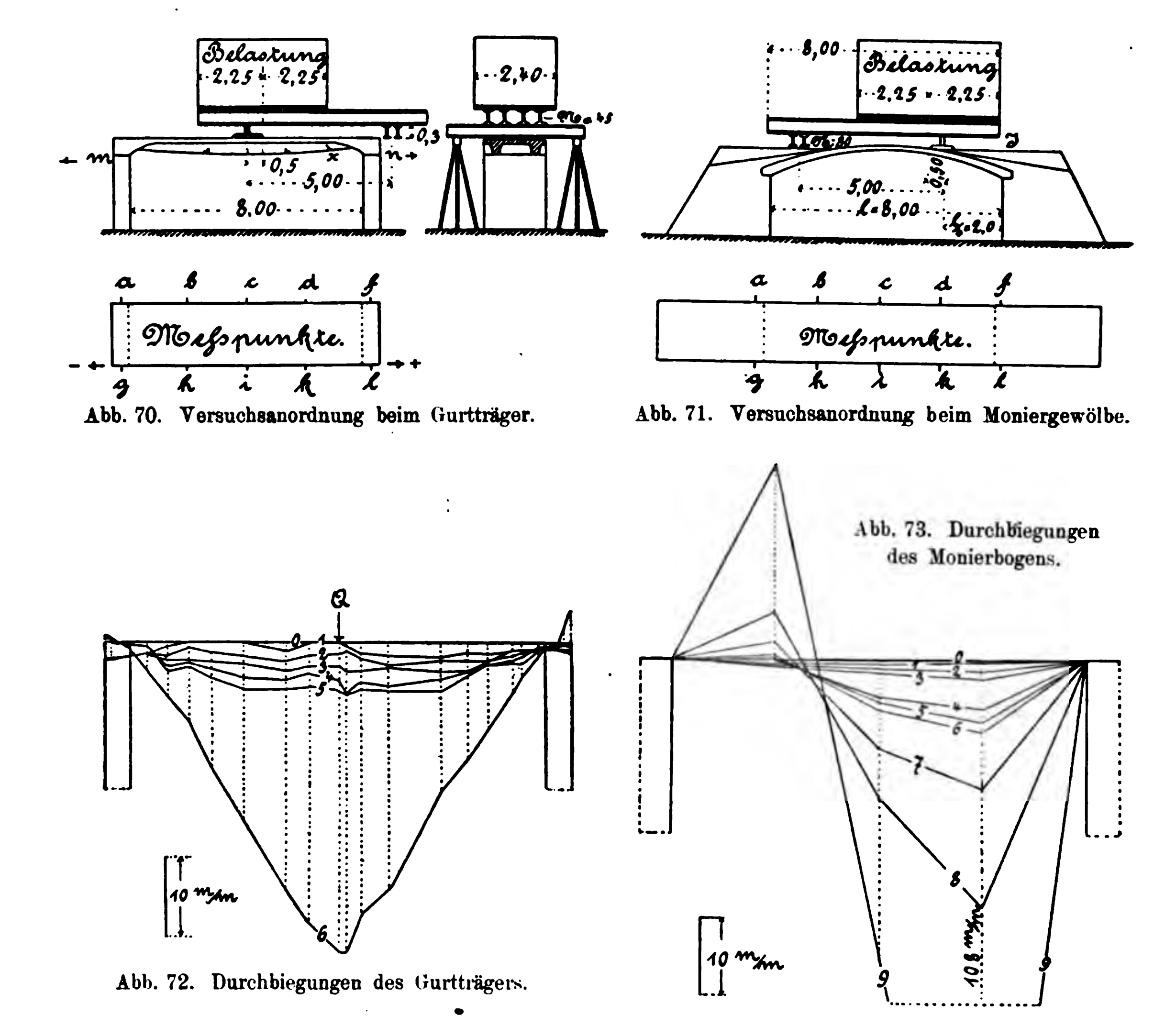


Abb. 70. Versuchsanordnung beim Gurtträger.

Abb. 71. Versuchsanordnung beim Moniergewölbe.

Abb. 72. Durchbiegungen des Gurtträgers.

Abb. 73. Durchbiegungen des Monierbogens.

Der Bruch des Gewölbes erfolgte durch eine im Viertel der Spannweite wirkende Einzellast von 33 200 kg.

Hierbei darf nicht übersehen werden, daß der Baugrund für eine gewölbte Konstruktion äußerst ungünstig war und auch eine beträchtliche Verschiebung des Widerlagers stattgefunden hatte. Die Gurtträgerbrücke brach bei einer Einzellast von 55 000 kg in der Mitte der Spannweite; Breite der Platte 2 m, Stärke 15 cm, Konstruktionshöhe 56 cm; zwei Rippen in Entfernung von 1,25 m und 25 cm Breite; Mischung des Betons: $1 : 2\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2}$; in den Gurten je ein Flacheisen von 230×20 mm, welche entsprechend am Auflager durch Querwinkel in die Konstruktion eingebunden waren. Bei dem großen Aufwande an Eisen (nahezu viermal so große Kosten wie

für das Gewölbe) ist die bedeutendere Tragfähigkeit mit Rücksicht auf die verhältnismäßig größere Konstruktionshöhe und Unabhängigkeit der Verschiebung der Widerlager erklärlich.

Nach Beendigung der Kaiser Franz Josefs-Jubiläums-Ausstellung im Jahre 1898 wurden die Ausstellungsobjekte der Betonbau-Unternehmung G. A. Wayss & Cie. zu Versuchszwecken benutzt. Die interessanten Ergebnisse teilte ich in einem Vortrage im österr. Ingenieur- u. Architekten-Verein[1]) mit, aus welchem folgendes auszugsweise wiedergegeben sei.

Der Bogen (Abb. 75 u. 76) hatte eine Lichtweite von 13 m, war am Scheitel 20 cm, am Anlauf 32 cm stark und hatte eine Pfeilhöhe von 2,85 m. Die Bogenbreite betrug 2 m, und der Beton war im Mischungsverhältnis von 1 Raumteil Portlandzement auf $3^1/_2$ Raumteile reinen reschen Donausand hergestellt. Das Gewölbe besaß zwei Eisen-

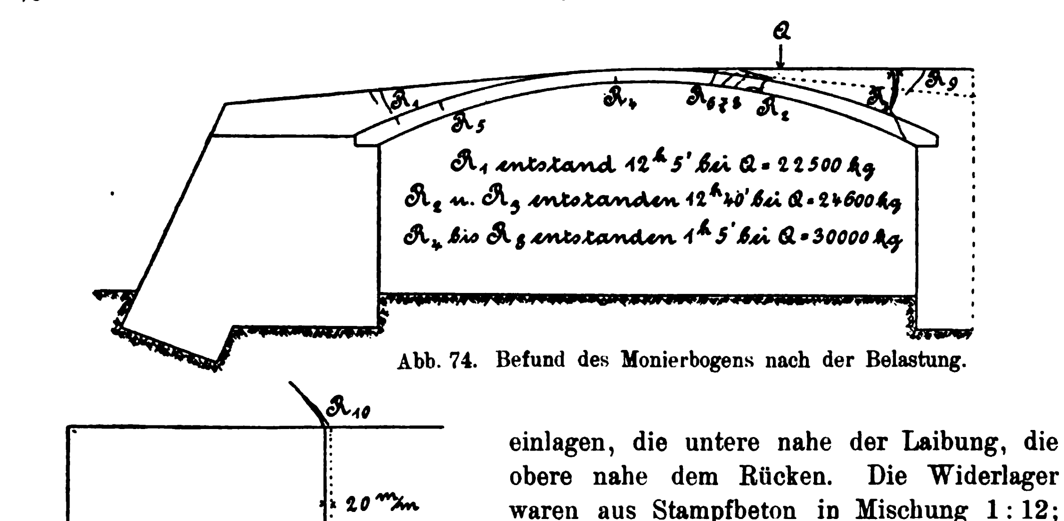


Abb. 74. Befund des Monierbogens nach der Belastung.

einlagen, die untere nahe der Laibung, die obere nahe dem Rücken. Die Widerlager waren aus Stampfbeton in Mischung 1 : 12; die Nachmauerung (zwischen Bogen und Widerlager als Fortsetzung des Gewölberückens) war gleichfalls Beton in Mischung 1 : 12. Die Einlagen bestanden aus Rundeisenstäben von 12 mm Stärke, und waren für 1 m Gewölbebreite deren 12 Stück sowohl in der oberen wie in der unteren Einlage angeordnet.

Der Bogen hatte ein Alter von 6 Monaten, als er erprobt wurde. An halbseitiger Belastung wurden Eisenflossen von insgesamt 71 500 kg in möglichst gleichmäßig verteilter Form aufgebracht. Dies entspricht einer Belastung von 5500 kg/m² horizontaler Projektion. Das Gewölbe war für eine einseitige Belastung von 1500 kg/m² horizontaler Projektion konstruiert worden, und zwar als sogenannter Drucklinienbogen.

Bei dieser Belastung war der Bogen vollkommen intakt, es war nirgends ein Haarriß zu beobachten, obwohl im sogenannten gefährlichen Querschnitt ($^1/_4$ der Spannweite) schon bei einer einseitigen Belastung von 50000 kg (3850 kg/m²) eine Verdrehung des Querschnittes von 11′ 30″ abgelesen worden war.

Nachdem die Last von 71 500 kg durch mehrere Tage auf dem Bogen belassen worden war, zeigte sich der Bogen nach der Entlastung vollkommen intakt, und betrug die bleibende Senkung im Scheitel kaum 1 mm.

Aus den nachfolgenden Sprengversuchen ergibt sich die ungeheure Widerstandsfähigkeit der Moniergewölbe gegen Stoßwirkungen. Der Sprengversuch wurde

[1]) 9. März 1901.

vom k. und k. Technischen Militärkomitee in Wien vorgenommen und zunächst eine Reihe Ekrasit-Sprengbüchsen (3 kg) im gefährlichen Querschnitt der einen Gewölbeseite so aufgebracht, daß die 60 cm lange Ladung flüchtig mit der einen Stirnseite lag, es blieb also von dem 2 m breiten Gewölberücken eine Breite von 1,4 m unbedeckt. Diese Ladung wurde mit Sandsäcken verdämmt, hauptsächlich mit Rücksicht auf die Umgebung dieses Objektes. Die Stärke der Ladung entspricht dem Durchschlag für ein Bruchstein- oder Quadergewölbe von 90 cm Stärke. Die Stärke des zu erprobenden Gewölbes an der Sprengstelle war 23 cm. Während der

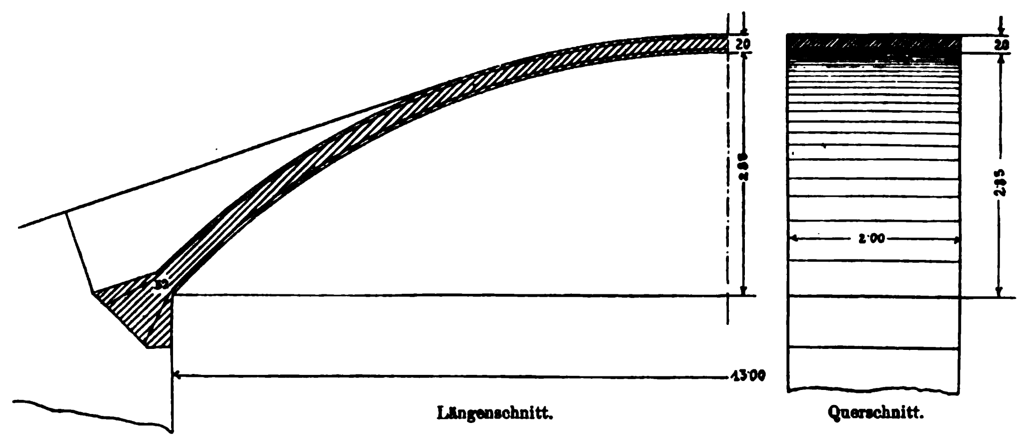


Abb. 75. Monierbogen auf der Kaiser Franz-Josefs-Jubiläumsausstellung 1898.



Abb. 76. Belastung der Ausstellungsobjekte.

Explosion der Sprengladung konnte aus dem Beobachtungsstande beobachtet werden, daß sich das Gewölbe auf der Sprengseite um rd. 15 bis 20 cm durchbog, und zwar in derartiger Weise, daß der Zuschauer die Meinung haben mußte, das Gewölbe sei im Zusammenbruche. Allein bei näherem Zusehen wurde festgestellt, daß der Beton an der Sprengstelle, und zwar lediglich an dieser, zerstört war, während die nächst gelegenen Teile nur bis auf rd. 20 cm vom Umkreis der Ladestelle Sprünge aufwiesen. Die Eiseneinlagen ebenso wie der übrige Teil des ganzen Gewölbes und die Widerlager waren vollkommen intakt, und die sorgfältig vorgenommenen Abmessungen der Gewölbeordinaten ergaben keine meßbare dauernde Formänderung der Gewölbelaibung. Besonders muß hervorgehoben werden, daß an der Sprengstelle der übrige Teil des Gewölbequerschnittes mit ungefähr 1,20 m Breite unversehrt

geblieben ist, und daß dieser Querschnitt bei der darauf folgenden Sprengung die Momentenwirkung vollkommen auf das Auflager übertrug, so daß das Gewölbe nicht hier, sondern am Auflager brach.

Die zweite Sprengladung wurde auf der entgegengesetzten, vollkommen intakten Gewölbehälfte wiederum im gefährlichen Querschnitte (Gewölbestärke 23 cm) aufgebracht, und zwar zwei Ekrasit-Sprengbüchsenreihen mit 10 kg Ladung, 1 m Ladungslänge, entsprechend der Durchschlagsladung für ein 1,70 m starkes Bruchstein- oder Quadergewölbe, mit einem Abstande der Ladung von beiderseits 50 cm von den Stirnseiten des Gewölbes. Die Ladung wurde gleicherweise wie vorher mit Sandsäcken verdämmt. Bei der Explosion wurde der Bogen an der Sprengstelle durchgeschlagen, und demgemäß fiel er nieder. Der Beton war an der Sprengstelle vollkommen zerstört, die Eiseneinlagen waren nur unter der Ladung (rd. 1,20 m Gewölbebreite) vollkommen abgerissen und zum Teil unter die Laibung zurückgeschlagen, während seitlich der Ladung die Eisenstäbe nicht zerrissen waren. Die Enden der abgerissenen Eisenstäbe (Abb. 77) zeigen uns deutlich, daß sie nicht abgeschert, sondern infolge Zuges (man bemerkt die Querschnittverminderung oft an mehreren Stellen) gerissen waren. An den Eisenstäben sind Eindrücke ersichtlich, welche darauf hinweisen, daß die Kiesel in das sehr bedeutend erwärmte Eisen eingeschlagen wurden. Die Abb. 77 bringt einige solcher Stäbe zur Anschauung. Beim Niederbrechen des Gewölbes wurde ein Teil des Widerlagers mit dem Gewölbe herausgerissen (herausgedreht), was insofern von Belang ist, als der Gewölbequerschnitt am Anlauf den bedeutenden Momentenwirkungen gegenüber standgehalten hat. Die der Ladung entferntere Gewölbehälfte wurde nicht, wie zu vermuten wäre, in dem bereits durch die erste Sprengung geschwächten Gewölbequerschnitt gebrochen, sondern die-

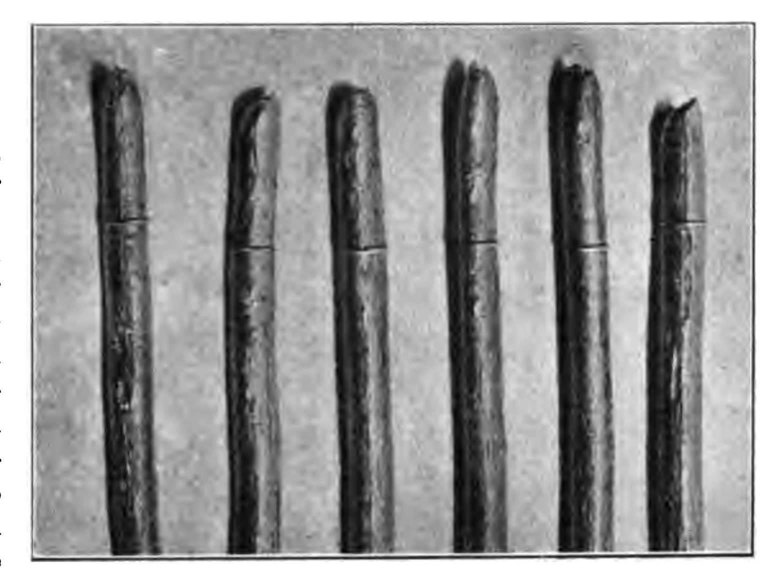


Abb. 77. Die Enden der Eiseneinlagen an der Sprengstelle des Monierbogens.



Abb. 78. Ansicht des durch Sprengung zerstörten Monierbogens.

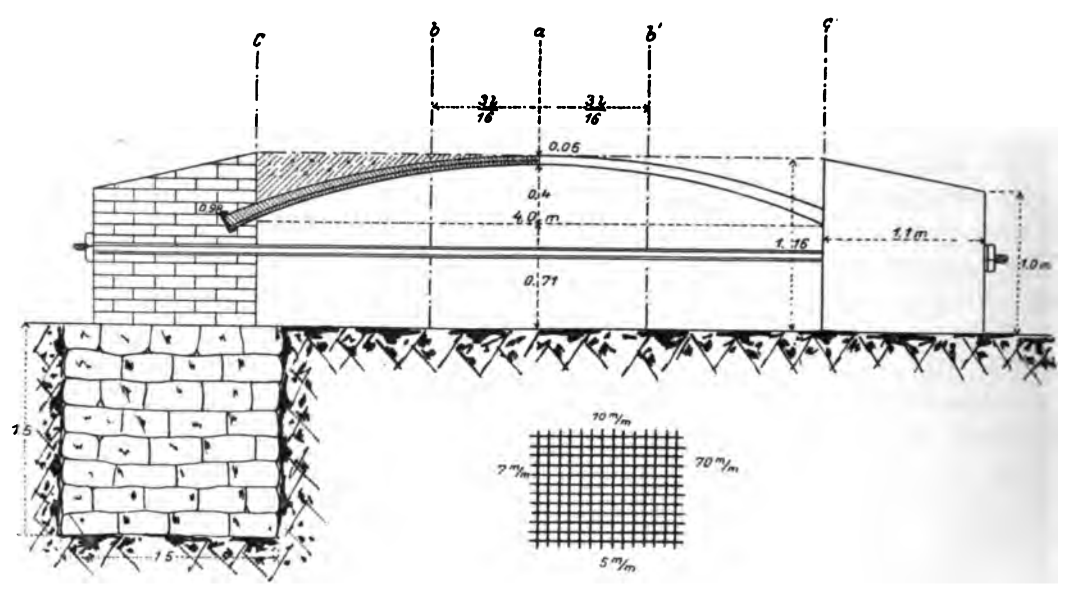


Abb. 79. Versuche von Ingenieur Fürst A. Koudaschew. Viertes Objekt.

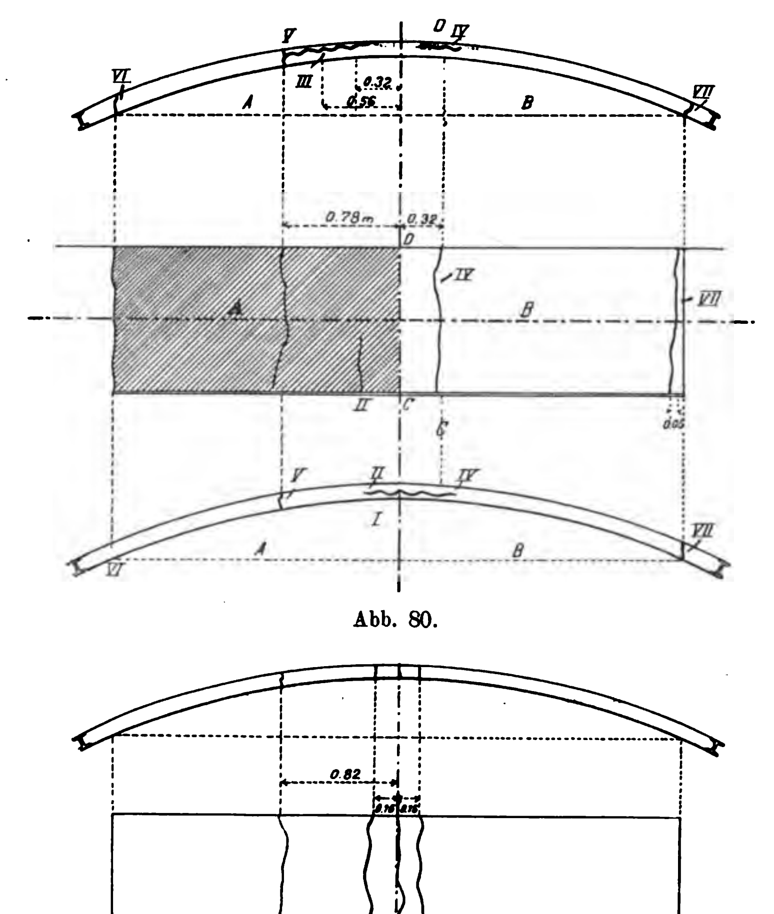


Abb. 80.

Abb. 81. Versuche von Ingenieur Fürst A. Koudaschew. Vierter Versuch.

ser Querschnitt hat sämtliche auf ihn einwirkenden Kräfte auf den Gewölbeanlauf übertragen, und das Gewölbe brach nächst der Anlauffuge, indem der Beton oben gerissen war und der Gewölbeschenkel nur mehr durch das Eisen mit dem Auflager zusammenhing (Abb. 78).

Das Ergebnis dieses Sprengversuches hat die Überlegenheit der Eisenbetonkonstruktionen in betreff des Widerstandes gegen Stoß glänzend bewiesen, und es ist wohl kaum anzunehmen, daß wir der hier durch Sprengung erfolgten Stoßwirkung eine solche in der Praxis auch nur annähernd gleichstellen könnten.

Interessant sind auch die Ergebnisse der im „Bulletin du Congrès international des Chemins de fer“, Februarheft 1905, mitgeteilten Proben in



Abb. 82. Vierter Versuch von Ingenieur Fürst A. Koudaschew.

Rußland und die sich daraus ergebenden Folgerungen, welche vom Ingen. Fürsten A. Koudaschew in genannter Zeitschrift herrühren. Diese Ausführungen decken sich mit den von Spitzer in der Berechnung der Moniergewölbe ausgeführten Schlußfolgerungen. Die ersten dieser Versuche fanden über Veranlassung der „Société anonyme de constructions en beton et d'autres travaux de construction" früher Société J. Houk & Cie. statt und wurden im Beisein vieler Fachleute und unter Überwachung und Leitung des mechanischen Labora-

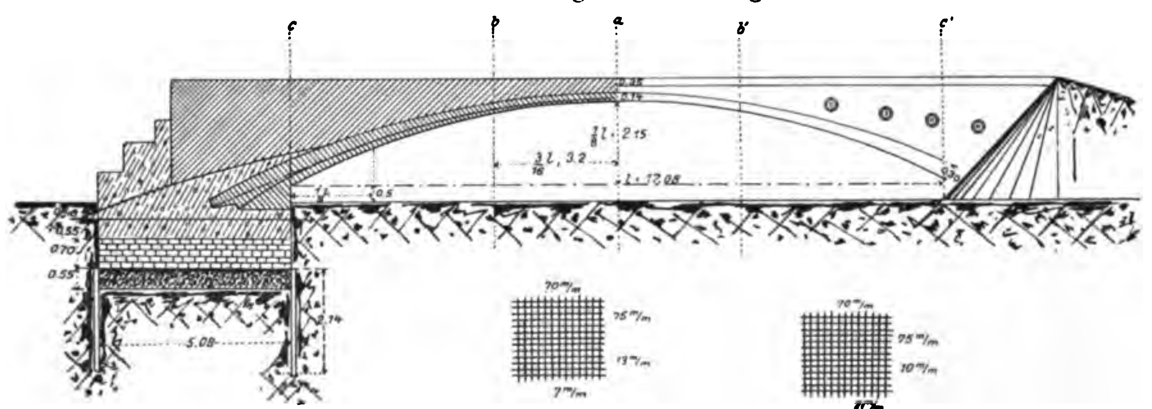


Abb. 83. Neunter Versuch des Ingenieur Fürst A. Koudaschew.



Abb. 84. Neunter Versuch von Ingenieur Fürst A. Koudaschew, Straßenbrücke von 17,00 m Lichtweite.

toriums der kaiserlichen Verkehrskommission am Preobraschenskifeld im Jahre 1891 durchgeführt.

Die zweite Reihe dieser Versuche fand im Jahre 1898 in Petersburg statt.

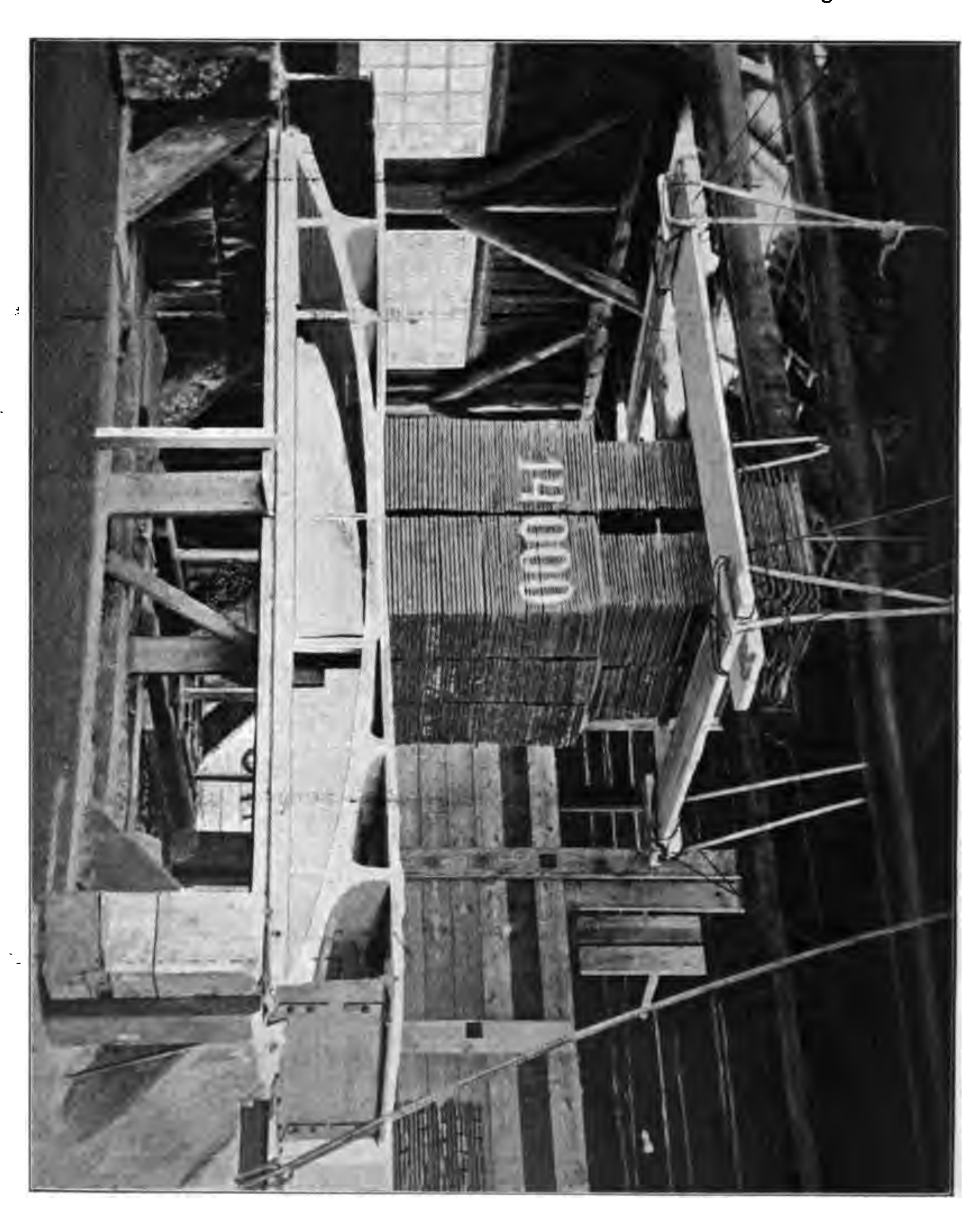


Abb. 85. Belastungsversuch der Amsterdamschen Cement-Ijzer-Werke.

Überdies hat in den Jahren 1898 und 1899 Ingenieur Fürst A. Koudaschew seine Studien zur Feststellung der Eigenschaften der Eisenbetonkonstruktionen in Kiew im Laboratorium der Süd-Westbahnen ausgeführt. Das Wichtigste dieser Untersuchungen und einige Versuchsergebnisse sollen im nachfolgenden wiedergegeben werden.

Viertes Versuchsobjekt, Gewölbe von 4 m Spannweite. Die gemauerten Widerlager waren gegenseitig durch 3 Ankereisen von je 40 mm Durchmesser verbunden und die Bogen hatten ihre Auflager auf I-Trägern. Die Mischung des Betons war 1 : 3. Der Bogen hatte 5 cm am Scheitel, 8 cm am Anlauf, die Eiseneinlagen bestanden aus 7 mm starken Tragstäben und 5 mm starken Verteilungsstäben in Maschenweite von 7 cm. Die Aufmauerung war in Magerbeton hergestellt, die Schalung wurde zwei Wochen nach Herstellung entfernt.

Zum Vergleich war ein ganz gleicher Bogen, jedoch ohne Eiseneinlagen hergestellt worden. Die Ergebnisse der Erprobung sind aus nachstehender Tabelle zu entnehmen und werden durch die erläuternden Abb. 79 bis 82 ergänzt.

Vierter Versuch.

2 Gewölbe von 4,00 m Lichtweite.

Belastung gleichmäßig auf eine Gewölbehälfte verteilt.

Gewölbe mit Eiseneinlagen

Datum des Versuches	Last in Pud	Last in Tonnen	Durchbiegung in mm c	b	a	b'	c'
3. November 1891	102,25	1,675	0	0	−1,00	−1,00	0
	155,50	2,547	0	0	−1,50	−1,50	0
	205,50	3,366	0	0	−1,75	−1,50	0
	259,00	4,242	0	0	−2,00	−1,75	0
	312,25	5,115	0	0	−2,00	−2,00	0
	365,50	5,987	0	0	−2,25	−2,00	0
	419,00	6,863	0	0	−2,75	−2,25	0
	472,25	7,735	0	0	−3,00	−2,50	0
	525,50	8,608	0	0	−3,50	−3,25	0

Unter einer Belastung von 525,50 Pud (8608 kg). Abblätterung der Vorderseite des Gewölbes längs der Linie der Eiseneinlagen in der Mitte der Spannweite.

Der Versuch wurde wegen der Schwierigkeit beim Aufbringen der Belastung und wegen der vorgeschrittenen Zeit abgebrochen.

Das Gewölbe wurde entlastet.

Datum des Versuches	Last in Pud	Last in Tonnen	Durchbiegung in mm c	b	a	b'	c'
5. November 1891	104,00	1,704	0	+0,50	−1,00	−1,50	0
	204,00	3,342	0	+0,50	−0,50	−1,75	0
	260,00	4,259	Erscheinung der Risse				s. Abb. 80.
	305,00	5,000	Einsturz des Gewölbes				

Bemerkung: Der zweiten Belastung der Gewölbe ging die Wegnahme der Ausfüllung der Hintermauern voran.

Gewölbe ohne Eiseneinlagen

Datum des Versuches	Last in Pud	Last in Tonnen	Durchbiegung in mm c	b	a	b'	c'
3. November 1891	22,50	0,369	0	0	−0,50	−0,25	0
	64,00	1,048	0	0	−0,50	−0,50	0
	105,50	1,728	0	0	−0,50	−0,50	0
	167,75	2,748	0	0	−0,75	−0,50	0
	209,25	3,428	0	0	−1,00	−0,75	0
	292,00	4,783	0	0	−1,00	−1,00	0
	312,75	5,123	0	0	−1,25	−1,00	0
	375,00	6,143	0	0	−1,50	−1,25	0
	395,75	6,482	0	0	−1,75	−1,50	0
	416,50	6,822	0	0	−2,00	−1,50	0
	437,25	7,162	0	0	−2,00	−1,75	0

Bei einer Belastung von 437,25 Pud (7162 kg) wurde der Versuch unterbrochen und die Belastung weggenommen. Es zeigte sich keine Verschlechterung.

Datum des Versuches	Last in Pud	Last in Tonnen	Durchbiegung in mm c	b	a	b'	c'
5. November 1891	40,00	0,655	0	0	−0,25	0	0
	80,00	1,310	0	0	−1,00	−0,75	0
	141,00	2,310	0	0	−1,00	−1,00	0
	162,00	2,654	0	0	−1,75	−1,25	0
	182,00	2,981	0	0	−2,00	−1,50	0
	222,00	3,636	0	+0,50	−2,00	−2,00	0
	227,00	3,718	Einsturz des Gewölbes.				

+ nach aufwärts, — nach abwärts.

Bei einer einseitigen Belastung von 8600 kg/m² zeigten sich Losblätterungen nächst des Gewölbescheitels. Das Güteverhältnis vom armierten zum nichtarmierten Gewölbe stellte sich wie 1,4 : 1.

Neuntes Versuchsobjekt, Straßenbrücke von 17 m Spannweite, Breite 6,4 m, Stich 2,13 m, Stärke am Scheitel 14 cm, am Gewölbeanlauf 30 cm. Den Versuchen wurde eine Belastung von 550 kg/m² zugrunde gelegt, was für die halbseitige Belastung der Brücke rd. 60 t ausmacht. Die Belastungsstufen zeigt nachstehende Tabelle.

Neunter Versuch.

Straßenbrücke: Spannweite 17,00 m.

Datum des Versuches	Last in		Durchbiegung in mm					Beobachtungen
	Pud	Tonnen	c	b	a	b'	c'	
2. November	3,600	59	0	— 2,00	— 2,50	— 2,00	0	Die Brücke verblieb unter Belastung.
3. November	3,600	59	0	— 2,00	— 3,00	— 2,00	0	
	4,800	79	0	— 2,00	— 3,00	— 2,00	0	
	6,000	98	0	— 2,75	— 4,00	— 2,75	0	
	7,200	118	0	— 4,50	— 6.50	— 4,50	0	
4. November	7,200	118	0	— 5,00	— 7,05	— 5,00	0	
	3,800	62	0	— 2,50	— 3,00	— 2,00	0	Man vermindert in diesem Augenblick um 3,400 Pud = 55,692 Tonnen die Belastung.
	0	0	0	— 2,50	— 3,00	— 2,00	0	Völlige Entlastung.

Bemerkung: Es ist zu berücksichtigen, daß die Verschiedenheit der Zeigerangaben durch Temperatureinflüsse an der Ablesevorrichtung beeinflußt wurde.

+ nach aufwärts, — nach abwärts.

Die untenliegenden Eiseneinlagen bestanden aus Ø 13 mm Tragstäben in Entfernung von 75 mm und Ø 7 mm Verteilungsstäben in 70 mm Entfernung, das obere Geflecht reichte bis in ein Achtel der Spannweite und bestand aus Ø 10 mm Tragstäben in 75 mm Entfernung und Ø 7 mm Verteilungsstäben in 70 mm Entfernung. Die Abb. 83 u. 84 erläutern die Einzelheiten.

Das Brückengewölbe wurde mehrmals belastet uud entlastet und zwar dauerten die Proben drei Tage. Bei der Erprobung herrschte eine Lufttemperatur von — 6° bis — 12,5° C.

Von weiteren Versuchen wären anzuführen:

Der amtliche Belastungsversuch am 1. Juli 1893 in Amsterdam, vorgenommen an einem von den Amsterdamschen Cement-Ijzer-Werken hergestellten Moniergewölbe von 5 m Spannweite, 1,20 m Breite und 0,5 m Pfeilhöhe (Abb. 85). Die Gewölbestärke betrug im Scheitel 0,06 m, am Widerlager 0,09 m. Die Belastung von 14000 kg, welche auf einer Fläche von $1,20 \times 1,15 = 1,38$ m² verteilt war, ergab eine Einsenkung von 25 mm.

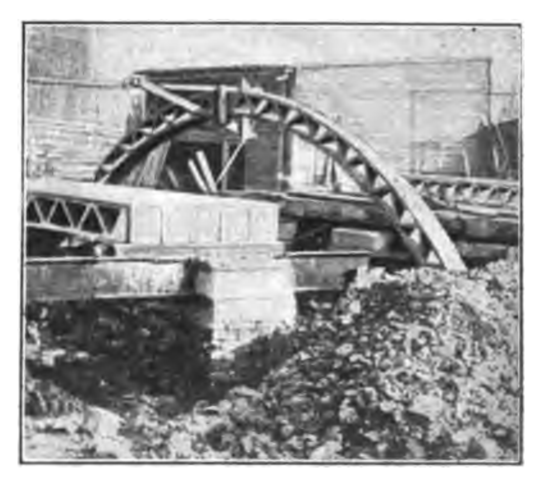


Abb. 86. Belastungsprobe eines Visintinibogens.

Eine Belastungsprobe an einem Visintinibogen wurde am 13. März 1904 in Hamburg vorgenommen. Der Bogen (Abb. 86) hatte eine Spannweite von 7 m und war für eine Einzellast in der Mitte von 1 t berechnet. Trotz seines geringen Alters von 3 Wochen trug derselbe 5 t.

Im Oktober 1900 wurden von der Königlichen mechanisch-technischen Versuchsanstalt in Berlin-Charlottenburg Versuche mit Golding-Gewölben vorgenommen. Die Abmessungen und Armaturen sind der Abb. 87 zu entnehmen. Die Proben ergaben eine Tragfähigkeit von 23320 kg (Abb. 88).

Von amerikanischen Versuchen sei jener des Militär-Ingenieurs Charles W. Kutz erwähnt. Der erprobte Bogen hat eine Lichtweite von rd. 3,40 m, eine Breite von rd. 50 cm, einen Pfeil von rd. 60 cm und eine Scheitelstärke von 16 cm. Die erste Belastung war über das ganze Gewölbe gleichmäßig verteilt aufgebracht und betrug 7150 kg/m² (Abb. 89), die zweite Probe wurde mit halbseits aufgebrachter Last von 14000 kg/m² vorgenommen (Abb. 90).

Das Mischungsverhältnis des Gewölbematerials war 1 bbl. Zement, 11 Kub. Fuß Sand auf 19 Kub. Fuß Steinschlag gewählt. Der Bogen wurde am 25. Febr. 1907 betoniert und am 15. August desselben Jahres der Erprobung zugeführt. Als Belastungsmaterial dienten Geschützprojektile.

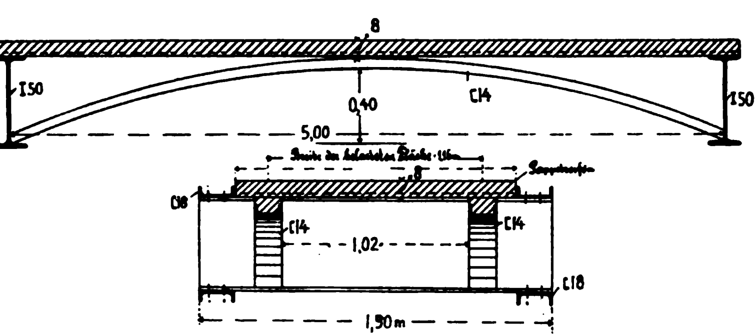


Abb. 87. Versuche mit Golding-Gewölben in Berlin-Charlottenburg.


Abb. 88. Versuche mit Golding-Gewölben in Berlin-Charlottenburg.

In der neuen militärischen Ingenieurschule zu Brüssel wurden in Anwesenheit einer aus Genieoffizieren bestehenden Kommission mehrere Gewölbe, welche nach dem System Habrich-Potthoff (Münster) ausgeführt waren, erprobt.

Abb. 89. Versuche des Militäringenieurs Charles W. Kutz. Verteilte Belastung.

Der Bogen „Type E“ (Abb. 91) hatte folgende Abmessungen:

Spannweite	4,50 m,
Breite	1,00 m.

Gewölbestärken:

im Scheitel	10 cm,
an den Kämpfern	13 cm.

Der Stich des Bogens betrug 0,35 m. Die Armierung bestand aus 36 Stück $^{16}/_{10}$ Ransome-Eisen, d. i. 3,46 v. H. der Betonfläche.

Es wurden zwei verschiedene Zementsorten verwendet und vergleichende Versuche angestellt. Das eine Gewölbe mit Cement North ergab eine Bruchlast von 13000 kg, das andere mit Cement Haccourt eine Bruchlast von 17950 kg.

Das Probeobjekt „Type F“ (Abb. 92) war ein Bogen von 13,6 m Lichtweite, 2,72 m Stich, 10 cm Scheitel- und 14 cm Kämpferstärke, Breite 2 m, mit 2,4 v. H. Bewehrung, welcher zwischen gut fundierten Mauern gespannt war. Bei der Erprobung hatte der Beton ein Alter von 40 Tagen.

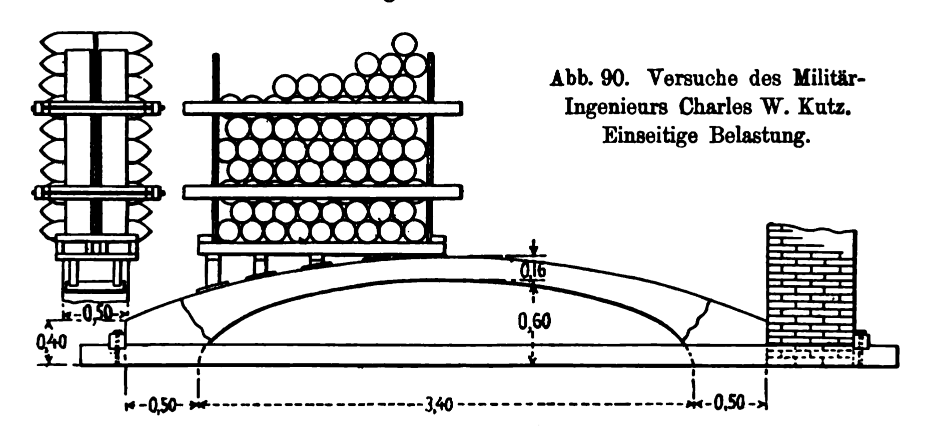


Abb. 90. Versuche des Militär-Ingenieurs Charles W. Kutz. Einseitige Belastung.

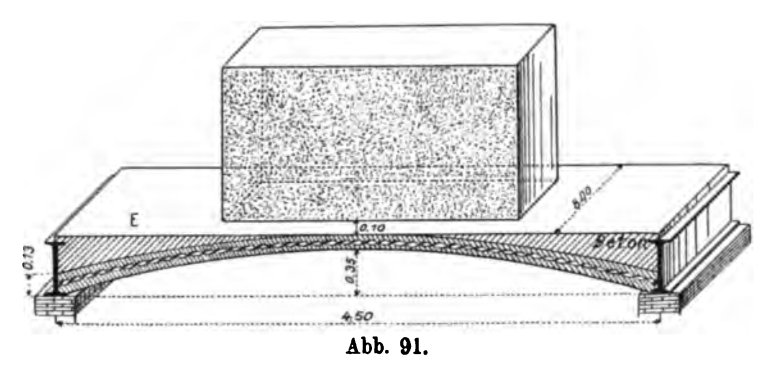


Abb. 91.

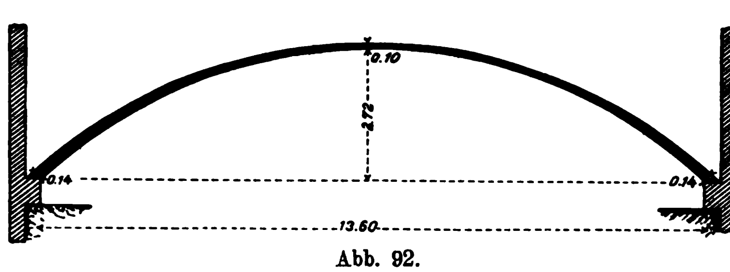


Abb. 92.

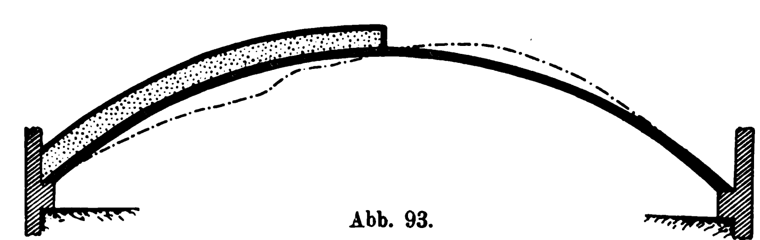


Abb. 93.

Abb. 91 bis 93. Versuche in der Militär-Ingenieurschule in Brüssel.

Man hielt sich bei der Erprobung an folgende Reihenfolge: Nachdem eine Holzrüstung aufgestellt war und Bleistifte zur Aufzeichnung der Formänderungen angebracht waren, beschüttete man den Bogen halbseits mit 50 cm Sandlage, d. i. rd. 560 kg/m². Die strichpunktierte Linie in Abb. 93 zeigt uns die Formänderung in dieser Belastungsstufe.

Nun wurde der Bogen vollständig mit 50 cm hoher Sandlage bedeckt. Die Formänderung in dieser Belastungsphase zeigt uns Abb. 94.

Es wurden nun die Gewölbezwickel nach Abb. 95 mit Sand ausgefüllt, welche Belastung die dort verzeichnete Formänderung ergab.

Endlich wurde die Belastung nach Abb. 96 aufgebracht, welche insgesamt 61437 kg ausmacht und bis 70312 kg gesteigert wurde, unter welcher Last der plötzliche Bruch erfolgte.

IV. Gewölbe-Ausschuß.

Im Ausschuß der Fachgruppe der Bau- und Eisenbahn-Ingenieure wurde in der Sitzung vom 26. November 1896 über Anregung des Herrn Dozenten Ingenieur Fr. von Emperger beschlossen, an den Verwaltungsrat des Österr. Ingenieur- und Architekten-Vereines das Ersuchen zu richten, einem neu einzusetzenden Gewölbe-Ausschusse die Durchführung von Bruchversuchen mit Hohlziegelgewölben zur Beratung und Antragstellung zu überweisen. Der Verwaltungsrat entsprach diesem Ersuchen der Fachgruppe, und gelegentlich der zur Wiedereinsetzung des vormaligen Gewölbekomitees eingeleiteten Maßnahmen brachte Herr Hofrat Ludwig Huss am 22. Mai 1897 schriftlich den Antrag ein, in Ergänzung der früher ausgeführten Purkersdorfer Gewölbeversuche vergleichende Druckproben mit großen prismatischen Mauerwerkskörpern aus Quadern, lagerhaftem Bruchstein, Klinkern, gewöhnlichen Ziegeln, Hohlziegeln und Beton durchführen zu lassen.

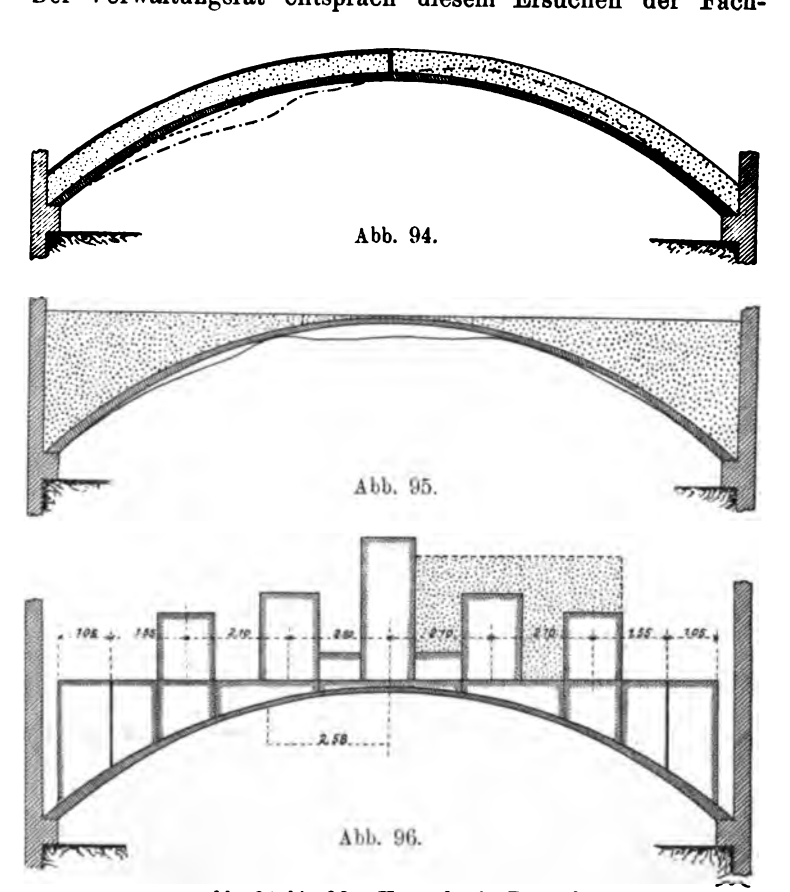


Abb. 94 bis 96. Versuche in Brüssel.

Diese beiden Anträge haben den Arbeitsstoff für einen neu zu wählenden Gewölbe-Ausschuß — die angeregte Wiedereinsetzung des früheren Komitees begegnete Schwierigkeiten — dargeboten, und tatsächlich erfolgte in der Sitzung des Verwaltungsrates vom 3. Juni 1897 die Wahl der Mitglieder des neuen Ausschusses. Die Beratungen des neuen Gewölbe-Ausschusses wurden am 8. Juni 1897 begonnen und den beiden eingangs genannten Aufgaben entsprechend zwei Unterausschüsse gebildet, deren erster — für Bruchversuche mit Deckenkonstruktionen — und deren zweiter — für Druckversuche mit Mauerwerkskörpern — eingesetzt wurde.

Auf Grund der Beratungen und Berichte dieser Unterausschüsse wurden nun vom Gewölbe-Ausschusse detaillierte Programme für sämtliche Versuche aufgestellt. Im Frühjahr 1898 wurden die Versuche begonnen. Während nun die Erprobung der Deckenkonstruktionen noch nicht abgeschlossen ist, konnten die Druckproben mit Mauerwerkskörpern zum Abschluß gebracht werden. Diese Versuche seien im nachfolgenden einer Erörterung unterzogen, da sie ein sehr wertvolles Material für die Beurteilung und Ausführung größerer Gewölbekonstruktionen liefern.

A. Unterbau.

Es wurde beschlossen, nachstehende Körper zu erproben:

Einzelne Granit- und Sandsteinquader, Mauerwerkskörper aus lagerhaftem Bruchstein (Sandstein), aus Hausteinen (Granit und Sandstein), aus Stampfbeton und in Monierkonstruktion (Stampfbeton mit Eiseneinlagen), aus Klinkern, Pfeilerziegeln, gewöhnlichen Ziegeln und endlich aus Hohlziegeln. Hierbei sollte der Mörtel, beziehungsweise der Stampfbeton in verschiedenen Mischungsverhältnissen bei verschiedener Erhärtungsdauer zur Anwendung gelangen und die Erprobung selbst sowohl durch zentrische, wie auch durch exzentrische Drücke erfolgen. Für jede Mauerwerksgattung und für jedes Mörtelmischungsverhältnis wurden zwei prismatische Probekörper in Aussicht genommen und dessen Abmessungen im allgemeinen mit 0,5 × 0,5 m Grundfläche und 1 m Höhe festgestellt. Die gegebene Anregung, den Bedürfnissen der Praxis entsprechend Probekörper derselben Mauerwerksgattung in sorgfältiger und weniger sorgfältiger Ausführung den Versuchen zu unterziehen, mußte mit Rücksicht auf den in Aussicht genommenen geringen Umfang der Proben, sowie im Hinblick auf die schwierige praktische Durchführung dieses Antrages bei verhältnismäßig kleinen Körpern fallen gelassen werden, und sollte nur durchwegs sorgfältig hergestelltes Mauerwerk zur Verwendung gelangen. Inwieweit dies selbst gelungen ist, zeigen am besten die später angeführten Versuchsergebnisse.

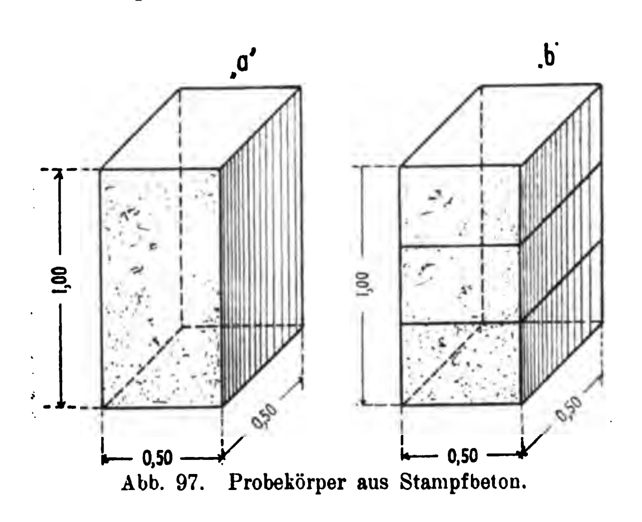


Abb. 97. Probekörper aus Stampfbeton.

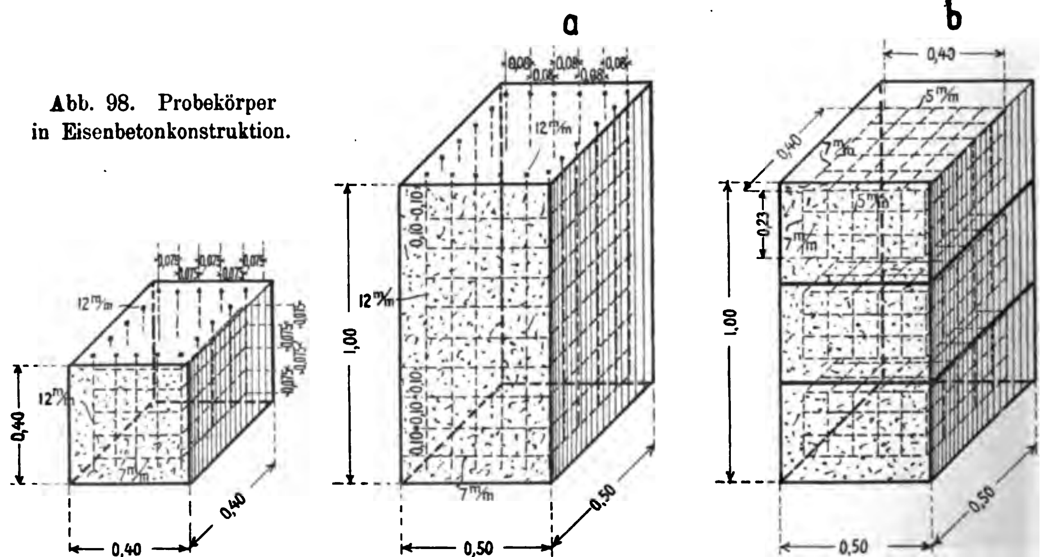


Abb. 98. Probekörper in Eisenbetonkonstruktion.

In den Abb. 97 und 98 sind die Probekörper aus Stampfbeton und in Eisenbetonkonstruktion dargestellt, und sei nachstehendes bemerkt:

Die Stampfbetonkörper (Abb. 97) wurden von der Firma Pittel & Brausewetter unter Verwendung von Donausand, Rundschotter und Portlandzement der Gebrüder

Leube in Gartenau, und zwar in den Mischungsverhältnissen 1 : 2 : 3 (1 : 5), 1 : 3 : 5 (1 : 8) und 1 : 4 : 6 (1 : 10) ausgeführt. Der Unterschied zwischen den Körpern der Type „a" und „b" ist aus den Abbildungen deutlich zu entnehmen.

Die Zementeisenkonstruktionen (Abb. 98) wurden von der Firma G. A. Wayss & Cie. ausgeführt und alle hierzu nötigen Materialien beigestellt. Das Mischungsverhältnis des Betons, für welchen Kirchdorfer Portlandzement verwendet wurde, beträgt 1 : $3^1/_2$. Die Anordnung der Rundeisenstäbe ist bei den Körpern der Type a verschieden von jener der Type b und aus den bezüglichen Abbildungen ersichtlich; bei den ersteren (patentierte Massivkonstruktion G. A. Wayss & Cie. in Wien) reichen die 12 mm starken vertikalen Hauptstäbe von Druckfläche zu Druckfläche und sind durch horizontale Ringe (Abb. 99), 7 mm stark, verbunden, während bei den letzteren die Hauptnetze parallel zu den Druckflächen eingelagert sind.

x

Abb. 99.

Die Herstellung der Probekörper hat am 16. Mai 1898 auf dem von Seiten der k. k. Staatsbahndirektion Wien mit Zustimmung der Kommission für Verkehrsanlagen zur Verfügung gestellten Versuchsplatze (Abb. 100), einer Viaduktöffnung der Gürtellinie der Wiener Stadtbahn nächst der Übersetzung der Heiligenstädterstraße, begonnen.

Um die zur Zerstörung des ausgeführten Mauerwerks notwendigen bedeutenden Drücke zu erzielen, mußte an die Benutzung einer der im Eisenwerke Witkowitz und in der Poldihütte in Kladno befindlichen starken Schmiedepressen gedacht werden.

Die in dem erstgenannten Orte befindliche Presse ermöglicht es, einen Druck von 2000 t nahezu konstant auszuüben; eine Abänderung, wie auch eine genaue Messung



Abb. 100. Herstellung der Probekörper für die Druckversuche.

desselben ist aber schwer möglich. Die hydraulische Presse der Poldihütte dagegen gestattet ein allmähliges Anwachsen des Druckes bis zum Maximum von 1200 t und eine, wenn auch nicht vollständig richtige, so doch genügend genaue Messung desselben. Unter diesen Verhältnissen war die Wahl des für die Ausführung der Versuche geeigneten Objektes gegeben und so entschied sich der Gewölbeausschuß für die Vornahme der Proben in der Poldihütte, dies um so mehr, als diese Presse schon im Dezember 1895 zu ähnlichen Versuchen mit Vorteil verwendet worden war.



Abb. 101. Hydraulische Presse der „Poldihütte" zur Erprobung der Versuchskörper.

Die fertigen Versuchskörper konnten am 17. August 1898 vom Arbeitsplatz unmittelbar auf einem Gleise des anstoßenden Bahnhofes der Franz-Josefsbahn verladen und nach Kladno transportiert werden, wo sie am 22. August eintrafen. In der Zeit vom 29. August bis 2. September wurde nun die erste Reihe der Proben, für welche die Erhärtungsdauer des Mörtels mit rd. $3\frac{1}{2}$ Monaten, bezw. 8 Wochen in Aussicht genommen war, durchgeführt, während die zweite Reihe der Versuche erst später in der Zeit vom 14. bis 18. November, also nach 6monatlichem, bei einzelnen Monierprismen $4\frac{1}{2}$ monatlichem Alter der Probekörper vorgenommen werden konnte. Das Quadermauerwerk gelangte nach 5monatlicher Erhärtungsdauer des Mörtels zur Erprobung.

Die Abb. 101 gibt das Bild der für die Versuche benutzten hydraulischen Presse, welche sonst zur Komprimierung großer Stahlblöcke benutzt wird; in der Abb. 102 ist die, durch eine Dampfpumpe betriebene, Presse in ihren beiden Ansichten dargestellt. Vom Preßzylinder p zweigt ein dünnes Rohr s ab, und konnte an dem daran befindlichen Manometer der ausgeübte Druck bis zum Maximum von 450 Atmosphären abgelesen werden. Heb- und Preßzylinder h und p sind durch eine Rohrleitung r miteinander verbunden, und die Atmosphärenzahl, mit der Differenz der Flächen zwischen Preß- und Hubkolben, $(D^2 - d^2)\frac{\pi}{4}$, multipliziert, gibt den theoretischen Druck in Tonnen.

Es waren nun zunächst folgende Aufgaben zu lösen:

1. Die Feststellung der Richtigkeit des für die Versuche zur Verfügung stehenden Manometers.

2. Die Ermittlung des Druckes, welcher durch das alleinige, um die Reibung verminderte Gewicht des Bärs B ausgeübt wird, und welcher natürlich in der Ablesung am Manometer nicht erscheint.

3. Die Bestimmung der Reibungsverhältnisse der Presse.

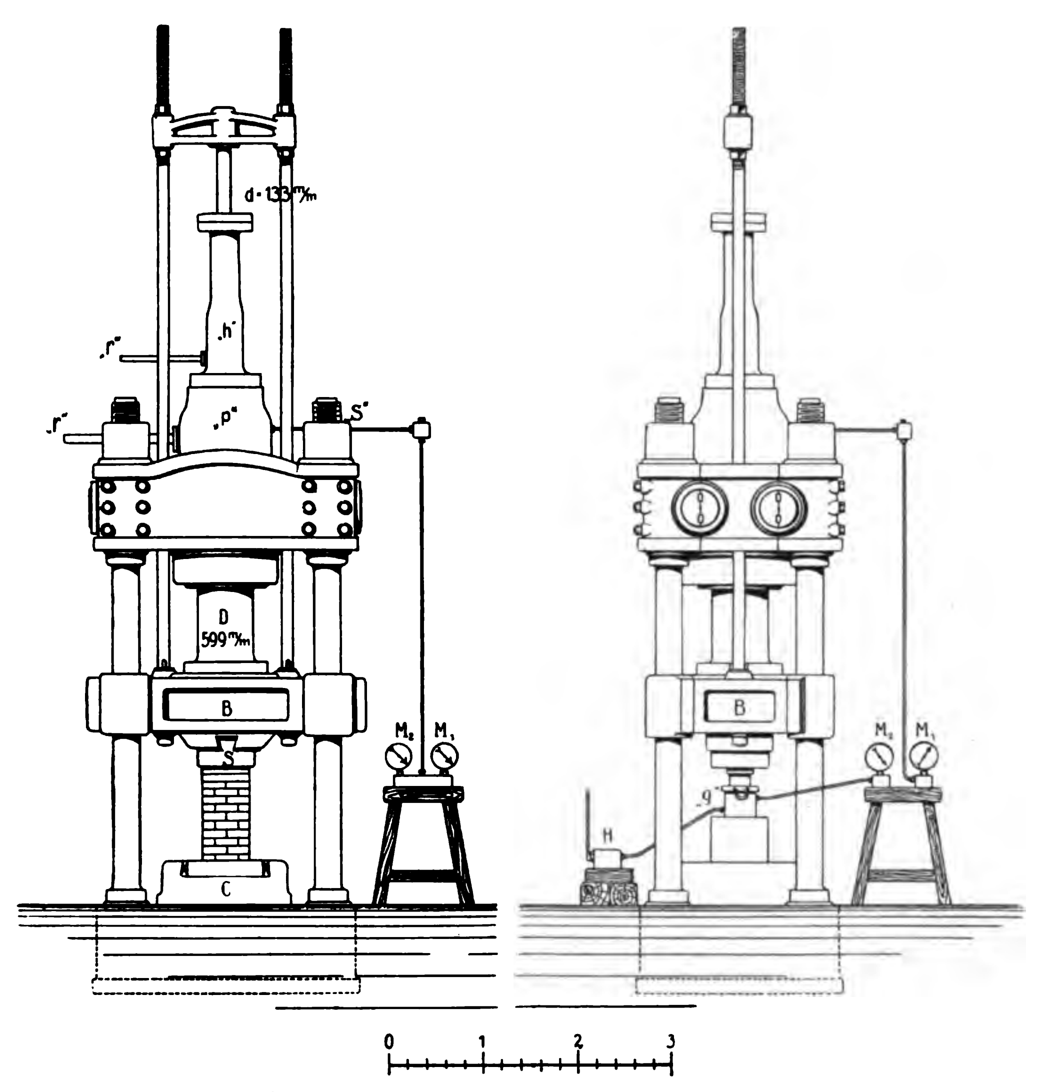


Abb. 102. Vorder- und Seitenansicht der hydraulischen Presse.

Die Lösung dieser Fragen wurde mit Hilfe einer nach Kladno gesandten kleinen hydraulischen Presse und eines Hydraulik-Manometers, das im mechanisch-technischen Laboratorium der k. k. techn. Hochschule in Wien mit Anwendung der Werderschen Presse geeicht wurde, durchgeführt. Bei der Werderschen Presse werden die Drücke durch direkte Belastung ausgeübt, so daß nach wiederholt durchgeführtem Vergleiche mit derselben die an dem genannten Manometer angebrachte Tonnenskala den tatsächlichen, mit Berücksichtigung der Reibung ausgeübten Druck richtig angibt. Die Maximallesung an dem kleinen Manometer beträgt 300 Atm. — 115 t.

Zu 1. Wird das an der großen Presse befindliche Manometer der Poldihütte mit M_1, das geeichte Manometer der kleinen Presse mit M_2 bezeichnet, so wurden M_1

und M_2 (Abb. 102) gleichzeitig mit dem Zylinder der großen Presse in Verbindung gebracht und bei verschieden hohen Drücken die befriedigende Übereinstimmung in den Ablesungen beider Manometer und damit auch die Richtigkeit des für die Versuche bestimmten Manometers M_1 festgestellt.

Zu 2. Es wurde die kleine Presse „g" (Abb. 102) unter den Bär „B" der großen Presse gebracht und der letztere mit Hilfe der Handpumpe „H" gehoben. Der hierbei an dem Manometer M_2 abgelesene Druck ergibt das um die Reibungswiderstände verminderte Gewicht des Bärs. Dieser Versuch wurde zu wiederholten Malen bei verschiedener Höhenlage des kleinen Kolbens ausgeführt und schließlich aus den verschiedenen Lesungen ein Mittelwert von 20 t für den durch das Gewicht des Bärs wirklich ausgeübten Druck gefunden.

Zu 3. Die Eichung der großen Presse, d. h. die Festlegung des wirklich mit Berücksichtigung der Reibung ausgeübten Druckes, war mit Hilfe der kleinen Presse nicht möglich, nachdem letztere für die großen, in Betracht kommenden Drücke bei weitem nicht ausgereicht hat. Die bezüglichen Versuche, bei welchen die kleine Presse unter den Bär der großen Presse gebracht, und bei welchen an dem Manometer M_2 wirkliche Tonnenablesungen vorgenommen wurden, ergaben bei den kleinen Drücken, welche ausgeübt werden konnten, keine verläßlichen Resultate, wenn sich auch im allgemeinen feststellen ließ, daß die Reibung in diesen Fällen 20 bis 10 % des Druckes betrug.

Die Erwägungen bezogen sich nun zunächst darauf, die Ablesungen an dem Manometer „M_2" der kleinen Presse an jenen an dem Manometer der großen Presse „M_1" in Beziehung zu bringen, und werden hierzu nachstehende Zahlen angeführt.

Große Presse: Durchmesser des Druckkolbens $D = 59{,}9$ cm.

Durchmesser des Hubkolbens $d = 13$ cm.

Differenz der Kolbenflächen $= f = (D^2 - d^2)\frac{\pi}{4} = 2685{,}3 \text{ cm}^2$.

Weiteres: Durchmesser des Kolbens der kleinen Presse $D' = 23$ cm und Fläche desselben $f' = \frac{D'^2 \cdot \pi}{4} = 415{,}5 \text{ cm}^2$, $\frac{f}{f'} = \frac{2685{,}3}{415{,}5} = \mathbf{6{,}4631 = 6{,}5}$.

Während nun die Atmosphärenablesung an dem Manometer M_1 mit $f = 2685{,}3$ multipliziert den theoretischen Druck P_1 und damit den Maximalwert ergibt, erhält man aus der mit der Verhältniszahl $\frac{f}{f'} = 6{,}5$ multiplizierten Tonnenablesung an dem Manometer M_2 den tatsächlich ausgeübten Druck P_2, der insofern als Minimum aufzufassen ist, als hierbei die 6,5 fache Reibung der kleinen Presse in Abzug kam. Es verhalten sich nun die benutzten Umfänge der Manschetten der großen und kleinen Presse zueinander wie:

$$\frac{D\pi + d\pi}{D'\pi} = \frac{59{,}9 + 13{,}0}{23{,}0} \doteq \mathbf{3{,}1 : 1},$$

so daß, gleiche Reibungs-Koeffizienten vorausgesetzt, die Reibung der großen Presse nicht das 6,5 fache, sondern nur das 3,1 fache der Reibung bei der kleinen Presse betragen wird.

Nimmt man aus den Werten P_1 als Maximum und aus P_2 als Minimum das Mittel $P = \frac{P_1 + P_2}{2}$, so erscheint in diesem Werte eine Reibung berücksichtigt, welche das $\frac{6{,}5}{2} = 3{,}25$ fache jener bei der kleinen Presse beträgt und mit der vorhergegebenen Entwicklung der Reibungsverhältnisse nahezu übereinstimmt. P_1 vermehrt um die zu 2

ermittelte additionelle Konstante von 20 t, ergibt den in Rechnung zu ziehenden endgültigen Druck.

Im folgenden Beispiele soll das eben Erörterte beleuchtet und die Größe des Fehlers bestimmt werden, welcher im Maximum nach obigen Erwägungen gemacht werden konnte.

Ablesung an M_1 (Manometer der großen Presse): 280 Atm.

$$P_1 = 2{,}685 \times 280 = 751{,}8 \text{ t.}$$

Ablesung an M_2 (Manometer der kleinen Presse): 280 Atm. = 107,0 t.

$$P_2 = 6{,}5 \times 107{,}0 \text{ t} = 695{,}5 \text{ t.}$$

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2} = \frac{751{,}8 \text{ t} + 695{,}5 \text{ t}}{2} = 723{,}6 \text{ t.}$$

Die Größe der Reibung = 751,8 t — 723,6 t = **28,2** t beträgt hierbei rd. 4 % des ausgeübten hohen Druckes und steht im Einklange mit den für große Drücke faktisch ermittelten Werten der Reibung bei der kleinen Presse; sie entspricht aber auch erfahrungsgemäß den Reibungsverhältnissen bei anderen großen Pressen.

Druckfläche der Probekörper = 50 cm × 50 cm = 2500 cm², somit

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P_1}{2500} = 300 \text{ kg/cm}^2 \\ \frac{P}{2500} = \mathbf{289} \text{ kg/cm}^2 \end{array}\right\} \triangle = 11 \text{ kg/cm}^2,$$

$$\left.\begin{array}{l} \frac{P}{2500} = \mathbf{289} \text{ kg/cm}^2 \\ \frac{P_2}{2500} = 278 \text{ kg/cm}^2 \end{array}\right\} \triangle = 11 \text{ kg/cm}^2.$$

Da der richtige Wert für P unbedingt zwischen P_1 und P_2 liegen muß, so kann im vorliegenden Falle, welchem die bei den Versuchen vorkommende Maximallesung von 280 Atm. zugrunde liegt, der Fehler höchstens 11 kg/cm², d. h. 4 % der Beanspruchung betragen. Es scheint somit erwiesen, daß, wenn auch unter den gegebenen Verhältnissen eine mathematisch richtige Ermittlung der Drücke nicht möglich war, doch die nach dem vorhergehenden hierfür aufgestellten Werte mit Rücksicht auf die praktischen Bedürfnisse und auf den Vergleichswert der Resultate genügen.

Der endgültige Druck in dem erörterten Beispiele beträgt:

$$P + 20{,}0 \text{ t} = \mathbf{743{,}6} \text{ t.}$$

Hiermit war nun ein Teil der Aufgabe gelöst, und konnte, nachdem sowohl die wagerechte Lage der Chabote „*C*", sowie ihre parallele Lage zur unteren Fläche des Stöckels „*S*" festgestellt worden war, an die Versuche selbst geschritten werden.

Die Probekörper wurden zumeist mittels Laufkranes auf die Chabote gebracht und an den Langseiten vom Verputz derart gereinigt, daß die Querschnittsabmessungen an drei verschiedenen Stellen festgestellt werden konnten; weiter wurde die Höhe des Probekörpers gemessen. Um etwaige noch vorhandene Unebenheiten an den beiden Druckflächen auszugleichen, wurde in der Regel oben und unten dünner Pappdeckel eingelegt; bei größeren Differenzen wurde oben eine dünne Schicht von feinem, gesiebtem Sand aufgebracht, so daß in beiden Fällen auf eine tunlichst gleichmäßige Verteilung des Druckes gerechnet werden konnte. Die Chabote mit dem darauf befindlichen Probekörper wurde nun unter die Presse geschoben, und die Versuche konnten beginnen. Dieselben wurden größtenteils entgegen dem ursprünglichen Programme mit zentrischem Druck ausgeführt, da aus dem Verhalten der Probekörper bei exzentrisch ausgeübten Drücken kein richtiger Schluß auf die Bruchfestigkeit der Probekörper gezogen werden konnte. Überdies war das Auswechseln der für die exzen-

trischen Drücke notwendigen Stöckel mit einem gewissen Zeitaufwande verbunden, und war das Bestreben, die Arbeiten so rasch als möglich durchzuführen und die Störungen in der Hütte tunlichst zu beschränken, mitbestimmend für die Ausübung größtenteils zentrischer Pressungen. Es wurde entsprechend dem Material des Probekörpers mit einem mäßigen Drucke begonnen, der dann, immer größer werdend, bis zum Auftreten der ersten Anzeichen der Zerstörung und schließlich bis zum vollständigen Zusammenbruche geführt wurde. In verschiedenen Druckstadien wurde immer wieder eine Entlastung des Probekörpers und eine genaue Besichtigung des letzteren vorgenommen. Die beginnende Zerstörung machte sich durch Knistern bemerkbar und zeigte sich in Haarrissen, in Abblätterungen und in Abspringen der Kanten. Es können jedoch die Angaben bezüglich der ersten Anzeichen nicht als vollständig verläßlich bezeichnet werden, weil eine genaue Festlegung des Zeitpunktes, bezw. der Größe des Druckes, bei welchem diese Anzeichen eintraten, nicht immer und nicht mit genügender Genauigkeit möglich war. Sie geben aber immerhin den Moment an, in welchem gewissermaßen die Elastizitätsgrenze des Körpers überschritten wurde, und werden, wenn sie auch nicht ganz der Wahrheit entsprechen, doch immer einen gewissen Wert besitzen. Dagegen war der Augenblick und damit die Größe des Druckes, bei welchem Bruch und Zerfall der Probekörper eintrat, vollständig festgelegt, und konnte an dem Manometer die bezügliche Maximalablesung genau vorgenommen werden.

In der folgenden Tabelle sind nun die schließlichen Ergebnisse, wie sie auf Grund der durchgeführten Versuche ermittelt wurden, für die Stampfbeton- und Eisenbetonkörper zusammengestellt.

Die Probekörper aus Stampfbeton (siehe Tabelle Nr. 1 bis 9) zeigten ein gleichmäßiges, ziemlich ungünstiges Verhalten. Der Bruch trat rasch und nahezu gleichzeitig mit den ersten Anzeichen auf, und besonders bei den ungünstigeren Mischungsverhältnissen war ein fast gänzlicher Zerfall der Körper zu beobachten. Bei den Proben Nr. 8 und 9 ist das günstigere Ergebnis auf die größere Erhärtungsdauer des Betons zurückzuführen.

Welch bedeutenden Einfluß die in den Beton eingelagerten Eisennetze haben, beweisen die Druckproben Nr. 10 bis Nr. 22. Die Körper nach Type „*a*“ mit vertikalen, bis zu den Druckflächen reichenden Stäben zeigten sich als sehr widerstandsfähig, und konnte deren gänzliche Zerstörung überhaupt nicht herbeigeführt werden. In der Abb. 101 ist ein solcher Körper nach seinem Zusammenbruch dargestellt. Es trat in allen Fällen zuerst ein Ausknicken der vertikalen Stäbe, hierauf ein Nachgeben der äußeren Hülle ein, und erst jetzt konnte eine Zerstörung des inneren Kernes stattfinden. Letzterer zeigte wohl starke vertikale Risse, ein vollständiger Zerfall wurde jedoch bei der vorzüglichen Qualität des verwendeten Stampfbetons nie beobachtet. Es muß bemerkt werden, daß die horizontalen Ringe, welche die vertikalen Stäbe umschließen, bei „*x*“ (Abb. 99) bloß durch dünnen Draht zusammengehalten waren; unter Anordnung stärkerer horizontaler Ringe und bei deren Zusammenschweißen an der Stoßstelle wäre auch das Ausknicken der vertikalen Stäbe und damit die Zerstörung des ganzen Körpers noch viel weiter hinausgeschoben worden.

Die geringere Erhärtungsdauer der Würfel Nr. 10 und 11 läßt sich in dem ungünstigeren Ergebnis erkennen; die Versuche mit Prismen der Type „*b*“ (Nr. 19 bis 22) waren trotz der größeren Erhärtungsdauer weniger befriedigend wie jene mit Körpern der Type „*a*“.

Die Versuche, das Maß der Zusammendrückung der Körper zu bestimmen, führten zu keinem verwendbaren Ergebnisse, wenn auch festgestellt werden konnte, daß

Tabelle der Versuchsergebnisse.

Nummer	Probekörper		Mischungsverhältnis des Mörtels, bezw. des Stampfbetons	Erhärtungsdauer	Der Druck wurde ausgeübt	Mittlere Dimensionen des Probekörpers			Druckfläche in cm^2	Erste Anzeichen	Bruch und Zerfall	Erste Anzeichen	**Bruch und Zerfall**	Anmerkung
						lang	breit	hoch		bei einem Gesamtdrucke in Tonnen		**bei einem Drucke in kg/cm^2**		
						in Zentimetern								
1	Stampfbeton	In einem Blocke hergestellt (*a* in Abb. 97)	1 : 5 hiervon die Hälfte Sand	$3^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	50,2	50,0	100,0	2510,0	299,3	312,5	119	**125**	Zu Nr. 7 bis einschl. 8, „ „ 19 „ „ 22: Das Mischungsverhältnis des für die Verbindung der künstlichen Blöcke zu einem Prisma verwendeten Stampfmörtels war in allen Fällen 1 : 2. Die Erhärtungsdauer dieses Fugenstampfmörtels betrug bei den Monierproben Nr. 34 und 35 vier Monate, in allen übrigen Fällen fünf Monate. Bezugsquelle des verwendeten Portlandzementes: a) für die Prismen aus Stampfbeton: Gartenau (Gebrüder Leube); b) für die Monierkörper: Kirchdorf (Hoffmann & Comp.).
2						50,0	50,0	99,8	2500,0	254,5	325,7	102	**130**	
3			1 : 8 hiervon die Hälfte Sand	$3^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	50,2	50,4	99,5	2530,1	—	148,3	—	**59**	
4						50,0	50,0	100,0	2500,0	116,0	169,4	46	**68**	
5			1 : 10 hiervon die Hälfte Sand	$3^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	50,0	50,0	100,0	2500,0	—	116,0	—	**46**	
6						49,5	50,0	100,0	2475,0	—	116,0	—	**47**	
7		Aus drei Blöcken zusammengesetzt (*b* in Abb. 97)	1 : 5	6 Monate	zentrisch	50,0	50,0	102,0	2500,0	236,2	312,5	95	**125**	
8			1 : 8	6 Monate	zentrisch	50,0	50,0	102,0	2500,0	207,6	207,6	83	**83**	
9			1 : 10	6 Monate	zentrisch	50,4	50,5	102,0	2545,2	142,4	156,1	56	**61**	
10	Zement-Eisenkonstruktionen: Körper nach dem patentierten Systeme: Massivkonstruktion G. A. Wayss & Cie.	In einem Block hergestellt, mit vertikalen, bis zu den Druckflächen reichenden Eisenstäben (*a* in Abb. 98)	1 : $3^{1}/_{2}$	8 Wochen	zentrisch	40,0	40,0	39,0	1600,0	239,8	248,0	150	**155**	
11						40,0	40,2	40,0	1608,0	236,2	330,5	147	**206**	
12			1 : $3^{1}/_{2}$	$3^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	40,1	40,3	40,5	1616,0	274,5	429,8	170	**266**	
13						40,0	40,3	40,0	1612,0	287,0	443,0	178	**275**	
14			1 : $3^{1}/_{2}$	$3^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	50,0	50,3	99,5	2515,0	350,5	677,6	139	**269**	
15						50,0	49,2	100,0	2460,0	363,7	730,5	148	**297**	
16			1 : $3^{1}/_{2}$	6 Monate	zentrisch	49,7	50,0	100,0	2485,0	325,7	586,7	131	**236**	
17						50,0	50,0	100,0	2500,0	350,5	586,7	140	**235**	
18						33,0	49,5	100,0	1633,5	274,5	481,0	168	**294**	
19	Zement-Eisenkonstruktionen: Monierkörper	Aus drei Blöcken zusammengesetzt, mit zu den Druckflächen parallelen Eisennetzen (*b* in Abb. 98)	1 : $3^{1}/_{2}$	$4^{1}/_{2}$ Monate	zentrisch	50,0	50,0	102,0	2500,0	287,0	325,7	115	**130**	
20						50,3	50,3	102,0	2530,1	377,0	402,7	149	**159**	
21			1 : $3^{1}/_{2}$	6 Monate	zentrisch	50,5	50,5	101,5	2550,2	274,5	350,5	108	**137**	
22						50,8	50,7	100,5	2575,6	299,3	443,0	116	**172**	

vereinzelt ihre Größe bei einer Markenentfernung von 700 mm höchstens das Maß von 1 mm erreicht. In anderen Fällen konnte mit Hilfe der zur Verfügung stehenden Meßvorrichtung, eines mit Nonien versehenen Stangenzirkels (Ablesung 0,1 mm), keine meßbare Zusammendrückung beobachtet werden; häufig erfolgte auch der Zusammenbruch so rasch, daß eine Messung überhaupt nicht mehr möglich war. Um eine theoretische Verwertung aus der Größe der Zusammendrückung zu erzielen, hätte es anderer Hilfsmittel zu deren Messung bedurft, welche wohl bei Laboratoriumsversuchen, nicht aber unter den obwaltenden Verhältnissen zur Verfügung stehen konnten.

Schon im vorhergehenden wurden bei Besprechung der Versuchsergebnisse Bemerkungen eingestreut, welche allgemein wichtig erschienen, hierzu wird nun noch folgendes bemerkt: Die Versuche haben mit wenigen Ausnahmen die große Festigkeit unseres Mauerwerkes gezeigt, gegen welche die üblichen zulässigen Beanspruchungen sehr klein sind; der Einfluß der Erhärtungsdauer war nach einem gewissen Zeitraum nicht mehr so bedeutend, als gewöhnlich angenommen wird, während das Mischungsverhältnis des Mörtels in den Ergebnissen einer ganzen Reihe von Versuchen zum Ausdruck gelangt.

Die Proben mit aus künstlichen Blöcken zusammengesetzten Körpern (Type *b*) ergaben in der Regel schlechtere Ergebnisse als die entsprechenden Versuche mit den im ganzen hergestellten Prismen (Type *a*), wahrscheinlich weil diese kleinen künstlichen Quadern infolge der Manipulationen bei ihrer nach vierwöchentlicher Erhärtungsdauer erfolgten Zusammenmauerung weniger widerstandsfähig waren. In erster Linie ist für die Güte und Festigkeit unserer Bauten — bei gleich guter Qualität der Materialien — die Ausführung maßgebend, und man kann sagen, daß ein gut fundiertes und sorgfältig hergestelltes Mauerwerk bei der üblichen Dimensionierung durch die gewöhnlich auftretenden Kräfte nicht zu zerstören ist. In allen Fällen, in welchen wir die Fugenrisse bei unseren Objekten beobachten können, sind jene nicht auf zu geringe Stärke, sondern vielmehr auf ungleichmäßige Setzungen, schlechte Ausführung, Nachgeben der Widerlager, Witterungsverhältnisse usw. zurückzuführen. Vielleicht geben die durchgeführten Proben Anlaß, beim Entwerfen von Bauwerken unter möglichst scharfer Beobachtung der auftretenden Kräfte in der Ausnutzung der zulässigen Beanspruchung weiter zu gehen, als es bisher üblich ist, dafür aber auf eine durchaus sorgfältige Ausführung des Mauerwerkes strenge zu achten.

In allen Fällen, wo es sich um größere Objekte handelt, würde es sich empfehlen, Druckversuche mit möglichst großen Mauerwerkskörpern vorzunehmen.

In der folgenden Tabelle wird die mittlere Druckfestigkeit (im Momente der Zerstörung) der untersuchten Mauerwerksgattungen, wie sie aus den früher gegebenen Ergebnissen abgeleitet wurden, für eine Erhärtungsdauer des Portlandzementmörtels von 3 bis 4 Monaten angeführt. Es wird jedoch bemerkt, daß das Ergebnis der Druckfestigkeit allein nicht ausschließlich maßgebend für die Güte und Zweckmäßigkeit der verschiedenen Konstruktionsarten sein wird.

So viel Interesse auch die gegenständlichen Versuche bieten mochten, hat sich doch andererseits die Überzeugung aufgedrängt, daß der enge Rahmen, in welchem sie durchgeführt wurden, nicht ausreicht, um volle Klarheit in die Festigkeitsverhältnisse unserer Mauerwerkskörper zu bringen. Hierzu bedürfte es andauernder Studien in größerem Maßstabe, wie sie aber nur in einem eigens hierfür bestimmten, wissenschaftlichen Institut durchgeführt werden könnten; die reichliche Ersparnis, welche durch gründliche Kenntnis der Materialien bei unseren Bauten erzielt werden könnte,

Nr.	Mauerwerksgattung	Mischungsverhältnis des Mörtels, bezw. des Stampfbetons	Mittlere Druckfestigkeit in kg/cm²	Anmerkung
1	Stampfbeton mit Rundschotter	1 : 5	**125**	
2		1 : 8	**65**	
3		1 : 10	**50**	
4	Massivkonstruktion (System G. A. Wayss & Cie.) mit vertikalen, bis zu den Druckflächen reichenden Eisenstäben (Type *a*)	1 : 3½	270	Zu Nr. 4: Die Monierkörper nach Type „*b*" zeigen, wie aus den früheren Tabellen hervorgeht, weit ungünstigere Ergebnisse.

würde die erwachsenden Kosten reichlich aufwiegen. Die im vorliegenden geschilderten Versuche können nur einen Schritt nach vorwärts bedeuten; in der Hauptsache sollen sie die Anregung geben, auf diesem Gebiete weiter zu forschen.

B. Hochbaugewölbe.

Das Programm des Unterausschusses für die Erprobung von Hochbaugewölben war folgendes:

Gegenstand der Erprobung sollen die im Hochbau vorkommenden Gewölbe von geringer Spannweite bilden, welche hauptsächlich bei den Deckenkonstruktionen Verwendung finden, und zwar sollen sich die vorzunehmenden Versuche auf nachstehende Ausführungsformen erstrecken:

A. Decken mit Stich,
B. Decken ohne Stich.

Jede dieser Deckenformen war auszuführen:

1. aus gewöhnlichen Ziegeln,
2. „ Hohlziegeln (amerikanische Hohlsteine),
3. „ Beton,
4. „ Mauerwerk verstärkt mit Eisen.

Es ergaben sich somit vier Doppelgruppen und es sollten von jeder dieser Doppelgruppen sechs Versuche gemacht werden. Je zwei Versuche sollen an Decken mit Stich und an Decken ohne Stich bei 1,5 m Spannweite in gewissen, normalen, einen Vergleich ermöglichenden Dimensionen und zwei Versuchsobjekte sollen abweichende, vom Komitee besonders bestimmte Dimensionen erhalten.

Als Versuchsraum stand diesem Unterausschuß des II. Gewölbe-Ausschusses ein lichter Kellerraum der k. k. Staatsgewerbeschule, Wien I, Schellinggasse 13, zur Verfügung. Dieser ist mit Beheizungs- und Beleuchtungseinrichtungen versehen, ist trocken und besitzt einen gut tragfähigen gedielten Fußboden. Der Raum (Abb. 103) mißt bei entsprechend großer Höhe 11,5 × 6,5 m und gestattet die leichte Zu- und Abfuhr der Materialien.

Die Belastungsproben sollten nicht wie bei den früheren Arbeiten durch aufgelegte Gewichte, sondern einem Vorschlage des Ausschußmitgliedes Ingenieur Dr. Fr. v. Emperger gemäß durch hydraulische Pressen (wie auf S. 358 Abb. 67 beschrieben) erfolgen, deren jeweiliger Druck an Manometern abgelesen bezw. registriert wurde. Nachdem die Bedenken, ob es möglich sei, den hydraulischen Druck mit hinreichender Genauigkeit zu messen, auf Grund von Erfahrungsresultaten, bejahend beantwortet worden war, wurde der erwähnte Vorschlag zum Beschluß erhoben.

Für die Konstruktion der hydraulischen Presse war in erster Linie die Beschaffenheit des Versuchsraumes maßgebend. Derartige Belastungsvorrichtungen können entweder

1. als mobile Vorrichtung für ein Gebäude, dessen Decken- oder Dachkonstruktion das Anbringen einer Laufschiene für einen verschiebbaren Flaschenzug zum Versetzen der ganzen Vorrichtung gestattet, oder

2. als stabile Vorrichtung für einen überdachten Raum, dessen Decken- oder Dachkonstruktion eine derartige Belastung nicht zuläßt, angeordnet werden.

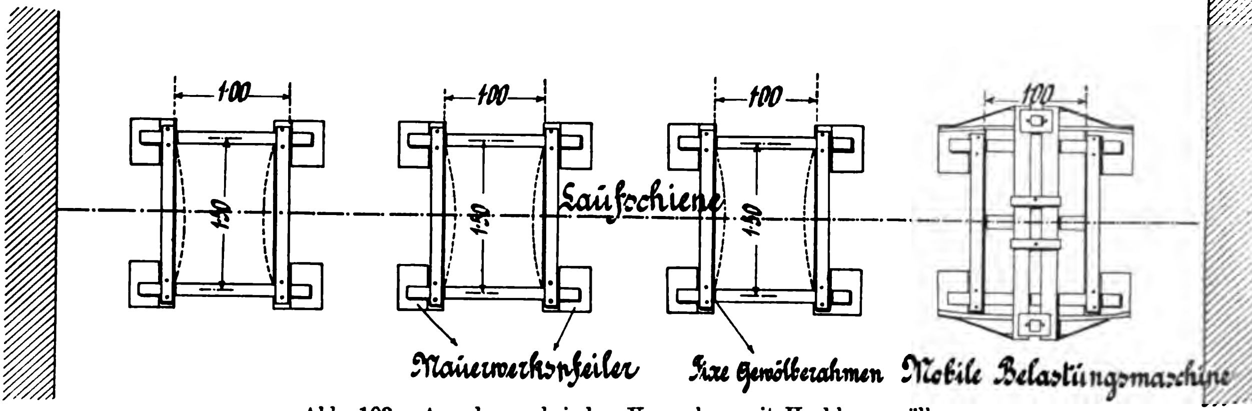


Abb. 103. Anordnung bei den Versuchen mit Hochbaugewölben.

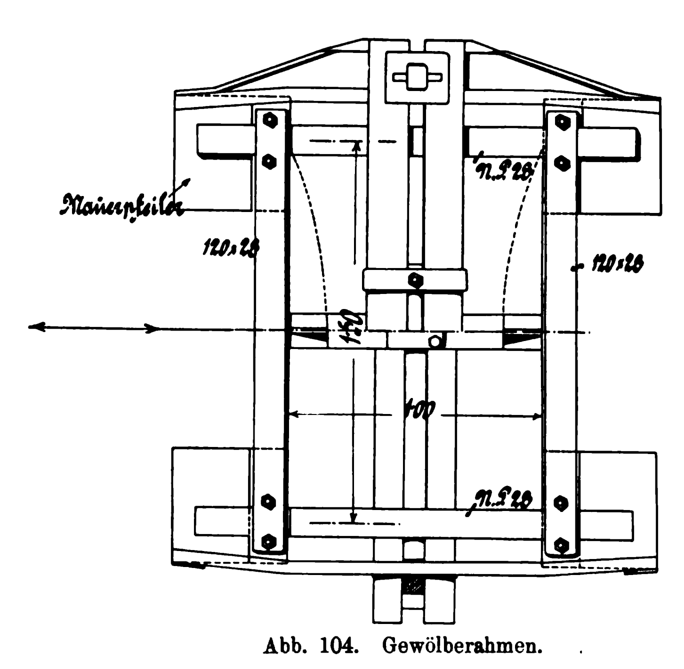


Abb. 104. Gewölberahmen.

Im ersteren Falle werden die Gewölbe, auf gemauerten Pfeilern, stabil ausgeführt und es wird die Belastungsvorrichtung mittels des erwähnten Flaschenzuges von einem Versuchsgewölbe auf das andere übersetzt.

Im zweiten Falle wird dagegen die Belastungsvorrichtung fix aufgestellt und es werden die in versteiften Rahmen eingebauten Versuchsgewölbe zur Erprobung unter die Belastungsmaschine gefahren.

Für den in Aussicht genommenen Versuchsraum kam die Anordnung zu 1 in Betracht. Es wurden zunächst nach Abb. 103 16 Mauerwerkpfeiler — für die Ausführung und gleichzeitige Erprobung von je 4 Gewölben zu 1,5 m Spannweite und 1 m Breite geeignet — hergestellt und an der Decke, in der Mitte der beiden Pfeilerreihen und nach der Längsrichtung des Raumes verlaufend, eine Laufschiene angebracht, längs welcher mit Hilfe zweier Flaschenzüge von je 1000 kg Tragfähigkeit der Transport der Belastungsmaschine von Gewölberahmen zu Gewölberahmen leicht bewerkstelligt werden konnte.

Die vier Gewölberahmen sind aus zwei I-Trägern Nr. 28 von 1700 mm Länge und zwei Paar eingehobelten Flacheisenschienen von 1730 mm Länge, 120 mm Breite

und 28 mm Stärke, welche mit den Trägern mit 8 Stück 26 mm starken Rundbolzen verschraubt sind, gebildet.

Die Entfernung von Mitte Träger zu Mitte Träger beträgt 1500 mm, die Entfernung zwischen den Flacheisenschienen 1030 mm, so daß Gewölbe von 1,5 m Stützweite und 1 m Breite im Rahmen Platz finden und der Untersuchung zugeführt werden können (siehe Abb. 103 bis 106).

Die Gewölbepresse (siehe die gleichen Abbildungen) besteht aus einem Rahmen, der aus zwei Paar I-Trägern, zwei abgestützten Zugstangen und vier Stahlkeilen gebildet wird, aus einer an den oberen Trägern angehängten hydraulischen Presse, einer Handpumpe, dem Manometer und dem Druckstück.

Die beiden oberen Träger aus Profil Nr. 40 sind mit den 65×65 mm Zugstangen verschraubt und gegen zwei C-Eisen Nr. 10 von 1940 mm Länge abgesteift, mit denen sie auf den Mauerpfeilern aufruhen. Die beiden unteren Träger aus I-Profil Nr. 26 werden so weit gehoben, bis sie am unteren Flansch der Träger des Gewölberahmens anliegen. Das 1000 mm lange Druckstück, welches den Preßdruck auf das Gewölbe

Abb. 105.
Hydraulische Presse über dem Versuchsgewölbe.

Abb. 106.
Hydraulische Gewölbepresse in mobiler Anordnung.

überträgt, ist aus einem I-Träger Nr. 32 gebildet. Dasselbe wurde bei der Probe in der Mitte bezw. seitlich — je nach der Erprobung des Gewölbes für eine Last im Scheitel oder für eine einseitige Last — auf eine kleine Verstärkung des Gewölbes, auf welche eine druckverteilende Zwischenlage von Pappe, Gips oder Sand aufgebracht wurde, aufgesetzt.

Die verwendete hydraulische Presse mit getrennter Pumpe hatte einen Kolbendurchmesser von 230 mm und war für einen Druck von 160 t erprobt. Das Hydraulikmanometer hatte eine Vorrichtung zur graphischen Darstellung des Druckes.

Da von der genauen und verläßlichen Angabe des hydraulischen Druckes der Wert der Versuche abhängt, war es vor allem nötig, die Größe dieses Druckes genau zu kennen und die Skala des Manometers damit in Einklang zu bringen. Da eine unmittelbare Belastung der hydraulischen Presse schwer möglich war, wurde diese in der Werderschen Materialprüfungsmaschine der K. K. technischen Hochschule in Wien entsprechend den Druckbeanspruchungen bei den Gewölbeproben nach zwei Richtungen erprobt; erstens unter Druck auf den hydraulischen Kolben der Presse, erzeugt durch die Pumpe der Materialprüfungsmaschine, entsprechend dem Reaktionsdruck der belasteten Gewölbe; zweitens unter Druck, erzeugt durch die eigene Pumpe der Presse, entsprechend dem Belastungsdruck bei der Probe. In beiden Fällen wurde die Presse bis zu 100 t belastet und das Manometer mit einer genauen und wiederholt überprüften Skala versehen. Ebenso wurde zur Überprüfung der Versuche noch ein zweites Manometer für Belastungen bis 30 t mit einer geeichten Skala versehen.

Es können somit die im folgenden angegebenen Belastungen unbedingt auf volle Verläßlichkeit Anspruch erheben, da auch bei den aufgetretenen größten Belastungen die einzelnen Bestandteile der Presse, für welche eine Maximalbelastung von 100 t in Rechnung gezogen wurde, nur mäßig beansprucht werden.

Zur Erprobung kamen über 60 Gewölbe der verschiedensten Systeme und sollen im nachstehenden die für uns wichtigen Versuche mit den beiden Moniergewölben und den beiden Stampfbetongewölben eingehender besprochen werden.

Es liegt in der Natur der Sache, daß die zur Erprobung gelangten Gewölbe ein der Verschiedenheit der Materialien und Konstruktionsweisen ganz verschiedenes Verhalten, sowohl hinsichtlich ihrer Tragfähigkeit als auch hinsichtlich ihrer Formänderungen zeigten.

In den nachfolgenden Tabellen wurde aus den Versuchen eingetragen:

1. Die sogenannte kritische Belastung, d. i. jene Belastung, bei welcher die ersten Zerstörungserscheinungen aufgetreten sind, also das für die Bestandfähigkeit einer Konstruktion wichtigste Moment,

2. die Bruchbelastung, d. i. der größte Preßdruck, welchem die Konstruktion standhielt, und

3. die größte Formänderung, welche die Konstruktion vor dem Bruche erfahren hatte.

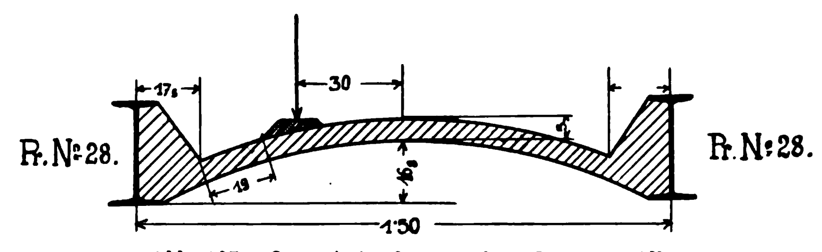


Abb. 107. Querschnitt der erprobten Moniergewölbe.

Von den Ergebnissen der Versuche, welche in nächster Zeit vom österreichischen Ingenieur- u. Architektenverein veröffentlicht werden, seien auszugsweise jene der Monier- und Stampfbetongewölbe wiedergegeben.



Moniergewölbe I und II:

Stärke im Scheitel 5 cm, am Widerlager nach Abb. 107 verstärkt; Stich 16,8 m; Beton für den Bogen: 1 T. Portlandzement (Marke Kirchdorf), 3 T. Donausand; Tragstäbe 7 mm, Entfernung derselben 5 cm; Verteilungsstäbe 5 mm stark, Entfernung derselben 7 cm. Die Objekte wurden im Alter von 56 bezw. 50 Tagen erprobt; Laststellung: exzentrisch 30 cm vom Scheitel entfernt.

Tabelle der Ergebnisse bei den Moniergewölben.

Objekt	Nr.	Belastung in kg	Durchbiegung in mm: An der Laststelle: vorne	rückw.	Mittel	Differenz	Symmetrisch zur Laststelle: vorne	rückw.	Mittel	Differenz	Besondere Bemerkungen
Gewölbe Nr. I	1	1000	0,5	0,4	0,45	—	noch ganz unmerklich				Zu 8. Knistern hörbar.
	2	2000	1,2	1,0	1,10	0,65	„	„	„		Zu 9. Sprünge an den
	3	3000	1,8	1,5	1,65	0,55	„	„	„		Stirnflächen unter der
	4	4000	2,0	2,2	2,10	0,45	0,8	0,2	0,50	—	Laststelle und symme-
	5	5000	2,3	2,8	2,55	0,45	1,0	0,8	0,90	0,40	trisch zu dieser an der
	6	6000	2,5	3,7	3,10	0,55	1,0	0,9	0,95	0,05	oberen Laibung.
	7	7000	3,3	4,9	4,10	1,00	1,0	1,0	1,00	0,05	Zu 10. Bruch.
	8	8000	4,6	5,4	5,00	0,90	1,0	1,3	1,15	0,15	
	9	9000	5,3	7,0	6,15	1,15	— 5,8	— 4,8	— 5,30	4,15	
	10	9380	6,8	9,0	7,90	1,75	— 9,5	— 10,9	— 10,20	4,90	
Gewölbe Nr. II	1	1000	noch ganz unmerklich				noch ganz unmerklich				Zu 7. Schwaches Kni-
	2	2000	0,7	0,4	0,55	—	„	„	„		stern hörbar.
	3	3000	1,3	0,9	1,10	0,55	„	„	„		Zu 10. Risse an beiden
	4	4000	1,8	1,3	1,55	0,45	„	„	„		Stirnflächen unter der
	5	5000	2,2	1,7	1,95	0,40	„	„	„		Laststelle und Längs-
	6	6000	2,8	2,2	2,50	0,55	1,3	0.9	1,10	—	riß an der oberen
	7	7000	3,2	2,5	2,85	0,35	„	„	„		Laibung symmetrisch
	8	8000	4,1	2,3	3,20	0,35	„	„	„		zur Laststelle.
	9	—	1,6	1,5	1,55	—	„	„	„		Zu 13. Bruch. Nach dem
	10	8000	5,2	2,8	4,00	—	„	„	„		Bruche noch 2500 kg
	11	9000	6,6	3,6	5,10	1,10	„	„	„		Druck gehalten.
	12	10000	7,8	6,1	6,95	1,85	„	„	„		
	13	10400	9,4	7,8	8,60	1,65	— 0,9	— 1,6	— 1,25		

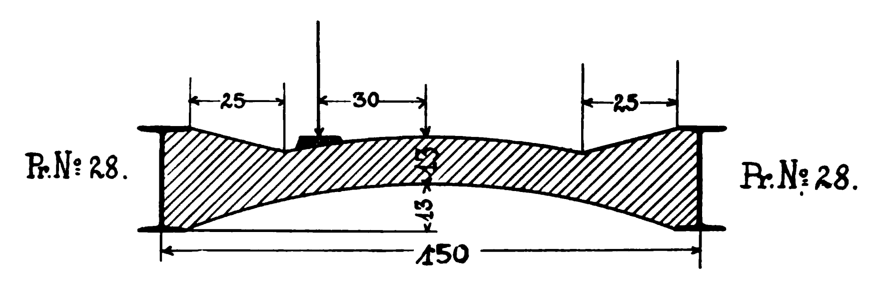


Abb. 108. Querschnitt der erprobten Stampfbetongewölbe.

Stampfbetongewölbe III und IV:

Stärke am Scheitel 13 cm, am Widerlager nach Abb. 108 verstärkt. Beton: 1 T. Portlandzement (Marke Szcakowa), 3 T. Donausand. Die Objekte wurden im Alter von 56 Tagen erprobt. Belastung exzentrisch 30 cm vom Scheitel entfernt.

Tabelle der Ergebnisse bei den Stampfbetongewölben.

Objekt	Nr.	Belastung in kg	Durchbiegung in mm								Besondere Bemerkungen
			An der Laststelle				Symmetrisch zur Laststelle				
			vorne	rückw.	Mittel	Differenz	vorne	rückw.	Mittel	Differenz	
Gewölbe Nr. III.	1	500—3500	—	—	—	—	—	—	—	—	Bei 5000 kg Rißchen an der Laststelle. Zu 3. Knistern hörbar. Zu 5. Stillstand in der Belastungsangabe, dann der Druck plötzlich auf 13000 kg steigend. Zu 7. Starke Erweiterung des Rißchens. Bei 24000 kg Bruch. Der Druck sinkt auf 18000 kg, 17000, 16000; bei 15000 kg völliger Zusammenbruch. Das gebrochene Gewölbe wird gestützt, um eine photographische Aufnahme zu ermöglichen.
	2	4000	0,6	0,6	0,6	—	—	—	—	—	
	3	6000	1,00	0,90	0,95	0,35	—	—	—	—	
	4	8000	2,05	2,05	2,05	1,10	—	—	—	—	
	5	9000	3,2	3,2	3,2	1,15	—	—	—	—	
	6	13000	4,4	4,3	4,35	1,15	0,3	0 3	0,3	—	
	7	14000	5,3	5,4	5,35	1,00	0,6	0,6	0,6	0,3	
	8	18000	7,00	7,0	7,00	1,65	1,0	1,0	1,0	0,4	
	9	22000	12,3	12,3	12,3	5,30	2,0	1,9	1,95	0,95	
	10	23000	20,0	20,0	20,0	7,70	3,4	3,5	3,45	1,50	
	11	24000	25,4	25,4	25,4	5,40	5,5	5.4	5,45	2,00	
Gewölbe Nr. IV	1	500—3500	—	—	—	—	—	—	—	—	Zu 3. Rißchen an der Laststelle. Bei rund 9000 kg tritt ein Stillstand in der Druckanzeige ein, bei fortgesetztem Pumpen steigt der Druck plötzlich auf 12000 kg. Bei 22000 kg Abbröckelung d. Widerlager auf der Entlastungsseite. Zu 11. Bruch.
	2	4000	0,6	0,4	0,50	—	—	—	—	—	
	3	5000	1,3	1,0	1,15	0,65	—	—	—	—	
	4	12000	2,0	2,25	2,13	0,98	—	—	—	—	
	5	15000	3,05	3,15	3,10	0,97	—	0,3	0,3	—	
	6	18000	3,50	3,55	3,53	0,43	—	0,6	0,6	0,3	
	7	20000	4,45	4,50	4,48	0,95	0,75	0,90	0,83	0,23	
	8	25000	8,75	8,55	8,65	4,17	1,1	1,35	1,23	0,40	
	9	28000	10,75	12,15	11,45	2,80	1,5	1,7	1,60	0,37	
	10	29000	16,40	17,20	16,80	5,35	3,4	3,15	3,28	1,68	
	11	30000	21,20	22,00	21,60	4,80	4,9	4,55	4,73	1,45	

Literatur.

Bericht des Gewölbe-Ausschusses, Wien 1895.

Beton u. Eisen, Berlin.

Bulletin du congrès international des chemins de fer, Février 1905, Vol. XIX, Nr. 2.

Construction en béton armé avec armature en fer spiralisé système „Habrich-Potthoff“.

Annales des traveaux publics de Belgique, Brüssel 1904.

Il Cemento, Mailand.

Möller, Bruchbelastung zweier Ausstellungsbrücken, Braunschweig.

Spitzer, Berechnung der Moniergewölbe, Gropius'sche Buch- und Kunsthandlung, Wilh. Ernst & Sohn, Berlin.

The Engineering Record, New York.

Wayss, Das System Monier, Berlin 1887.

Rud. Schuster u. Wilh. Wenzel, Bauten und Konstruktionen aus Cement u. Eisen, Wien 1886.

Zeitschrift des österr. Ingenieur- und Architekten-Vereins, Wien.

Bauschinger, Bericht über Versuche an verschiedenen nach dem System Monier hergestellten Objekten, München 1887.

Transactions of the American society of civil Engineers, Vol. XXXIV, New York 1895.

e) Theorie des Gewölbes und des Eisenbetongewölbes im besonderen.

Von **J. Melan**, Professor a. d. Deutschen Technischen Hochschule in Prag.

---

1. Die angreifenden Kräfte an einem Gewölbebogen. Begriff der Stützlinie oder Drucklinie.

Wir setzen ein Tonnengewölbe voraus und denken uns aus ihm durch lotrechte und parallel zur Stirnfläche des Gewölbes geführte Schnitte einen Streifen abgetrennt, auf den in den Schnittflächen keine Schubkräfte wirken. Letztere Voraussetzung wird, strenge genommen, nur bei einem nach der Breitenrichtung gleichmäßig belasteten Gewölbe aus homogenem Baustoffe und nur bei solchen Gewölben erfüllt sein, deren Stirnflächen senkrecht zu den Erzeugenden der zylindrischen Wölbefläche stehen, d i. bei normalen Gewölben, wogegen in allen anderen Fällen, insbesondere bei schiefen Gewölben, die gleiche Voraussetzung nur als annähernd richtig zu gelten hat.

Auf den herausgeschnittenen Gewölbestreifen wirken zunächst gegebene angreifende Kräfte und zwar haben wir es meist bloß mit Schwerkraftwirkungen, sonach mit lotrechten Kräften zu tun. Diese setzen sich aus dem Gewichte des Gewölbebogens und der von ihm getragenen Konstruktion, ferner aus der Nutz- oder Verkehrsbelastung zusammen. Nehmen wir an, der Gewölbebogen (Abb. 1) bestehe aus einzelnen monolithischen Segmenten, die sich in den ebenen Fugenflächen *1, 2, 3* ... berühren und mit den Endflächen A und B auf feste Widerlager stützen, so wird bei der obigen Voraussetzung, daß in den Stirnflächen keine Kräfte wirksam sind, jedes Gewölbesegment, z. B. *1, 2,* unter der Einwirkung dreier Kräfte stehen, nämlich der äußeren gegebenen Kraft P_2 und der beiden Drücke R_1 und R_2 in den begrenzenden Fugenflächen. Diese Kräfte müssen unter sich im Gleichgewichte sein, setzen sich also zu dem Kräftedreiecke *1, 2, O* zusammen und es ist demnach die eine Fugenkraft zu bestimmen, wenn die andere gegeben ist. Hieraus folgt, daß sämtliche Fugenkräfte ohne weiteres bestimmbar sind, wenn eine einzige dieser Kräfte ihrer Größe, Richtung und Lage nach bekannt ist.

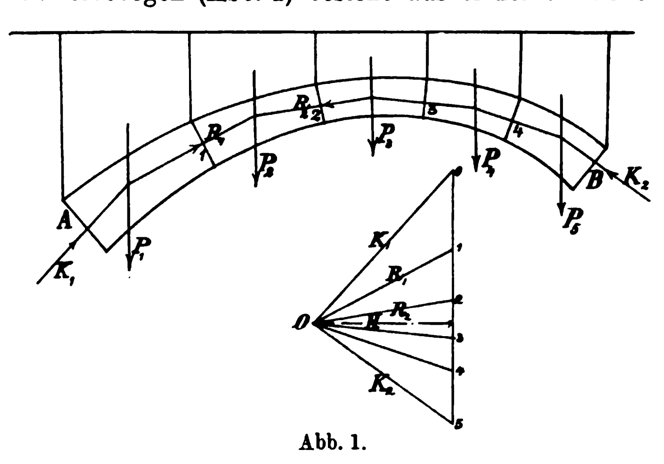


Abb. 1.

Die auf die Endflächen A und B wirkenden Kräfte sind die Kämpferdrücke, ihre Gegenkräfte die Kämpferreaktionen K_1 und K_2, durch deren Anbringung wir die Widerlager ersetzen, so daß der Gewölbebogen ein freies, unter der Wirkung der Kräfte P, K_1 und K_2 im Gleichgewicht befindliches System darstellt.

Die einzelnen Gewölbesegmente stützen sich in den Richtungen der Kräfte R aufeinander und es ist daher für das durch diese Kräfte gebildete Vieleck die Bezeichnung

Stützlinie gerechtfertigt. Wir erhalten sie als Seileck der Kräfte P mit dem Kämpferdruck als Ausgangsseite.

Die Stützlinie ändert sich mit der Zahl und Richtung der Fugenflächen. Letztere soll in der Ausführung so angenommen werden, daß der Fugendruck möglichst normal zur Fuge gerichtet ist, weil dann Gleitwirkungen nicht in Frage kommen. Wir entsprechen dieser Anforderung, indem wir die Fugen normal zur Bogenachse legen. Eine geänderte Annahme der Fugenrichtung für die Verzeichnung der Stützlinie wird diese selbst aber nur wenig verändern, so daß man zur einfacheren, angenäherten Verzeichnung derselben anstatt der vorhandenen radialen Fugen auch gedachte lotrechte Fugen annehmen kann.

Wird die Zahl der Fugen durch Zwischenfugen vergrößert, so vergrößert sich ebenso die Seitenzahl des Stützlinienpolygons und bei unendlich nahe liegenden Fugen geht dieses infolge der stetigen Verteilung der Lasten in eine kontinuierlich gekrümmte Kurve über. Letztere gibt den Verlauf der Stützlinie in einem monolithischen Gewölbe oder Gewölbestücke; an Stelle der Fugen treten hier die normal zur Bogenachse gelegten Querschnitte.

Unter der Drucklinie eines Gewölbes versteht man den geometrischen Ort der Angriffspunkte der Fugenkräfte d. i. ihres Schnittpunktes mit der betreffenden Fuge. Stützlinie und Drucklinie werden gewöhnlich identifiziert. Dies ist bei Gewölben praktisch immer zulässig, doch ist eine mathematische Übereinstimmung beider Kurven nur bei lotrechter Fugenrichtung vorhanden.

Bei lotrechter Belastung sind die wagerechten Komponenten aller Fugenkräfte R gleich groß und gleich der Horizontalkomponente der Kämpferdrücke. Wir nennen letztere den Horizontalschub H des Gewölbebogens. Die Stützlinie ergibt sich dann als Seilpolygon bezw. Seilkurve der Kräfte P, welches mit dem Horizontalschub H als Polweite und in der richtigen Lage zum Bogen, nämlich so, daß die Endseite mit dem Kämpferdruck zusammenfällt, zu verzeichnen ist. Zur Lösung dieser Aufgabe fehlen aber im allgemeinen drei Bestimmungsstücke, nämlich entweder Größe, Richtung und Lage einer Fugenkraft oder eines Kämpferdruckes, oder die Angabe dreier Durchgangspunkte der Stützlinie.

2. Die inneren Kräfte in einem Gewölbebogen.

Die Fugenkraft bezw. ihre zur Fuge senkrechte Komponente und die Lage ihres Angriffpunktes, das ist des Durchgangspunktes der Stützlinie, zum Schwerpunkte des Fugenquerschnittes bestimmt die Druckverteilung in der Fuge oder allgemeiner die Verteilung der Normalspannungen im Querschnitte des monolithischen Gewölbes.

Dieser Verteilung kann man die für elastisches Material geltenden Gesetze zugrunde legen, da es eine durch Versuche[1]) und Beobachtungen an Bauwerken festgestellte Tatsache ist, daß sowohl die Bausteine wie auch Mauerwerk bei einem entsprechenden Erhärtungsgrade elastisches Verhalten zeigen; allerdings nicht in dem vollkommenen Maße, daß für alle Spannungswerte die gleiche Proportionalität zwischen Spannung und Formänderung angenommen werden kann. Für Beanspruchung auf Druck innerhalb der zulässigen Grenzen kann aber wohl ohne großen Fehler mit einer solchen Proportionalität, also mit einem konstanten Elastizitätskoeffizienten gerechnet werden. Dies gilt zunächst für Gewölbe aus jeder Art Mauerwerk, also auch für monolithische Gewölbe aus Konkret oder Stampfbeton, in denen gar keine oder nur geringe Zug-

[1]) Siehe den vorhergehenden Abschnitt dieses Kapitels.



beanspruchungen zugelassen werden. Bezüglich der Eisenbetongewölbe verweisen wir auf die späteren Ausführungen.

Bezeichnet F die Fläche eines Gewölbequerschnittes,
J dessen auf seine zur Kraftebene senkrechte Schwerachse bezogenes Trägheitsmoment,
a_1 und a_2 die Abstände des oberen und unteren Querschnittsrandes vom Schwerpunkte, ferner
N die senkrecht zum Querschnitt wirkende Kraft (Axialkraft),
M das Moment der Fugenkraft R bezogen auf die Querschnitts-Schwerachse,

so sind für den geraden Stab die Randspannungen bekanntlich gegeben durch

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F} \pm \frac{M a_{1,2}}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Für den gekrümmten Stab mit dem Krümmungsradius r lautet die genauere Formel

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F} + \frac{M}{Fr} \pm \frac{M \cdot r \cdot a_{1,2}}{J(r \pm a_{1,2})} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1a)$$

oder mit einer kleinen Vernachlässigung

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F} + \frac{M}{Fr} \pm \frac{M a_{1,2}}{J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (1b)$$

Man wird jedoch nur bei im Verhältnis zur Querschnittsgröße sehr kleinem Krümmungshalbmesser diese Formel in Anwendung zu bringen haben. Für die Berechnung der Spannungen in einem Gewölbe genügt wohl ausnahmslos die für gerade Stäbe geltende Beziehung (1).

Das Moment M läßt sich ausdrücken (siehe Abb. 2) durch

$$M = Rx = Np = H\eta,$$

wonach

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F}\left(1 \pm \frac{p F a_{1,2}}{J}\right)$$

oder mit Einführung der Kernweiten

$$k_u = \frac{J}{F a_1} \quad \text{und} \quad k_o = \frac{J}{F a_2}$$

$$\sigma_o = \frac{N}{F}\left(1 + \frac{p}{k_u}\right), \quad \sigma_u = \frac{N}{F}\left(1 - \frac{p}{k_o}\right).$$

Abb. 2.

Damit σ_o und σ_u positives Vorzeichen erhalten, also Druckspannungen sind, muß $k_o > p > -k_u$ sein, d. h. der Angriffpunkt der resultierenden Fugenkraft zwischen die beiden Kernpunkte des Querschnittes fallen. Es treten sonach an keiner Stelle des Gewölbes Zugspannungen auf, wenn die Stützlinie durchaus innerhalb der Kernfläche des Bogens verläuft.

Ist der Querschnitt des aus einheitlichem Baustoffe bestehenden Gewölbestreifens ein Rechteck von der Breite 1 und der Stärke d, so gibt Formel (1)

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{d} \pm \frac{6M}{d^2} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

Die Kernpunkte fallen in die Drittelpunkte der Gewölbestärke und es muß in einem solchen Gewölbe die Stützlinie durchaus im mittleren Drittel der Bogenstärke liegen, wenn keine Zugspannungen vorkommen sollen.

Der Verteilung der Normalspannungen im Querschnitte eines Gewölbes werden sonach die Gesetze zugrunde gelegt, welche für die exzentrische Druckbelastung bei Annahme eines Materials von gleichbleibender Elastizität gelten, und es kann hierfür



auch die bekannte graphische Konstruktion (Abb. 3) benutzt werden. Man trägt die Strecke $\frac{N}{F}$ als Spannung im Schwerpunkte auf und zieht durch die Kernpunkte K_1 und K_2 Linien zu dem Ende dieser Strecke, so schneiden diese auf der Richtungslinie der Kraft N die Größen der Randspannungen σ_o und σ_u ab.

Abb. 3.

Ist der Baustoff nicht von gleichbleibender Elastizität, halten wir aber an der Voraussetzung fest, daß die Querschnitte nach der Formänderung des Gewölbes eben bleiben, so werden zwar nicht die Normalspannungen selbst, wohl aber ihre $\frac{1}{E}$-fachen Werte die oben dargestellte lineare Veränderlichkeit im Querschnitte zeigen. Diese Annahme liegt bekanntlich auch der Theorie der Verbundkörper aus Beton und Eisen zugrunde.

Bei der Berechnung der Spannungen in einem Eisenbetongewölbe wird man diese Theorie in Anwendung zu bringen haben. Treten in einem Querschnitte bloß Druckspannungen auf, so kann man ohne weiteres mit einem konstanten Elastizitätskoeffizienten für Beton rechnen und für den des Eisens die übliche mittlere Verhältniszahl $n = E_e : E_b = 15$ einführen. Dieser Berechnungsvorgang, welcher eine volle, gleichmäßige Wirksamkeit des Betonquerschnittes annimmt, wird aber auch dann noch zulässig sein, wenn bereits kleine Zugspannungen auftreten, für welche der Elastizitätskoeffizient des Betons nicht wesentlich herabgesetzt ist. Wir bezeichnen diesen Zustand des Verbundkörpers als Phase I.

Dieser Berechnungsvorgang gibt aber dann keine richtigen Spannungswerte mehr, wenn sich danach große Betonzugspannungen herausstellen, die in Wirklichkeit vom Beton keinesfalls aufgenommen werden können. Für diesen Fall hat in der Praxis des Eisenbetonbaues jene Berechnungsweise allgemein Eingang gefunden, welche eine sogen. Phase II zugrunde legt, nämlich die Annahme, daß der Beton überhaupt keinen Zug aufnimmt, daß sonach jener Teil des Betonquerschnittes, welcher Zugspannungen erfahren würde, ausgeschaltet ist und diese Zugkräfte nur von der Eisenarmierung allein getragen werden. Da aber bis zum Entstehen wirklicher Zugrisse immer noch eine gewisse Zugwirkung im Beton vorhanden ist, so liefert diese Berechnung etwas zu ungünstige Ergebnisse, nämlich zu große Druckspannungen im Beton und zu große Zugspannungen im Eisen. Überdies gibt sie auch keinen Aufschluß über die im Beton tatsächlich auftretenden Zugspannungen, die man doch wenigstens als genäherte Rechnungswerte deshalb kennen möchte, um danach den Sicherheitsgrad gegen die Bildung von Zugrissen beurteilen zu können. Es empfiehlt sich daher ein dritter Berechnungsmodus, welcher unter Voraussetzung eines noch ungeschwächten Querschnittes die Zugwirkung des Betons in Rechnung stellt, dabei aber eine Herabminderung des Elastizitätskoeffizienten E_{bz} berücksichtigt. Letztere wäre in richtiger Weise allerdings von der Größe der Spannungen abhängig zu machen; wir führen aber, um noch zu einfachen Berechnungsformeln zu gelangen, im ganzen Zugquerschnitt einen konstanten Elastizitätskoeffizienten des Betons für Zug E_{bz} ein und setzen diesen gleich dem μ-fachen Elastizitätskoeffizienten für Druck, also $E_{bz} = \mu \cdot E_{bd}$. Für hohe, nahe der Zugfestigkeitsgrenze gelegene Zugspannungen wird $\mu = 0,3$ bis $0,4$ ein passender Wert sein. Wir erhalten damit Spannungsziffern, welche für den Eintritt der Risse mit den Werten der Erfahrung und den Resultaten der Versuche ziemlich gut übereinstimmen. Mit $\mu = 0$ geht dieser Berechnungsvorgang in jenen der Phase II, mit $\mu = 1$ in jenen der Phase I über.

In Eisenbetongewölben von richtiger Form und genügender Stärke treten auch bei den jeweilig ungünstigsten Belastungsfällen nur überwiegend Druck- und verhältnismäßig geringe Zugspannungen auf. Es wird sonach im allgemeinen zulässig und ausreichend sein, die Spannungen nach Phase I zu berechnen. Immerhin können aber in solchen Gewölben an einzelnen Stellen bei ungünstiger Belastung, insbesondere unter der Einwirkung der Temperatur, auch erheblichere Zugspannungen vorkommen, da die wirtschaftliche Ausnützung dieses Baustoffes eine geringere Stärkenbemessung notwendig macht als bei Mauerwerkgewölben, in welchen Zugspannungen grundsätzlich zu vermeiden oder wenigstens in sehr engen Grenzen zu halten sind. Wir werden Zugspannungen in Eisenbetongewölben aber auch nur bis zu jener Höhe zulassen, bei welcher das Entstehen von Rissen noch nicht zu befürchten ist.

Die Querschnitte eines Eisenbetongewölbes, in denen sich nach Phase I gerechnet unrichtigerweise Betonzugspannungen herausstellen, die an die Zugfestigkeitsgrenze des Betons heranreichen oder sie überschreiten, sind nach dem zweiten Berechnungsvorgange zu untersuchen und zwar der Sicherheit halber mit $\mu = 0$, um die größten Eisenspannungen und die größte Beton**druck**spannung zu erhalten, und mit $\mu = 0{,}4$ zur Ermittlung der **Zug**spannung im Beton, welch letztere unter seiner Zugfestigkeit bleiben muß.

Nachstehend werden hierzu die Berechnungsformeln entwickelt:

1. Berechnung nach Phase I.

Es ist

Betonquerschnitt: Breite des Gewölbestreifens $= b$,
Gewölbestärke $= d$,

Eisenquerschnitt für den Streifen von der Breite $b = F_e$,

Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten $\frac{E_e}{E_b} = n = 15$,

Ideelle (auf die Elastizität des Betons reduzierte) Querschnittsfläche

$$F = bd + nF_e \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (3)$$

Abstand der Schwerlinie der Eiseneinlage von der Bogenschwerachse $= e$,

Schwerachse des ideellen Querschnittes (s. Abb. 4)

$$e_1 = \frac{nF_e}{F} e$$

$$e_2 = \frac{bd}{F} e$$

Trägheitsmoment des Betonquerschnittes auf seine eigene Schwerachse bezogen $= \frac{1}{12} bd^3$,

Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes auf seine eigene Schwerachse bezogen $= J_o$.

Ideelles Trägheitsmoment des Gesamtquerschnittes auf dessen Schwerachse bezogen

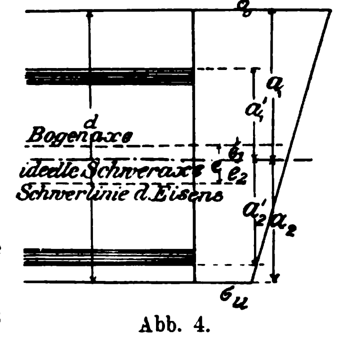


Abb. 4.

$$J = \frac{1}{12} bd^3 + bd\,e_1^2 + n(J_o + F_e e_2^2) \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Auf den Querschnitt von der Breite b wirke eine Fugenkraft, die eine axiale Komponente N und ein auf die ideelle Schwerachse bezogenes Moment M_i ergibt. Dann berechnen sich bei den Randabständen a_1 und a_2 von dieser Achse, bzw. a_1' und a_2' für die Eiseneinlagen, die Randspannungen im Beton

$$\sigma_o = \frac{N}{F} + \frac{M_i}{J} a_1 \quad \text{und} \quad \sigma_u = \frac{N}{F} - \frac{M_i}{J} a_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

jene im Eisen

$$\sigma_o' = n\left(\frac{N}{F} - \frac{M_i}{J} a_1'\right) \quad \text{und} \quad \sigma_u' = n\left(\frac{N}{F} - \frac{M_i}{J} a_2'\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

In der Regel liegt die Eisenarmierung zur Bogenachse symmetrisch; es entfällt dann die Aufsuchung der ideellen Schwerachse, da diese mit der Bogenachse zusammenfällt, und es ist in obigen Formeln $e_1 = e_2 = 0$.

2. Berechnung nach Phase II, bezw. mit Berücksichtigung der verminderten Zugwirkung des Betons.

Es bezeichnet wieder (s. Abb. 5):

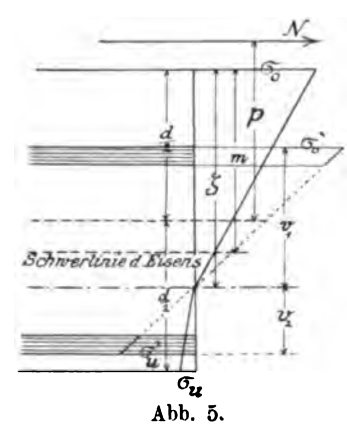


Abb. 5.

b Breite des Gewölbebogens,
d dessen Stärke,
F_e Querschnittsfläche der Eisenarmierung, ferner
m Abstand ihres Schwerpunktes vom Gewölberande auf der Druckseite,
ζ Abstand der neutralen Achse von diesem Rande,
$n = \frac{E_e}{E_{bd}}$ und $\mu = \frac{E_{bz}}{E_{bd}}$,
J_o das Trägheitsmoment des Eisenquerschnittes auf seine Schwerachse bezogen,
N die den Querschnitt beanspruchende axiale Kraft,
$M = Np$ das äußere Moment bezogen auf die Bogenachse.

Die Betonspannung im Abstande 1 von der neutralen Achse auf der Druckseite des Querschnittes sei σ, dann ist die Spannung im gleichen Abstande auf der Zugseite $\mu\sigma$, die Eisenspannung $n\sigma$.

Die Bedingung für das Gleichgewicht der inneren und äußeren Kräfte liefert folgende zwei Gleichungen:

$$N = \frac{1}{2} b\zeta^2\sigma - \frac{1}{2}\mu b(d-\zeta)^2\sigma + nF_e(\zeta - m)\sigma \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\alpha)$$

$$N\left(p + \zeta - \frac{d}{2}\right) = \frac{1}{3} b\zeta^3\sigma + \frac{1}{3}\mu b(d-\zeta)^3\sigma + n[J_o + F_e(\zeta - m)^2]\sigma \quad . \quad . \quad (\beta)$$

woraus sich durch Division die nachstehende kubische Bestimmungsgleichung für ζ ergibt

$$b\zeta^3 + 3b\zeta^2\left(p - \frac{d}{2}\right) - \mu b(d-\zeta)^2\left(\zeta + 3p + \frac{d}{2}\right) + 6nF_e(\zeta - m)\left(p + m - \frac{d}{2}\right) - 6nJ_o = 0 \quad (7)$$

Mit dem so bestimmten Werte von ζ rechne man aus Gleichung (α) oder (β) die Einheitsspannung σ, aus welcher alle übrigen Normalspannungen folgen, nämlich

im Beton { Druckrandspannung $\sigma_o = \sigma\zeta$
Zugrandspannung $-\sigma_u = \mu\sigma(d-\zeta)$

im Eisen { Druckspannung $\sigma_o' = n\sigma v_1$
Zugspannung $-\sigma_u' = n\sigma v_2$

Mit $\mu = 0$ gehen obige Berechnungsformeln in jene für Phase II über.

Auf Grund der vorstehenden Entwickelungen lassen sich die **Normalspannungen** in den einzelnen Querschnitten eines Gewölbebogens berechnen, wenn die einwirkende äußere Kraft, nämlich ihre zum Querschnitt senkrechte Komponente N und ihr auf die Bogenachse bezogenes Moment M bekannt ist. Es ist im allgemeinen nicht not-

wendig, auch auf die Berechnung der Schubspannungen in einem Gewölbe einzugehen, da diese immer nur sehr gering sind und höchstens an jenen Stellen von Belang werden können, wo sich größere konzentrierte Lasten (durch Pfeiler) auf das Gewölbe übertragen. Zur Berechnung der Schubspannungen können angenähert die für den Balken mit gerader Achse geltenden Ausdrücke benutzt werden.

3. Das Gewölbe als Dreigelenkbogen.

Es wurde im Abschnitt 1 darauf hingewiesen, daß sämtliche angreifende Kräfte im Gewölbe statisch bestimmbar sind, wenn für die Stützlinie drei Durchgangspunkte fixiert werden. Solche Punkte lassen sich dadurch festlegen, daß man in drei Fugen des Gewölbes den Druck auf eine sehr schmale Fläche einschränkt oder daselbst Gelenke anbringt. Wir wollen die vollkommen reibungslose Wirkung dieser Gelenke voraussetzen und können dann für jeden Belastungsfall die Kämpferdrücke und die Stützlinie im Gewölbe sofort angeben.

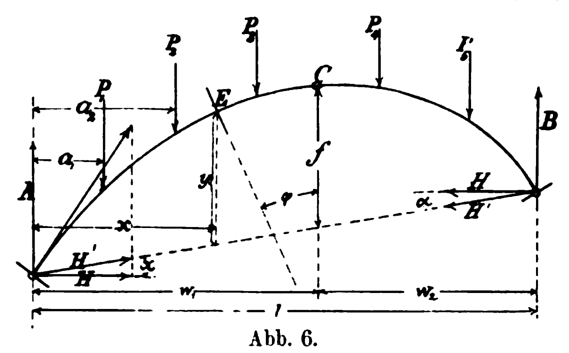


Abb. 6.

Zunächst sei der allgemeine Fall eines Dreigelenkbogens unter der Einwirkung lotrechter Lasten P behandelt (Abb. 6). Das Scheitelgelenk habe von den beiden Kämpfergelenken die wagerechten Abstände w_1 und w_2 und über der sie verbindenden Sehne die Höhe f. Wir denken uns die beiden Kämpferreaktionen in je eine lotrechte Kraft A bezw. B und in eine in Richtung der Kämpfersehne wirkende Kraft $H' = H \sec \alpha$ zerlegt. Es ist

$$A = \frac{1}{l}\sum_0^l P(l-a), \qquad B = \frac{1}{l}\sum_0^l Pa.$$

Die Kräfte A und B stimmen sonach mit den Auflagerdrücken eines in gleicher Art belasteten Balkens von der Stützweite l überein.

Für einen beliebigen Bogenpunkt E mit der Höhe y über der Sehne AB berechnet sich das Angriffmoment

$$M = Ax - \sum_0^x P(x-a) - Hy = \mathfrak{M} - Hy \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

$\mathfrak{M}$ bezeichnet darin das Moment im Punkte E des gleichbelasteten Balkenträgers, das aus den gegebenen Lasten zu berechnen ist.

In den Gelenken ist, von Bewegungswiderständen vollkommen abgesehen, das Moment $M = 0$. Wenden wir daher Gleichung (8) auf das Scheitelgelenk C an und bezeichnet $\mathfrak{M}_c$ das Moment der Vertikalkräfte auf den Punkt C bezogen, so erhalten wir $0 = \mathfrak{M}_c - Hf$, woraus

$$H = \frac{\mathfrak{M}_c}{f} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (9)$$

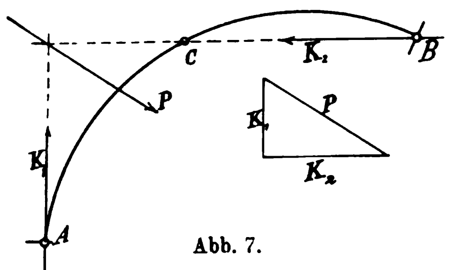
Damit ist der Horizontalschub des Dreigelenkbogens für beliebige lotrechte Belastung bestimmt und mit Gleichung (8) das Angriffmoment in jedem Punkte der Bogenachse.

Die Axialkraft N in dem durch E unter dem Winkel φ zur Lotrechten gelegten Bogenquerschnitt berechnet sich aus

$$N = (A - \sum_0^x P)\sin\varphi + H \operatorname{tg}\alpha \sin\varphi + H\cos\varphi = (\mathfrak{Q} + H \operatorname{tg}\alpha)\sin\varphi + H\cos\varphi \quad (10)$$

Es bezeichnet darin $\mathfrak{Q}$ die Querkraft im Punkte E des Balkenträgers.

Besteht die äußere Belastung aus beliebig gerichteten Kräften (Winddruck auf Bogendächer), so empfiehlt sich am besten die Anwendung des graphischen Verfahrens.



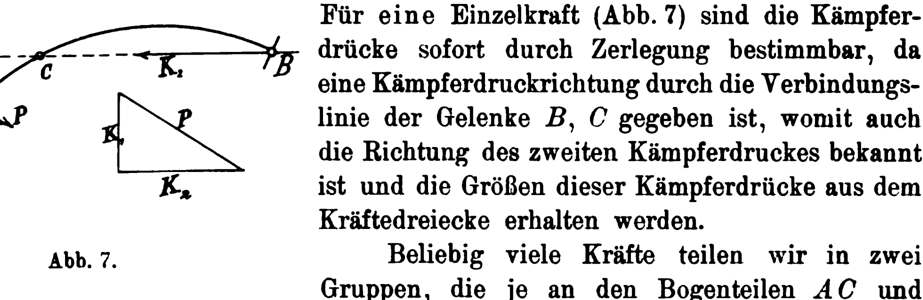
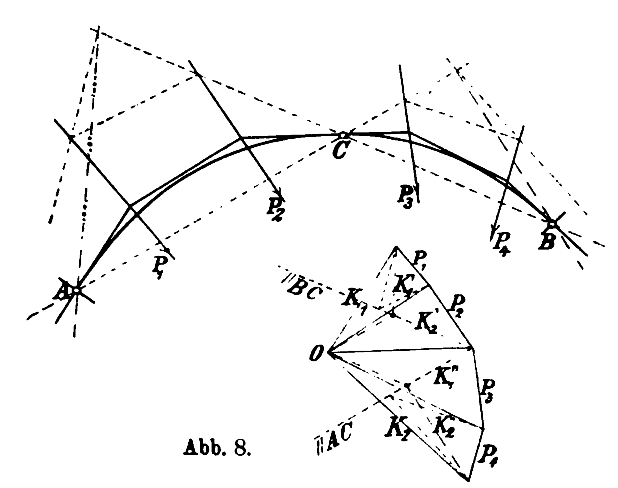


Abb. 7.

Für eine Einzelkraft (Abb. 7) sind die Kämpferdrücke sofort durch Zerlegung bestimmbar, da eine Kämpferdruckrichtung durch die Verbindungslinie der Gelenke B, C gegeben ist, womit auch die Richtung des zweiten Kämpferdruckes bekannt ist und die Größen dieser Kämpferdrücke aus dem Kräftedreiecke erhalten werden.

Beliebig viele Kräfte teilen wir in zwei Gruppen, die je an den Bogenteilen AC und BC angreifen. Von jeder dieser Gruppe suchen wir die Resultierende, welche nach dem obigen Verfahren in die Kämpferdrücke zu zerlegen ist. Wir erhalten so in jedem Kämpfer zwei Kräfte K_1', K_1'' und K_2', K_2'', deren Zusammensetzung die resultierenden Kämpferdrücke ergibt. Dieses Verfahren ist in Abb. 8 durchgeführt. Das mit diesen Kämpferdrücken aus dem Pol O konstruierte Seilpolygon der Kräfte P liefert schließlich die durch die Gelenkpunkte A, C, B gehende Stützlinie des Bogens.



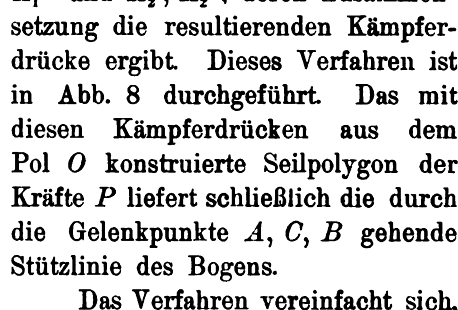


Abb. 8.

Das Verfahren vereinfacht sich, wenn die Belastung symmetrisch ist zu jener Linie, welche durch das Scheitelgelenk gehend die Kämpfersehne halbiert, da dann die Richtung des Druckes im Scheitelgelenk gegeben, nämlich parallel zur Kämpfersehne ist. Dieser Fall ist bei einem symmetrisch geformten und symmetrisch belasteten Gewölbe vorhanden.

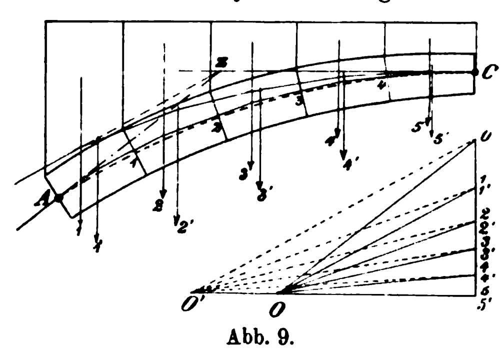


Abb. 9.

In Abb. 9 ist als Beispiel die Aufgabe behandelt, für einen symmetrischen Gewölbebogen mit drei Gelenken die der Eigengewichtsbelastung entsprechende Stützlinie zu konstruieren. Um die stetig verteilte Gewichtsbelastung durch Einzellasten ersetzen zu können, zerlegen wir den Gewölbebogen in Stücke, deren Gewicht samt jenem der darauf lastenden Überschüttung oder der sonstigen Auflast in den betreffenden Schwerpunkten angreift. Nach dem darunter in Abschnitt 1 Bemerkten empfiehlt es sich, die Trennungsflächen im Gewölbe in radialer Richtung anzunehmen und daran lotrechte Teilungsflächen in der Überschüttung oder Übermauerung zu schließen. Bei Brückengewölben, bei welchen keine stark abfallenden Gewölberücken vorkommen, wird es immer ausreichen, nur die lotrechten Gewichte der Überschüttung in Rechnung zu bringen; in anderen Fällen (z. B. bei Tunnelgewölben) wird man auch die wagerechten Komponenten des Druckes der Überschüttung zu berücksichtigen haben. Die berechneten Gewichte der Teilstücke werden als Kraftstrecken aufgetragen und es genügt,

bei vorhandener Symmetrie die Konstruktion auf den halben Bogen zu beschränken. Die durch das Scheitelgelenk gehende Seite des diesen Lasten entsprechenden Seileckes ist parallel zur Verbindungslinie der Kämpfer, also horizontal und nehmen wir auf dem ihr entsprechenden Polstrahl des Kraftpolygons zunächst einen beliebigen Pol O' an, der uns ein Seileck liefert, dessen letzte Seite bei willkürlicher Wahl von O' natürlich nicht durch den Gelenkpunkt A hindurchgehen wird, die uns aber im Schnitte Z mit der ersten durch das Scheitelgelenk gehenden Seilseite jenen Punkt der Resultierenden der angreifenden Kräfte liefert, durch den auch der richtige Kämpferdruck hindurchgehen muß. Nachdem so dessen Richtung in der Linie ZA gefunden wurde, erhalten wir durch den dazu parallelen Strahl im Kräftepolygon auch seine Größe und zugleich die richtige Pollage O, die uns zur Verzeichnung des Stützlinienpolygons verhilft. Wegen der stetigen Verteilung der Lasten ist dieses Vieleck durch eine stetig gekrümmte Kurve zu ersetzen, welche die Schnittpunkte der Polygonseiten mit den Teilungsfugen enthält.

Gegenüber dem graphischen Verfahren hat die analytische Berechnung der Fugenkräfte den Vorzug der größeren Genauigkeit, da besonders bei schwacher Gewölbestärke schon eine kleine Verschiebung der Stützlinie beträchtliche Änderungen in der Spannungsverteilung hervorruft.

Ist die Belastung gleichmäßig verteilt (Verkehrslast), so gestaltet sich auch die Berechnung einfach. Für eine gleichmäßige Vollbelastung mit p f. die Längeneinheit wird, wenn das Scheitelgelenk in der Mitte der Stützweite liegt, nach Formel (9)

$$H_p = \frac{1}{8}\frac{pl^2}{f} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (11)$$

Hat man den vom Eigengewichte herrührenden Horizontalschub H_g bereits bestimmt, so wird für das vollbelastete Gewölbe $H = H_g + H_p$. Wir zeichnen einen neuen Kräfteplan aus den um die zufällige Belastung vermehrten Teillasten und konstruieren mit der Polweite $H_g + H_p$ das Seilpolygon, welches der Stützlinie des vollbelasteten Gewölbes entspricht. Die totale Belastung ruft aber nur in den in der Nähe des Scheitels und der Kämpfer gelegenen Gewölbestellen die größte Beanspruchung hervor; im übrigen Teile wird eine teilweise Belastung ungünstiger wirken und es hat, wie später gezeigt wird, jeder Querschnitt seinen besonderen ungünstigsten Belastungsfall. Bei kleineren Brückengewölben kann man sich aber damit begnügen, nebst der Wirkung der Vollbelastung bloß jene einer halbseitigen Belastung zu untersuchen, da dieser in der Mitte des Gewölbeschenkels, d. i. ungefähr im Viertel der Stützweite, die größte Abweichung der Stützlinie von ihrer Mittellage und sohin die ungünstigste Beanspruchung in diesen Stellen des Gewölbes entspricht. Die Stützlinie für die halbseitige Belastung läßt sich wie folgt verzeichnen (Abb. 10): Um die Pollage im Kräftepolygon zu finden, vergrößern wir den Horizontalschub H_g um $^1/_2\, H_p$ und berücksichtigen weiter den von der Belastung herrührenden lotrechten Auflagerdruck. Dieser ist im Kämpfer der unbelasteten Bogenhälfte $^1/_8\, pl$. Bei Belastung der rechten Gewölbehälfte liegt sonach

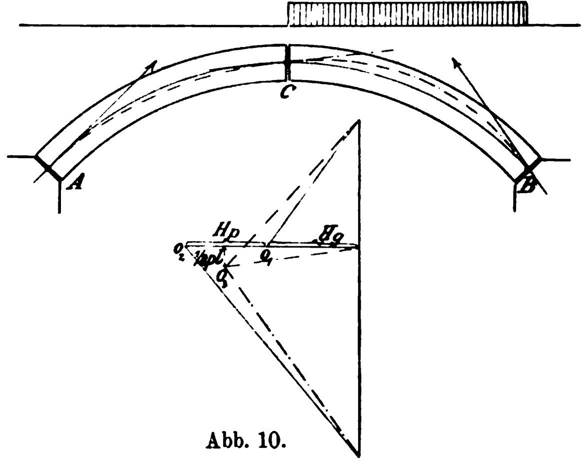


Abb. 10.

der Pol zur Verzeichnung der Stützlinie in der Mitte zwischen den beiden Polen für Eigengewicht und Vollbelastung und um $^1/_8\, pl$ unter der Verbindungslinie dieser Pole.

Bei Anwendung des Rechnungsverfahrens empfiehlt es sich, die Eigengewichts- und Verkehrsbelastung nicht zu vereinigen, sondern für jede die Spannungen getrennt zu berechnen und dann die Summen zu bilden. Dies deshalb, weil sich für eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast einfache Berechnungsformeln aufstellen lassen. Für Vollbelastung ist das Moment auf den Bogenpunkt (x, y) bezogen

$$M = \frac{1}{2} p x (l - x) - \frac{1}{8} \frac{p l^2}{f} y \quad \ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Liegen die Bogenpunkte auf einer Parabel $y = \frac{4f}{l^2} x (l - x)$, so wird $M = 0$. Der Dreigelenkbogen mit parabolischer Achse wird sonach von einer gleichmäßig verteilten Belastung nur axial, d. i. in allen Querschnitten mit gleichmäßiger Druckverteilung beansprucht.

Für halbseitige Belastung ergibt sich in der belasteten Bogenhälfte

$$M' = \frac{1}{8} p x (3l - 4x) - \frac{1}{16} \frac{p l^2}{f} y$$

in der unbelasteten Bogenhälfte

$$M'' = \frac{1}{8} p l x - \frac{1}{16} \frac{p l^2}{f} y \quad \ldots\ldots\ldots \quad (13)$$

Die Abszisse ist vom Kämpfer der betreffenden Bogenhälfte aus gerechnet. Das Moment im Viertel der Spannweite wird hiernach $M'_{1/4} = \frac{1}{16} p l^2 \left(1 - \frac{y_{1/4}}{f}\right)$ und $M''_{1/4} = -\frac{1}{16} p l^2 \left(\frac{y_{1/4}}{f} - \frac{1}{2}\right)$. Für parabolische Bogenachse $M'_{1/4} = -M''_{1/4} = \frac{1}{64}\, p l^2$.

Wenn man die beiden Stützlinien für Belastung der linken und rechten Bogenhälfte als die Grenzlagen gelten läßt, welche die Stützlinie annehmen kann, so wird jene Form der Gewölbeachse die günstigste sein, welche der Mittellage entspricht, da dann für diese beiden äußersten Belastungsfälle sich die Stützlinie dem oberen und unteren Bogenrande in jedem Querschnitte gleichweit nähert, so daß daselbst gleiche oder nahezu gleiche Beanspruchungen auftreten. Die Ordinaten der Stützlinie für die halbseitigen Belastungen sind aber

$$\frac{1}{H_g + \frac{1}{2} H_p} (M' + M_g) \quad \text{und} \quad \frac{1}{H_g + \frac{1}{2} H_p} (M'' + M_g),$$

die Mittelordinate ist demnach

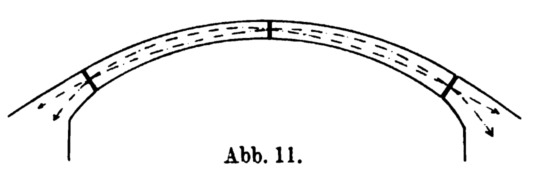
$$\frac{1}{H_g + \frac{1}{2} H_p} \left(\frac{M' + M''}{2} + M_g\right) = \frac{1}{H_g + \frac{1}{2} H_p} \left(\frac{1}{2} M_p + M_g\right),$$

d. i. übereinstimmend mit der Stützlinie für Eigengewicht und Vollbelastung mit der halben Verkehrslast. Diese Stützlinie wäre bei rationeller Formgebung des Gewölbes der Bogenachse zugrunde zu legen.

Das größte Ausweichen der Stützlinie beträgt dann $\frac{1}{64} \frac{p l^2}{H_g + \frac{1}{2} H_p}$. Durch Verkleinerung der Stützweite l wird dieses Ausweichen verringert. Es wird sich daher in der

Regel empfehlen, die Gelenke, wie es Abb. 11 zeigt, etwas vor die Bogenanläufe zu setzen und die entsprechend verstärkten Kämpferpartien als Teile der Widerlager auszubilden.

Die genauere statische Untersuchung größerer Brückengewölbe erfordert die Berücksichtigung der für die einzelnen Gewölbequerschnitte ungünstigsten Belastungsweisen und es können dabei auch mobile Einzellasten in Frage kommen. Wir bringen in diesem Falle das Verfahren der Einflußlinien in Anwendung.


Abb. 11.

Nach Gleichung (1) berechnen sich die Randspannungen allgemein aus

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F} \pm \frac{M a_{1,2}}{J} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (1)$$

N ist die Axialkraft, M das auf die Bogenachse bezogene Moment der äußeren Kräfte. Man kann mit Einführung der Kernpunkte des Querschnittes dafür auch setzen

$$\sigma_o = \frac{M_u a_1}{J} \text{ und } \sigma_u = -\frac{M_o a_2}{J},$$

wenn unter M_u und M_o die Momente, auf den unteren und oberen Kernpunkt bezogen, verstanden werden. Die Randspannungen sind sonach den Kernpunktmomenten proportional und es wären daher die Einflußlinien der letzteren zu bestimmen. Um jedoch nicht erst die Kernlinien ermitteln und für jeden Querschnitt die Randspannungen aus zwei verschiedenen Einflußlinien und für zwei verschiedene Belastungsfälle berechnen zu müssen, kann man sich mit der wohl immer zulässigen Vereinfachung behelfen, die Spannungen aus der Gleichung (1) zu bestimmen und für beide Randspannungen in einem Querschnitt jenen Belastungsfall als den angenähert ungünstigsten anzunehmen, der das auf die Bogenachse bezogene Moment M zu einem Maximum bezw. Minimum macht. Es sind daher die Einflußlinien für M und N zu ermitteln.

Nach Gleichung (8) ist $M = \mathfrak{M} - Hy = y \cdot \left(\frac{\mathfrak{M}}{y} - H\right)$.

Hiernach ist M durch den Unterschied der Einflußgrößen $\frac{\mathfrak{M}}{y}$ und H darzustellen. Die Einflußlinie für H entspricht aber nach Gleichung (9) jener des Momentes $\mathfrak{M}_c$ und ist daher ein Dreieck mit der unter dem Scheitelgelenk gelegenen Höhe $G \cdot \frac{w \cdot w'}{fl}$, für symmetrische Lage des Scheitelgelenkes $\frac{1}{4}\, G \frac{l}{f}$. Desgleichen ist auch die Einflußlinie für $\frac{\mathfrak{M}}{y}$ durch zwei Gerade gegeben, die auf der linken Stützenlotrechten die Strecke $G \frac{x}{y}$ abschneiden. Unter Beibehaltung der H-Linie sind hiernach die Einflußgrößen $\frac{\mathfrak{M}}{y} - H$ leicht für alle Bogenpunkte zu konstruieren. Für den Bogenpunkt E entsprechen sie den in der Abb. 12a schraffierten Ordinaten. Diese sind nach der für G als Einheit gewählten Strecke zu messen und geben mit der Bogenordinate y und mit der Lastgröße multipliziert das Moment M. Die zwischen A und J wirkenden Lasten erzeugen positive, die Lasten zwischen J und B negative Momente. Der Lastscheidepunkt J kann auch durch den Schnitt der Kämpferdruckrichtungen $A\,E$ und $B\,C$ bestimmt werden.

Nach den Eigenschaften der Einflußlinien erhält man die Wirkung einer gleichmäßig verteilten Belastung aus der unter der belasteten Strecke gelegenen Fläche der Einflußfigur, wenn diese mit der Last auf die Längeneinheit und mit der Basisgröße (hier y) multipliziert wird; bei Wirkung von Einzellasten sind die unter den Lasten gemessenen Einflußordinaten mit den Lastgrößen und mit y zu multiplizieren. Es unterliegt hiernach keiner Schwierigkeit, die ungünstigste Einwirkung der Verkehrslasten für jeden Bogenpunkt, nämlich M_{max} und M_{min}, in richtiger Weise zu bestimmen.

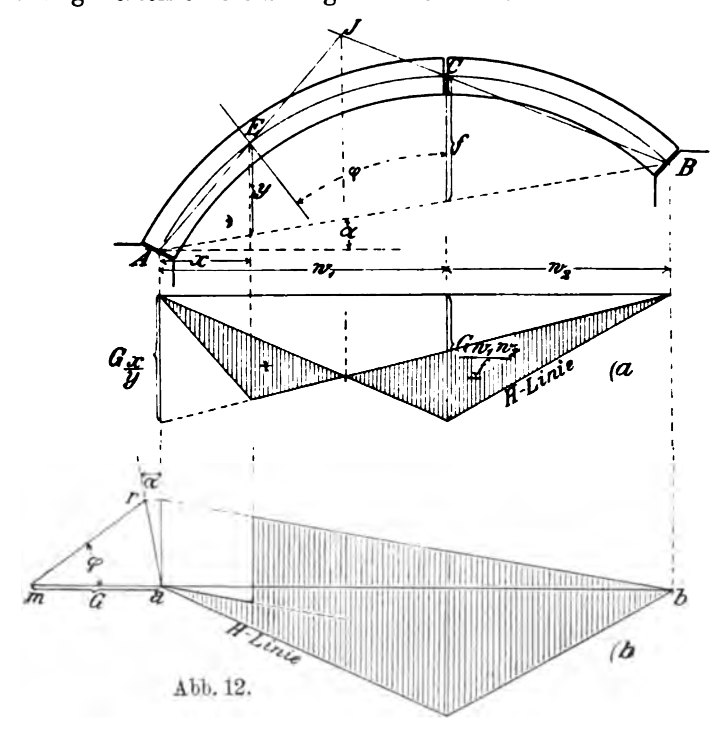


Abb. 12.

Für dieselben Belastungsfälle sind dann noch die Axialkräfte zu berechnen. Es ist nach Gleichung (10)

$$N = \mathfrak{Q} \sin \varphi + H(\operatorname{tg} \alpha \sin \varphi + \cos \varphi)$$

oder auch

$$N = \frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha}\left(\mathfrak{Q}\frac{\sin \varphi \cdot \cos \alpha}{\cos(\varphi - \alpha)} + H\right).$$

Der erste Teil des Klammerausdruckes entspricht der Einflußgröße der Querkraft eines Balkenträgers für die Lastgröße $G\frac{\sin \varphi \cos \alpha}{\cos(\varphi - \alpha)}$, welche sich leicht konstruieren oder berechnen läßt. Die Addition zur H-Linie ergibt die aus Abb. 12b ersichtliche Darstellung der Einflußgröße N, und zwar sind die, nach G als Einheit gemessenen, Ordinaten der schraffierten Fläche mit $\frac{\cos(\varphi - \alpha)}{\cos \alpha}$ zu multiplizieren, oder es ist als Maßeinheit die Strecke $G\frac{\cos \alpha}{\cos(\varphi - \alpha)} = \overline{mr}$ zugrunde zu legen.

Mit den Maximalwerten von M und den dazu gehörigen Werten von N berechnen sich die von der Verkehrslast hervorgerufenen größten Randspannungen aus Gleichung (1) und zwar folgt der größte Druck im oberen Rande, bezw. Zug im unteren Rande aus dem positiven Maximum von M, der größte Druck im unteren Rande, bezw. Zug im oberen Rande aus dem negativen Maximum von M.

Zu diesen Spannungen sind natürlich jene infolge der ständigen (Eigengewichts-) Belastung hinzuzufügen.

4. Das Gewölbe als gelenkloser Bogen.

In den weitaus meisten Fällen haben wir es mit Ausführungen von Gewölben zu tun, die mit den Widerlagern in fester Verbindung stehen und keine Gelenke besitzen. Ein solches Gewölbe entspricht einem eingespannten Bogen, dessen angreifende Kräfte auf Grund der für seine Formänderung gegebenen Bedingungen zu

bestimmen sind. Zur Berechnung der Formänderungen eines Gewölbes können die für elastische Bogen geltenden Gesetze in Anwendung gebracht werden, wobei allerdings ein Material von gleicher und konstanter Elastizität vorausgesetzt wird. Diese Voraussetzung kann bei Gewölben aus jeder Art Mauerwerk, in denen nur geringe Zugspannungen auftreten, als zulässig bezeichnet werden und es wird hierbei auf die Bemerkungen im Eingange des Abschnittes 2 verwiesen. Bei Eisenbetongewölben haben wir aber für den Verbundkörper einen ideellen gleichartigen Betonquerschnitt zu setzen, der erhalten wird, indem wir die Eisenfläche parallel zur neutralen Achse im Verhältnis der Elastizitätskoeffizienten $E_e : E_b = n$ vergrößern. Unter Annahme eines konstanten Elastizitätskoeffizienten des Betons und voller Wirkung des Betonquerschnittes legen wir demnach der Berechnung der Formänderung eines Eisenbetongewölbes den als Phase I bezeichneten Zustand zugrunde, wobei Fläche F und Trägheitsmoment J nach den Formeln (3) und (4) einzusetzen sind.

Dieser Vorgang ist dann gewiß nicht vollkommen richtig, wenn an einzelnen Stellen des Gewölbes größere Zugspannungen vorkommen, welche die Zulässigkeit der Annahme eines konstanten E_b in Frage stellen. Allein der Fehler in der nach Phase I berechneten Formänderung wird hier niemals groß werden, weil diese Formänderung das Resultat der Spannungen in sämtlichen Querschnitten ist und der von der Phase I abweichende Zustand immer nur auf einzelne Stellen des Gewölbes beschränkt sein wird, daher das Gesamtergebnis nur in geringem Maße beeinflussen kann.

Wir sind übrigens auch bei allen anderen Eisenbetonkonstruktionen, auch bei solchen, die größere Biegungspannungen aufzunehmen haben als die Gewölbe, gezwungen, die Formänderungen auf Grund der Phase I zu berechnen, da eine andere Berechnungsweise auf kaum überwindliche Schwierigkeiten stoßen würde.

Bei einem eingespannten Bogen fehlen, wie im Abschn. 1 gezeigt wurde, im allgemeinen Bestimmungsstücke zur statischen Feststellung der angreifenden Kräfte. Diese sind aus den drei Bedingungen, denen die elastischen Formänderungen des Systems unterworfen sind, abzuleiten. Dazu kann ein analytisches oder graphisches Verfahren in Anwendung gebracht werden.

a) Analytisches Verfahren.

Wir denken uns den Gewölbebogen in dem lotrechten Querschnitt C geteilt und bringen die daselbst wirkende Fugenkraft als äußere Kraft an. Diese kann durch ihre in den Schwerpunkt des Querschnittes verlegten, wagerechten und lotrechten Komponenten H und S und durch das um die Schwerachse des Querschnittes drehende Moment M_0 ersetzt werden, und es sind diese Kräfte auf den rechten und linken Bogenteil natürlich in entgegengesetztem Sinne wirkend anzunehmen. Die Formänderungen eines jeden Bogenteiles ergeben sich durch die Summierung der Formänderungen sämtlicher Bogenelemente, für welche wir aber in der Rechnung genötigt sind, Bogenstücke von end-

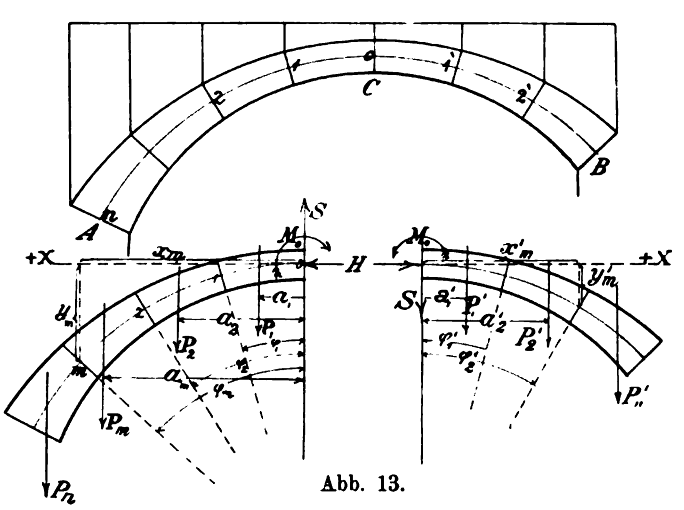


Abb. 13.

licher Größe zu setzen. Wir legen daher eine Anzahl Querschnitte $0 - n$, bezw. $0 - n'$ in den, in der Bogenachse gleichen, Abständen $\varDelta s$ und ermitteln die Gewichte dieser Bogenstücke samt ihren Auflasten. Sie seien mit $P_1\ P_2 \ldots P_n$ in der linken, mit $P'_1\ P'_2 \ldots P'_n$ in der rechten Bogenachse bezeichnet. Die Angriffslinien der Kräfte P werden durch die Abszissen a und die Punkte der Bogenachse durch die Koordinaten x, y auf ein durch den Bogenpunkt 0 gelegtes rechtwinkliges Achsensystem bezogen.

Für das Moment M und die Axialkraft N in den einzelnen Querschnitten ergeben sich die nachstehenden Ausdrücke:

	linker Bogenteil	rechter Bogenteil
Querschn. 0	$M_0 = M_0$	$M'_0 = M_0$
„ 1	$M_1 = M_0 + P_1(x_1 - a_1) - Hy_1 - Sx_1$	$M'_1 = M_0 + P'_1(x'_1 - a'_1) - Hy'_1 + Sx'_1$
. . . .	. . . .	. . . .
„ m	$M_m = M_0 + \sum_{r=1}^{r=m} P_r(x_m - a_r) - Hy_m - Sx_m$	$M'_m = M_0 + \sum_{r=1}^{r=m} P'_r(x'_m - a'_r) - Hy'_m + Sx'_m$
. . . .	. . . .	. . . .
Querschn. 0	$N_0 = H$	$N'_0 = H$
„ 1	$N_1 = H\cos\varphi_1 + P_1\sin\varphi_1 - S\sin\varphi_1$	$N'_1 = H\cos\varphi'_1 + P'_1\sin\varphi'_1 + S'_1\sin\varphi'_1$
. . . .	. . . .	. . . .
„ m	$N_m = H\cos\varphi_m + \left(\sum_1^m P\right)\sin\varphi_m - S\sin\varphi_m$	$N'_m = H\cos\varphi'_m + \left(\sum_1^m P'\right)\sin\varphi'_m + S_1\sin\varphi'_m$
. . . .	. . . .	. . . .

(14)

In diesen Ausdrücken sind die Größen H, S und M_0 vorläufig noch unbekannt. Zu ihrer Feststellung führen wir nun die Bedingungen ein, denen das System hinsichtlich seiner Formänderungen unterworfen ist. Bezeichnet $\mathfrak{A}_1$ die Arbeit der formändernden Kräfte im linken Bogenteile, $\mathfrak{A}_2$ jene im rechten Bogenteile, so geben bei vollkommener Unverschieblichkeit und Unverdrehbarkeit der Endquerschnitte die partiellen Differenzialquotienten von $\mathfrak{A}_1$ bezw. $\mathfrak{A}_2$ nach H, S und M_0 die Verschiebungen und die Verdrehung des Querschnittes 0 nach Richtung von H, S und M_0, welche für die beiden Bogenteile gleich groß, aber entgegengesetzt sind, in ihrer Summe demnach Null geben. Bezeichnet daher $\mathfrak{A} = \mathfrak{A}_1 + \mathfrak{A}_2$ die gesamte Formänderungsarbeit, so gelten hiernach die Bedingungen $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial H} = 0$, $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial S} = 0$, $\frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial M_0} = 0$.

Für gerade, und angenähert auch für gekrümmte Stäbe ist mit Außerachtlassung der von den Schubkräften herrührenden Formänderung $\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\int_A^B \frac{M^2}{EJ} ds + \frac{1}{2}\int_A^B \frac{N^2}{EF} ds$, so daß unter Voraussetzung eines konstanten Elastizitätskoeffizienten und bei Ersatz der bestimmten Integrale durch Summengrößen die drei Bedingungsgleichungen lauten:

$$\left.\begin{aligned}
&\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial H}\varDelta s + \Sigma \frac{N}{F}\frac{\partial N}{\partial H}\varDelta s = 0\\
&\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial S}\varDelta s + \Sigma \frac{N}{F}\frac{\partial N}{\partial S}\varDelta s = 0\\
&\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial M_0}\varDelta s = 0
\end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

Die Einsetzung der aus den Gleichungen (14) folgenden Ausdrücke für M und N und ihrer Differenzialquotienten in (15) ergibt mit Einführung der abkürzenden Bezeichnungen

$$\sum_{r=1}^{r=m} P_r(x_m - a_r) = \mathfrak{M}, \quad \sum_{r=1}^{r=m} P'_r(x'_m - a'_r) = \mathfrak{M}'$$

$$\sum_1^m P = \mathfrak{P}, \quad \sum_1^m P' = \mathfrak{P}'$$

die nachstehenden drei linearen Bestimmungsgleichungen für H, S und M_0:

$$
(16)\left\{
\begin{aligned}
\text{a)}\quad & -M_0 \sum_A^B \frac{y}{J}\Delta s + H\left[\sum_A^B \frac{y^2}{J}\Delta s + \sum_A^B \frac{\cos^2\varphi}{F}\Delta s\right] + S\left[\sum_A^C \frac{xy}{J}\Delta s - \sum_C^B \frac{xy}{J}\Delta s - \sum_A^C \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}\Delta s\right.\\
& \qquad \left. + \sum_C^B \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}\Delta s\right] - \sum_A^B \frac{\mathfrak{M}y}{J}\Delta s + \sum_A^B \mathfrak{P}\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}\Delta s = 0\\
\text{b)}\quad & -M_0\left[\sum_A^C \frac{x}{J}\Delta s - \sum_C^B \frac{x}{J}\Delta s\right] + H\left[\sum_A^C \frac{xy}{J}\Delta s - \sum_C^B \frac{xy}{J}\Delta s - \sum_A^C \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}\Delta s + \sum_C^B \frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}\Delta s\right]\\
& \qquad + S\left[\sum_A^B \frac{x^2}{J}\Delta s + \sum_A^B \frac{\sin^2\varphi}{F}\Delta s\right] - \sum_A^C \frac{\mathfrak{M}x}{J}\Delta s + \sum_C^B \frac{\mathfrak{M}x}{J}\Delta s - \sum_A^C \mathfrak{P}\frac{\sin^2\varphi}{F}\Delta s\\
& \qquad + \sum_C^B \mathfrak{P}'\frac{\sin^2\varphi}{F}\Delta s = 0\\
\text{c)}\quad & M_0 \sum_A^B \frac{\Delta s}{J} - H\sum_A^B \frac{y}{J}\Delta s - S\left[\sum_A^C \frac{x}{J}\Delta s - \sum_C^B \frac{x}{J}\Delta s\right] + \sum_A^B \frac{\mathfrak{M}}{J}\Delta s = 0
\end{aligned}
\right.
$$

oder in abgekürzter Form geschrieben:

$$
\left.
\begin{aligned}
\alpha M_0 + \beta H + \gamma S + A_1 = 0 \quad \ldots \quad \text{(a)}\\
\delta M_0 + \gamma H + \varepsilon S + A_2 = 0 \quad \ldots \quad \text{(b)}\\
\varphi M_0 + \alpha H + \delta S + A_3 = 0 \quad \ldots \quad \text{(c)}
\end{aligned}
\right\} \quad \ldots \quad (17)
$$

Die Koeffizienten $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi$ sind nur von der Form und von den Querschnittsgrößen F und J des Bogens abhängig, die Größen $A_1\ A_2\ A_3$ auch von der Belastung. Die Berechnung der sie zusammensetzenden Summengrößen erfolgt aus den für die Querschnitte $o-n$ und $o-n'$ berechneten Einzelwerten unter Anwendung der Simpsonschen Summenformel.

Ist der Gewölbebogen gegen den Querschnitt C symmetrisch, so werden die Koeffizienten γ und $\delta =$ Null und es vereinfachen sich die obigen Gleichungen in

$$
\left.
\begin{aligned}
\alpha M_0 + \beta H + A_1 = 0 \quad \ldots \quad \text{(a)}\\
\varphi M_0 + \alpha H + A_3 = 0 \quad \ldots \quad \text{(c)}\\
\varepsilon S + A_2 = 0 \quad \ldots \quad \text{(b)}
\end{aligned}
\right\} \quad \ldots \quad (18)
$$

Hierin ist (n als gerade Zahl angenommen und die Summen durch $\frac{1}{3}\Delta s$ gekürzt):

$$
(19)\left\{
\begin{aligned}
\alpha &= -\left[\frac{4y_1}{J_1} + 2\frac{y_2}{J_2} + 4\frac{y_3}{J_3} + \cdots \frac{y_n}{J_n}\right]\\
\beta &= \left[4\frac{y_1^2}{J_1} + 2\frac{y_2^2}{J_2} + 4\frac{y_3^2}{J_3} + \cdots \frac{y_n^2}{J_n}\right] + \left[\frac{1}{F_0} + 4\frac{\cos^2\varphi_1}{F_1} + 2\frac{\cos^2\varphi_2}{F_2} + 4\frac{\cos^2\varphi_3}{F_3} + \cdots \frac{\cos^2\varphi_n}{F_n}\right]\\
\varphi &= \left[\frac{1}{J_0} + \frac{4}{J_1} + \frac{2}{J_2} + \frac{4}{J_3} + \cdots \frac{1}{J_n}\right]\\
\varepsilon &= \left[4\frac{x_1^2}{J_1} + 2\frac{x_2^2}{J_2} + 4\frac{x_3^2}{J_3} + \cdots \frac{x_n^2}{J_n}\right] + \left[4\frac{\sin^2\varphi_1}{F_1} + 2\frac{\sin^2\varphi_2}{F_2} + 4\frac{\sin^2\varphi_3}{F_3} + \cdots \frac{\sin^2\varphi_n}{F_n}\right]
\end{aligned}
\right.
$$

$$
(20)\left\{
\begin{aligned}
A_1 &= -\frac{1}{2}\left[4\frac{y_1}{J_1}(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_1') + 2\frac{y_2}{J_2}(\mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_2') + 4\frac{y_3}{J_3}(\mathfrak{M}_3 + \mathfrak{M}_3') + \cdots \frac{y_n}{J_n}(\mathfrak{M}_n + \mathfrak{M}_n')\right]\\
&\quad + \frac{1}{2}\left[4\frac{\cos\varphi_1\sin\varphi_1}{F_1}(\mathfrak{P}_1 + \mathfrak{P}_1') + 2\frac{\cos\varphi_2\sin\varphi_2}{F_2}(\mathfrak{P}_2 + \mathfrak{P}_2') + 4\frac{\cos\varphi_3\sin\varphi_3}{F_3}(\mathfrak{P}_3 + \mathfrak{P}_3')\right.\\
&\quad \left. + \cdots \frac{\cos\varphi_n\sin\varphi_n}{F_n}(\mathfrak{P}_n + \mathfrak{P}_n')\right]\\
A_2 &= -\frac{1}{2}\left[4\frac{x_1}{J_1}(\mathfrak{M}_1 - \mathfrak{M}_1') + 2\frac{x_2}{J_2}(\mathfrak{M}_2 - \mathfrak{M}_2') + 4\frac{x_3}{J_3}(\mathfrak{M}_3 - \mathfrak{M}_3') + \cdots \frac{x_n}{J_n}(\mathfrak{M}_n - \mathfrak{M}_n')\right]\\
A_3 &= \frac{1}{2}\left[\frac{4}{J_1}(\mathfrak{M}_1 + \mathfrak{M}_1') + \frac{2}{J_2}(\mathfrak{M}_2 + \mathfrak{M}_2') + \frac{4}{J_3}(\mathfrak{M}_3 + \mathfrak{M}_3') + \cdots \frac{1}{J_n}(\mathfrak{M}_n + \mathfrak{M}_n')\right]
\end{aligned}
\right.
$$

Ist auch die Belastung zum Gewölbescheitel symmetrisch, so ist für die gleichliegenden Bogenpunkte $\mathfrak{M} = \mathfrak{M}'$ und $\mathfrak{P} = \mathfrak{P}'$ demnach $A_2 = 0$ und damit auch die lotrechte

Scheitelkraft $S = 0$. Die Kraft wirkt im Bogenscheitel horizontal und ist durch H und M_0 bestimmt, die durch Auflösung der Gleichungen 18a und c mit

$$H = \frac{\alpha A_3 - \varphi A_1}{\beta\varphi - \alpha^2} \quad \text{und} \quad M_0 = \frac{\alpha A_1 - \beta A_3}{\beta\varphi - \alpha^2}$$

erhalten werden.

Ist die Verkehrslast gleichmäßig verteilt und begnügt man sich, bloß zwei Belastungsfälle, nämlich volle und halbseitige Belastung, zu untersuchen, so braucht man für letztere bloß die Kraft S aus

$$S = -\frac{A_2}{\varepsilon}$$

zu bestimmen, da H und M_0 die halben Werte von jenen bei Vollbelastung annehmen.

Mit den berechneten Werten von H, M_0 und S ergeben sich dann für jeden Querschnitt die wirksamen Kräfte M und N aus dem Gleichungssystem (14), womit die Spannungen nach den im Abschnitt 2 gegebenen Regeln zu berechnen sind.[1])

Bei schärferer Berechnung der größten Spannungswerte ist wieder für jeden Querschnitt ein besonderer Belastungsfall zu berücksichtigen. Man müßte zu diesem Zwecke die Einflußwerte für eine der Reihe nach an allen Bogenpunkten angreifende Einzellast berechnen und damit auf Grund des Verfahrens der Einflußlinien die maximalen Spannungen ermitteln. Das oben angegebene rechnerische Verfahren wird aber ziemlich mühevoll und umständlich, da für jeden Belastungsfall zunächst die Werte $\mathfrak{M}$ und $\mathfrak{M}'$, daraus A_1, A_2, A_3 zu berechnen und damit die Gleichungen (18) aufzulösen sind. Es empfiehlt sich daher dessen Anwendung nur bei Annahme von bloß wenigen Belastungsfällen, also zur Bestimmung der Spannung durch das Eigengewicht und durch volle und halbseitige Verkehrslast.

Die Stützlinie ist durch die aus (14) berechneten Werte von M und N bestimmt; es ist nämlich für den Scheitel $e_0 = \frac{M_0}{H}$, für eine beliebige Fuge $e_m = \frac{M_m}{N_m}$ der im Querschnitt (+ nach unten) gemessene Abstand der Stützlinie von der Bogenachse.

b) Graphisches Verfahren.

Anstatt von der Formänderungsarbeit auszugehen, können wir die Gleichungen, welche die Formänderung eines gekrümmten elastischen Stabes angeben, auch auf folgendem Wege ableiten:

Der Bogen AB (Abb. 14) sei in A durch Einspannung festgehalten, im anderen Ende B jedoch frei. Zwei unendlich nahe Querschnitte CC' des sonst starr gedachten Stabes mögen bei gleichbleibendem Schwerpunktsabstande eine gegenseitige Verdrehung um den sehr kleinen Winkel $d\psi$ erfahren. Dadurch wird infolge Festhaltens des Teiles AC der Bogenteil CB um denselben Winkel verdreht und es gelangt der Schwerpunkt des Endquerschnittes B nach B', wobei $BB' \perp CB$. Wir legen durch B eine

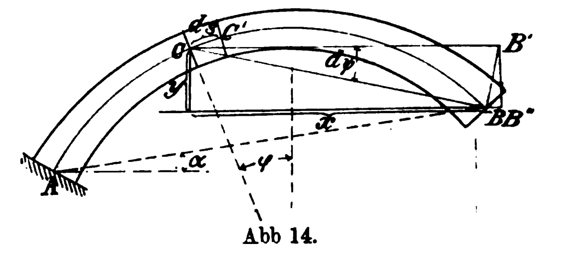


Abb 14.

horizontale Abszissenachse und beziehen den Punkt C der Bogenachse durch die Koordinaten x, y auf den Punkt B als Ursprung. Die lotrechte und wagerechte Ver-

[1]) Zu beachten ist, daß in den vorstehenden Entwicklungen das Vorzeichen von M entgegengesetzt von jenem in Abschnitt 2 und den übrigen Abschnitten angenommen wurde.

schiebung von B berechnet sich dann auf Grund der Ähnlichkeit der Dreiecke $\varDelta BB'B''$ und $\varDelta CBD$ und weil $\overline{BB'} = \overline{CB} \cdot d\psi$ ist, mit

$$B'B'' = x \cdot d\psi \text{ und } BB'' = y \cdot d\psi.$$

Tritt zu der Verdrehung der beiden Querschnitte C, C' auch noch eine Änderung ihres Schwerpunktsabstandes ds dadurch, daß sich das Element ds der Bogenachse um $\varDelta ds$ verkürzt, so erfährt auch B eine zum Bogenstücke CC' parallele Verschiebung von der gleichen Größe, deren Projektionen $\varDelta ds \sin\varphi$ und $\varDelta ds \cos\varphi$ sind. Die Gesamtverschiebung von B wird demnach

$$B'B'' = x \cdot d\psi - \varDelta ds \cdot \sin\varphi$$
$$BB'' = y \cdot d\psi - \varDelta ds \cdot \cos\varphi.$$

Die Formänderung des Bogenelementes CC' sei die Folge eines auf den Querschnitt C wirkenden Momentes M und einer Axialkraft N. Dann bestehen nach der Elastizitätstheorie bei dem Krümmungshalbmesser r der Stabachse die folgenden Beziehungen zwischen den Formänderungen des Elementes und den angreifenden Kräften:

$$\frac{d\psi}{ds} = \frac{M}{EJ} + \frac{N}{EFr}$$

$$\frac{\varDelta ds}{ds} = \frac{N}{EF}$$

Mit diesen Ausdrücken ergeben sich die Verschiebungsgrößen von B, welche entstehen, wenn auf einen einzigen Querschnitt des Stabes eine äußere Kraft wirkt, die ein Moment und eine Axialkraft zur Folge hat und dadurch eine elastische Formänderung des Bogenelementes ds hervorruft. Von der Wirkung der Schubkräfte wird dabei abgesehen. Werden auch die übrigen Querschnitte von Kräften beansprucht und ändern sonach sämtliche Bogenelemente ihre Form, so ergeben sich die resultierenden Gesamtverschiebungen des Kämpfers B durch Summierung der Elementarverschiebungen. Da nun aber der Kämpfer B beim eingespannten Bogen in Wirklichkeit festgehalten ist, so sind seine Verschiebungen gleich Null zu setzen und wir erhalten die beiden Bedingungsgleichungen:

$$\int_A^B \frac{Mx}{EJ} ds + \int_A^B \frac{N}{EF}\left(\frac{x}{r} - \sin\varphi\right) ds = 0 \quad \ldots \ldots \quad (21)$$

$$\int_A^B \frac{My}{EJ} ds + \int_A^B \frac{N}{EF}\left(\frac{y}{r} - \cos\varphi\right) ds = 0 \quad \ldots \ldots \quad (22)$$

Die feste Einspannung des Kämpfers verlangt aber auch noch, daß daselbst die Winkelverdrehung gleich Null ist, und da der Kämpferquerschnitt B sich mit jedem Querschnitt um $d\psi$ dreht, so muß $\int_A^B d\psi = 0$ sein, also

$$\int_A^B \frac{M}{EJ} ds + \int_A^B \frac{N}{EFr} ds = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (23)$$

Die vorstehenden drei Gleichungen wurden für ein durch B gelegtes Achsensystem entwickelt. Sie gelten aber auch für eine beliebige Parallelverschiebung der Achsen, denn setzen wir in den zwei ersten Gleichungen $x = x' + a$ und $y = y' + b$, so fallen die Zusatzglieder wegen Erfüllung der dritten Gleichung wieder hinweg.

In betreff der Form der Bogenachse sei nun die bei praktischen Ausführungen von Gewölben in der Regel erfüllte Annahme gemacht, daß die Halbierungspunkte der zur Kämpferverbindungslinie parallelen Sehnen auf einer lotrechten Geraden liegen.

Wir wählen letztere als Ordinatenachse und legen die Abszissenachse parallel zu AB durch den vorläufig noch willkürlich angenommenen Punkt O (Abb. 15). Die Bogenachspunkte werden durch die horizontal gemessenen Abszissen x und durch die lotrecht bis zur schrägen Abszissenachse gemessenen Ordinaten y auf den Punkt O bezogen. Den beiderseitigen gleich weit von der Ordinatenachse abstehenden Bogenpunkten entsprechen dann die gleichen Ordinaten y. Mit Einführung dieser neuen Koordinaten ist in Gleichung (22) für y zu setzen $y - x \operatorname{tg} \alpha$, wodurch man mit Berücksichtigung der Gleichung (21) erhält:

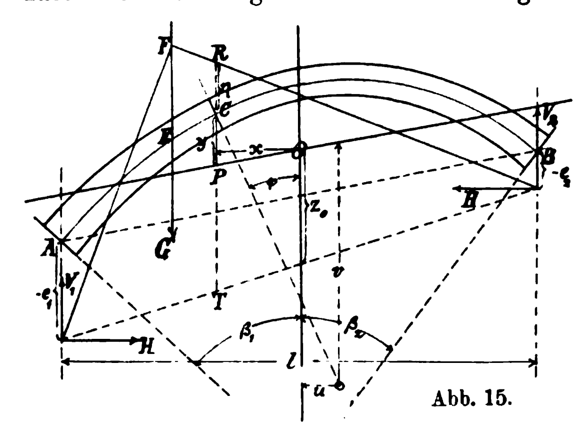


Abb. 15.

$$\left.\begin{aligned} &\int_A^B \frac{My}{EJ}\,ds + \int_A^B \frac{N}{EF}\left(\frac{y}{r} - \frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha}\right) ds = 0 \\ \text{ferner}\quad &\int_A^B \frac{Mx}{EJ}\,ds + \int_A^B \frac{N}{EF}\left(\frac{x}{r} - \sin\varphi\right) ds = 0 \\ &\int_A^B \frac{M}{EJ}\,ds + \int_A^B \frac{N}{EFr}\,ds = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (24)$$

Die N enthaltenden Integrale vorstehender Gleichungen nehmen im Verhältnis zu den von den Biegungsmomenten herrührenden Formänderungsgrößen immer nur sehr kleine Werte an. Man kann deshalb dafür sehr gut Näherungsausdrücke setzen. Sind u und v die Koordinaten des Krümmungsmittelpunktes der Bogenachse, so ist

$$\frac{y}{r} - \frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha} = -\frac{v}{r} \quad \text{und} \quad \frac{x}{r} - \sin\varphi = \frac{u}{r}\,.$$

Ist die Bogenachse als Korbbogen aus Kreisbogenstücken AB_1, B_1B_2, B_2B_3 .. zusammengesetzt, so wird

$$\int_A^B \frac{N}{F}\left(\frac{y}{r} - \frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha}\right) ds = -\frac{v_1}{r_1}\int_A^{B_1} \frac{N}{F}\,ds - \frac{v_2}{r_2}\int_{B_1}^{B_2} \frac{N}{F}\,ds - \ldots$$

$$\int_A^B \frac{N}{F}\left(\frac{x}{r} - \sin\alpha\right) ds = \frac{u_1}{r_1}\int_A^{B_1} \frac{N}{F}\,ds + \frac{u_2}{r_2}\int_{B_1}^{B_2} \frac{N}{F}\,ds + \ldots$$

Man kann hier immer ohne großen Fehler einen Mittelwert von v und r einführen und den Mittelwert von $u = 0$ setzen. Kürzt man überdies durch den konstant angenommenen Elastizitätskoeffizienten E, so gehen die Gleichungen (24) über in

$$\left.\begin{aligned} &\int_A^B \frac{My}{J}\,ds - \frac{v}{r}\int_A^B \frac{N}{F}\,ds = 0 \\ &\int_A^B \frac{Mx}{J}\,ds = 0 \\ &\int_A^B \frac{M}{J}\,ds + \frac{1}{r}\int_A^B \frac{N}{F}\,ds = 0 \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (25)$$

Als äußere Belastung des Bogens nehmen wir eine lotrechte Einzellast G im Punkte E an. Die von G hervorgerufenen Kämpferdrücke zerlegen wir in die Horizontalkraft H und in die lotrechten Auflagerdrücke V_1 und V_2. Dann ist für die Querschnitte

von A bis E . . $N = H\cos\varphi + V_1 \sin\varphi$

von E bis B . . $N = H\cos\varphi - V_2 \sin\varphi$ und

$$\int_B^A \frac{N}{F}\,ds = H\int_B^A \frac{\cos\varphi}{F}\,ds + V_1\int_E^A \frac{\sin\varphi}{F}\,ds - V_2\int_B^E \frac{\sin\varphi}{F}\,ds.$$

Setzt man darin $V_1 = G - V_2$ und berücksichtigt, daß $\int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds$ stets sehr klein, bei zur Ordinatenachse vollkommen symmetrischen Bogen $= 0$ ist, daher das Glied $-V_2 \int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds$ vernachlässigt werden darf, daß ferner $ds \cdot \cos\varphi = dx$ ist, so erhält man

$$\int_B^A \frac{N}{F} ds = H \int_B^A \frac{dx}{F} + G \int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds \quad \ldots \ldots \quad (26)$$

Nennt man η den lotrechten Abstand zwischen Stützlinie (hier Kämpferdruckrichtung) und Bogenachse im Punkte C, so ist das auf diesen Punkt bezogene Moment (s. Abb. 15)

$$M = H \cdot \eta = H(\overline{RT} - \overline{PT} - y) = \mathfrak{M} - H(\overline{PT} + y),$$

wenn unter $\mathfrak{M}$ wieder das Moment für den frei aufliegenden Balkenträger von der Stützweite l verstanden wird. Mit den Bezeichnungen der Abb. 15 ist ferner

$$PT = z_0 + \frac{e_2 - e_1}{l} x,$$

demnach

$$M = \mathfrak{M} - Hy - Hz_0 - H\frac{e_2 - e_1}{l} x.$$

Als Bestimmungsgrößen wählen wir die Kräfte

$$H \text{ und } X_1 = H\frac{e_2 - e_1}{l}$$

ferner das Moment

$$X_2 = Hz_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (27)$$

und haben sonach auch

$$M = \mathfrak{M} - Hy - X_1 x - X_2 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (28)$$

Dieser Ausdruck in die Gleichungen (25) eingesetzt gibt:

$$\int_B^A \frac{\mathfrak{M}y}{J} ds - H\int_B^A \frac{y^2}{J} ds - X_1 \int_B^A \frac{xy}{J} ds - X_2 \int_B^A \frac{y}{J} ds - \frac{v}{r}\left[H\int_B^A \frac{dx}{F} + G\int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds\right] = 0$$

$$\int_B^A \frac{\mathfrak{M}x}{J} ds - H\int_B^A \frac{xy}{J} ds - X_1 \int_B^A \frac{x^2}{J} ds - X_2 \int_B^A \frac{x}{J} ds = 0$$

$$\int_B^A \frac{\mathfrak{M}}{J} ds - H\int_B^A \frac{y}{J} ds - X_1 \int_B^A \frac{x}{J} ds - X_2 \int_B^A \frac{1}{J} ds + \frac{1}{r}\left[H\int_B^A \frac{dx}{F} + G\int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds\right] = 0$$

Bei der angenommenen schiefachsigen Symmetrie des Bogens in dem Sinne, daß je zwei gleichweit um $+x$ und $-x$ von der Ordinatenachse abstehende Punkte gleiches y und gleichen Querschnitt haben, ist $\int_B^A \frac{x}{J} ds = 0$ und $\int_B^A \frac{xy}{J} ds = 0$. Wählt man nun auch die Lage der Abszissenachse so, daß

$$\int_B^A \frac{y}{J} ds = 0 \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (29)$$

ist, so können die obigen Gleichungen unmittelbar nach H, X_1 und X_2 aufgelöst werden und ergeben:

$$H = \frac{\int_B^A \frac{\mathfrak{M}y}{J} ds - \frac{v}{r} G \int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds}{\int_B^A \frac{y^2}{J} ds + \frac{v}{r} \int_B^A \frac{dx}{F}} \quad \ldots \ldots \quad (30)$$

$$X_1 = \frac{\int_B^A \frac{\mathfrak{M}x}{J} ds}{\int_B^A \frac{x^2}{J} ds} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (31)$$

$$X_2 = \frac{\int_B^A \frac{\mathfrak{M}}{J} ds + \frac{1}{r}\left[H\int_B^A \frac{dx}{F} + G\int_B^A \frac{\sin\varphi}{F} ds\right]}{\int_B^A \frac{1}{J} ds} \quad \ldots \quad (32)$$

Die F enthaltenden Glieder in den vorstehenden Ausdrücken werden im Vergleiche zu den vom Trägheitsmoment J abhängigen sehr klein und es liegen insbesondere diese im Zähler von H und X_2 stehenden Glieder bei nicht allzu kleinem Krümmungshalbmesser r immer außerhalb des Genauigkeitsgrades der Rechnung, so daß sie ohne weiteres vernachlässigt werden können. Ist ferner der Querschnitt des Gewölbes in den horizontalen Längen $a_1\, a_2\, ..$ konstant und gleich $F_1\, F_2\, ..$, so ist

$$\int_B^A \frac{dx}{F} = \frac{a_1}{F_1} + \frac{a_2}{F_2} + \ldots = \frac{l}{F_0},$$

wenn F_0 eine mittlere Querschnittsfläche bezeichnet. Wir setzen weiter

$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{J}\frac{ds}{dx} &= \frac{y}{J\cos\varphi} = w \\ \frac{x}{J}\frac{ds}{dx} &= \frac{x}{J\cos\varphi} = w' \\ \frac{1}{J}\frac{ds}{dx} &= \frac{1}{J\cos\varphi} = w'' \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (33)$$

und können nun die Gleichungen (30) bis (32) auch schreiben:

$$H = \frac{\int_A^B \mathfrak{M} w\,dx}{\int_A^B y w\,dx + \frac{v}{r}\frac{l}{F_0}}, \quad X_1 = \frac{\int_A^B \mathfrak{M} w'\,dx}{\int_A^B x w'\,dx}; \quad X_2 = \frac{\int_A^B \mathfrak{M} w''\,dx}{\int_A^B w''\,dx} \quad . \quad (34)$$

Die Momente $\mathfrak{M}$ eines Balkenträgers, der mit der Einzellast G im Punkte E belastet ist, entsprechen den Ordinaten eines Dreieckes $A'FB'$ und dieses ist bekanntlich identisch mit der Einflußlinie des Momentes in E für eine über den Träger bewegte Last G. Man kann daher $\int_A^B \mathfrak{M} w\,dx$ auffassen als das Moment in dem unter E gelegenen Querschnitt eines Balkenträgers von der Stützweite l, der mit w stetig belastet ist. Gleiches gilt bezüglich $\int_A^B \mathfrak{M} w'\,dx$ und $\int_A^B \mathfrak{M} w''\,dx$, wenn als stetige Belastung w' bezw. w'' angenommen wird. Ebenso lassen sich auch die Integralwerte $\int_A^B y w\,dx$ und $\int_A^B x w'\,dx$ als statische Momente darstellen und zwar wird ersterer erhalten, wenn man die Bogenpunkte parallel zu AB mit den Gewichten $w \cdot dx$ belastet und deren Momentensumme in bezug auf die Abszissenachse mit $\sec\alpha$ multipliziert; letzterer, indem man die Summe der Momente der lotrecht wirkenden Gewichte $w' \cdot dx$ in bezug auf die Ordinatenachse bildet. Alle diese Momente können graphisch mit Hilfe von Seillinien bestimmt werden.

Zunächst ist es aber notwendig, die richtige Lage der Abszissenachse zu ermitteln. Für diese wurde in Gleichung (29) die Bedingung aufgestellt: $\int_A^B \frac{y}{J} ds = 0$ oder $\int_A^B y w''\,dx = 0$. Letztere Gleichung besagt, daß die Abszissenachse mit der Schwerlinie der Gewichte $w''dx$ zusammenfällt, die man sich in den Bogenpunkten parallel zu AB wirkend zu denken hat. Man kann hiernach die Lage der Abszissenachse durch Konstruktion bestimmen oder ihren lotrechten Abstand t von der Sehne AB berechnen. Bezeichnet man nämlich die lotrecht gemessenen Höhen der Bogenpunkte über AB mit y', so ist $y = y' - t$, sonach $\int \frac{y'}{J} ds - t \int \frac{ds}{J} = 0$ und

$$t = \frac{\int y' w''\,dx}{\int w''\,dx} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (35)$$

Bei der Durchführung des Verfahrens sind die stetig verteilten Gewichte $w\; w'\; w''$ durch Einzelgewichte, die Integrale sonach durch Summen zu ersetzen. Wir teilen

dazu den Bogen von der Symmetrielinie aus in Stücke von gleicher Abszissenlänge Δx. Die den Teilungspunkten entsprechenden Koordinaten und Querschnittsgrößen werden mit den Indices 0, 1, 2 .. m .. n bezeichnet. Um die Integralwerte mit möglichster Annäherung durch endliche Summenglieder zu erhalten, führen wir als Einzelgewichte in den Bogenpunkten die nach der Simpsonschen Regel gemittelten Werte aus drei benachbarten Punkten ein, setzen also

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{w}_m &= \tfrac{1}{6}(w_{m-1} + 4w_m + w_{m+1}) \\ \mathrm{w}'_m &= \tfrac{1}{6}(w'_{m-1} + 4w'_m + w'_{m+1}) \\ \mathrm{w}''_m &= \tfrac{1}{6}(w''_{m-1} + 4w''_m + w''_{m+1}) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (36)$$

Ist Δx kein aliquoter Teil der halben Spannweite, der letzte Ordinatenabstand vom Kämpfer sohin von Δx verschieden $= \Delta x'$, so ist für die beiden letzten Punkte

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{w}_{n-1} &= \frac{1}{6}(w_{n-2} + 2w_{n-1}) + \frac{1}{6}\frac{\Delta x'}{\Delta x}(2w_{n-1} + w_n) \\ \mathrm{w}_n &= \frac{1}{6}(w_{n-1} + 2w_n)\frac{\Delta x'}{\Delta x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (36\,\mathrm{a})$$

und in entsprechender Weise sind für diese Punkte auch die w′ und w″ zu bilden.[1])

Bei der statischen Untersuchung eines gegebenen Gewölbes berechne man zunächst die w″ und bestimme mit deren Hilfe die Lage der Abszissenachse entweder graphisch (Abb. 16 Kräftepolygon *a*, Seilpolygon *b*) oder durch Rechnung nach Gleichung (35). Nun können die Ordinaten y ermittelt und aus ihnen die w berechnet werden. Zufolge $\int \frac{y}{J} ds = 0$ sollte auch $\Sigma \mathrm{w} = 0$ sein; wegen der endlichen Zahl der Summenglieder kann sich ein kleiner Fehler ergeben, der entsprechend auf die Einzelwerte der w aufzuteilen ist.

Es sind nun die Bogenpunkte mit den Gewichten w und zwar einmal lotrecht und ein andermal parallel zur Abszissenachse zu belasten und dafür die Seilpolygone (*d*) und (*f*) mit Zugrundelegung einer beliebigen Polweite p bezw. $p \cos \alpha$ mit Hilfe der Kräftepolygone (*c*) und (*e*) zu konstruieren. Die Ordinate des ersten Seilpolygons in der Angriffslotrechten der Last G sei ζ, der Abschnitt der ersten und letzten Seilseite des zweiten Seilpolygons auf der Abszissenachse oder einer dazu parallelen Geraden sei $\overline{mm_1} = 2\overline{m_0 m}$. Dann ist der Horizontalschub für eine in E wirkende Last G

$$H = \frac{\zeta}{\overline{mm_1} + c} \cdot G,$$

worin c die kleine Korrektionsgröße $c = \frac{v}{r}\frac{l}{F_0}\frac{1}{p \cdot \Delta x}$ bezeichnet. Wir fügen dieselbe im Längenmaßstabe der Zeichnung an $\overline{mm_1}$ an und wählen die erhaltene Strecke $\overline{mm_2}$ als Maß der Last G. Dann gibt die Ordinate ζ die Größe des Horizontalschubes H und es entspricht die dem Seilpolygon (*d*) umschriebene Kurve seiner Einflußlinie.

Bei der vorausgesetzten Symmetrie des Bogens sind für die gleichliegenden Punkte beider Bogenhälften die Größen w und w″ gleich, die Größen w′ entgegengesetzt gleich groß; es genügt daher die Verzeichnung der halben Seilpolygone.

Denken wir uns die Bogenpunkte mit den Gewichten w′ belastet, so gibt das aus diesen Kräften (*g*) mit beliebiger Polweite konstruierte Seilpolygon (*h*) in den von der Schlußlinie gemessenen Ordinaten ζ' die Momente eines mit diesen Gewichten belasteten Balkenträgers, also den Zähler des Ausdruckes 34 für X; die Gewichte w′ der einen

[1]) Über ein vereinfachtes, angenähertes Verfahren siehe: Dr. Rob. Schönhöfer, „Statische Untersuchung von Bogen- u. Wölbtragwerken unter Anwendung des Verfahrens mit konstanten Bogengrößen". Berlin 1908, W. Ernst & Sohn.



Bogenhälfte sind entgegengesetzt gleich jenen der anderen Bogenhälfte; es ist daher das Moment dieser Kräfte in bezug auf die Ordinatenachse gleich dem doppelten Abschnitte der mittelsten und letzten Seilpolygonseite $= 2\overline{n_0 n}$ und sonach $X_1 = \frac{\zeta'}{2\overline{n_0 n}} \cdot G$.

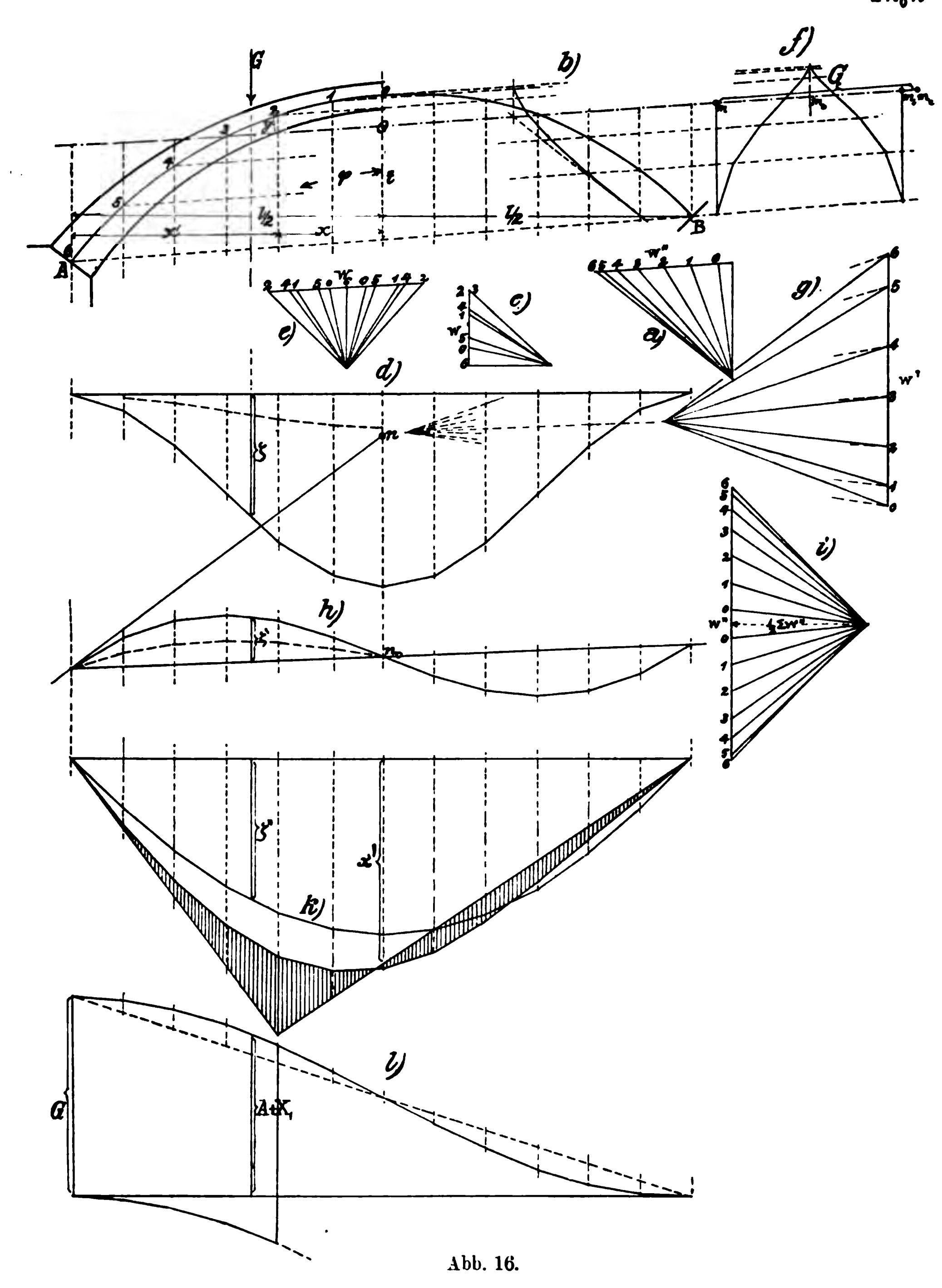


Abb. 16.

Die dem Seilpolygon (*h*) umschriebene Kurve entspricht wieder der Einflußlinie der Größe X_1, wenn die doppelte Strecke $\overline{n n_0}$ als Lastgröße G zugrunde gelegt wird.

Endlich erhält man für lotrechte Wirkung der Gewichte w″ mit Hilfe des Kraftpolygons (*i*) das Seilpolygon (*k*) mit den Ordinaten ζ''. Wählen wir dabei die Polweite $= \frac{1}{2}\Sigma w''$, so ist $X_2 = \frac{1}{2}\zeta'' G$ und es ist die dem Polygon (*k*) umschriebene Kurve die im doppelten Maßstabe der Längen gezeichnete Einflußlinie der Größe X_2.

Mit Hilfe dieser drei Kurven können nun auch die Einflußlinien der Momente und Axialkräfte für jeden Querschnitt des Gewölbebogens ziemlich einfach verzeichnet werden. Nach Gleichung (28) ist

$$M = \mathfrak{M} - Hy - X_1 x - X_2.$$

Wir behalten den Maßstab von X_2, d. i. den doppelten Längenmaßstab, bei und tragen dementsprechend an die Ordinaten ζ'' die im Verhältnis $\frac{2y}{mm_2}$ und $\frac{x}{nn_0}$ reduzierten Ordinaten ζ und ζ' der H- und X_1-Linie an. Letztere erhalten wir am besten durch Umzeichnen der bezüglichen Seilpolygone, indem wir deren Polweiten im Verhältnis $\frac{mm_2}{2y}$ bezw. $\frac{nn_0}{x}$ verändern. Die Ordinaten werden, natürlich mit Berücksichtigung ihres Vorzeichens, mit dem Zirkel summiert und geben die in Abb. 16*k* für den Punkt *2* eingezeichnete Linie. Es erübrigt nur noch, diese summierten Ordinaten von jenen der Einflußlinie des Momentes $\mathfrak{M}$ abzuziehen. Die letztere wird aber in bekannter Weise durch ein Dreieck bestimmt, und unter Zugrundelegung der gleichen Maßstabseinheit (= der doppelten Längeneinheit) ist der Abschnitt der Dreieckseite auf der Mittellotrechten gleich $\frac{l}{2} - x = x'$ zu machen. Die schraffierten Ordinaten geben sonach die Einflußgrößen für das Moment M im Punkte E.

Die Axialkraft im Querschnitte E für eine rechts bezw. links vom Querschnitt gelegene Last ist $N = H\cos\varphi + V_1 \sin\varphi$ bezw. $N = H\cos\varphi - V_2 \sin\varphi$.

Bezeichnet man die Stützendrücke des Balkenträgers mit A und B, so ist

$$V_1 = A + X_1 + H\operatorname{tg}\alpha \quad \text{und} \quad V_2 = B - X_1 - H\operatorname{tg}\alpha,$$

womit

$$N = H\cdot\frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha} + (A + X_1)\sin\varphi$$

$$\text{bezw.} \quad N = H\cdot\frac{\cos(\varphi-\alpha)}{\cos\alpha} - (B - X_1)\sin\varphi.$$

Die Einflußlinien $A + X_1$ bezw. $B - X_1$ sind in Abb. 16, l dargestellt. Mit diesen, in Verbindung mit der H-Linie, können dann auch die Axialkräfte für die anzunehmenden Belastungsfälle berechnet werden, indem man die durch diese Linien gegebenen Einflußwerte mit den in den obigen Gleichungen ausgedrückten Winkelfunktionen des betreffenden Querschnittes multipliziert.

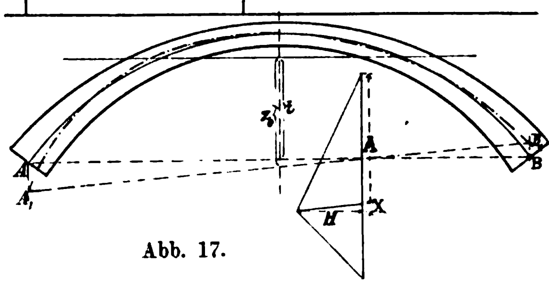


Abb. 17.

Der Ermittelung der größten Randspannungen im Querschnitt wird man wieder jene Belastungsfälle zugrunde legen, welche das Moment M zu einem Maximum oder Minimum machen. Die Spannungen selbst sind nach den im Abschnitt 2 gegebenen Regeln zu berechnen.

Es unterliegt auch keiner Schwierigkeit, mit den Werten H, X_1 und X_2 für einen gegebenen Belastungsfall die Stützlinie zu verzeichnen. Denn mit $z_0 = \frac{X_2}{H}$ bestimmt sich die Lage, mit $\frac{e_2 - e_1}{l} = \frac{X_1}{H}$ die Neigung der Schlußseite $A'B'$ zur Kämpfersehne AB und es ist die Stützlinie als Seilkurve mit der Polweite H zu konstruieren (Abb. 17).

5. Wirkung von Temperaturänderungen oder einer Verschiebung der Widerlager.

Bei einem Dreigelenkbogen ruft eine Änderung in der Temperatur des Bogens keine Kräfte hervor, da die durch die Wärmeausdehnung bewirkte Verlängerung der Bogenachse durch Hebung oder Senkung des Scheitelgelenkes zwanglos vor sich gehen kann.[1]) Ein Gleiches gilt hinsichtlich einer etwaigen Verschiebung der Widerlager. Bei einem gelenklosen Gewölbe aber wird man die Wirkung der Temperatur, unter Umständen auch jene eines Ausweichens der Widerlager in Betracht ziehen müssen, da diese beträchtliche Spannungen zur Folge haben kann.

Durch Temperaturerhöhung entsteht in einem eingespannten oder weniger als drei Gelenke enthaltenden Bogen eine Vergrößerung, durch Temperaturerniedrigung eine Verminderung des Horizontalschubes. Die zur Berechnung dienenden Formeln können aus dem erweiterten Ausdrucke für die Formänderungsarbeit entwickelt werden, welcher für Bogen mit großem Krümmungsradius und mit Außerachtlassung der Schubkräfte lautet:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\int \frac{M^2}{EJ}\,ds + \int \left(\frac{1}{2}\,\frac{N}{EF} - \omega T\right) N ds.$$

Darin bezeichnet T die Temperaturänderung, ω den Ausdehnungskoeffizienten.

Schlagen wir denselben Rechnungsweg ein, wie im vorigen Abschnitte unter a), und bezeichnen die Unbekannten in der lotrechten Fuge mit $M_{o,t}$, H_t und S_t, so lauten die den Gleichungen (15) entsprechenden Bedingungsgleichungen

$$\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial H_t}\Delta s + \Sigma \frac{N}{F}\frac{\partial N}{\partial H_t}\Delta s - E\omega T\,\Sigma \frac{\partial N}{\partial H_t}\Delta s = 0$$

$$\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial S_t}\Delta s + \Sigma \frac{N}{F}\frac{\partial N}{\partial S_t}\Delta s - E\omega T\,\Sigma \frac{\partial N}{\partial S_t}\Delta s = 0$$

$$\Sigma \frac{M}{J}\frac{\partial M}{\partial M_{o,t}}\Delta s = 0.$$

Der Bogen sei gewichtslos und ohne äußere Belastung; dann ist für die m^{te} Fuge im linken und rechten Bogenteile

$$M_m = M_{o,t} - H_t y - S_t x \qquad M'_m = M_0 - H_t y' + S_t x'$$

$$N_m = H_t \cos\varphi - S_t \sin\varphi \qquad N'_m = H \cos\varphi' + S_t \sin\varphi'$$

Die Einsetzung in die obigen Gleichungen ergibt, wenn unter α, β, γ, ... die Koeffizienten der Gleichungen (17) bezw. (16) verstanden werden und wenn der rechte Kämpfer um h höher liegt als der linke:

$$\left.\begin{aligned} \alpha M_{o,t} + \beta H_t + \gamma S_t - E\omega Tl &= 0 \\ \delta M_{o,t} + \gamma H_t + \varepsilon S_t + E\omega Th &= 0 \\ \varphi M_{o,t} + \alpha H_t + \delta S_t &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (37)$$

Für den zum lotrechten Querschnitt symmetrischen Bogen ist γ und $\delta = 0$, ferner $h = 0$; es folgt daher mit Einführung der durch die Gleichungen (19) bestimmten Koeffizienten α, β und φ unter Berücksichtigung, daß diese durch $\frac{1}{3}\Delta s$ gekürzt wurden:

$$H_t = \frac{3}{2}\,\frac{E\omega Tl}{\Delta s}\,\frac{\varphi}{\beta\varphi - \alpha^2} \quad \ldots\ldots \quad (38)$$

$$M_{o,t} = -\frac{\alpha}{\varphi} H_t \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

---

[1]) Allerdings wird eine etwas geänderte Verteilung der Spannungen in den Bogenquerschnitten eintreten, da infolge der geänderten Pfeilhöhe die Stützlinie eine etwas andere Lage zur Bogenachse erhält. Unter Voraussetzung bloß geringer Scheitelbewegungen werden aber diese Spannungsänderungen im allgemeinen nur sehr gering und brauchen nicht berücksichtigt zu werden, wie wir ja auch die durch die Belastung erzeugte Formänderung der Bogenachse bei der Berechnung der Spannungen vernachlässigen.



Die Kräfte, welche durch die Temperaturwirkung hervorgerufen werden, bestehen sonach aus zwei Horizontalkräften H_t, die in dem Abstande

$$\frac{\alpha}{\varphi} = \frac{\Sigma \frac{y}{J} \Delta s}{\Sigma \frac{1}{J} \Delta s}$$

unterhalb des Bogenscheitels angreifen.

Das gleiche Resultat liefert auch die Ableitung, welche dem graphischen Verfahren zugrunde gelegt wurde. Bei Wirkung einer Temperaturänderung ist nämlich den Bestimmungsgleichungen (21) und (22) das Glied $\omega t \int_A^B \sin\varphi\, ds$ bezw. $\omega t \int_A^B \cos\varphi\, ds$ hinzuzufügen. Ist keine äußere Belastung vorhanden und der Bogen in dem früher betrachteten Sinne symmetrisch, so ergibt sich entsprechend den Gleichungen (30) bis (32)

$$H_t = \frac{E\omega Tl}{\int_B^A \frac{y^2}{J} ds + \frac{v}{r} \int_B^A \frac{dx}{F}} \quad . \quad . \quad (40)$$

ferner $X_1 = 0$ $\quad X_2 = 0$

Abb. 18.

oder mit der der graphischen Konstruktion (Abb. 16, f) entnommenen Strecke $\overline{mm_2}$

$$H_t = \frac{E\omega Tl}{\overline{mm_2} \cdot p \cdot \Delta x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (40\text{a})$$

worin p die im Maßstabe der w gemessene Polweite ist und $\overline{mm_2}$ und Δx im Längenmaße der Zeichnung einzusetzen sind.

$X_2 = 0$ und $X_1 = 0$ bedeutet, daß die Stützlinie für bloße Temperaturwirkung mit der Abszissenachse zusammenfällt. Es wirken sonach in Richtung dieser Achse, demnach parallel zur Kämpfersehne, zwei Kräfte $H_t \sec\alpha$.

Eine ganz übereinstimmende Wirkung mit der Temperatur wird durch eine wagerechte Verschiebung der Widerlager hervorgerufen. Denn dadurch, daß die durch Temperaturerhöhung angestrebte Vergrößerung der Stützweite um ωTl nicht eintreten kann, werden die gleichen Kräfte hervorgerufen, als wenn die Widerlager um $\Delta l = \omega Tl$ einander genähert worden wären. Man hat daher in den obigen Formeln für H_t den Zähler $E\omega Tl$ durch $-E \cdot \Delta l$ zu ersetzen, um die Wirkung einer Widerlagerverschiebung nach außen auf die Größe des Horizontalschubes zu erhalten.

Die durch H_t hervorgerufenen Querschnittskräfte sind $M_t = -H_t y$ und $N_t = H_t \cos\varphi$. Die größten Spannungen durch Temperaturwirkung treten im Gewölbescheitel und in den Kämpfern auf.

Der Ausdehnungskoeffizient ω wurde für Stein und Mauerwerk mit 0,000008 bis 0,000013 für 1° C. ermittelt, im Mittel also ungefähr so groß wie der des Eisens. Was die Temperaturschwankungen betrifft, so werden diese bei Steinbauten nicht in der Größe wie bei metallischen Konstruktionen vorkommen. Für unsere klimatischen Verhältnisse wird es immer genügen, der Berechnung der Temperaturwirkung auf Brückengewölbe eine Wärmeschwankung von $T = \pm 20°$ C. zugrunde zu legen. Diese Annahme dürfte bei stärkeren und mit Erdreich überdeckten Gewölben sogar noch eine Einschränkung erfahren können.

6. Wirkung wagerechter Lasten.

Bei Bogendächern ist unter Umständen die schiefe Richtung des Winddruckes zu berücksichtigen. Wir zerlegen die schrägen Kräfte in lotrechte und wagerechte Komponenten (Abb. 19) und haben daher noch den Fall einer wagerechten Belastung des Bogens zu untersuchen. Wir nehmen an, daß der gelenklose, eingespannte Bogen eine lotrechte Symmetrieachse hat und daß seine Kämpfer gleich hoch liegen. Als Unbekannte wollen wir die Scheitelkräfte H, S und M_0 einführen und dasselbe Berechnungsverfahren wie in Abschnitt 4, a zur Anwendung bringen. Wir teilen hiernach den Bogen durch die Querschnitte $1, 2, \ldots n$ in gleichlange Stücke Δs. Im r^{ten} Querschnitt der linken Bogenhälfte greife die horizontale Kraft W an (Abb. 20). Dann gilt

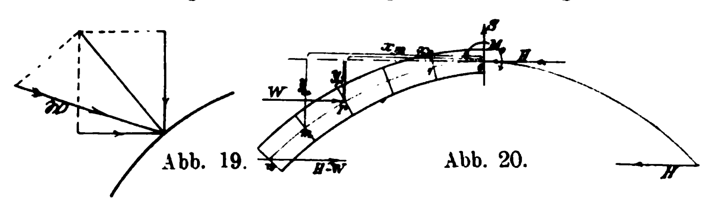


Abb. 19. Abb. 20.

für die linke Bogenhälfte	für die rechte Bogenhälfte
$M_0 = M_0$	$M'_0 = M_0$
$M_1 = M_0 - Hy_1 - Sx_1$	$M'_1 = M_0 - Hy_1 + Sx_1$
. . . .	. . . .
$M_r = M_0 - Hy_r - Sx_r$	
. . . .	. . . .
$M_m = M_0 - Hy_m + W(y_m - y_r) - Sx_m$	$M'_m = M_0 - Hy_m + Sx_m$
. . . .	. . . .
$N_0 = H$	$N_0 = H$
$N_1 = H\cos\varphi_1 - S\sin\varphi_1$	$N'_1 = H\cos\varphi_1 + S\sin\varphi_1$
. . . .	. . . .
$N_r = H\cos\varphi_r - S\sin\varphi_r$	
. . . .	. . . .
$N_m = (H - W)\cos\varphi_m - S\sin\varphi_m$	$N_m = H\cos\varphi_m + S\sin\varphi_m$
. . . .	. . . .

(41)

Die Einsetzung dieser Ausdrücke in das Gleichungssystem (15) liefert, wenn auf die Symmetrie des Bogens Rücksicht genommen wird,

$$\left.\begin{array}{l} \alpha M_0 + \beta H - (\beta_r + \alpha_r y_r) W = 0 \ldots \\ \varphi M_0 + \alpha H - (\alpha_r + \varphi_r y_r) W = 0 \ldots \\ \varepsilon S - (\gamma_r + \delta_r y_r) W = 0 \ldots \end{array}\right\} \ldots \quad (42)$$

Hierin sind die Koeffizienten α, β, φ und ε durch die Gleichungen (19) bestimmt und die übrigen Koeffizienten mit nachstehenden Werten einzusetzen:

$$(43)\left\{\begin{array}{l} \alpha_r = -\frac{1}{2}\left[\frac{y_r}{J_r} + 4\frac{y_{r+1}}{J_{r+1}} + 2\frac{y_{r+2}}{J_{r+2}} + \cdots \frac{y_n}{J_n}\right] \\ \beta_r = \frac{1}{2}\left[\frac{y_r^2}{J_r} + 4\frac{y_{r+1}^2}{J_{r+1}} + 2\frac{y_{r+2}^2}{J_{r+2}} + \cdots \frac{y_n^2}{J_n}\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{\cos^2\varphi_r}{F_r} + 4\frac{\cos^2\varphi_{r+1}}{F_{r+1}} + 2\frac{\cos^2\varphi_{r+2}}{F_{r+2}} + \cdots \frac{\cos^2\varphi_n}{F_n}\right] \\ \varphi_r = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{J_r} + 4\frac{1}{J_{r+1}} + 2\frac{1}{J_{r+2}} + \cdots \frac{1}{J_n}\right] \\ \gamma_r = \frac{1}{2}\left[\frac{x_r y_r}{J_r} + 4\frac{x_{r+1}y_{r+1}}{J_{r+1}} + 2\frac{x_{r+2}y_{r+2}}{J_{r+2}} + \cdots \frac{x_n y_n}{J_n}\right] \\ \qquad - \frac{1}{2}\left[\frac{\sin\varphi_r\cos\varphi_r}{F_r} + 4\frac{\sin\varphi_{r+1}\cos\varphi_{r+1}}{F_{r+1}} + 2\frac{\sin\varphi_{r+2}\cos\varphi_{r+2}}{F_{r+2}} + \cdots \frac{\sin\varphi_n\cos\varphi_n}{F_n}\right] \\ \delta_r = -\frac{1}{2}\left[\frac{x_r}{J_r} + 4\frac{x_{r+1}}{J_{r+2}} + 2\frac{x_{r+2}}{J_{r+3}} + \cdots \frac{x_n}{J_n}\right]. \end{array}\right.$$

Für eine im Scheitel angreifende Kraft W ist $\alpha_r = \frac{1}{2}\alpha$, $\beta_r = \frac{1}{2}\beta$, somit $H = \frac{1}{2} W$ und $M_0 = 0$, $S = \frac{\gamma_0}{\varepsilon} W$ und die beiden Kämpfermomente $M_n = - M_n^1 = \frac{1}{2}(Wf - Sl)$.

7. Näherungsberechnung des eingespannten Gewölbes.

Zunächst ist auf eine interessante Eigenschaft der Stützlinie aufmerksam zu machen. Läßt man in der dritten der Gleichungen (25) das die Axialkraft enthaltende, immer nur sehr kleine und in der Berechnung zu vernachlässigende Glied weg, so ergibt sich

$$\int_A^B \frac{M}{J} ds = \int_A^B \frac{M}{J\cos\varphi} dx = 0.$$

Berücksichtigen wir ferner, daß $M = H \cdot \eta$, wo η die lotrecht gemessene Entfernung zwischen Stützlinie und Bogenachse ist, so erhalten wir

$$\int_A^B \frac{\eta}{J\cos\varphi} dx = 0$$

und wenn schließlich $J\cos\varphi$ konstant angenommen wird:

$$\int_A^B \eta\, dx = 0.$$

Bei konstanter Vertikalprojektion des Querschnitts-Trägheitsmomentes gleichen sich sonach die Flächen zwischen Bogenachse und Stützlinie aus.

Diese Eigenschaft ermöglicht bis zu einem gewissen Grade eine Kontrolle für die richtige Bestimmung der Stützlinie. Wenn auch die Trägheitsmomente $J\cos\varphi$ nicht genau konstant sind, sondern in der Regel gegen die Kämpfer hin zunehmen, so läßt sich der Ausgleich der auf ein konstantes $J\cos\varphi$ reduzierten Flächen doch einschätzen und man wird beispielsweise eine Stützlinie, die ganz oberhalb oder unterhalb der Bogenachse verlaufen würde, sofort als unrichtig erkennen.

Bei flachen Segmentbogen von nicht sehr großer Spannweite kann die Bogenachse angenähert als Parabel und das mit $\cos\varphi$ multiplizierte Trägheitsmoment des Querschnittes $J' = J\cos\varphi$ konstant angenommen werden. Unter dieser Voraussetzung liegt die Abszissenachse der Abb. 15 im Abstande $t = \frac{1}{l}\int^l y' dx = \frac{2}{3} f$ (wenn f die Pfeilhöhe des Bogens) über der Kämpfersehne. Damit ergibt sich weiter

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} y^2 dx = \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} f^2 \left(\frac{1}{3} - 4\frac{x^2}{l^2}\right)^2 dx = \frac{4}{45} f^2 l$$

und für eine volle gleichmäßige Belastung mit p auf die Längeneinheit

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \mathfrak{M} y\, dx = \frac{1}{8} p \int_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} (l^2 - 4x^2) f \left(\frac{1}{3} - \frac{4x^2}{l^2}\right) dx = \frac{1}{90} p l^3 f,$$

somit nach Formel (30) mit Vernachlässigung des zweiten Zählergliedes und mit dem für flache Bogen sehr nahen Werte $\frac{v}{r} = 1$

$$H = \frac{1}{8} \frac{pl^2}{f} \frac{1}{1 + \frac{45}{4} \frac{J'}{F_0 f^2}} = \frac{1}{8} \frac{pl^2}{f'} \quad \ldots \ldots \ldots (44)$$

Die Pfeilhöhe der Stützlinie für gleichmäßige Vollbelastung beträgt sonach

$$f' = f\left(1 + \frac{45}{4}\frac{J'}{F_0 f^2}\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (45)$$

und es liegt mit Rücksicht auf den früher bewiesenen Satz über den Flächenausgleich zwischen Stützlinie und Bogenachse, die Stützlinie im Gewölbescheitel um $\frac{1}{3}(f'-f)$ $= \frac{15}{4}\frac{J'}{F_0 f}$ über, in den Kämpfern um $\frac{2}{3}(f'-f) = \frac{15}{2}\frac{J'}{F_0 f}$ unter der Bogenachse. Ist die Gewölbestärke im Scheitel $= d$ und das Gewölbe aus einheitlichem Baustoffe, so kann für diese Maße annähernd $\frac{5}{16}\frac{d^2}{f}$ und $\frac{5}{8}\frac{d^2}{f}$ gesetzt werden.

Diese Pfeilhöhe und Lage der Stützlinie kann man näherungsweise auch dann noch als richtig gelten lassen, wenn die Belastung nicht vollkommen gleichmäßig verteilt ist, sondern wie es beim Eigengewichte überschütteter, flacher Gewölbe der Fall ist, gegen die Kämpfer hier etwas zunimmt.

Ist die Gewölbestärke an den Kämpfern wesentlich größer als im Scheitel, so rückt die Stützlinie etwas tiefer, da dann der negative Flächenteil zwischen Stützlinie und Bogenachse größer sein muß als der positive, über der Achse gelegene Flächenteil. Man kann aber immer bei dieser Näherungsbestimmung die Durchgangspunkte der Stützlinie in den Kämpfern und im Scheitel für gleichmäßige Belastung und bei flachen Bogen auch für die Eigengewichtsbelastung auf diese Art einschätzen und das Gewölbe für diesen Belastungsfall dann wie einen Dreigelenkbogen behandeln (Abb. 21).

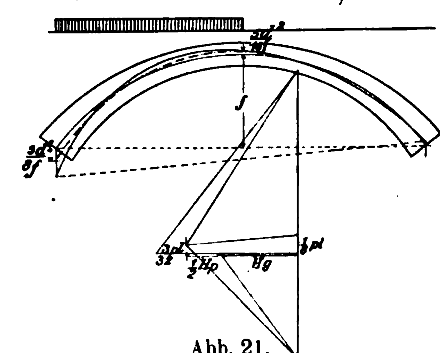


Abb. 21.

Hat man auf diese Art die Eigengewichtswirkung H_g ermittelt, so wäre die weitere Untersuchung für eine halbseitige, gleichmäßige Belastung mit p auf die Längeneinheit wie folgt durchzuführen:

Der Horizontalschub ist $H = H_g + \frac{1}{2}H_p = H_g + \frac{1}{16}p\frac{l^2}{f}$.

Ferner ist nach Gleichung (31) bei konstantem $J' = J\cos\varphi$

$$X_1 = \frac{\int\limits_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} \mathfrak{M} x\,dx}{\int\limits_{-\frac{l}{2}}^{+\frac{l}{2}} x^2\,dx} = \frac{1}{32}pl \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (46)$$

Wäre der Bogen gelenkig gelagert, so würde auf den rechten Kämpfer B von der halbseitigen Belastung ein Vertikaldruck $\frac{1}{8}pl$ entfallen. Infolge der Einspannung vermindert sich letzterer um X_1, beträgt sonach $(\frac{1}{8} - \frac{1}{32})pl = \frac{3}{32}pl$. Der Pol zur Verzeichnung des Stützlinienpolygons der halbseitigen Belastung ist sonach um $\frac{3}{32}pl$ über der Pollinie $0_1 0_2$ anzunehmen. Da der Durchgangspunkt der Stützlinie im Bogenscheitel unverändert bleibt, so ist die Konstruktion der Stützlinie damit gegeben.

Bei Vollbelastung mit p auf die Längeneinheit wird der Horizontalschub $H_g + \frac{1}{8}\frac{pl^2}{f}$ und es berechnen sich die Momente näherungsweise

$$\left.\begin{aligned} &\text{im Scheitel } \left(H_g + \frac{1}{8}\frac{pl^2}{f'}\right)\cdot\frac{1}{3}(f'-f) \\ &\text{im Kämpfer } -\left(H_g + \frac{1}{8}\frac{pl^2}{f'}\right)\cdot\frac{2}{3}(f'-f) \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (47)$$

Für die halbseitige Belastung werden die Näherungsausdrücke für das Moment

$$\left.\begin{aligned} &\text{im Kämpfer der belasteten Seite } M = -\frac{1}{64}pl^2 - \left(H_g + \frac{1}{16}\frac{pl^2}{f'}\right)\frac{2}{3}(f'-f) \\ &\text{in der Mitte ,, ,, ,, } M = \frac{9}{1024}pl^2 \end{aligned}\right\} (48)$$

Diese Näherungsregeln sind aber für Gewölbe mit größerem Stichverhältnis als etwa $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{8}$, deren Form von der Parabel stärker abweicht oder deren Querschnitt am Kämpfer sehr verstärkt ist, nicht mehr anwendbar.

Der Horizontalschub infolge Temperaturwirkung wurde oben durch Gleichung (40) bestimmt. Ersetzt man darin den Nenner durch den für flache Bogen mit konstantem Querschnitte geltenden Näherungswert $\frac{4}{45}\frac{ff'l}{J'}$, so wird

$$H_t = \frac{45}{4}\frac{E\omega TJ'}{ff'}$$

und das auf den Scheitelquerschnitt wirkende Moment $H_t\cdot\frac{1}{3}f = \frac{15}{4}\frac{E\omega T\cdot J'}{f'}$. Die durch die Temperatur hervorgerufenen Spannungen im Gewölbescheitel werden sonach angenähert

$$\sigma_t = \frac{15}{16}E\omega T\frac{d^2}{ff'}\left[1 \pm 2\frac{f}{d}\right]$$

und im Kämpfer

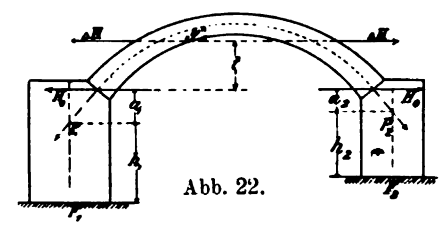
$$\sigma_t = \frac{15}{16}E\omega T\frac{d^2}{ff'}\left[1 \pm 4\frac{f}{d}\right].$$

Hierin kann auf kg und cm bezogen $E\omega T = 25$ gesetzt werden.

8. Wirkung elastisch nachgiebiger Widerlager und Pfeiler.

Hohe Widerlager oder Zwischenpfeiler von Gewölben können durch den Gewölbeschub eine wagerechte Ausbiegung erfahren, was eine Vergrößerung der Stützweite und dadurch eine Änderung der in dem Gewölbe auftretenden Kräfte zur Folge hat. Hierüber läßt sich die folgende Näherungsberechnung anstellen.

Der Horizontalschub des Gewölbes bei vollkommen unverschieblichen Widerlagern sei H_0; durch die Ausbiegung der Pfeiler verändert sich derselbe im $H = H_0 + \Delta H$, wobei ΔH in der durch Gleichung (35) bestimmten Höhe t über der Kämpfersehne angreift und bei Vergrößerung der Stützweite um Δl durch $\Delta H = -\frac{E\cdot\Delta l}{C}$ bestimmt ist. C bezeichnet darin den Nenner des Ausdruckes (40) oder (40a). Wegen der Kleinheit von ΔH wird die Richtung und Lage des Kämpferdrucks zu den Pfeilern nur wenig verändert und es seien P_1 und P_2 die Schnittpunkte der Kämpferdrücke mit den Schwerachsen des Widerlagers (Abb. 22). Diese Punkte liegen um a_1 bezw. a_2 unter den Kämpfern und haben die Höhe h_1 bezw. h_2 über den als unverdrehbar angenommenen Basisflächen F_1 und F_2. Der Querschnitt der Widerlagspfeiler in der Breite des betrachteten Gewölbestreifens habe das konstant angenommene


Abb. 22.

Trägheitsmoment J_1 bezw. J_2 und für das Pfeilermauerwerk gelte der Elastizitätskoeffizient E_1.

Dann ist die Ausbiegung des linken Widerlagers in Kämpferhöhe $\Delta l' = \frac{h_1^3}{3E_1J_1}\frac{h_1+a_1}{h_1}\cdot H$, jene des rechten Widerlagers $\Delta l'' = \frac{h_2^3}{3E_1J_2}\frac{h_2+a_2}{h_2}\cdot H$ und es folgt aus $\Delta l = \Delta l' + \Delta l'' = -\frac{C}{E}\Delta H = -\frac{C}{E}(H - H_0)$ und mit Einführung der abkürzenden Bezeichnung

$$\alpha = \frac{1}{3}\frac{E}{E_1}\frac{1}{C}\left(\frac{h_1^2(h_1+a_1)}{J_1} + \frac{h_2^2(h_2+a_2)}{J_2}\right) \quad \ldots \ldots \quad (49)$$

$$H = \frac{1}{1+\alpha}H_0 \qquad \Delta H = -\frac{\alpha}{1+\alpha}H_0 \quad \ldots \ldots \quad (50)$$

Die für unnachgiebige Stützen berechneten Momente in den Gewölbequerschnitten verändern sich um $-\Delta H_0\cdot y$, die Axialkräfte um $\Delta H\cos\varphi$. Hiermit können auch die auftretenden Zusatzspannungen im Gewölbe berechnet werden.

Wird der Gewölbeschub durch ein die Kämpfer verbindendes elastisches Band (Schließe) vom Querschnitt F_1 und dem Elastizitätskoeffizienten E_1 aufgenommen, so ändert sich der Horizontalschub in

$$H = \frac{C}{C + \frac{El}{E_1F_1}}H_0.$$

In ähnlicher Weise kann auch die Aufgabe behandelt werden, bei einer Bogenstellung mit mehreren Öffnungen auf schlanken Zwischenpfeilern den Einfluß einer Ausbiegung dieser Pfeiler zu untersuchen. Es sei in den drei Bogen (Abb. 23) für einen bestimmten Belastungsfall der Horizontalschub und die Stützlinie unter der Annahme unverschieblicher Kämpfer bestimmt worden. Derselbe sei in den beiden äußeren, als gleich und gleich belastet angenommenen Bogen H_0', im mittleren Bogen H_0.

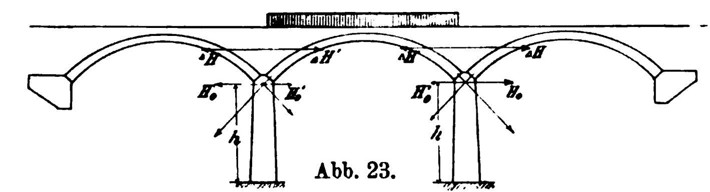


Abb. 23.

Der Schnitt der Kämpferdruckrichtungen wird bei gleich hoch gelegenen Kämpfern sehr nahe in die Pfeilerachse fallen. Die Höhe dieses Schnittpunktes über der als unverdrehbar angenommenen Pfeilerbasis sei h. Wir führen ferner für diese Pfeiler ein konstantes oder mittleres Trägheitsmoment J_1 und den Elastizitätskoeffizienten E_1 ein und nehmen die Endwiderlager der äußeren Bogen als vollkommen fest an. Durch die Ausbiegung der Zwischenpfeiler ändert sich der Schub des mittleren Bogens in

$$H = H_0 + \Delta H,$$

der eines äußeren Bogens in $\quad H' = H_0' + \Delta H',$

und zwar ist bei der Ausbiegung Δs eines Pfeilers

$$\Delta H = -2\frac{E\cdot\Delta s}{C} \text{ und } \Delta H' = +\frac{E\cdot\Delta s}{C'}.$$

Hierin sind C und C' die bewußten Bogenfunktionen

$$C = \int_0^l \frac{y^2ds}{J} + \frac{v}{r}\int_0^l \frac{dx}{F} \text{ und } C' = \int_0^{l'} \frac{y^2ds}{J'} + \frac{v'}{r'}\int_0^{l'} \frac{dx}{F'}.$$

Es ist nun $\Delta s = \frac{1}{3}(H - H')\frac{h^3}{E_1J_1} = \frac{1}{3}(H_0 - H_0' + \Delta H - \Delta H')\frac{h^3}{E_1J_1}$, woraus mit Einsetzung von ΔH und $\Delta H'$ folgt

$$\Delta s = \frac{\frac{h^3}{3 E_1 J_1}}{1 + \left(\frac{2}{C} + \frac{1}{C'}\right) \frac{E h^3}{3 E_1 J_1}} (H_o - H_o')$$

mithin

$$\Delta H = - \frac{\frac{2}{3} \frac{E h^3}{E_1 J_1 C}}{1 + \left(\frac{2}{C} + \frac{1}{C'}\right) \frac{E h^3}{3 E_1 J_1}} (H_o - H_o') \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (51)$$

$$\Delta H' = + \frac{\frac{1}{3} \frac{E h^3}{E_1 J_1 C'}}{1 + \left(\frac{2}{C} + \frac{1}{C'}\right) \frac{E h^3}{3 E_1 J_1}} (H_o - H_o') \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (52)$$

Der Angriff dieser Kräfte ΔH und $\Delta H'$ kann in der um t bezw. t' über der Kämpfersehne gelegenen Achse angenommen werden, wonach sich die Zusatzmomente und Spannungen in den Gewölben berechnen lassen. Ihr Größtwert wird für den Belastungsfall erhalten, für welchen sich der größte Unterschied der Horizontalschübe H_o und H_o' herausstellt.

9. Das Gewölbe als Zwei- und Eingelenkbogen.

Werden an den Kämpfern eines Gewölbebogens, nicht aber auch im Scheitel, Gelenkfugen angeordnet und dadurch zwei Punkte für den Durchgang der Stützlinie festgelegt, so ist nur noch eine einfache statische Unbestimmtheit vorhanden, da hier die Stützlinie sofort gegeben ist, sobald beispielsweise die Größe des Horizontalschubes bekannt ist. Die zu dessen Ermittelung dienenden Gleichungen sind wieder aus der Formänderung abzuleiten und man erhält ähnlich wie im Abschnitt 4, b

$$H = \frac{\int_0^l \frac{\mathfrak{M} y}{J} ds}{\int_0^l \frac{y^2}{J} ds + \frac{v}{r} \int_0^l \frac{dx}{F}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (53)$$

wobei nun aber die Abszissenachse in die Kämpfersehne zu legen ist und die Ordinaten y auf diese zu beziehen sind. Die graphische Bestimmung von H ist mit dieser Abänderung, aber sonst in übereinstimmender Weise wie für den eingespannten Bogen durchzuführen.

Wir unterlassen es jedoch auf den Fall des Zweigelenkbogens näher einzugehen, weil dieser bei Gewölben sehr selten Anwendung finden wird. Denn hinsichtlich des Einflusses der Temperatur oder der sonstigen Zusatzkräfte, die durch Verschieben der Kämpfer oder axiale Kompression des Bogens hervorgerufen werden, verhält sich der Zweigelenkbogen, wenigstens was die Beanspruchungen im Gewölbescheitel betrifft, nicht günstiger als der gelenklose Bogen, so daß die Mehrkosten der Gelenkanordnung kein entsprechendes Äquivalent in dem Freihalten des Gewölbes von diesen Zusatzkräften finden.

Dagegen kann es unter Umständen nicht unpassend erscheinen, bloß im Scheitel ein Gelenk anzubringen, nämlich dann, wenn bei sehr beschränkter Konstruktionshöhe die Gewölbestärke daselbst auf ein Minimum gebracht werden soll, während andererseits die Möglichkeit einer kräftigen Verstärkung in den Kämpfern gegeben ist.

Der so entstehende Eingelenkbogen ist zweifach statisch unbestimmt, da ein Durchgangspunkt der Stützlinie durch das Gelenk festgelegt ist. Führt man die Komponenten H und S der Scheitelgelenkkraft als Unbekannte ein, so können zu deren

Bestimmung die Gleichungen (16a) und (16b) unmittelbar benutzt werden, wenn darin $M=0$ gesetzt wird. Ist das Gewölbe zum Scheitel symmetrisch, so erhält man aus der ersten und dritten der Gleichungen (18)

$$\left.\begin{aligned} H &= -\frac{A_1}{\beta} \\ S &= -\frac{A_2}{\varepsilon} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (54)$$

Darin sind A_1 und A_2 durch die Gleichungen (20), β und ε durch die Gleichungen (19) bestimmt.

Wirkt auf den symmetrischen Bogen bloß eine Einzellast G im Abstande a vom Scheitel, so ist mit einer kleinen Vernachlässigung bezw. Ungenauigkeit in den von der Axialkraft herrührenden Gliedern

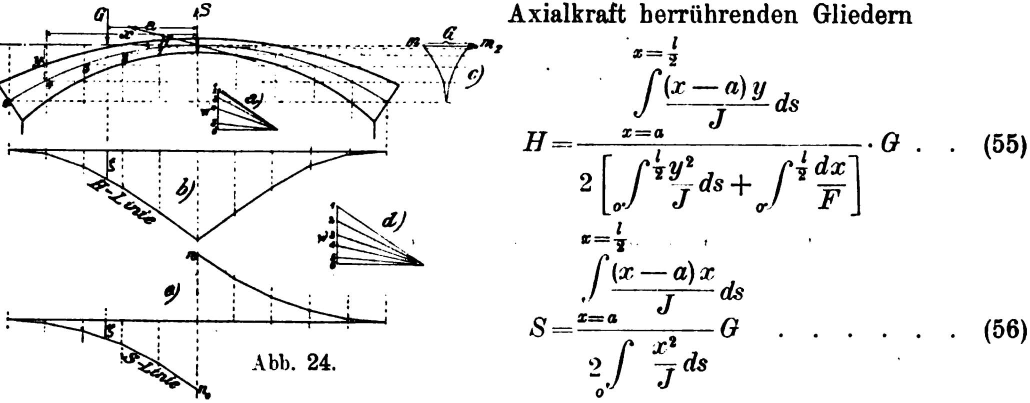


Abb. 24.

$$H = \frac{\int\limits_{x=a}^{x=\frac{l}{2}} \frac{(x-a)\,y}{J}\,ds}{2\left[\int\limits_0^{\frac{l}{2}} \frac{y^2}{J}\,ds + \int\limits_0^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{F}\right]} \cdot G \quad . \; . \quad (55)$$

$$S = \frac{\int\limits_{x=a}^{x=\frac{l}{2}} \frac{(x-a)\,x}{J}\,ds}{2\int\limits_0 \frac{x^2}{J}\,ds}\,G \quad \ldots\ldots \quad (56)$$

Die bestimmten Integrale in vorstehenden Gleichungen lassen sich wieder als statische Momente von Gewichten $w = \frac{y}{J}\frac{ds}{dx}$

und $w' = \frac{x}{J}\frac{dx}{ds}$,

mit denen die Bogenpunkte belastet werden, auffassen. Für die lotrechte Wirkung der Gewichte w (bezw. der aus ihnen nach (36) abzuleitenden Einzelgewichte w) wurde das Seilpolygon Abb. 24, b, für deren wagerechte Wirkung das Seilpolygon Abb. 24, c konstruiert; letzteres bestimmt durch seinen Abschnitt auf der Abszissenachse, vermehrt um die kleine Strecke $\frac{2}{p \cdot \Delta x} \cdot \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{F}$, den Nenner von H. Wird die Strecke $\overline{m\,m_1}$ als Lastgröße G angenommen, so gibt die unter dem Lastangriffe gemessene Ordinate des Seilpolygons Abb. 24, b den Horizontalschub. Ebenso gibt das aus dem Gewichte w' (bezw. w′) konstruierte Seilpolygon in der unter der Last gelegenen Ordinate die Größe von S, wenn als Lastgröße G die Strecke $\overline{n\,n_0}$ gesetzt wird. Die Linien Abb. 24b und 24e sind daher die Einflußlinien von H und S. Die Vertikalkraft im linken Kämpfer ist für eine in der linken Bogenhälfte liegende Last $= G - S$, für eine Last in der rechten Bogenhälfte $= S$.

Damit sind dann auch die Momente und Axialkräfte in den einzelnen Bogenquerschnitten, unter Umständen deren Einflußlinien zu bestimmen.

Der Horizontalschub infolge Temperaturänderung wird

$$H_t = \frac{E\,\omega\,T\,l}{2\left[\int\limits_0^{\frac{l}{2}} \frac{y^2}{J}\,ds + \int\limits_0^{\frac{l}{2}} \frac{dx}{F}\right]} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

Derselbe greift im Scheitelgelenk an.

10. Näherungsregeln für die Bestimmung der günstigsten Gewölbeform.

Für den Dreigelenkbogen wurde oben nachgewiesen, daß die Mittellage der Stützlinie einer Vollbelastung mit der halben Verkehrslast entspricht. Es gilt dies näherungsweise auch für den gelenklosen Bogen und es wäre demnach allgemein daran festzuhalten, daß die Form der Bogenachse der Stützlinie für diesen Belastungsfall möglichst anzupassen ist, um das Gewölbe unter Einhaltung der zulässigen Beanspruchung mit der kleinsten Stärke ausführen zu können.

Die Ermittelung dieser mit der Bogenachse zusammenfallenden oder ihr möglichst nahe kommenden Stützlinie ist jedoch eine Aufgabe, die sich direkt nicht lösen läßt, da das Eigengewicht des Gewölbes und der von ihm gestützten Konstruktion selbst wieder von seiner Form abhängt. Man ist daher auf Näherungsverfahren angewiesen und ist ein solches am eingehendsten von Tolkmitt[1]) entwickelt worden, dessen Ergebnisse wir nachstehend anführen.

Unter der Annahme, daß die auf das spezifische Gewicht γ des Wölbmaterials reduzierte Überschüttung u durch eine horizontale Gerade abgeglichen ist und daß die zufällige Belastung durch eine Steinschicht von der Höhe $\frac{1}{2}\frac{p}{\gamma}$ dargestellt wird, setzt Tolkmitt die Belastungshöhe im Gewölbescheitel $z_0 = d_0 + u\frac{\gamma_1}{\gamma} + \frac{1}{2}\frac{p}{\gamma}$ und rechnet damit

$$\alpha = \frac{z_0}{f} + \frac{1}{8} + \frac{8 d_0 z_0}{l^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (58)$$

Der Horizontalschub ist dann angenähert

$$H = \frac{l^2}{16}\left[\alpha + \sqrt{\alpha^2 + \frac{32 d_0 z_0}{l^2}}\right]\cdot\gamma \quad \ldots\ldots\ldots (59)$$

Mit dem aus diesem Werte folgenden Parameter m

$$m = \frac{8 H z_0}{H + 8 d_0 z_0} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (60)$$

berechnen sich die Ordinaten der Bogenleibung (Abb. 25)

$$y = \frac{m x^2}{\frac{l^2}{4}\frac{f+m}{f} - x^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (61)$$

Für die praktische Anwendung ist es aber ziemlich überflüssig, die Bogenform nach diesen Näherungsregeln punktweise festzulegen, da man dadurch ja doch nicht die genaue Stützlinienform des Gewölbes erhält, namentlich wenn die Auflasten, wie es in Wirklichkeit meist der Fall sein wird, nicht der gemachten Annahme entsprechen. Man wird sich deshalb mit einer vereinfachten Berechnung der günstigsten Bogenform behelfen können und es wird meist genügen, bloß einen Punkt der Bogenachse, im Viertel der Spannweite, und den Krümmungsradius ϱ_0 im Scheitel festzulegen.

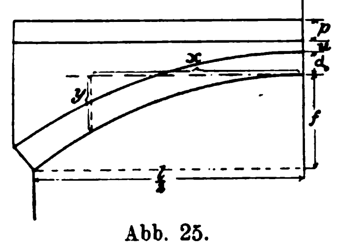


Abb. 25.

Dazu stellen wir die folgende Betrachtung an:

Wir nehmen die in Frage kommende Belastung (Eigengewicht des Gewölbes samt seiner Überschüttung g, vermehrt um die halbe Verkehrslast p) so verteilt an, daß die Belastungskurve (siehe Abb. 26), deren Ordinaten an jeder Stelle die gesamte Belastung f. d. Flächeneinheit darstellen, durch eine Parabel ersetzt werden kann, deren Achse

[1]) Siehe G. Tolkmitt, Leitfaden für das Entwerfen usw. gewölbter Brücken, 2. Aufl. Berlin 1902, Wih. Ernst & Sohn, S. 16 bis 22.

in die Symmetrieachse des Bogens fällt. Dieses Verteilungsgesetz wird einer annähernd wagerecht begrenzten vollen Überschüttung des Gewölbes entsprechen, wenigstens für nicht zu große Stichverhältnisse, da alsdann auch die Bogenform nicht viel von einer Parabel abweichen wird. — Es bezeichne

q_0 die Belastung für die Flächeneinheit im Scheitel $(g_0 + \frac{1}{2}p)$,

q_1 „ „ „ „ „ an den Kämpfern $(g_1 + \frac{1}{2}p)$.

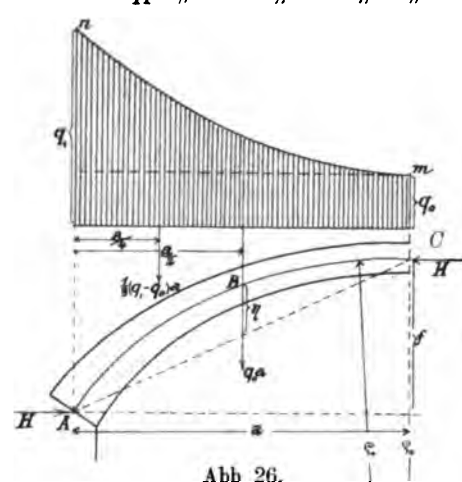


Abb 26.

Wir wollen ein vollkommenes Zusammenfallen der Stützlinie dieser Belastung mit der Gewölbeachse voraussetzen, also annehmen, daß die Stützlinie auch durch die Mitten der Scheitel- und Kämpferfugen hindurchgeht. (Nebenbei bemerkt, ist diese Bedingung nur bei einem Gelenkbogen erreichbar, bei einem gelenklosen Gewölbe verschiebt sich die Stützlinie infolge der durch die Axialkräfte bewirkten Verkürzung der Bogenachse im Scheitel immer etwas nach oben, in den Kämpfern nach abwärts.)

Die Belastung des halben Gewölbes besteht aus dem Teile $q_0 a$ mit der Mittelkraft im Abstande $\frac{a}{2}$ vom Kämpfer und aus dem Teile $\frac{1}{3}(q_1 - q_0)a$ mit der Mittelkraft im Abstande $\frac{a}{4}$. Die Horizontalkraft berechnet sich aus der Gleichsetzung der Momente für den Punkt $A \ldots Hf = \frac{1}{2} q_0 a^2 + \frac{1}{3}(q_1 - q_0) a \frac{a}{4}$ mit

$$H = \frac{1}{12}(5 q_0 + q_1)\frac{a^2}{f}.$$

Soll ferner B in der Bogenachse ein Punkt der Stützlinie sein, so muß sein lotrechter Abstand η von der Sehne AC der mit H als Polweite bestimmten Seilpolygonordinate der Lasten für die Stützweite a entsprechen. Es ist also $H\eta =$ dem Momente des gleich belasteten Balkenträgers von der Stützweite a.

Das Moment des rechten Stützendruckes in bezug auf B ist

$$\left[\frac{1}{2} q_0 a + \frac{1}{12}(q_1 - q_0) a\right]\frac{a}{2},$$

das Moment der Last zwischen C und B in bezug auf B ist

$$\left[\frac{1}{2} q_0 a \cdot \frac{a}{4} + \frac{1}{24}(q_1 - q_0)\, a \cdot \frac{a}{8}\right],$$

mithin das Gesamtmoment

$$M = \frac{1}{8} q_0 a^2 + \frac{1}{192}(q_1 - q_0) a^2 = H \cdot \eta.$$

Wird hierin der oben berechnete Ausdruck für H eingesetzt, so ergibt sich

$$\eta = \frac{17 q_0 + 7 q_1}{16(5 q_0 + q_1)} \cdot f \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (62)$$

Zufolge der unten nachgewiesenen Beziehung (Gleichung 65) ist bei dem Scheitelkrümmungsradius ϱ_0 der Stützlinie: $H = q_0 \varrho_0$, demnach unter Gleichsetzung mit dem obigen Ausdrucke für $H = \frac{1}{48}(5 q_0 + q_1)\frac{l^2}{f}$

$$\varrho_0 = \frac{1}{6}\left(5 + \frac{q_1}{q_0}\right)\frac{l^2}{8f} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (63)$$

Setzt man mit Einführung einer reduzierten Pfeilhöhe $f' \ldots \varrho_0 = \frac{1}{8}\frac{l^2}{f'}$, so bestimmt sich diese aus

$$f' = \frac{6\,q_0}{5\,q_0 + q_1} f \quad \ldots \ldots \ldots \quad (64)$$

Damit ist der Scheitelkrümmungsradius ϱ_0 und die Pfeilhöhe η des halben Bogens bestimmt und reicht dies aus, um für die Bogenachse eine Näherungsform als Korbbogen annehmen zu können.

Wäre die Belastung eine ganz gleichmäßige, also $q_1 = q_0$, so ergäbe sich $\eta = \frac{1}{4} f$, was einer Parabel entspricht. Mit zunehmender Verschiedenheit der Lasten q_0 und q_1 im Scheitel und am Kämpfer vergrößert sich die dem Bogen zu gebende Sehnenhöhe; die Bogenachse nähert sich dem Kreisbogen und geht in den Korbbogen mit gegen die Kämpfer zunehmender Krümmung über.

Ist ein Gewölbe mit gegebener Lage der Kämpfer und des Scheitels zu entwerfen, so wird man zunächst die Gewölbestärke nach den im folgenden Paragraphen angegebenen Formeln berechnen, damit die Belastungen q_0 und q_1 erhalten und nach obiger Gleichung (62) die Größe η berechnen können. Für die nun festgelegte Bogenform konstruiere oder rechne man unter genauerer Ermittelung der Eigenlasten die bei Vollbelastung mit $\frac{1}{2} p$ auftretende Stützlinie, wobei deren Durchgangspunkte im Scheitel und in den Kämpfern, wenn es sich nicht um einen Dreigelenkbogen handelt, nach den Näherungsregeln für den eingespannten Bogen angenommen werden können. Zeigt diese Stützlinie größere Abweichungen von der Form der angenommenen Bogenachse, was dann der Fall sein kann, wenn nicht volle Überschüttung, sondern Pfeilerkonstruktion über dem Gewölbe zur Ausführung kommt, so verbessere man die Bogenachse nach dieser Stützlinie und gehe dann an die Durchführung der genauen statischen Untersuchung.

11. Die Gewölbestärke.

Es sei CE (Abb. 27) die einer stetigen Belastung q entsprechende Stützlinie. Im Abstande ξ vom Scheitel C ist die lotrechte Komponente der in Richtung der Stützlinie wirkenden Kraft $V = \int_0^\xi q\,d\xi$, die horizontale Komponente $= H$, der Richtungswinkel der Tangente an die Stützlinie daher $\operatorname{tg}\alpha = \frac{d\eta}{d\xi} = \frac{V}{H} = \frac{1}{H}\int_0^\xi q\,d\xi$. Durch Differenziation ergibt sich hieraus $\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{q}{H}$. Bei dem Krümmungsradius ϱ der Stützlinie im Punkte E ist ferner $\frac{d^2\eta}{d\xi^2} = \frac{1}{\varrho}\sec^3\varphi$, demnach $H = q\varrho \cdot \frac{1}{\sec^3\varphi}$.

Sind für den Scheitel die bezüglichen Größen q_0 und ϱ_0, so ist

$$H = q_0\,\varrho_0 \quad \ldots \ldots \ldots \quad (65)$$

H erreicht seinen größten Wert bei Vollbelastung des Gewölbes. Ist p die zum Ersatz der Verkehrs- oder Nutzlast eingeführte gleichmäßig verteilte Belastung, g_0 die Eigengewichtslast im Scheitel des Gewölbes, so ist dann $H = (g_0 + p)\,\varrho_0$ und es bezeichnet ϱ_0 den Scheitelkrümmungsradius der Stützlinie für Vollbelastung. Macht man die allerdings nicht genau erfüllte, aber für die Zwecke der weiteren Untersuchung zulässige Annahme, daß diese Stützlinie mit der Bogenachse zusammenfällt, so kann in der obigen Formel für ϱ_0 auch der Krümmungsradius der Bogenachse im Scheitel gesetzt werden.

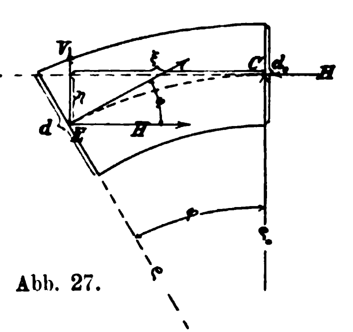


Abb. 27.

Ist r_0 der Krümmungsradius der inneren Bogenleibung, so wäre bei einer gleichmäßigen Stärke d_0 des Gewölbes $r_0 = \varrho_0 - \frac{d_0}{2}$. Man wird aber in der Regel die Gewölbestärke vom Scheitel gegen die Kämpfer stetig zunehmen lassen. Wäre die Vollbelastung für sämtliche Querschnitte allein maßgebend, so müßte, um eine gleiche Druckbeanspruchung in allen Querschnitten zu erzielen, die Bogenstärke $d = d_0 \sec\varphi$ gemacht werden. Diese, unter Umständen auch eine noch größere, Stärkenzunahme wird bei einem Gewölbe von größerer Spannweite immer zur Ausführung gebracht und es ist dann $\varrho_0 > r_0 + \frac{d_0}{2}$. Für eine durch $d = d_0 \sec\varrho$ ausgedrückte Stärkenzunahme ergibt sich $\varrho_0 = r_0 + d_0$ und sonach $H = q_0\varrho_0 = q_0(r_0 + d_0)$.

Bezeichnet:

s_0 die Inanspruchnahme im Scheitelquerschnitt bei gleichmäßiger Druckverteilung,
$F_0 = d_0 \cdot 1$ den Scheitelquerschnitt des Gewölbes,
γ das Einheitsgewicht des Gewölbemauerwerkes,
γ_1 „ „ der Überschüttung,
u die Überschüttungshöhe über dem Gewölbescheitel,
p die gleichmäßig verteilte Ersatz-Nutzlast,

so ist
$$H = d_0 s_0 = (\gamma d_0 + \gamma_1 u + p)\varrho_0 = (\gamma d_0 + \gamma_1 u + p)(r_0 + d_0),$$
woraus
$$d_0 = \frac{(\gamma_1 u + p)\varrho_0}{s_0 - \gamma\varrho_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (66)$$
oder
$$d_0 = \frac{(\gamma_1 u + p) r_0}{s_0 - \gamma r_0 - q_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (66\text{a})$$

Werden sämtliche Größen auf das Meter und die Tonne als Einheit bezogen, so sind für γ und γ_1 die spezifischen Gewichte der betreffenden Baustoffe einzusetzen, nämlich für

Bruchsteinmauerwerk	2,0 bis 2,5
Quadergewölbe aus mittelhartem Sandstein oder Kalkstein	2,2 „ 2,4
„ „ dichtem „ „ „	2,5 „ 2,6
„ „ Granit	2,7
Ziegelgewölbe	1,8 „ 2,0
Betongewölbe	2,2 „ 2,4
Eisenbetongewölbe	2,4 „ 2,5

Bei Anwendung der Formel (66a) genügt es, zur Bestimmung von q_0 im Nenner die Gewölbestärke erst schätzungsweise oder nach empirischen Formeln einzusetzen.

Für Gewölbe aus Eisenbeton ist für F_0 der auf Beton reduzierte Querschnitt $F_b + n F_e'$ einzuführen. Bezeichnet α die Armierungsziffer für den Scheitelquerschnitt in Prozenten $\alpha = 100\frac{F_e}{F_b}$, so ist mit $n = 15$ die Bogenstärke im Scheitel
$$d_0 = \frac{(\gamma_1 u + p)\varrho_0}{(1 + 0{,}15\,\alpha)s_0 - \gamma\varrho_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67)$$
oder falls (bei steifen Eiseneinlagen) ein Teil g_0' des Eigengewichtes unmittelbar vom Eisen getragen wird und $q_0' = q_0 - g_0'$ ist,
$$d_0 = \frac{q_0'\varrho_0}{(1 + 0{,}15\,\alpha)s_0} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (67\text{a})$$

Über die Größe der für gewölbte Brücken anzunehmenden Belastung p ist das Folgende zu bemerken. Die übliche Ziffer für Belastung durch Menschengedränge (400 bis 460 kg/m²) ist nur bei Fußgängerbrücken eine ausreichende Annahme. Bei Wagenverkehr ist die dafür zu setzende gleichmäßig verteilte Last so zu bemessen,

daß sie der Wirkung der Achsdrücke des Wagenzuges möglichst gleichwertig ist. Es kann dabei auf eine gewisse Verteilung der Achsdrücke durch die Überschüttung oder Übermauerung gerechnet werden, so daß mit zunehmender Höhe der Überschüttung diese Ersatzlasten kleiner gewählt werden können. Auch wird ähnlich den Balkenbrücken mit wachsender Spannweite eine Verminderung der anzunehmenden gleichmäßig verteilten Ersatzlast eintreten können.

Diesen Gesichtspunkten entsprechen etwa die nachstehenden empirischen Regeln für die Annahme der Last p in t/m²:

Straßenbrücken für sehr schweres Fuhrwerk $p = \left(0,5 + \frac{20}{l}\right)\frac{1+u}{0,2+3u}$

„ „ schweres Fuhrwerk . . $p = \left(0,5 + \frac{10}{l}\right)\frac{1+u}{0,2+3u}$

„ „ leichtes Fuhrwerk . . $p = \left(0,5 + \frac{4}{l}\right)\frac{1+u}{0,2+3u}$ . . (68)

Eisenbahnbrücken . . . . $p = \left(5 + \frac{30}{l}\right)\frac{1+u}{2,5+4u}$

Hierin ist l die Spannweite, u die Überschüttungshöhe im Scheitel in Meter.

Diese Größe der Verkehrslast kann auch der statischen Berechnung der Spannungen im Gewölbe zugrunde gelegt werden. Verläßlichere Resultate wird man allerdings erhalten, wenn insbesondere bei Straßenbrücken die wirklichen Achsdrücke der Wagen oder Straßenwalzen als Einzellasten eingeführt werden, wobei jedoch auf eine entsprechende Druckverteilung durch die Überschüttung und den Zusammenhang des Gewölbes Rücksicht genommen werden kann.

Es handelt sich nun noch in den oben aufgestellten Formeln für die Gewölbestärke d_0 um die Wahl von s_0. Es wäre nicht richtig, dafür die größte zulässige Druckinanspruchnahme des Gewölbemauerwerkes einzuführen, da, abgesehen davon, daß auch im Scheitel des gelenklosen Gewölbes die vorausgesetzte gleichförmige Druckverteilung nicht eintritt, bei dieser Annahme in den übrigen Querschnitten, wo die Stützlinie bei einseitiger Belastung stärker von der Mittellinie des Bogens abweicht, sich Kantenpressungen herausstellen würden, welche die zulässige Inanspruchnahme beträchtlich übersteigen. Man hat daher s_0 mit einem solchen Werte einzuführen, daß auch beim größten Ausweichen der Stützlinie die größte auftretende Kantenpressung noch innerhalb der zulässigen Materialinanspruchnahme bleibt.

Wir wollen ein nach der Stützlinie (für Vollbelastung mit $\frac{1}{2}p$) geformtes Gewölbe voraussetzen und näherungsweise die halbseitige Belastung mit p als jene annehmen, bei der die Stützlinie am weitesten von der Bogenachse abweicht. Es entsteht dann, von dem Momente in dem kräftiger zu verstärkenden Kämpfer abgesehen, das größte Moment in ungefähr $^1/_4$ der Spannweite und zwar nach (48)

$$M = \frac{9}{1024}\,p l^2 = \text{rund } \frac{1}{100}\,p l^2.$$

Ist q_0 die Gesamtbelastung (Eigengewicht g_0 + Verkehrslast p) im Scheitel, so ist der Horizontalschub für Vollbelastung $H = q_0\,\varrho_0$,
für halbseitige Belastung $H_1 = (q_0 - \frac{1}{2}p)\,\varrho_0$
und bei der Bogenstärke $d_1 = d_0 \sec\varphi$ des unter dem Winkel φ geneigten Querschnittes die daselbst auftretende größte Druckspannung

$$s = \frac{H_1 \sec\varphi}{d_0 \sec\varphi} + \frac{6}{100}\,\frac{p l^2}{d_0^2}\cos^2\varphi.$$

Setzt man $H_1 = \frac{q_0 - \frac{1}{2}p}{q_0} H = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0}\right) d_0 s_0$, so wird $s = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0}\right) s_0 + \frac{6}{100}\frac{p l^2}{H d_0} s_0 \cos^2\varphi$

und mit dem Näherungswerte $H = \frac{1}{8}\frac{q_0 l^2}{f}$

$$s = \left[1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0} + \frac{48}{100}\cos^2\varphi \frac{p}{q_0}\frac{f'}{d_0}\right] s_0,$$

woraus mit einer zulässigen Abrundung der Zahlenkoeffizienten

$$s_0 = \frac{1}{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0} - 1\right)\frac{p}{q_0}} \cdot s \quad \ldots \ldots \ldots \quad (69)$$

Für f' ist die nach (64) zu berechnende, reduzierte Pfeilhöhe einzusetzen.

Die hiernach berechnete Größe der mittleren Scheiteldruckspannung s_0 ist in die obigen Formeln zur Berechnung der Scheitelstärke d_0 einzuführen. Macht man diese Substitution und löst nach d_0 auf, so erhält man

$$d_0 = \frac{1}{2}\frac{\varrho_0}{s}(q_0 - \tfrac{1}{2}p)\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 p f' s}{(q_0 - \frac{1}{2}p)^2 \varrho_0}}\right] \quad \ldots \ldots \quad (70)$$

Bei den Gewölben aus Mauerwerk oder nicht armiertem Stampfbeton handelt es sich aber nicht bloß darum, daß die Grenze der zulässigen Druckinanspruchnahme eingehalten wird, sondern es dürfen auch keine unzulässigen Zugspannungen auftreten. Zieht man bei einem gelenklosen Gewölbe bloß die Wirkung der Belastung ohne Temperaturwirkung in Betracht, so sollen Zugspannungen im Gewölbemauerwerk überhaupt nicht vorkommen, da sonst das geringe zulässige Maß derselben durch das Hinzutreten der Temperaturspannungen sicher überschritten werden würde. Man wird demnach an der Bedingung festhalten, daß die Stützlinie im mittleren Drittel der Gewölbestärke bleiben muß.

Für die halbseitige Belastung des oben behandelten Gewölbes ist der größte lotrechte Abstand der Stützlinie von der Bogenachse angenähert $\eta = \frac{1}{100}\frac{p l^2}{H_1}$, der Abstand in der Querschnittsrichtung $e = \frac{1}{100}\frac{p l^2}{H_1}\cos\varphi$. Soll die Stützlinie nicht aus dem mittleren Querschnittsdrittel heraustreten, so muß

$$e = \frac{1}{100}\frac{p l^2}{H_1}\cos\varphi < \frac{d_1}{6} \text{ und mit } d_1 = d_0 \sec\varphi \text{ und } H_1 = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0}\right) H = \left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0}\right) d_0 s_0$$

$$\frac{1}{100}\frac{p}{\left(1 - \frac{1}{2}\frac{p}{q_0}\right) d_0 s_0}\cos\varphi < \frac{d_0}{6}\sec\varphi, \text{ woraus mit } \cos\varphi = 1 \text{ folgt:}$$

$$d_0 > 0 \cdot 245\, l \sqrt{\frac{p q_0}{(q_0 - \frac{1}{2}p) s_0}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (71)$$

Diese Beziehung bestimmt das Minimum der Scheitelstärke eines gelenklosen Gewölbes, in welchem durch die Belastung keine Zugspannungen hervorgerufen werden.

Für die zulässige größte Druckinanspruchnahme s des Gewölbemauerwerks können etwa folgende Werte angenommen und in den Formeln zur Berechnung der Gewölbestärke eingesetzt werden:

	s in t/m²
für Mauerwerk aus hartgebrannten Ziegeln in Portlandzementmörtel	150 bis 200
für Bruchsteingewölbe aus mittelfesten Steinen in Portlandzementmörtel	250 „ 300
desgleichen aus sehr festen Steinen	300 „ 400
für Quadergewölbe aus Granit	500 „ 600
für Gewölbe aus Stampfbeton (Mischung 1 : 3)	350 „ 400

Für weitgespannte Gewölbe, beziehungsweise für solche mit großem Krümmungshalbmesser ϱ_0 und mit großer Eigenlast ist in der Regel die Druckbeanspruchung maßgebend und es wird die erforderliche Gewölbestärke durch die Gleichung (70) bestimmt. Kleinere, unter großer Verkehrslast stehende Gewölbe können jedoch mit Rücksicht auf die Vermeidung von Zugspannungen nach Gleichung (71) eine größere Stärke verlangen. Bei diesen Gewölben wird dann die Druckfestigkeit des Baustoffes nicht ausgenutzt.[1])

Es ist noch zu beachten, daß die obigen Formeln für die Gewölbestärke unter der Voraussetzung einer der Mittellage der Stützlinie angepaßten Gewölbeform abgeleitet wurden. Ist diese Voraussetzung nicht erfüllt, so hat eine entsprechende Vergrößerung der Gewölbestärke einzutreten. Die Berücksichtigung der Temperaturwirkung wird insbesondere eine Verstärkung an den Kämpfern erfordern. Über die Notwendigkeit solcher Verstärkungen wird die genauere statische Untersuchung Aufschluß geben.

Bei einem Gewölbe mit Scheitel- und Kämpfergelenken kann zur Bestimmung der Scheitelstärke wieder die Formel (64) bezw. (65) in Anwendung gebracht werden, nur darf hier für s_0 ein der zulässigen Druck-Inanspruchnahme s nahekommender Wert eingesetzt werden, vorausgesetzt, daß in den meist beanspruchten Querschnitten in den Gewölbeschenkeln die Stärke genügend vergrößert wird, um daselbst bei Mauerwerks- oder nicht armierten Betongewölben das Auftreten von Zugspannungen auszuschließen. Wird die Form der Bogenachse nach der Mittellage der Stützlinie (für Vollbelastung mit $\frac{1}{2}p$) bestimmt, so weicht die Stützlinie für halbseitige Belastung im Viertel der Spannweite um $\eta = \frac{\frac{1}{64}pl^2}{H_1}$ von der Bogenachse in lotrechter Richtung ab. Damit daselbst keine Zugspannungen auftreten, muß hier die Gewölbestärke

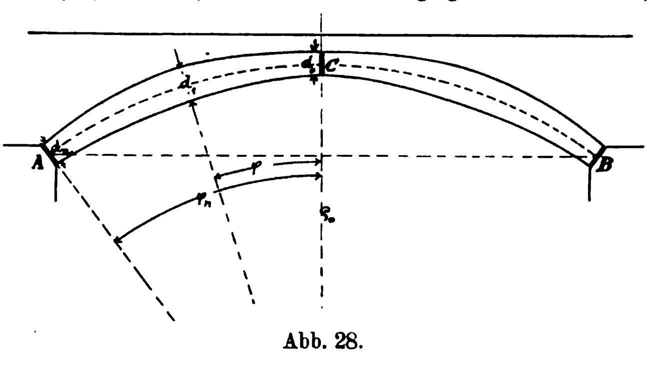


Abb. 28.

$$d_1 = 6\eta \cdot \cos\varphi = \frac{3}{32}\frac{pl^2}{H_1}\cos\varphi$$

sein oder, da bei dem Krümmungsradius ϱ_0 der Bogenachse im Scheitel $H_1 = (q_0 - \frac{1}{2}p)\varrho_0$ ist, so folgt

$$d_1 = \frac{3}{32} \cdot \frac{p}{q_0 - \frac{1}{2}p} \cdot \frac{l^2}{\varrho_0}\cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (72)$$

mit dem Näherungswerte $\varrho_0 = \frac{1}{8}\frac{l^2}{f'}$ auch

$$d_1 = \frac{3}{4} \cdot \frac{p}{q_0 - \frac{1}{2}p} f' \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (73)$$

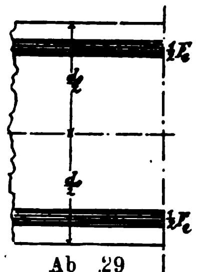
Hierin ist wieder f' nach Gleichung (64) einzuführen. Im Kämpfer genügt die Stärke $d_n = d_0 \sec\varphi_n$. Das Gewölbe erhält dementsprechend die größte Stärke in der Regel in der Mitte des Gewölbeschenkels (Abb. 28). Bei Eisenbetongewölben fällt die Forderung des Ausschlusses der Zugspannungen weg, es kann daher für diese eine beträchtlich geringere Stärke im Gewölbeschenkel ausreichen.

[1]) Fr. Engesser, Über weitgespannte Wölbbrücken. Zeitschrift f. Arch. u. Ing. 1907, Heft 4.

12. Näherungsregeln für die Stärke der Eisenbetonbogen und deren Armierung.

Wir nehmen eine symmetrische doppelte Armierung an und es sei für 1 m Gewölbebreite der Querschnitt der Eiseneinlagen bei der Scheitelstärke d_0 des Gewölbes $F_e = \frac{\alpha}{100} d_0$. Es ist sonach α die Armierungsziffer in Prozenten.

Handelt es sich um ein **gelenkloses Gewölbe**, so berechne man zunächst mit einer möglichst richtig geschätzten Annahme von d_0 die Belastung q_0 im Gewölbescheitel aus



Ab .29

$$q_0 = \gamma d_0 + \gamma_1 u + p.$$

Setzt man $$d_0\left(1 + \frac{15}{100}\alpha\right) = d_0',$$

so folgt aus $d_0' s_0 = q_0 \varrho_0$ und nach (69) $s_0 = \dfrac{q_0}{q_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right)p} \cdot s$,

$$d_0' = \frac{\varrho_0}{s}\left[q_0 + \frac{1}{2}p\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right)\right].$$

Dies gibt nach d_0' aufgelöst die mit (70) übereinstimmende Gleichung:

$$d_0' = \frac{1}{2}\frac{\varrho_0}{s}(q_0 - \tfrac{1}{2}p)\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2pf's}{(q_0 - \frac{1}{2}p)^2 \cdot \varrho_0}}\right] \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (74)$$

Hierin ist s die zulässige Beton-Druckspannung. Mit d_0' folgt aber bei der angenommenen Scheitelstärke d_0 die notwendige Armierungsziffer

$$\alpha = \frac{100}{15}\left(\frac{d_0'}{d_0} - 1\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (75)$$

Es ist nun noch zu prüfen, ob die so berechnete Armierungsziffer auch für die Aufnahme der Zugspannungen ausreicht. Dabei wird vorausgesetzt, daß das Gewölbe mit konstanter oder nur etwa im Verhältnis von $\sec\varphi$ gegen die Kämpfer zunehmender Stärke ausgeführt wird. Bei halbseitiger Belastung wurde für den Querschnitt ungefähr im Viertel der Spannweite die Druckspannung im oberen Querschnittsrande annähernd berechnet mit

$$s = \left[q_0 + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right)p\right]\frac{s_0}{q_0}$$

und in ähnlicher Weise findet man für die Zugspannung im unteren Querschnittsrande

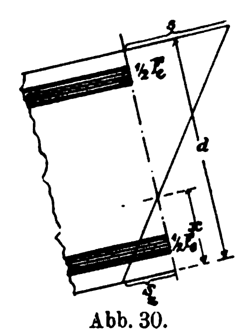


Abb. 30.

$$-s_Z = \left[\frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} + 1\right)p - q_0\right]\frac{s_0}{q_0}.$$

Die Zugzone des Betons hat demnach eine Breite

$$x = \frac{s_Z}{s + s_Z}d = \frac{\frac{p}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} + 1\right) - q_0}{pf'}d_0'd$$

und der ganze aufzunehmende Zug wird

$$Z = \frac{1}{2}X \cdot s_Z = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} + 1\right)p - q_0\right]^2 \frac{d_0' d s_0}{p q_0 f'}.$$

Wird nun angenommen, daß der Beton selbst gar keine Zugspannungen aufnimmt, vielmehr der Zugwiderstand gänzlich vom Eisen geleistet werden muß, und wird dabei allerdings nicht ganz zutreffend die im Eisen auftretende Zugkraft $= Z$ gesetzt, demnach bei der zulässigen Eisenzugspannung s_e auch $Z = \frac{1}{2}F_e s_e = \frac{1}{2}\frac{\alpha}{100}d_0 s_e$, so ergibt sich

$$\alpha = 100\left[\left(\frac{f'}{d_0'} + 1\right)\frac{p}{2} - q_0\right]^2 \frac{\varrho_0}{pf's_e}\sec\varphi \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (76)$$

In der Regel wird aber diese zweite Bedingung, wenn nicht eine sehr hohe Verkehrslast zu berücksichtigen ist, kleinere Werte der Armierungsziffer liefern als die erste nach Gleichung (75).

Dabei ist auf die Spannungen im Kämpfer, die durch Belastung und Temperaturwirkung auftreten, keine Rücksicht genommen worden. Diese werden in den meisten Fällen daselbst eine größere Verstärkung als nach der Regel $d_0 \sec\varphi$ verlangen.

Ist das Gewölbe nach der richtigen Drucklinienform gebildet, so werden die auftretenden Zugspannungen nur gering. Da aber auch die größte Druckspannung in der Eisenarmierung höchstens das 15fache der Betondruckspannung, d. i. 450 bis 500 kg/cm² betragen kann, so sieht man, daß eine volle Ausnutzung der Eisenfestigkeit in den gewöhnlich armierten Betongewölben nicht zu erreichen ist. Dies wird jedoch dann möglich, wenn bei Anwendung steifer Eiseneinlagen (System Melan) durch Anhängung des Lehrgerüstes an die Eisenbogen ein Teil des Eigengewichtes der Wölbung unmittelbar auf die Eisenbogen gebracht und in diesen dadurch eine gewisse Anfangsspannung hervorgerufen wird.

Ist g_0' dieser Teil des Eigengewichtes, so ist die auf die Verbundkonstruktion wirkende Scheitellast $q_0' = q_0 - g_0'$ und es berechnet sich zunächst wieder d_0' aus Gleichung (74), wenn darin q_0' für q_0 gesetzt wird. Die Stärke der Armierung ergibt sich dann aus folgender Rechnung:

Die Belastung mit g_0' erzeugt in den Eisenbogen eine Druckspannung s_e', die, wenn man auch für diese Belastung die Stützlinie nahe mit der Bogenachse zusammenfallend annimmt, sich aus $s_e' = \frac{g_0' \varrho_0}{F_e} = 100 \frac{g_0' \varrho_0}{\alpha d_0}$ berechnet. Hierzu kommt noch die maximale Druckspannung im Eisen als einem Teile des Verbundkörpers. Diese wird höchstens gleich der 15fachen Betondruckspannung s, sonach $s_e'' = 15 s$. Die Gesamtdruckspannung im Eisen ergibt sich demnach mit

$$s_e = s_e' + s_e'' = 100 \frac{g_0' \varrho_0}{\alpha d_0} + 15 s.$$

Nun besteht aber auch die Beziehung $q_0' \varrho_0 = s_0 d_0' = s_0 \left(1 + \frac{15}{100} \alpha\right) d_0$, demnach $\frac{\varrho_0}{d_0} = \frac{s_0 \left(1 + \frac{15}{100} \alpha\right)}{q_0'}$ und da nach (69) $s_0 = \frac{q_0'}{q_0' + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right) p} s$ ist, so folgt $\frac{\varrho_0}{d_0} = \frac{\left(1 + \frac{15}{100}\alpha\right) s}{q_0' + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right) p}$.

Damit ist $s_e = \left[15 + \frac{100}{\alpha} \frac{\left(1 + \frac{15}{100}\alpha\right) g_0'}{q_0' + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right) p}\right] s.$

Die Auflösung nach α gibt

$$\alpha = \frac{100 g_0'}{\left(\frac{s_e}{s} - 15\right)\left[q_0' + \frac{1}{2}\left(\frac{f'}{d_0'} - 1\right) p\right] - 15 g_0'} \quad \ldots \ldots \quad (77)$$

Mit α ergibt sich die Scheitelstärke des Gewölbes aus

$$d_0 = \frac{d_0'}{1 + \frac{15}{100}\alpha} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (78)$$

Wir zeigen nachstehend die Anwendung dieser Formeln an einem Beispiele.

Es ist ein Gewölbe mit $l = 38$ m Stützweite und $f = 6$ m Pfeilhöhe für eine Verkehrslast von $p = 1{,}0$ t/m² zu entwerfen. Die Höhe der Überschüttung im Scheitel sei 30 cm, an den Kämpfern 5,5 m. Nimmt man eine Gewölbestärke im Scheitel von $d_0 = 60$ cm an, so wird die Scheitellast $q_0 = 0{,}6 \cdot 2{,}5 + 0{,}3 \cdot 1{,}8 + 1{,}0 =$ rund 3,0 t/m², die Belastung im Kämpfer rund $q_1 = 12{,}6$ t/m².

Der Krümmungsradius der Bogenachse im Scheitel ist sonach angenähert nach (63) $\varrho_0 = \frac{1}{6}\left(5 + \frac{12{,}6}{3}\right) \cdot \frac{38^2}{8 \cdot 6} = 46$ m, die reduzierte Pfeilhöhe $f' = \frac{6{,}3}{5 \cdot 3 + 12{,}6} \cdot 6 = 4{,}0$ m.

Setzt man die Druckinanspruchnahme des Betons mit $s = 300$ t/m² fest, so ergibt sich nach Formel (74)

$$d_0' = \frac{1}{2}\,\frac{46}{300}\,2{,}5\left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 4 \cdot 300}{(2{,}5)^2\,46}}\right) = 0{,}805 \text{ m}$$

und unter Beibehaltung der Scheitelgewölbestärke $d_0 = 0{,}60$ m wird die Armierungsziffer nach (75)

$$\alpha = \frac{100}{15}\left(\frac{0{,}805}{0{,}60} - 1\right) = 2{,}28\ \%,$$

die notwendige Querschnittsfläche der Armierung für 1 m Gewölbebreite sonach

$$F_e = 2{,}28 \cdot 60 = 137 \text{ cm}^2.$$

Mit Rücksicht auf die Zugspannungen im Gewölbeschenkel würde sich nach Formel (76) bei einer Zuginanspruchnahme des Eisens von $s_e = 7000$ t/m² eine Armierung ergeben:

$$\alpha = 100\left[\left(\frac{4}{0{,}805} + 1\right)\frac{1}{2} - 3{,}0\right]^2 \cdot \frac{46}{47{,}000} \sin\varphi = 0;$$

d. h. es treten in diesem Gewölbe, wenn die Betondruckspannung nicht höher als 30 kg/cm² gewählt wird, vom Kämpfer abgesehen, überhaupt keine Zugspannungen auf, so daß nur die Druckspannungen für die Stärkenbemessung des Gewölbes und der Armierung maßgebend sind.

Wird dieses Gewölbe mit steifen Eiseneinlagen ausgeführt und an letztere ein Teil $g_0' = 0{,}5$ t des Gewölbegewichtes angehängt, so berechnet sich zunächst wieder mit $q_0' = q_0 - g_0' = 2{,}5$ t und $q_1' = q_1 - g_0' = 12{,}1$ t nach (64) $\varrho_0 = 49$ m und $f' = 3{,}66$ m. Damit liefert Formel (74)

$$d_0' = \frac{1}{2}\,\frac{49}{300}\,2\left[1 + \sqrt{1 + \frac{2 \cdot 3{,}66 \cdot 300}{4 \cdot 49}}\right] = 0{,}734 \text{ m}$$

und es berechnet sich nach Formel (77) die notwendige Stärke der Armierung, wenn als Eisendruckspannung $s_e = 7000$ t/m² eingeführt wird,

$$\alpha = \frac{100 \cdot 0{,}5}{\left(\frac{7000}{300} - 15\right)\left[2{,}5 + \frac{1}{2}\left(\frac{3{,}66}{0{,}734} - 1\right)\right] - 7{,}5} = 1{,}67\ \%$$

und damit die Scheitelstärke $d_0 = \frac{0{,}734}{1 + 0{,}15 \cdot 1{,}67} = 0{,}587$ m,

sonach $$F_e = 0{,}587 \cdot 1{,}67 = 97{,}8 \text{ cm}^2.$$

Wollte man die Scheitelstärke von 60 cm beibehalten, so könnte die Armierung auf 1,5 % verringert werden, wobei sich aber die Eisenspannung auf 722 kg/cm² erhöhen würde. Der Querschnitt der Armierung auf 1 m Gewölbebreite wäre dann nur $F_e = 90$ cm².

Man ersieht hieraus, daß durch die Anordnung einer steifen Armierung in Verbindung mit einer teilweisen Übertragung der Gewölbelast durch Anhängung des Lehrgerüstes eine Ersparnis im Gewichte der Armatur zu erzielen ist.

Die Eisenspannung s_e wird man in die obigen Berechnungsformeln aber mit keiner viel höheren Ziffer als 700 kg/cm² einzuführen haben, da die Initialspannung

$s_e' = s_e - 15\,s = s_e - 450$ mit Rücksicht auf die Knickgefahr der Eisenbogen und ihre nicht rein axiale Beanspruchung in entsprechend niedrigen Grenzen gehalten werden muß.

Ähnliche Formeln, wie sie oben für das gelenklose Gewölbe entwickelt wurden, lassen sich auch für den **Dreigelenkbogen** aufstellen. Wir setzen wieder voraus, daß dessen Achse nach der Mittellage der Stützlinie (für Vollbelastung mit der halben Verkehrslast) bestimmt wurde und ermitteln die Bogenstärke d in der Mitte des Gewölbeschenkels.

Der Krümmungsradius der Bogenachse im Scheitel sei ϱ_0, die Gesamtlast im Scheitel q_0, der Neigungswinkel des Querschnittes im Viertel der Spannweite $= \varphi$, annähernd bestimmt durch $\sec\varphi = \sqrt{1 + \frac{1}{2}\frac{f}{\varrho_0}}$. Die Armierung mit der Fläche $F_e = \frac{\alpha}{100} d$ entspräche in diesem Querschnitte der Armierungsziffer α in Prozenten und es sei

$$d' = \left(1 + \frac{15}{100}\alpha\right) d \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (79)$$

Führt man das Maximalmoment mit $\frac{1}{64} p l^2$ ein, so ergibt sich aus $s = \frac{H_1 \sec\varphi}{d'} + \frac{3}{32}\frac{p l^2}{d'^2}$ und mit $H_1 = \left(q_0 - \frac{1}{2} p\right) \varrho_0$

$$d' = \frac{1}{2}\frac{\varrho_0}{s}\left(q_0 - \frac{1}{2} p\right) \sec\varphi \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3 p f' s}{\left(q_0 - \frac{1}{2} p\right)^2 \sec^2\varphi\, \varrho_0}}\right] \quad \ldots \quad (80)$$

Mit d' folgt aber aus (79) bei angenommener Gewölbestärke d die Armierungsziffer α oder umgekehrt bei angenommenem α die Gewölbestärke d.

Die Mindeststärke der Armierung, welche zur Aufnahme der Zugspannungen notwendig ist, berechnet sich in ähnlicher Weise wie beim gelenklosen Bogen mit

$$\alpha = \frac{200}{3}\left[\frac{p}{2}\left(\sec\varphi + \frac{3}{2}\frac{f'}{d'}\right) - q_0 \sec\varphi\right]^2 \frac{\varrho_0}{p f' s_e} \quad \ldots \ldots \quad (81)$$

Es wird aber auch hier wieder dieser Wert infolge seiner Kleinheit in der Regel nicht in Betracht kommen, die Armierung vielmehr mit Rücksicht auf die Druckspannung aus dem Verhältnis $d : d'$ zu bestimmen sein.

Bei Anordnung einer steifen Armierung des Dreigelenkgewölbes und direkter Übertragung eines Teiles g_0' der Eigengewichtslast auf die Eisenbogen wäre zunächst wieder d' aus Gleichung (80) zu berechnen mit Einführung von $q_0' = q_0 - g_0'$. Eine ähnliche Berechnung, wie oben für den gelenklosen Bogen, liefert dann für die notwendige Stärke der Armierung

$$\alpha = \frac{100\, g_0'}{\left(\frac{s_e}{s} - 15\right)\left[q_0' + \frac{p}{2}\left(\frac{3}{2}\frac{f'}{d'}\cos\varphi - 1\right)\right] - 15\, g_0} \quad \ldots \ldots \quad (82)$$

und mit diesem Werte von α ergibt sich die Gewölbestärke aus

$$d = \frac{d'}{1 + \frac{15}{100}\alpha}.$$

Da beim Dreigelenkbogen keinerlei Spannungen durch Temperaturwirkung oder durch ein Nachgeben der Widerlager hinzutreten, so wird es im allgemeinen gerechtfertigt sein, für diesen einen etwas größeren Wert von s in die Berechnungsformeln einzuführen als für den eingespannten Bogen.

Berechnet man das obige Beispiel als Dreigelenkbogen, und nimmt man q_0 und q_1, demnach auch ϱ_0, in der gleichen Größe an, so liefert Gleichung (80), wenn darin $\sec\varphi = 1{,}049$ und $s = 350$ t/m² gesetzt wird,

$$d' = \frac{1}{2}\frac{46}{350}\, 2{,}5 \cdot 1{,}049 \left[1 + \sqrt{1 + \frac{3 \cdot 4 \cdot 350}{2{,}5^2 \cdot 1{,}1 \cdot 46}}\right] = 0{,}823 \text{ m}.$$

Wählt man die Bogenstärke mit $d = \mathbf{70}$ cm, so wäre demnach eine Armierung von

$$\alpha = \frac{100}{15}\left(\frac{0{,}823}{0{,}70} - 1\right) = \mathbf{1{,}18}\ \%$$

erforderlich. Die Scheitelstärke könnte mit etwa 50 cm, die Stärke an den Kämpfern mit 60 cm gewählt werden.

Berechnet man auch noch die zur Aufnahme der Zugspannungen erforderliche Armierungsstärke, so liefert Gleichung (81) mit $s_e = 7000$ t/m²

$$\alpha' = \frac{200}{3}\left[\left(1{,}049 + \frac{3}{2}\frac{4}{0{,}823}\right)\frac{1}{2} - 3 \cdot 1{,}049\right]^2 \cdot \frac{46}{4 \cdot 7000} = 0{,}115,$$

sonach einen viel kleineren Wert, als wir mit Rücksicht auf die Druckspannungen für das 70 cm starke Gewölbe als notwendig gefunden haben. Diese Armierung α' wäre aber auch dann noch erforderlich, wenn wir bei $d = 0{,}823$ m keine Druckarmierung mehr brauchen, und erst bei $d = 1{,}15$ m (nach Gleichung 73) wäre auch keine Zugarmierung mehr notwendig.

Würde wieder bei Anordnung steifer Armierung ein Teil des Eigengewichtes $g_0' = 0{,}5$ t durch Anhängung unmittelbar auf die Eisenbogen übertragen werden, so liefert Gleichung (80) mit dem verminderten q_0' in ähnlicher Weise wie im oben berechneten Beispiel des eingespannten Gewölbes $d' = 0{,}784$ m. Nach Gleichung (82) mit $s_e = 7000$ t/m² müßte dann α mindestens $= 0{,}53\,\%$ gemacht werden, wofür sich $d = 0{,}784 : (1 + 0{,}15 \cdot 0{,}53) = 0{,}73$ m ergibt. Wird aber $d = \mathbf{0{,}70}$ m beibehalten, so wird eine Armierung von $\alpha = \mathbf{0{,}8}\ \%$ notwendig.

13. Gewölbe, die im überwiegendem Maße durch Biegungsmomente und nur durch geringe Axialkräfte beansprucht werden.

Dieser Fall wird bei Gewölben mit großem Stichverhältnis, großer zufälliger Belastung und geringer Eigenlast oder überhaupt dann eintreten, wenn eine sehr ungleiche Verteilung der angreifenden Lasten die Anwendung der Stützlinienform ausschließt.

Die direkte Bestimmung der Gewölbestärke und der Stärke der Armierung bietet in diesem Falle, wenn eine strenge Behandlung versucht wird, große Schwierigkeiten. Da wir hier in einem großen Teile des Gewölbes mit einem der Phase II entsprechenden Zustande rechnen müssen, so ist schon die Bestimmung der angreifenden Kräfte, falls man es nicht mit einem statisch bestimmten Dreigelenkbogen zu tun hat, eine schwer zu lösende Aufgabe. Das Gleiche gilt übrigens für alle solche Tragwerke, die hinsichtlich der äußeren Kräfte statisch unbestimmt sind, und bei welchen zur Bestimmung dieser Kräfte auf die elastischen Formänderungen eingegangen werden muß, also u. a. auch für den kontinuierlichen Balken. Wir behelfen uns mit der Näherung, die Formänderungen und die angreifenden Kräfte unter Zugrundelegung der Phase I zu bestimmen, und es wird der Fehler, den wir dadurch begehen, daß wir Fläche und Trägheitsmoment des vollen Betonquerschnittes in Rechnung bringen, kein allzugroßer sein, da ja bei Bestimmung der angreifenden Kräfte nicht diese Querschnittsgrößen selbst, sondern nur ihre Verhältnisse in Frage kommen.

Die äußeren Kräfte, die auf die einzelnen Bogenquerschnitte einwirken, sind sonach so, wie oben angegeben, zu bestimmen und man wird im allgemeinen für jeden Quer-

schnitt zwei Grenzwerte M_1 und M_2 des auf die Bogenachse bezogenen Momentes und ihre zugehörigen Axialkräfte N erhalten. Die Dimensionierung des Gewölbes und die Berechnung der notwendigen Stärke der Armierung kann hier nicht von den genauen Formeln für die Spannungen ausgehen, welche eingangs (Abschnitt 2, unter 2) für Phase II und für den Fall der Beanspruchung durch eine mit Biegungsmomenten verbundene Axialkraft aufgestellt worden sind. Wir werden uns vielmehr unter der Voraussetzung, daß die Axialspannung im Vergleich mit den Biegungsspannungen nur klein ist, mit der Näherung behelfen, die Wirkung der Axialkraft ganz zu trennen und die von ihr hervorgerufene geringe Druckspannung von der zulässigen Druckbeanspruchung des Betons in Abzug zu bringen, so daß dann die einfacheren Formeln für bloße Biegung in Anwendung kommen können.

Haben M_1 und M_2 entgegengesetztes Vorzeichen, so wird eine doppelte Armierung notwendig. Man wird aber auch dann, wenn keine entgegengesetzt gerichteten Momente auf den Querschnitt einwirken, durch eine doppelte Armierung einen wirtschaftlichen Gewinn erzielen, sobald sich für eine einfache Armierung eine größere Prozentziffer als 0,5 bis 0,6 % herausstellen würde.

Es kommen demnach für unsere Näherungsberechnung die Formeln für die doppelt (beiderseitig) armierten Platten zur Anwendung. Setzt man

$$F_{eu} = \frac{\alpha_u}{100} d \text{ den Querschnitt der Armierung auf der Zugseite,}$$

$$F_{eo} = \frac{\alpha_o}{100} d \text{ den Querschnitt der Armierung auf der Druckseite,}$$

α_u und α_o sonach die Prozente der Zug- und Druckarmierung und nimmt man an, daß die Eisenarmierung je eine im Abstande 0,1 d vom unteren und oberen Betonrande befindliche Schicht bildet, so wird, mit $n = E_e : E_b = 15$, das Trägheitsmoment des wirksamen Querschnittes für die Breite 1

$$J = \tfrac{1}{20} [(0,9 - \zeta)(2,7 - \zeta)\,\alpha_u + (\zeta - 0,1)(\zeta - 0,3)\,\alpha_o]\, d^3 = i d^3,$$

worin

$$\zeta = -0,15\,(\alpha_u + \alpha_o) + \sqrt{0,15^2 (\alpha_u + \alpha_o)^2 + 0,3\,(0,9\,\alpha_u + 0,1\,\alpha_o)}$$

den Abstand der neutralen Achse vom Druckrande bestimmt.

Sind σ_b und σ_e die zulässigen Beanspruchungen für Beton (Druck) und Eisen (Zug), so folgt das Tragmoment aus

$$M = \frac{i}{\zeta} d^2 \sigma_b = m\, d^2 \sigma_b$$

oder

$$M = \frac{i}{0,9 - \zeta} d^2 \cdot \frac{\sigma_e}{15} = \frac{i}{0,9 - \zeta} \cdot \frac{\sigma_e}{15 \sigma_b} \cdot d^2 \sigma_b = m' d^2 \sigma_b.$$

Die Koeffizienten m und m', d. s. die Widerstandsmomente für die Plattenstärke $d = 1$, sind nur von den Armierungsziffern α_u und α_o abhängig. Werden letztere auf ein Achsenkreuz bezogen, so lassen sich m und m' durch Kurvenscharen darstellen, wodurch die in Abb. 34a im Kapitel „Theorie des Eisenbetonbalkens" S. 266 verkleinert wiedergegebene, graphische Berechnungstafel erhalten wird.[1]) Die Kurven m' sind nahezu gerade, parallele Linien und es liegen ihre Schnittpunkte mit den Kurven m auf einer Geraden, deren Lage und Richtung von dem Verhältnis $\sigma_e : \sigma_b$ abhängt. In der Tafel sind die Kurven m' für das Verhältnis $\sigma_e : \sigma_b = 30$ gezeichnet.

Die Tafel erweist sich besonders nützlich für die Bestimmung der Armierung solcher Querschnitte, auf welche entgegengesetzt gerichtete Momente einwirken. Es seien diese

[1]) Ausführlicheres darüber in der Schrift des Verfassers: „Hilfstafel zur Berechnung doppelt armierter Balken, Platten und Gewölbe." Techn. Blätter, Prag 1907. Als Sonderabdruck bei A. Calve, Prag.

Momente $M_1 = m_1 d^2 \sigma_b$ und $M_2 = -m_2 d^2 \sigma_b$. Wird die Kurve m_2 mit Vertauschung der Koordinaten in die Tafel eingezeichnet und mit der Kurve m_1 zum Schnitt gebracht, so bestimmt der Schnittpunkt in seinen Koordinaten die Armierungsprozente (Abb. 31). Es können sich hierbei drei verschiedene Fälle ergeben. Entweder schneiden sich die Kurvenäste m' (d. h. die zu den Koordinatenachsen annähernd parallelen Linien) beider Kurven, oder die Kurvenäste m oder endlich es schneidet sich der Ast m der einen Kurve mit dem Aste m' der zweiten Kurve. Im ersten Falle wird für die durch den Schnittpunkt bestimmten Armierungsziffern das Eisen in beiden Armierungen voll beansprucht und es bleibt die Betondruckspannung unter der zulässigen Grenze. Im zweiten Falle wird sowohl durch M_1 wie durch M_2 die Betondruckspannung voll ausgenutzt, wogegen die Eisenspannung nicht erschöpft wird. Im dritten Falle endlich wird für die eine Beanspruchung (z. B. durch M_1, wo der Schnittpunkt auf dem Aste m_1 liegt) die Betonfestigkeit, für die andere Beanspruchung (durch M_2 mit dem Schnittpunkte auf dem Aste m_2') die Eisenzugspannung in der zulässigen Grenze in Anspruch genommen. Die dem Schnittpunkte entsprechenden Armierungsziffern geben aber im Falle 2 und 3 nicht das Minimum des Eisenaufwandes (bei Festhaltung der Stärke d), letzterer wird vielmehr herabgemindert, wenn man auf der dem größeren Momente entsprechenden m-Kurve bleibend sich der Linie RR nähert. Man wird in diesen Fällen durch eine annähernd gleich starke, obere und untere Armierung immer die wirtschaftlich günstigste Lösung erzielen.

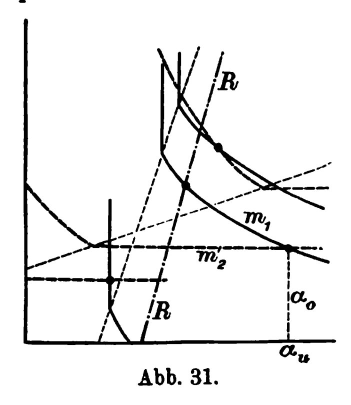


Abb. 31.

Man kann die Kurven der oben erwähnten Berechnungstafel auf Pauspapier übertragen und diese Kopie in verkehrter Lage auf die Tafel legen, um die Lösung der Aufgabe für alle vorkommenden Fälle zu erhalten.

Derartige Gewölbe, deren Querschnitte sehr verschieden große Momente aufzunehmen haben, bekommen bei wirtschaftlich sparsamer Ausführung nicht durchweg gleich starke Armierung. Man wechselt vielmehr den Querschnitt der Armierung durch Hinzufügung oder Weglassung etlicher Rundeisenstäbe, wobei nur zu beachten ist, daß die Verstärkungseisen über jene Querschnitte, in denen sie notwendig werden, soweit hinaus verlängert werden, als es ihre Haftfestigkeit erfordert. Diese Länge bestimmt sich bei dem Durchmesser δ der Rundeisen in bekannter Weise durch $l = \frac{1}{4} \frac{\sigma_e}{\tau} \delta$, wenn σ_e die ausgenutzte Eisenzugspannung und τ die zulässige Haftspannung bezeichnet.

Beispiel. Bei einem 30 cm starken Gewölbe seien die Grenzwerte des in dem stärkst beanspruchten Querschnitte auftretenden, auf die Bogenachse bezogenen Momentes (für die Breite von 1 m) $M_1 = +6{,}2$ tm und $M_2 = -4{,}05$ tm. Die den beiden Belastungsfällen entsprechende Axialkraft betrage 14 t bezw. 12 t, so daß die von ihr hervorgebrachte Druckspannung im Beton mit Rücksicht auf die Verstärkung des Querschnittes durch die Armierung kaum 4 kg/cm² erreicht. Wir bringen diese von der als zulässig angenommenen Druckbeanspruchung des Betons (34 kg/cm²) in Abzug und rechnen mit $\sigma_b = 30$ kg/cm². Die zulässige Eisenzugspannung sei $\sigma_e = 900$ kg/cm² $= 30\,\sigma_b$. Es ist dann $m_1 = \frac{6200}{d^2 \sigma_b} = \frac{6200}{27000} = 0{,}23$ und $m_2 = \frac{4050}{27000} = 0{,}15$. Für den Schnittpunkt dieser beiden Kurven entnahmen wir der Tafel (Abb. 34a S. 266) $\alpha_u = 2{,}11$ und $\alpha_o = 0{,}623$.

Diesen Armierungsprozenten entspricht nach Kurve m_1 ein Verhältnis $\sigma_e : \sigma_b = 14{,}36$, nach Kurve m_2' ein Verhältnis $\sigma_e : \sigma_b = 45{,}78$. Die Spannungen betragen sonach

im Beton am oberen Rande . . . . 30 kg/cm²

„ „ am unteren Rande . . . . . . $\frac{900}{45{,}78} = 19{,}7$ „

in der oberen Armierung . . . . 900 „

„ „ unteren Armierung . . . . $14{,}36 \times 30 = 431$ „

Wählt man aber die Armierungsziffern auf der Kurve $m_1 = 0{,}23$ näher zur Linie RR, also etwa in beiden Armierungen gleich stark $\alpha_u = \alpha_o = \mathbf{1{,}16}\,\%$, so sind die von M_1 hervorgerufenen Spannungen

im Beton, oberer Rand . . . . 30 kg/cm²

in der unteren Armierung . . . . $25{,}07 \times 30 = 752$ „

und es stehen die vom Momente M_2 erzeugten Spannungen dazu im Verhältnis $\frac{M_2}{M_1} = \frac{0{,}15}{0{,}23} = 0{,}65$, sonach entsteht

im Beton, unterer Rand . . . . $0{,}65 \times 30 = 19{,}5$ kg/cm²

in der oberen Armierung . . . . $0{,}65 \times 752 = 489$ „

Während aber im ersten Falle die gesamte Eisenarmierung $2{,}11 + 0{,}623 = 2{,}733\,\%$ beträgt, ist sie im zweiten Falle bloß $2 \times 1{,}16 = 2{,}32\,\%$. Die symmetrische Armierung hat sonach eine Ersparnis zur Folge und es wird die Festigkeit des Eisens in der oberen und unteren Armierung gleichmäßiger ausgenutzt.

Für einen anderen Querschnitt dieses Gewölbes wären die einwirkenden Momente $M_1 = 4{,}32$ tm und $M_2 = -3{,}5$ tm, sonach $m_1 = \frac{4320}{27\,000} = 0{,}16$ und $m_1 = \frac{3500}{27\,000} = 0{,}13$. Diese beiden Kurven geben im Schnittpunkte $\alpha_u = 0{,}615$ und $\alpha_o = 0{,}537\,\%$. Eine Verminderung dieser Armierungsziffern ist hier nicht möglich, da bereits in beiden Armierungen das Eisen voll mit 900 kg/cm² beansprucht wird.

Wählt man für die Armierung 16 mm starke Rundeisen, so müßten in dem erst betrachteten Querschnitte auf 1 m Gewölbebreite beiderseits je 18, in dem zweiten Querschnitte unten 9, oben 8 solcher Rundeisen angeordnet werden.

Beispiele.

Statische Untersuchung des Gewölbes einer Straßenbrücke aus Eisenbeton nach Bauweise Melan. (Polcevera-Brücke bei Genua.)

Eingespannter Bogen. Rechnerisches Verfahren.

Die durch tief gegründete, kräftige Mittelpfeiler getrennten fünf Bogenöffnungen dieser Brücke[1]) haben bei 21 m lichter Weite rund 2,3 m lichte Pfeilhöhe. Die Gewölbestärke beträgt im Scheitel 45 cm, an den Kämpfern 79 cm. Die Armierung besteht aus in 1 m Abstand liegenden Gitterbogenträgern, deren Gurte durch je zwei Winkeleisen vom Kaliber $70 \times 90 \times 8$ mm gebildet werden.

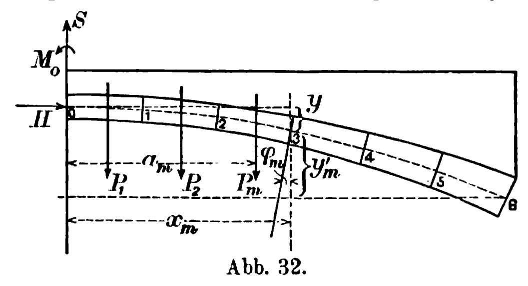


Abb. 32.

1) „Technische Blätter“, Prag 1906.

Für die statische Berechnung wurde der halbe Bogen in sechs gleich lange Stücke von der Länge $\Delta s = 1{,}832$ m geteilt. Die Teilungspunkte in der Bogenachse sind vom Scheitel aus mit 0 bis 6 beziffert. Ihre auf den Scheitel bezogenen Koordinaten x und y, ferner die Bogenstärke d und die Querschnittsgrößen F und J sind in der nachstehenden Tabelle enthalten (Abb. 32).

Bogenform, Querschnittsflächen F und Trägheitsmomente J:

Gewölbestärke $= d$, Höhe der Bogenträger $= d - 8$ cm

Betonquerschnitt $F_b = 100\, d\ \text{cm}^2$, $J_b = \frac{1}{12}\, 100\, d^3$

Eisenquerschnitt $F_e = 48{,}64\ \text{cm}^2$ J_e

$F = F_b + 15\, F_e$ $J = J_b + 15\, J_e$

Punkt		0	1	2	3	4	5	6
x		0	1,830	3,660	5,480	7,270	9,010	10,670
y		0	0,050	0,206	0,480	0,891	1,463	2,220
d		0,450	0,450	0,450	0,450	0,488	0,600	0,790
$\sin\varphi$		0	0,0559	0,1172	0,1867	0,2678	0,3640	0,4472
$\cos\varphi$		1	0,9984	0,9931	0,9824	0,9635	0,9313	0,8944
F_b	m²	0,4500	0,4500	0,4500	0,4500	0,4880	0,6000	0,7900
$15\, F_e$	m²	0,0730	0,0730	0,0730	0,0730	0,0730	0,0730	0,0730
F	m²	0,5230	0,5230	0,5230	0,5230	0,5610	0,6730	0,8630
J_b	m⁴	0,0075938	0,0075938	0,0075938	0,0075938	0,0096845	0,0180000	0,0410866
$15\, J_e$	m⁴	0,0020594	0,0020594	0,0020594	0,0020594	0,0025480	0,0042944	0,0083033
J	m⁴	0,0096532	0,0096532	0,0096532	0,0096532	0,0122325	0,0222944	0,0493904

Tabelle zur Berechnung der Koeffizienten α, β, φ, ε der Gleichungen (19).

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{1}{J}$	103,592	103,592	103,592	103.592	81,750	44,850	20,240
y/J	0	5,180	21,340	49,724	72,839	65,616	44,946
y^2/J	0	0,2590	4,3960	23,8676	64,8998	95,9955	99,7803
x^2/J	0	346,919	1387,677	3110,909	4320,724	3640,927	2304,985
$\frac{\sin^2\varphi}{F}$	0	0,0060	0,0262	0,0666	0,1278	0,1969	0,2318
$\frac{\cos^2\varphi}{F}$	1,910	1,904	1,8838	1,8434	1,6542	1,2891	0,9272
$\frac{\sin\varphi\,\cos\varphi}{F}$	0	0,1067	0,2225	0,3507	0,4600	0,5037	0,4634

Nach den Formeln ergibt sich

$$\beta = 748{,}920$$
$$\alpha = -715{,}384$$
$$\varphi = 1502{,}658$$
$$\varepsilon = 42118{,}429.$$

I. Eigengewichtswirkung.

a) Gewölbebogen allein (spez. Gewicht des armierten Betons = 2,4).

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
d	0,45	0,45	0,45	0,45	0,488	0,600	0,760
$\triangle s$		1,832	1,832	1,832	1,832	1,832	1,832
Gewölbegewicht P'		1,978	1,978	1,978	2,062	2,392	2,990
a		0,915	2,745	4,570	6,380	8,170	9,880
$\mathfrak{M}'$	0	1,810	7,239	16,239	28,696	44,619	64,277
$\frac{1}{J}\mathfrak{M}'$	0	187.502	749,903	1682,230	2345,898	2001,162	1301,352
$\frac{y}{J}\mathfrak{M}'$	0	9,376	154,480	807,468	2090,188	2927,720	2888,994
$\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}(P_1+.P_m)$	0	0,2110	0,880	2,081	3,678	5,252	6,230

Hiermit ergibt sich nach den Formeln (20)

$$A_1 = -22356,587 + 45,445 = -22311,142$$
$$A_3 = 22976,530$$

und die Bestimmungsgleichungen (18) lauten

$$-22311,142 + 748,920\,H - 715,384\,M_0 = 0$$
$$22976,530 - 715,384\,H + 1502,658\,M_0 = 0$$

Hieraus folgt:

$$H' = 27,858\ \text{t}$$
$$M'_0 = -2,0265\ \text{tm}$$

b) Belastung durch die Überschüttung (spez. Gew. = 1,8).

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
Überschüttungshöhe	0,300	0,350	0,500	0,770	1,170	1,71	2,40
$\triangle x$		1,840	1,850	1,830	1,810	1,790	1,730
Gewicht P''		1,076	1,415	2,092	3,160	4,640	6,399
a		0,943	2,817	4,670	6.487	8,281	10,033
$\mathfrak{M}''$	0	0,954	4,113	10,342	21,020	37,875	62,507
$\frac{1}{J}\mathfrak{M}''$	0	98,827	426,074	1071,349	1718,385	1698,693	1265,517
$\frac{y}{J}\mathfrak{M}''$	0	4,942	87,771	514,246	1531,076	2485,206	2809,440
$\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{F}(P_1+..P_m)$	0	0,115	0,554	1,607	3,562	6.237	8,704

Somit nach Formel 20)

$$A_1 = -18064,707 + 48,773 = -18015,934$$
$$A_3 = 17029,908.$$

Die Bestimmungsgleichungen lauten

$$-18015{,}934 + 748{,}920\, H - 715{,}384\, M_0 = 0$$
$$17020{,}908 - 715{,}384\, H + 1502{,}658\, M_0 = 0.$$

Daraus

$$H'' = 24{,}264 \text{ t}$$
$$M_0'' = +0{,}2178 \text{ tm}.$$

Es wird vorausgesetzt, daß durch eine teilweise Aufhängung des Lehrgerüstes an die Eisenbogen ein Teil der Gewölbelast u. zw. etwa $^1/_3$ unmittelbar von den Eisenbogen getragen wird. Es entfällt dann auf das armierte Gewölbe vom gesamten Gewichte

im Scheitel $^2/_3\, H' + H''$ und $^2/_3\, M_0' + M_0''$

im Punkte m: $N = (^2/_3\, H' + H'') \cos\varphi_m + [^2/_3 (P_1 + \ldots P'_m) + (P_1'' + \ldots P_m'')] \sin\varphi_m$

$$M = {^2/_3}\, \mathfrak{M}' + \mathfrak{M}'' - (^2/_3\, H' + H'')\, y_m + {^2/_3}\, M_0' + M_0''.$$

Diese Werte sind in folgender Tabelle berechnet:

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$(^2/_3\, H' + H'') \cos\varphi$	42,836	42,766	42,541	42,082	41,272	39,803	38,312
$(^2/_3\, \Sigma P' + \Sigma P'') \sin\varphi$	0	0,134	0,601	1,594	3,501	7,028	12,407
N	42,836	42,900	43,142	43,676	44,773	46,921	50,719
M	− 1,133	− 1,144	− 1,018	− 0,526	+ 0,851	+ 3,819	+ 9,129

Beanspruchungen durch Eigengewicht.

a) Beton.

$$\sigma = \frac{N}{F} \mp \frac{M}{J}\frac{d}{2}$$

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{N}{F}$ kg/cm²	8,19	8,20	8,25	8,35	7,98	6,97	5,88
$\frac{M}{J}\frac{d}{2}$	− 2,64	− 2,60	− 2,37	− 1,23	1,69	5,14	7,30
σ oberer Rand	10,83	10,80	10,62	9,58	6,29	1,83	− 1,42
σ unterer Rand	5,45	5,60	5,88	7,12	9,67	12,11	13,18

b) Eisen.

Die Eisenbogen nehmen zunächst $^1/_3$ des Gewölbegewichtes auf. Die dadurch hervorgerufenen Spannungen können hinreichend genau aus

$$\sigma_e' = {^1/_3}\left[\frac{N'}{F_e} \mp \frac{M'}{J_e}\left(\frac{d}{2} - 4\right)\right]$$

berechnet werden.

Hierin ist $N' = H' \cos\varphi_m + (P_1 + \ldots P'_m) \sin\varphi_m$

$$M' = \mathfrak{M}' - H'y + M'_0.$$

Zu dieser Initialspannung σ_e' addiert sich dann noch die Spannung

$$\sigma_e'' = 15\left[\frac{N}{F} \mp \frac{M}{J}\left(\frac{d}{2} - 4\right)\right]$$

worin N und M aus vorangehender Tabelle einzusetzen ist.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$H' \cos\varphi$	27,858	27,814	27,666	27,368	26,841	25,944	24,916
$(P_1' + \ldots P'_m) \sin\varphi$	0	0,111	0,464	1,108	2,142	3,781	6,012
N'	27,858	27,925	28,130	28,476	28,983	29,725	30,928
M'	— 2,027	— 1,609	— 0,526	+ 0,841	+ 1,848	+ 1,836	+ 0,406
$\frac{N'}{F_e}$	573	574	578	585	596	611	656
$\frac{M'}{J_e}\left(\frac{d}{2} - 4\right)$	— 273	— 216	— 71	+ 113	222	167	26
σ'_e kg/cm² ob. Rand	282	263	216	157	125	148	210
σ'_e kg/cm² unt. Rand	100	119	169	233	273	259	227
$\frac{N}{F}$	8,19	8,20	8,25	8,35	7,98	6.97	5,88
$\frac{M}{J}\left(\frac{d}{2} - 4\right)$	— 2,17	— 2,14	— 1,94	— 1,01	1,41	4,45	6,56
σ_e'' kg/cm² ob. Rand	155	155	153	140	99	38	— 10
σ_e'' kg/cm² unt. Rand	90	91	95	110	141	171	187
$\sigma = \sigma' + \sigma''$ ob. Rand	437	418	369	297	224	186	200
$\sigma = \sigma' + \sigma''$ unt. Rand	190	210	264	343	414	430	414

II. Vollbelastung mit 1500 kg/m².[1])

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
x	0	1,830	3,660	5,480	7,270	9,010	10,670
$\mathfrak{M} = {}^1/_2 \cdot 1{,}500\, x^2$	0	2,515	10,0475	22,5225	39,6400	60,8850	85,3875
$\frac{\mathfrak{M}}{J}$	0	260,275	1040,841	2333,151	3240,570	2730,692	1728,755
$\frac{y}{J}\mathfrak{M}$	0	13,015	214,414	1119,909	2887,338	3995,030	3837,827
$\frac{\sin\varphi \cos\varphi}{F}(P_1 + \ldots P_n)$	0	0,293	1.231	2,904	5,058	6,899	7,542

Hieraus folgt $A_1 = -30553{,}145 + 60{,}50 = -30492{,}645$

$A_3 = 31588{,}048$

Die Bestimmungsgleichungen (18) lauten sonach:

$$-30492{,}645 + 748{,}920\, H - 715{,}384\, M_0 = 0$$
$$31588{,}048 - 715{,}384\, H + 1502{,}658\, M_0 = 0$$

Daraus ist:

$$H = 39{,}419 \text{ t}$$
$$M_0 = -1{,}3572 \text{ tm}$$

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$H \cos\varphi$	39,419	39,356	39,147	38,725	37,981	36,711	35,256
$(P_1 + \ldots P_m) \sin\varphi$	0	0,154	0,643	1,535	2,920	4,919	7,157
N	39,419	39,510	39,790	40,260	40,902	41,630	42,413

[1]) Die Belastungsannahmen waren von der Provinzialverwaltung vorgeschrieben.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$M = \mathfrak{M} - Hy + M_0$	— 1,3572	— 0,8156	+ 0,5700	+ 2,2442	+ 3,1605	+ 1,8580	— 3,4799
$\frac{N}{F}$	7,54	7,56	7,61	7,70	7,29	6,10	4,91
$\frac{M}{J}\frac{d}{2}$	— 3,16	— 1,90	+ 133	5,23	6,30	2,50	— 2,78
Betonspannungen.							
oberer Rand	10,70	9,46	6,28	2,47	0,99	3,69	7,69
unterer Rand	4,38	5,66	8,94	12,93	13,59	8,69	2,13
Eisenspannungen.							
oberer Rand	152	137	97	51	30	60	111
unterer Rand	74	90	131	180	188	125	36

III. Halbseitige Belastung mit 1500 kg/m².

H und M_0 erhalten die halben Werte wie für Vollbelastung, d. i.

$$H = \tfrac{1}{2}\, 39{,}419 = 19{,}710 \text{ t}$$
$$M_0 = -\tfrac{1}{2}\, 1{,}3572 = -\,0{,}6786 \text{ tm.}$$

Zur Bestimmung von S dient die 3. der Gleichungen (18). Der Koeffizient A_2 berechnet sich aus nachstehenden Werten.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\mathfrak{M}\frac{x}{J}$	0	281,630	3809,477	12785,667	23558,914	24603,535	18445,816

$$A_2 = -\tfrac{1}{2}\, 223865{,}986 = -\,111932{,}993$$
$$-\,111932{,}993 + 42118{,}429\, S = 0$$
$$S = 2{,}6576 \text{ t}$$

belastete Seite $M = \mathfrak{M} - Hy - Sx + M_0$, $N = H \cos\varphi + (P_1 + P_2 + \ldots - S)\sin\varphi$.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\mathfrak{M}$	0	2,5125	10,0475	22,5225	39,6400	60,8350	85,3875
Hy	0	0,9854	4,0601	9,4605	17,5611	28,8350	43,7591
Sx	0	4,8634	9,7268	14,5637	19,3207	23,9450	28,3566
M_0	0,6786	0,6786	0,6786	0,6786	0,6786	0,6786	0,6786
M	— 0,6786	— 4,0149	— 4,4180	— 2,1803	+ 2,0795	+ 7,4264	+ 12,5932
$H \cos\varphi$	19,710	19,678	19,574	19,363	18,991	18,356	17,628
$(\Sigma P - S)\sin\varphi$	0	0,005	0,332	1,039	2,208	3,952	5,969
N	19,710	19,683	19,906	20,402	21,199	22,308	23,597

unbelastete Seite $M = -Hy + Sx + M_0$, $N = H\cos\varphi + S\sin\varphi$

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
M	— 0,6786	+ 3,1994	+ 4,9881	+ 4,4246	+ 1,0810	— 5,5686	— 16,0840
N	19,710	19,827	19,885	19,859	19,703	19,323	18,816

Spannung im Beton.

	unbelastete Seite						belastete Seite						
Punkt	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{N}{F}$	2,18	2,86	3,51	3,80	3,80	3,78	3,77	3,76	3,80	3,90	3,78	3,31	2,74
$\frac{M}{J}\frac{d}{2}$	−12,86	−7,49	2,16	10,31	11,63	7,46	−1,58	−9,35	−10,30	−5,08	+4,15	+9,99	+10,07
σ_b oben	15,04	10,35	1,35	−6,51	−7,83	−3,68	5,35	13,11	14,10	8,98	−0,37	−6,68	−7,33
σ_b unten	−10,68	−4,63	5,67	14,11	15,43	11,14	2,19	−5,59	−6,50	−1,18	7,93	13,30	12,81

σ_b in kg/cm²; — Zeichen bedeutet Zug.

Spannung im Eisen.

	unbelastete Seite						belastete Seite						
Punkt	6'	5'	4'	3'	2'	1'	0	1	2	3	4	5	6
σ_e oben	206	140	23	−70	−86	−35	76	172	187	121	5	−80	−105
σ_e unten	−140	−55	80	184	200	149	37	−59	−73	−4	109	180	176

IV. Belastung im Scheitel durch einen einachsigen Wagen von 10 t Gewicht und im übrigen gleichmäßig belastet mit 600 kg/m².

Es wird angenommen, daß sich der Druck zweier Räder mit je 5 t nach der Breite auf 1,2 m, nach der Längsrichtung auf 0,70 m verteilt. Sonach für 1,00 m Breite $\frac{10}{1,2} = 8,33$ t Scheitellast oder auf 0,7 m Länge im Scheitel eine Belastung von $\frac{8,33}{0,7} = 11,9$ t/m². Rechnet man eine totale Belastung von 0,6 t/m² ab, so bleibt im Scheitel eine Belastung von 11,3 t/m² auf 0,7 m Länge.

Die angreifenden Kräfte wurden so bestimmt, daß die für Vollbelastung mit 1,5 t/m² (unter II) berechneten Werte im Verhältnis $\frac{0,6}{1,5} = 0,4$ vermindert wurden und hierzu die Wirkung der Scheitelbelastung von $0,7 \times 11,3 = 7,91$ t addiert wurde. Letztere ist nachstehend berechnet.

Last in einer Gewölbehälfte im Scheitel $P = \frac{1}{2} \cdot 7,91 = 3,955$ t, $a = 0,175$ m.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\mathfrak{M}$	0	6,5455	13,7831	20,9812	28,0607	34,9424	41,5077
$\frac{\mathfrak{M}}{J}$	0	678,061	1427,823	2173,489	2293,962	1567,418	840,505
$\mathfrak{M}\frac{y}{J}$	0	33,906	294,132	1046,271	2043,912	2292,78	1865,6045

Hieraus ist $A_1 = -20021,521 + 22,436 = -19999,085$

$A_3 = 25959,944$

$$-19999,085 + 748,920\,H - 715,384\,M_0 = 0$$

$$25959,944 - 715,384\,H + 1502,658\,M_0 = 0$$

$H_{(p)} = 18,741$ t, $\qquad M_{0\,p} = -8,3363$ tm,

hierzu 0,4 der Vollbelastung mit 1500 kg/m²

$$\ldots 0{,}4\ \underline{H_{(1500)} = 15{,}768\ \text{t}}, \qquad 0{,}4\ \underline{M_{0(1500)} = -0{,}5429\ \text{tm}}$$
$$H = 34{,}509 \qquad M_0 = -8{,}8792\ \text{tm}.$$

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\mathfrak{M} - H_p \cdot y + M_{0(p)}$	− 8,3363	− 2,7278	+ 1,5862	+ 3,6492	+ 1,1262	− 0,8120	− 8,4336
$0{,}4\ M_{(1500)}$	− 0,5429	− 0,3262	+ 0,2280	+ 0,8977	+ 1,2642	+ 0,7432	− 1,3920
M	− 8,8792	− 3,0540	+ 1,8142	+ 4,5469	+ 2,3904	− 0,0688	− 9,8256
$H_p \cos\varphi + P \sin\varphi$	18,741	18,933	19,075	19,149	19,116	18,892	18,531
$0{,}4\ N_{(1500)}$	15,768	15,804	15,916	16,104	16,361	16,652	16,965
N	34,509	34,737	34,991	35,253	35,477	35,544	35,496

Spannungen im Beton.

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
$\frac{N}{F}$	6,60	6,64	6,69	6,74	6,32	5,28	4,11
$\frac{M}{J}\frac{d}{2}$	− 20,69	− 7,12	+ 4,23	+ 10,60	+ 4,77	− 0,09	− 7,86
σ_b oberer Rand	27,29	13,76	2,46	− 3,86	1,55	5,37	11,97
σ_b unterer Rand	− 14,09	0,48	10,92	17,34	11,09	5,19	− 3,75

Spannungen im Eisen.

σ_e oberer Rand	354	187	48	− 30	35	80	107
σ_e unterer Rand	− 156	12	153	232	155	78	− 44

V. Temperatur.

Der Horizontalschub infolge einer Temperaturänderung um t^0 berechnet sich aus:

$$H_t = {}^3/_2\ \frac{E \cdot w \cdot t \cdot l}{\triangle s} \cdot \frac{\varphi}{\beta\,\varphi - \alpha^2}$$

Das Scheitelmoment $M_t = -\frac{\alpha}{\varphi} \cdot H_t.$

Hierin bedeutet w den Ausdehnungskoeffizienten,

$\triangle s$ die Länge des Bogenelementes.

β, α, φ die oben berechneten Koeffizienten,

E den Elastizitätskoeffizienten.

Mit Einsetzung von $E = 1\,000\,000$ t/m², $w = \frac{1}{80000}$, $t = 20^0$, $Ewt = 250$

ist

$$H_t = {}^3/_2\ \frac{250 \cdot 21{,}34}{1{,}832} \cdot \frac{1502{,}66}{748{,}92 \cdot 1502{,}66 - 715{,}38^2} = 10{,}7\ \text{t}$$

$$M_0 = -\frac{715{,}38}{1502{,}66} H_t = -0{,}476\,H_t.$$

Damit ergeben sich die Momente und Axialkräfte in den einzelnen Bogenpunkten:

$$M = -H_t y + M_0$$
$$N = H_t \cos\varphi$$

Punkt	0	1	2	3	4	5	6
M_t	+ 5,093	+ 4,558	+ 2,889	— 0,043	— 4,441	— 10,561	— 18,661
N_t	10,70	10,68	10,63	10,51	10,31	9,97	9,57
$\frac{N}{F}$	2,04	2,04	2,03	2,01	1,84	1,48	1,11
$\frac{M}{J} \frac{d}{2}$	11,87	10,62	6,73	— 0,10	— 8,86	— 14,21	— 14,92

Randspannungen im Beton für $t = \pm 20^0$.

		0	1	2	3	4	5	6
σ_b	oben	∓ 9,83	∓ 8,58	∓ 4,70	± 2,10	± 10,70	± 15,69	± 16,03
	unten	± 13,91	± 12,66	± 8,76	± 1,91	∓ 7,02	∓ 12,73	∓ 13,81

Randspannungen im Eisen für $t = \pm 20^0$.

		0	1	2	3	4	5	6
σ_e kg/cm²	oben	∓ 158	∓ 100	∓ 53	± 34	± 139	± 207	± 218
	unten	± 177	± 162	± 113	± 29	∓ 83	∓ 164	∓ 184

— bedeutet Zugspannung.

Kombiniert man die Wirkungen des Eigengewichtes, der Belastung und der Temperatur, so erhält man:

Gesamtspannungen im Beton.

Punkt		0	1	2	3	4	5	6
Unbelast. Br.	ob. Rand	10,83	10,80	10,62	9,58	6,29	1,83	— 1,42
	unt. Rand	5,45	5,60	5,88	7,12	9,67	12,11	13,18
Vollbel. mit 1500 kg/m²	ob. Rand	21,53	20,26	17,60	12,05	7,28	5,52	6,27
	unt. Rand	9,83	11,26	14,82	20,05	23,26	20,89	15,31
Rechte Hälfte belastet mit 1500 kg/m²	ob. Rand	16,18	23,91	24,72	18,56	5,92	— 4,85	— 8,75
	unt. Rand	7,64	0,01	— 0,62	5,94	17,6	25,41	25,99
Linke Hälfte belastet mit 1500 kg/m²	ob. Rand	16,18	7,12	2,79	3,07	7,64	12,18	13,62
	unt. Rand	7,64	16,84	21,31	21,23	15,34	7,48	2,50
Scheitellast 10 t Wagen u. 600 kg/m² tot.	ob. Rand	38,12	24,56	13,08	5,72	7,84	7,20	10,55
	unt. Rand	— 8,64	5,12	18,80	24,46	20,76	17,30	9,43
Temperaturwirkung	ob. Rand	∓ 9,83	∓ 8,58	∓ 4,70	± 2,10	± 10,70	± 15,69	± 16,03
	unt. Rand	± 13,91	± 12,66	± 8,76	± 1,91	∓ 7,02	∓ 12,73	∓ 13,81

Die größten Beanspruchungen treten auf:

1. Im Scheitel bei Belastung mit 10 t Achslast und gleichzeitiger Vollbelastung der Brücke mit 600 kg/m² in Verbindung mit der größten Temperaturerniedrigung.

$$\sigma^{max} = 38,12 + 9,83 = 48 \text{ kg/cm}^2 \text{ Druck oberer Rand}$$

$$\sigma^{min} = -8,64 - 13,91 = -22,5 \text{ kg/cm}^2 \text{ Zug unterer Rand.}$$

Die sich hier ergebende große Beton-Zugspannung läßt dieses Rechnungsergebnis nicht mehr als richtig erscheinen. Wir haben daher die Spannungen nach der zweiten Annahme zu berechnen, nach der die Zugwirkung des Betons entweder vermindert in Rechnung gebracht oder ganz vernachlässigt wird. Die auf den Scheitelquerschnitt einwirkenden äußeren Kräfte sind:

	M	N
vom Eigengewicht	$-1{,}133$ tm	$42{,}836$ t
von der Verkehrslast	$-8{,}879$ „	$34{,}509$ „
von der Temperatur	$-5{,}093$ „	$-10{,}700$ „
	$M = -15{,}105$ tm	$N = 66{,}645$ t

Es ist sonach $$p = \frac{M}{N} = \frac{15\,105}{66\,645} = 0{,}2266 \text{ m.}$$

Unter Hinweis auf Abschn. 2 setzen wir $E_{bz} = 0{,}4\, E_{bd}$, also $\mu = 0{,}4$, und erhalten damit auf Grund der Gleichung (7), in welcher $d = 0{,}45$ und $m = 0{,}5\, d$ zu setzen ist, die nachstehende Bestimmungsgleichung für den Abstand ζ der neutralen Achse vom Druckrande:

$$\zeta^3 + 0{,}0048\,\zeta^2 + 0{,}573\,207\,\zeta - 0{,}1799407 = 0$$

woraus $$\zeta = 0{,}277 \text{ m.}$$

Damit gibt Gleichung (7a)

$$66\,645 = [\tfrac{1}{2}\,(\overline{27{,}7}^2 - 0{,}4 \cdot \overline{17{,}3}^2)\,100 + 729{,}6 \cdot 5{,}2]\,\sigma_0$$

$$\sigma_0 = 1{,}842 \text{ kg/cm}^2$$

und es wird die größte Druckspannung im Beton:

$$\sigma_b = 27{,}7 \cdot 1{,}842 = \mathbf{51{,}0} \text{ kg/cm}^2.$$

Die größte Zugspannung im Beton:

$$\sigma_{bz} = 0{,}4 \cdot 17{,}3 \cdot 1{,}842 = \mathbf{12{,}7} \text{ kg/cm}^2.$$

Die größten Spannungen im Eisen werden:

Druck $\sigma_e^o = 15 \cdot 23{,}7 \cdot 1{,}842 + 282 = 937$ kg/cm²

Zug $\sigma_e^u = -15 \cdot 13{,}3 \cdot 1{,}842 + 100 = -267$ „

Läßt man die Zugwirkung des Betons ganz außer Betracht, setzt also in Gleichung (7) $\mu = 0$, so erhöht sich die Betondruckspannung auf 58 kg/cm², die Druckspannung im Eisen auf 999, die Zugspannung auf 594 kg/cm².

In Wirklichkeit werden aber diese Beanspruchungen kaum jemals eintreten, da die Wirkung der Wagenbelastung wohl zu ungünstig gerechnet wurde. Es ist nämlich die Achslast von 10 t bloß auf eine Breite von 1,2 m verteilt angenommen. Da aber in der Fahrbahnbreite von 15 m höchstens 7 Wagen Platz finden werden, so entfällt die Last von 10 t auf eine Breite von $\frac{15}{7}$ = rund 2 m.

2. Im Kämpfer treten die größten Spannungen auf bei Belastung einer Brückenhälfte mit 1500 kg/cm² in Verbindung mit der größten Temperaturerniedrigung. Man erhält zunächst wieder auf Grund der Berechnung nach Annahme 1)

$\sigma_{max} = 25{,}99 + 13{,}81 = 39{,}8$ kg/cm² Druck im unteren Rande,

$\sigma_{min} = -8{,}75 - 16{,}03 = -24{,}8$ „ Zug im oberen Rande.

Auch hier wäre wieder, um richtigere Spannungswerte zu erhalten, die Zugwirkung des Betons in vermindertem Maße in Rechnung zu bringen. Diese Rechnung ist nachstehend durchgeführt.

Es beträgt

	M	N
vom Eigengewicht	$+9{,}129$ tm	$50{,}719$ t
von der Verkehrslast	$+12{,}593$ „	$23{,}597$ „
von der Temperatur	$+18{,}661$ „	$-9{,}570$ „
	$M = 40{,}383$ tm	$N = 64{,}746$ t

sonach $$p = \frac{40{,}383}{64{,}746} = 0{,}6237 \text{ m.}$$

Für den am Kämpfer durch ein 190×10 mm Gurtblech verstärkten Trägerquerschnitt ist $15\,F'_e = 1300$, $15\,J_e = 1548700$ und man erhält damit nach Formel (7) mit $\mu = 0{,}4$ aus der Gleichung

$$\zeta^3 + 0{,}6861\,\zeta^2 + 2{,}7817\,\zeta - 1{,}417989 = 0$$

$$\zeta = 0{,}434 \text{ m},$$

womit sich aus Gleichung (7a) die Einheitsspannung σ_0 berechnet.

$$64\,746 = [\tfrac{1}{3}(\overline{43{,}4}^2 - 0{,}4 \cdot \overline{35{,}6}^2)\,100 + 1300 \cdot 3{,}9]\,\sigma_0$$

$$\sigma_0 = 0{,}876 \text{ kg/cm}^2.$$

Es ergibt sich demnach die größte Druckspannung im Beton

$$\sigma_b = 43{,}4 \cdot 0{,}876 = \mathbf{38{,}0} \text{ kg/cm}^2,$$

die größte Zugspannung im Beton

$$\sigma_{bz} = 0{,}4 \cdot 35{,}6 \cdot 0{,}876 = \mathbf{12{,}5} \text{ kg/cm}^2$$

die größten Spannungen im Eisen

$$\text{Druck } \sigma_e^u = \quad 15 \cdot 40{,}4 \cdot 0{,}876 + 227 = \quad 758 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Zug } \sigma_e^o = -15 \cdot 32{,}6 \cdot 0{,}876 + 210 = -218 \quad ,,$$

In allen anderen Querschnitten treten nur geringe oder gar keine Zugspannungen auf und es bleibt die größte Druckbeanspruchung des Betons unter 40 kg/cm².

Gesamtspannungen im Eisen.

Punkt		0	1	2	3	4	5	6
Unbelastete Brücke	ob. Rand	437	418	369	297	224	186	200
	unt. Rand	190	210	264	343	414	430	414
Vollbel. mit 1500 kg/m²	ob. Rand	589	555	466	348	254	246	311
	unt. Rand	264	300	395	423	602	555	450
Rechte Hälfte belastet mit 1500 kg/m²	ob. Rand	513	590	556	418	229	106	95
	unt. Rand	227	151	191	339	523	610	590
Linke Hälfte belastet mit 1500 kg/m²	ob. Rand	513	383	283	227	247	326	406
	unt. Rand	227	359	464	527	494	375	274
Scheitellast 10 t Wagen u. 600 kg/m² tot.	ob. Rand	791	605	417	267	259	106	367
	unt. Rand	34	222	417	575	569	508	370
Temperaturspannung	ob. Rand	∓ 158	∓ 100	∓ 53	± 34	± 139	± 207	± 218
	unt. Rand	± 177	± 162	± 113	± 99	± 83	± 164	± 184

Statische Berechnung des Gewölbes der Brücke Chauderon-Montbenon in Lausanne.

Eingespannter Bogen. Graphisches Verfahren.

Unter Anwendung des oben (Abschnitt 4b) entwickelten graphischen Verfahrens wurden die Einflußlinien der auf die Schwerpunkte der Bogenquerschnitte bezogenen Momente bestimmt.

Das Moment der angreifenden Kräfte auf den beliebigen Punkt C bezogen (Abb. 15) läßt sich für den eingespannten Bogen ausdrücken durch

$$M = \mathfrak{M} - Hy - X_1 x - X_2.$$

Hierin bezeichnet $\mathfrak{M}$ das Moment für den gleich belasteten Balkenträger, H den Horizontalschub, X_1 den Unterschied der lotrechten Drücke in den Kämpfern beim eingespannten Bogen gegenüber jenen des Balkenträgers und X_2 ein Moment, nämlich $X_2 = H \cdot z_0$. Die Abszissenachse ist dabei so anzunehmen, daß die Summe der statischen

Momente der mit ihren reziproken Querschnitts-Trägheitsmomenten belasteten Bogenelemente auf diese Achse bezogen gleich Null ist, also $\Sigma \frac{y}{J} \Delta s = 0$. Die Einflußlinien der Größen H, X_1 und X_2 lassen sich als Seilpolygone verzeichnen, die man erhält, wenn die Elemente der Bogenachse der Reihe nach mit den Gewichten $w = \frac{y}{J} \Delta s$, $w' = \frac{x}{J} \Delta s$ und $w'' = \frac{1}{J} \Delta s$ lotrecht belastet werden. In der Abb. 33 sind in den Fig. 4, 7 und 8 diese Seilpolygone mit strichpunktierten Linien eingetragen, und zwar wurde zunächst mit Hilfe des Kraftpolygones der Größen w'' (Fig. 1) und des für deren wagerechte Wirkung sich ergebenden Seilpolygones (Fig. 2) die Lage der Abszissenachse bestimmt. Dann wurden die Größen w und w' berechnet und mit Hilfe der ihnen entsprechenden Kraftpolygone (Fig. 3 und 6) die Seilecke, Fig. 4 und 7, konstruiert. Dabei wurde die Polweite in Fig. 3 beliebig angenommen, und die Maßstabseinheit für H, das ist die Größe der Lasteinheit G, bestimmt sich durch den um eine kleine Korrektionsgröße verbesserten Abschnitt $2 \cdot \overline{m_0 m}$ des Seilpolygones Fig. 5, welches aus den Kräften w für deren wagerecht gedachte Wirkung erhalten wurde. Auch die Polweite in Fig. 6 ist beliebig; die Ordinaten der Linie X_1 sind nach einer Einheit zu messen, die sich durch den Abschnitt $2 \cdot \overline{n_0 n}$ der ersten und letzten Seilseite auf der Ordinatenachse ergibt. Im Kraftpolygon der w'' (Fig. 1) wurde dagegen die Polweite $= \frac{1}{2} \Sigma w''$, also der äußerste Polstrahl unter 45° angenommen; es geben dann die Ordinaten des Seilpolygones (Fig. 8) die Größe X_2 im doppelten Maßstabe der Längen. Um nun auch die Momente Hy und $X_1 x$ in dem gleichen Maßstabe zu erhalten, haben wir nur die betreffenden Seilpolygone H und X_1 auf die Basis $\frac{y}{2}$ und $\frac{x}{2}$ zu reduzieren, was durch Änderung der bezüglichen Polweiten im Verhältnis $y : \overline{m m_0}$ und $x : \overline{n n_0}$ geschehen kann. Es wurden dementsprechend in den Figuren 4 und 7 die den Bogenpunkten 0 bis 8 zugehörigen Scharen von H- und X_1-Polygonen verzeichnet, zu deren bequemeren Konstruktion auch der Umstand benutzt werden kann, daß sich sämtliche gleichliegende Seiten auf der Polygon-Schlußlinie schneiden müssen. Die Ordinaten dieser Polygone geben die auf dem doppelten Längenmaßstabe zu messenden Momente Hy und $X_1 x$, lassen sich sonach einfach mit dem Zirkel zu den Ordinaten der X_2-Linie addieren. Es erübrigt nur noch, diese summierten Ordinaten von der Einflußlinie des Momentes $\mathfrak{M}$ abzuziehen. Die letztere wird aber in bekannter Weise durch ein Dreieck bestimmt, und unter Zugrundelegung der gleichen Maßstabseinheit haben wir den Abschnitt der Dreieckseite auf der Mittel-Lotrechten gleich $\frac{l}{2} - x = x'$ zu machen. Auf diese Weise wurden die in Fig. 8 verzeichneten Einflußlinien der auf die Punkte 0 bis 8 bezogenen Momente M erhalten. Die links von den Bogenpunkten gelegenen Ordinaten derselben wurden wegen des nahen Zusammenfallens der Schräglinien von einer wagerechten Achse aus aufgetragen. Maßstabseinheit ist die doppelte Einheit des Längenmaßstabes.

Für die Axialkraft N im Querschnitte C (Abb. 15) besteht die Gleichung

$$N = H \cos \varphi + V \sin \varphi.$$

Zur Darstellung dieser Gleichung bedienen wir uns der Einflußlinie H und der Einflußlinie V, welch letztere aus $V = \mathfrak{V} + X_1$ erhalten wird. In der Abb. 33, Fig. 4, sind diese Einflußlinien für die Basis $G = 5$ cm verzeichnet worden.

Der Berechnung der größten Randspannungen in einem Querschnitte aus

$$\sigma_{o,u} = \frac{N}{F} \mp \frac{M}{W}$$

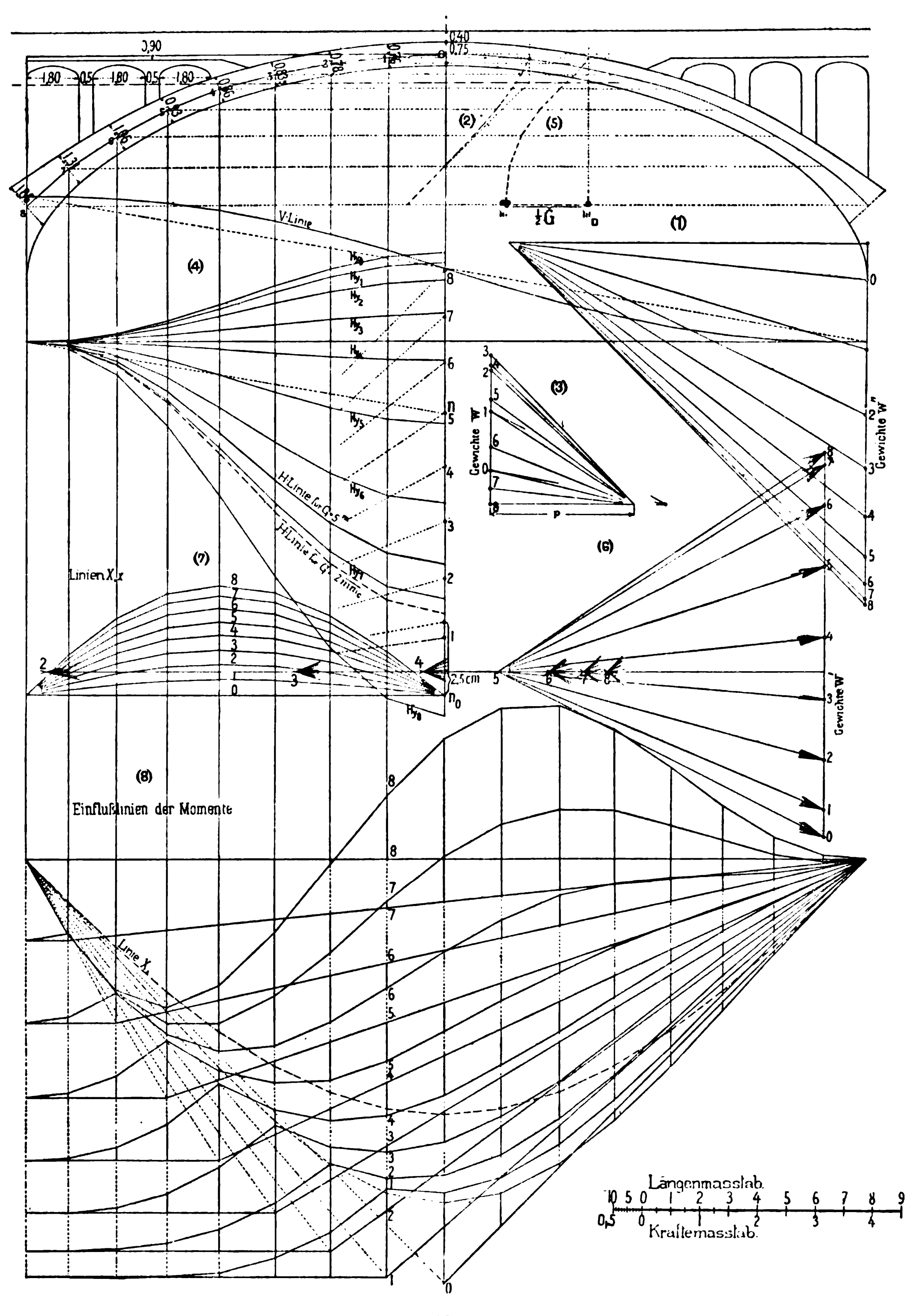

V-Linie
H-Linie für G=5 mm
H-Linie für G=2 mm
Linien X_x
Einflußlinien der Momente
Linie X_1
Gewichte W
Gewichte W"
Gewichte W'
Längenmasstab
Kräftemasstab
2,5 cm

Abb. 33.

(worin W = Widerstandsmoment des Querschnittes) wurden jene zwei Belastungsfälle zugrunde gelegt, welchen das größte positive bezw. negative Moment M entspricht. Strenge genommen müßten eigentlich die auf die Kernpunkte des Querschnittes bezogenen Momente zu einem Maximum bezw. Minimum gemacht werden, jedoch ist der sich dadurch ergebende Unterschied in den Belastungsstrecken nur ein geringfügiger, und man vermindert durch die obige vereinfachende Annahme die Zahl der zu untersuchenden Belastungsfälle auf die Hälfte.

Die nachstehend gegebenen Rechnungsdaten beziehen sich auf den verstärkten inneren Randbogen des Gewölbes (siehe Beschreibung der Brücke Handbuch für Eisenbeton, III. Band, 3. Teil. Kapitel „Bogenbrücken", S. 66), und zwar auf eine Streifenbreite von 0,9 m. Die Armierung (4 Gurtwinkel 80 × 120 × 10 mm) liefert $F_e = 4 \times 19$ cm² = 76 cm²; es ist sonach bei der Bogenstärke d in m und mit Annahme des Koeffizienten $n = E_e : E_b = 11$:[1])

$$F = 0{,}9\,d + 11\,F_e = 0{,}9\,d + 0{,}0836 \text{ in m}^2.$$

Die Querschnittsgrößen und Koordinaten der Bogenachse sind der nachstehenden Tabelle I zu entnehmen.

Tabelle I.

Punkt	x	y'	d	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$F = F_b + 11\,F_e$	$J = J_b + 11\,J_e$	$\frac{1}{J}$	w''
0	0	0	0,75	0	1,00	0,759	0,039986	25,009	12,35
1	2,0	0,11	0,76	0,11	0,992	0,768	0,041552	24,066	23,94
2	3,99	0,31	0,78	0,18	0,98	0,785	0,044754	22,346	21,97
3	5,94	0.70	0,835	0,26	0,965	0,835	0,054410	18,379	18,79
4	7,87	1,20	0,86	0,34	0,94	0,858	0,059209	16,890	16,57
5	9,70	1,91	0,93	0,41	0,91	0,921	0,074103	13,495	13,36
6	11,46	2,80	1,06	0,48	0,88	1,038	0,105650	9,465	9,43
7	13,15	3,87	1,31	0,55	0,835	1,263	0,190956	5.236	5,39
8	14,61	5,18	1,86	0,61	0,79	1,758	0,591639	1,924	2,15

Die Gewichte w'', ferner w' und w in Tabelle II wurden aus den für drei aufeinanderfolgende Punkte geltenden Werten w_{m-1}, w_m und w_{m+1} gemittelt und zwar nach der Formel $\frac{1}{6}(w_{m-1} + 4\,w_m + w_{m+1})$.

Die Lage der Abszissenachse ergibt sich aus $y_0 = \frac{\Sigma\,w''y'}{\Sigma\,w''} = \frac{122{,}12}{123{,}98} = 0{,}985$ m übereinstimmend mit der Konstruktion in Abb. 33, Fig. 2. Damit konnten die Ordinaten y und die übrigen in Tabelle II angeführten Berechnungsgrößen bestimmt werden.

Tabelle II.

Punkt	y	$\frac{y}{J}$	$\frac{x}{J}$	w	w'	$\frac{\cos^2\alpha}{F}$
0	0,985	24,643	0	11,61	0	$^1/_2$ · 1,317
1	0,875	21,058	48,132	20,45	46,95	1,281
2	0,675	15,084	89,161	14,26	85,66	1,222
3	0,285	5,238	109,171	5,23	104,16	1,115
4	— 0,215	— 3,631	99,144	— 3,69	106,11	1,031
5	— 0,925	— 12,483	130,901	— 11,00	121,87	0,900
6	— 1,815	— 17,179	108,469	— 16,21	105,61	0,746
7	— 2,885	— 15,106	68,853	— 14,42	68,67	0,552
8	— 4,195	— 8,071	28,110	— 5,26	20,85	0,355

[1]) Dieser Koeffizient war seitens der schweizerischen Baubehörde vorgeschrieben.

Die an dem Abschnitt des Seilpolygones, Fig. 5, anzubringende Verbesserung berechnet sich, wenn $p = 50$ die Polweite im Kraftpolygone, Fig. 3, bezeichnet, aus

$$C = \frac{1}{p} \sum_0^s \frac{\cos^2 \alpha}{F} = \frac{1}{50} \cdot 7{,}7 = 0{,}15 \text{ m},$$

und es ist die halbe Maßstabeinheit der H-Linie $\overline{m\,m_0} = 2{,}9 + 0{,}15 = 3{,}05$ m.

Mit Hilfe der nach dem oben beschriebenen Verfahren in Abb. 33 konstruierten Einflußlinien der Momente wurde nun zunächst die Wirkung des Eigengewichtes und dann jene einer Vollbelastung bestimmt.

Das Eigengewicht setzt sich zusammen: a) aus dem Gewichte des 0,9 m breiten Gewölbestreifens samt der darüber befindlichen Aufmauerung der Entlastungsbögen einschließlich des Straßenkörpers. Diesem entsprechen folgende Lasten:

Bogenstück	0 — 1	— 2	— 3	— 4	— 5	— 6	— 7	— 8,
	4,80	5,30	6,32	10,90	4,03	11,24	13,50	7,30 t;

b) aus dem Gewichtsanteile, herrührend von dem zwischen den beiden Viadukthälften gelegenen Brückenkörper. Letzterer wiegt auf 1 m Brückenlänge 4,572 t. Da beiderseits ein Bogengurt von 1,8 m Breite als tragend angenommen wird, so entfällt auf den 0,9 m breiten Streifen eine gleichmäßig verteilte Belastung von $\frac{1}{4}\,4{,}572 = 1{,}143$ t auf 1 m Länge.

Der Zwischenraum zwischen den beiden Viadukthälften beträgt 5 m; die verstärkten, je 1,8 m breiten Randgurte der beiderseitigen Gewölbe haben sonach eine Brückenfläche von $5 + 2 \times 1{,}8 = 8{,}6$ m Breite zu tragen, worauf eine Verkehrslast, dieselbe mit 0,46 t auf 1 m² gerechnet, von $0{,}46 \times 8{,}5 = 3{,}956$ t entfällt. Für den 0,9 m breiten Gewölbestreifen ergibt sich daraus eine gleichmäßig verteilte Verkehrslast von $\frac{1}{4}\,3{,}956 = 0{,}989$ t oder rund 1 t auf 1 m Länge.

Die auf Grund dieser Belastungen mit Hilfe der gezeichneten Einflußlinien berechneten angreifenden Kräfte und daraus folgenden Betonspannungen sind für einige Querschnitte in den nachfolgenden Tabellen zusammengestellt. Für die beiden Belastungsfälle: Eigengewichtswirkung und Vollbelastung sind die angreifenden Kräfte auch auf analytischem Wege bestimmt worden, und hat sich eine befriedigende Übereinstimmung mit den graphisch ermittelten Werten ergeben.

Der infolge Temperaturänderung auftretende Horizontalschub wurde aus $H_t = \frac{E\,\omega\,t\,l}{2\,\overline{m\,m_0} \cdot p\,\varDelta s}$ berechnet. Mit $E = 1\,500\,000$ t/m², $\omega = \frac{1}{80\,000}$, $t = 20^0$ wird $E\,\omega\,t = 375$; ferner ist $l = 29{,}22$ und nach der graphischen Konstruktion $2\,m\,m_0 = 6{,}1$ m, die Polweite $p = 50$ m, die Bogenstücklänge $\varDelta s = 2$ m; damit ergibt sich

$$H_t = \frac{375 \cdot 29{,}22}{6{,}1 \cdot 50 \cdot 2} = 17{,}96 \text{ t}.$$

Dieser Horizontalschub wirkt in der Höhe der Abszissenachse, die Momente berechnen sich daher aus $H_t\,y$. In den Tabellen sind die Temperaturspannungen eingetragen und schließlich zu den für die ungünstigst wirkende Verkehrsbelastung sich ergebenden Höchstspannungen addiert worden.

Nach dieser Berechnung ergeben sich bei dem ungünstigsten Zusammenwirken der Belastung und der Temperaturänderung in der Nähe der Kämpfer bereits größere Randzugspannungen, welche vom Beton nicht aufgenommen werden können, so daß wir jene Belastungsphase vorliegen haben, bei der nicht mehr mit einem konstanten

Tabelle III. Spannungswerte.

\+ Druckspannungen, — Zugspannungen.

	Belastungszustand	N	M	$\frac{N}{F}$	$\frac{M}{J}\,\frac{d}{2}$	Betonspannung oberer Rand	Betonspannung unterer Rand
		t	tm	kg/cm²			
Querschnitt 0	Unbelastete Brücke	94,32	− 2,407	12,43	− 2,26	14,7	10.2
	Vollbelastete „	115.83	− 4,586	15,26	− 4,30	19,6	11,0
	Ungünstigste + M	102,84	+ 0,148	13.55	+ 0,14	13,4	13,7
	Belastungfür − M	107,31	− 7,141	14,14	− 6,70	20.8	7,4
	Temperaturwirkung	± 17,96	± 17,690	± 2,35	± 16.59	∓ 14,2	± 18,9
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**35,0**	**− 11,5**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**− 0,8**	**32,6**
Querschnitt 2	Unbelastete Brücke	95,07	− 3,138	12,09	− 2,73	14,8	9,4
	Vollbelastete „	116.88	− 4,039	14,87	− 3,52	18,4	11,3
	Ungünstigste + M	106,72	+ 2,010	13.58	+ 1,75	11,8	15.3
	Belastungfür − M	105.23	− 9,188	13,38	− 8,01	21,4	5,4
	Temperaturwirkung	± 17,59	± 12,122	± 2,22	± 10,51	∓ 8,3	± 12.7
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**29,7**	**− 7,3**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**3,5**	**28,0**
Querschnitt 3	Unbelastete Brücke	97.05	− 3,300	11,62	− 2,53	14,1	9,1
	Vollbelastete „	119,36	− 2,943	14,29	− 2,26	16,6	12.0
	Ungünstigste + M	111,90	+ 9,215	13,40	+ 7,07	6,3	20,5
	Belastungfür − M	104,51	− 15,459	12,51	− 11,86	24,4	0,6
	Temperaturwirkung	± 17,33	± 5,118	± 2,06	± 3,90	∓ 1,8	∓ 6,0
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**26,2**	**− 5,4**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**4,5**	**26,5**
Querschnitt 4	Unbelastete Brücke	101,47	+ 1,160	11,83	+ 0,84	11,0	12,7
	Vollbelastete „	124.79	+ 3,257	14,54	+ 2,37	12,2	16,9
	Ungünstigste + M	119,70	+ 13,335	13,95	+ 9,68	4,3	23,6
	Belastungfür − M	106,56	− 8,917	12,42	− 6,48	18,9	5,9
	Temperaturwirkung	± 16,88	∓ 3,861	± 1,96	∓ 2,80	± 4,8	∓ 0,8
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**23,7**	**5,1**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**− 0,5**	**24,4**
Querschnitt 6	Unbelastete Brücke	109,69	+ 11,988	10,57	+ 6,01	4,6	16,6
	Vollbelastete „	134,08	+ 14,853	12.92	+ 7,45	5,5	20,4
	Ungünstigste + M	122,93	+ 25,782	11,84	+ 12,93	− 1,1	24,8
	Belastungfür − M	120,84	+ 1,059	11,64	+ 0,53	11,1	12,2
	Temperaturwirkung	± 15,80	∓ 32,593	± 1,52	± 16,35	± 17,9	∓ 14,8
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**29,0**	**− 2,6**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**− 19,0**	**39,6**
Querschnitt 8	Unbelastete Brücke	122,61	+ 2,720	6,97	+ 0,49	6,5	7,5
	Vollbelastete „	147,96	− 4,630	8,42	− 0,83	9,3	7,6
	Ungünstigste + M	132,11	+ 20.772	7,51	+ 3,72	3,8	11,2
	Belastungfür − M	138,46	− 22,682	7.88	− 4,06	11,9	3,8
	Temperaturwirkung	± 14,19	∓ 75,332	± 0,80	∓ 13,48	± 14,3	∓ 12,7
	Maxim. + Temperatur	—	—	—	—	**26,2**	**− 8,9**
	Minim. + Temperatur	—	—	—	—	**− 10,5**	**23,9**

Elastizitätskoeffizienten des Betons gerechnet werden darf. Wendet man auf den Querschnitt 6 das Berechnungsverfahren an, welches einen verminderten Elastizitätskoeffizienten für Betonzug zugrunde legt, so ergeben sich die nachstehenden Resultate.

Den Abstand ζ der neutralen Achse vom Druckrande in diesem Querschnitte erhält man aus Gleichung (7), wenn darin für den Belastungsfall: größte Zugspannung am oberen Rande bei tiefster Temperatur

$$N = 122{,}93 \quad - 15{,}80 \quad = 107{,}13 \quad \text{t},$$
$$M = \quad 25{,}782 + 32{,}593 = \quad 58{,}375 \text{ tm},$$

daher $p = \frac{58{,}375}{107{,}13} = 0{,}545\,\text{m}$, ferner $b = 0{,}9\,\text{m}$, $d = 1{,}06\,\text{m}$, $nF_e = 0{,}0836\,\text{m}^2$, $nJ_e = 0{,}016324\,\text{m}^4$ und $\mu = 0{,}4$ gesetzt wird. Die kubische Gleichung lautet:

$$\zeta^3 + 0{,}06\,\zeta^2 + 2{,}817044\,\zeta - 2{,}071972 = 0,$$

woraus

$$\zeta = 0{,}635 \text{ m}.$$

Damit ergibt sich: $\left[\frac{1}{2}\, 0{,}9\,(\overline{0{,}635}^2 - 0{,}4 \cdot \overline{0{,}425}^2) + 0{,}0836 \cdot 0{,}105\right] \sigma_0 = 107{,}13$

und $\sigma_0 = 764$ für t u. m oder 0,764 für kg u. cm.

Die Druckspannung im Betonrande wird sonach

$$\sigma_{bd} = 0{,}764 \cdot 63{,}5 = 48{,}5 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Betonzugspannung

$$\sigma_{bz} = 0{,}4 \cdot 0{,}764 \cdot 42{,}5 = 13{,}0 \text{ kg/cm}^2.$$

Die Eisenspannungen werden:

$$\text{Druck} \quad \sigma_e = 11 \cdot 0{,}764 \cdot 59{,}5 = 500 \text{ kg/cm}^2.$$
$$\text{Zug} \quad \sigma_{ez} = 11 \cdot 0{,}764 \cdot 38{,}5 = 324 \quad „$$

Würde man auf gar keine Zugaufnahme im Beton rechnen, so ergäbe sich aus Gleichung (7) mit $\mu = 0$: $\zeta = 0{,}481$ m und es würde die größte Druckspannung im Beton $\sigma_b = 51{,}5$ kg/cm², die Eisenzugspannung $\sigma_e = 635$ kg/cm².

In Wirklichkeit werden wegen der bei der Ausführung bewirkten, in der Rechnung nicht berücksichtigten, teilweisen direkten Übertragung der Gewölbelast auf den Eisenbogen die Betondruckspannungen etwas kleiner, wogegen die Eisendruckspannungen etwas höhere Werte annehmen werden.

Einige Literaturangaben.

E. Winkler, Lage der Stützlinie im Gewölbe. Deutsche Bauzeitung. Berlin 1879, 1880.

Foeppl, Theorie der Gewölbe. Leipzig 1880.

Müller-Breslau, Vereinfachung der Theorie der statisch unbestimmten Bogenträger. Zeitschrift für Architektur- und Ingenieurwesen. Hannover 1884.

Kulka, Über die Berechnung großer gewölbter Brücken. Zeitschrift des österr. Ing.- u. Archit.-Vereins. Wien 1894.

Landsberg, Beitrag zur Theorie der Gewölbe. Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Berlin 1901.

Castigliano, Théorie de l'équilibre des systèmes élastiques. In deutscher Übersetzung, Wien 1886.

Melan, Theorie der Bogen- und Hängebrücken im Handbuch der Ingenieurwissenschaften. II. Band. 5. Abt. Leipzig 1905.

Tolkmitt, Leitfaden für das Entwerfen und die Berechnung gewölbter Brücken. 2. Aufl. Berlin 1902.

Dr. Schönhöfer, Statische Untersuchung von Bogen- und Wölbtragwerken in Stein, Eisen, Beton oder Eisenbeton unter Anwendung des Verfahrens mit konstanten Bogengrößen. Berlin 1908.

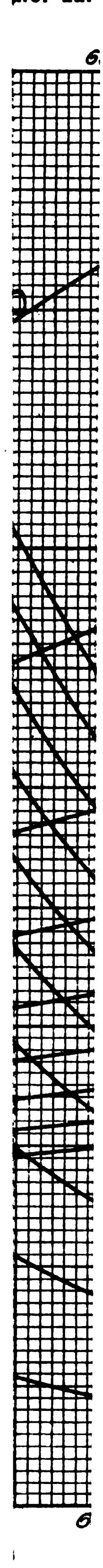
Dr. Färber, Dreigelenkbogen-Brücken und verwandte Ingenieurbauten. Stuttgart 1907.

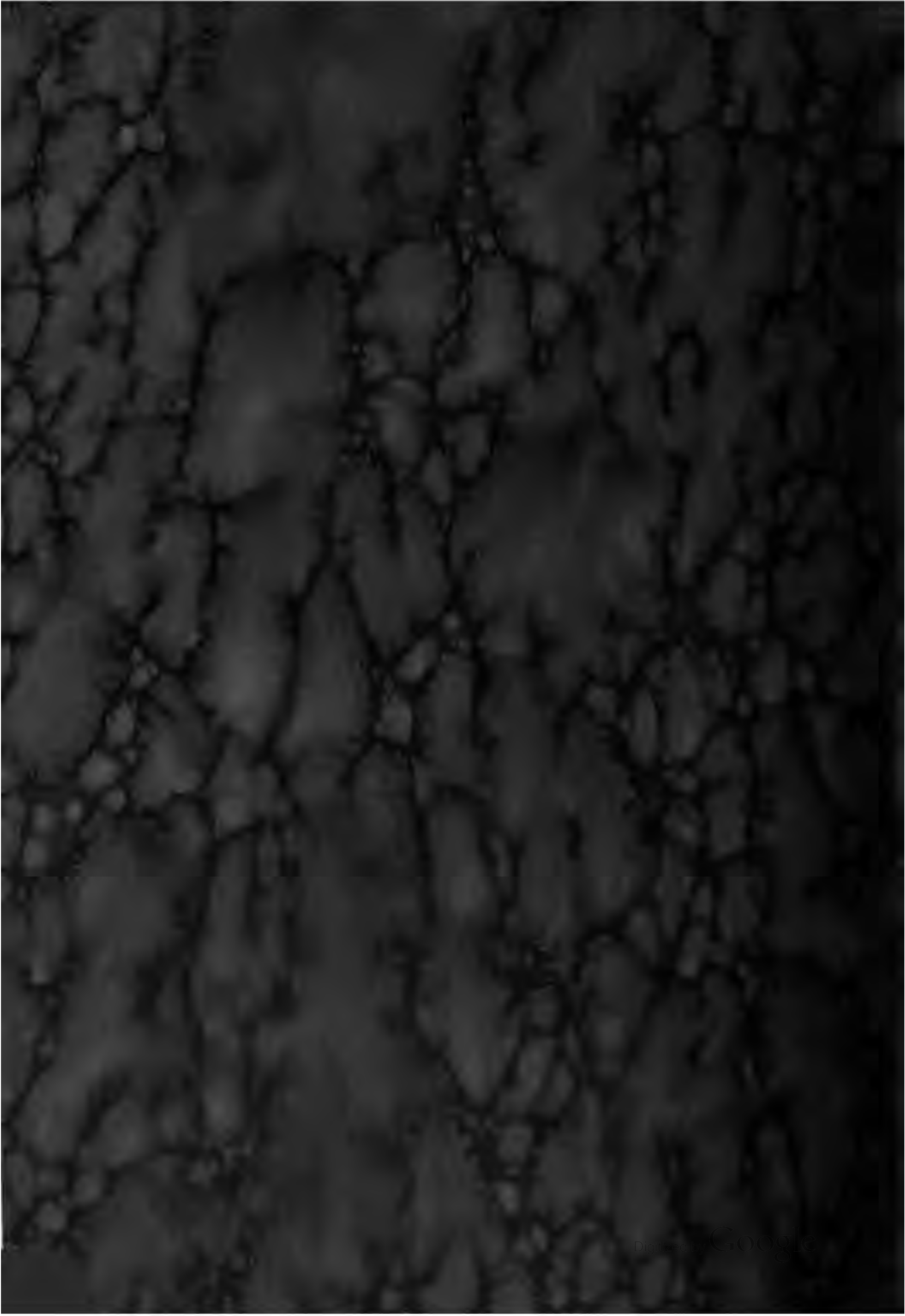
Engesser, Über weitgespannte Wölbbrücken. Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen. 1907.

Buchdruckerei des Waisenhauses in Halle a. d. S.

as Eise

afel zur






HARVARD ENGINEERING SCHOOL